

طراحی مسیر بهینه برای ربات فضایی شناور - آزاد در حرکت نقطه به نقطه به روش غیرمستقیم

امین نیکوبین^۱، نسترن سامانی^۲

۱ استادیار دانشکده مهندسی مکانیک، آزمایشگاه رباتیک و کنترل، دانشگاه سمنان، سمنان، anikoobin@semnan.ac.ir

۲ کارشناس ارشد مهندسی مکانیک، آزمایشگاه رباتیک و کنترل، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان

تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۱۱/۰۷

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۰۲/۰۴

چکیده

در این مقاله روشی جدید براساس حل غیرمستقیم مسئله کنترل بهینه برای طراحی مسیر بهینه ربات فضایی شناور-آزاد، در حرکت نقطه به نقطه ارائه شده است. برای این منظور، معادلات دینامیکی سیستم در کنار قیود غیرهولونومیک ناشی از برقراری قانون بقای ممتمنم زاویه‌ای در فرم فضای حالت استخراج می‌شود. سپس با استفاده از قضیه اساسی حساب تغییرات، شرایط لازم بهینه‌گی به دست می‌آید. معادلات حاصل به یک مسئله مقدار مرزی دونقطه‌ای منجر می‌شود که حل آنها مسیر بهینه و تابع کنترل بهینه را نتیجه خواهد داد. در روش ارائه شده می‌توان هم فضاییما و هم منیپولاتور را از موقعیت اولیه به موقعیت نهایی به گونه‌ای رساند که علاوه بر برآوردن دقیق شرایط مرزی، معادلات دینامیکی و قیود غیرهولونومیک، یک تابع عملکرد همچون توان یا گشتاور مصرفی نیز کمینه شود. در این مقاله شبیه‌سازی برای یک ربات فضایی شناور-آزاد دو لینکی انجام شده، نتایج حاصل با کارهای قبلی مقایسه و نهایتاً کارایی روش پیشنهادی در کاهش حرکت پایه نمایش داده شده است.

واژگان کلیدی

ربات فضایی شناور-آزاد، طراحی مسیر بهینه، حرکت نقطه به نقطه، کنترل بهینه، روش غیرمستقیم

۱. مقدمه

پایه، یک ربات فضایی در چهار حالت گوناگون عمل می‌کند. حالت اول، حالت موقعیت - وضعیت ثابت^۱ است. در این حالت موقعیت و وضعیت^۲ فضاییما با استفاده از جت واکنش ثابت شده است. حالت دوم، حالت پرواز-آزاد^۳ است. در این حالت موقعیت فضاییما توسط پیشرانها^۴ ثابت باقی می‌ماند. حالت سوم، حالت

ربات‌های فضایی نقش مهمی در مأموریت‌های فضایی ایفا می‌کنند. سیستم‌های رباتیک فضایی شامل یک فضاییما^۱ و تجهیز به یک یا چند منیپولاتور^۲ هستند. تفاوت اصلی بین ربات‌های فضایی و ربات‌های زمینی نبود یک پایه^۳ ثابت است که ربات روی آن نصب شود، بنابراین با توجه به استراتژی‌های مختلف کنترل

وضعیت ثابت^۷ است که در آن وضعیت فضاپیما توسط چرخ واکنش کنترل می‌شود. حالت چهارم حالت شناور - آزاد^۸ است که در آن فضاپیما با حرکت مینیولاتور آزادانه می‌چرخد و انتقال می‌یابد [۱]. استفاده از جت واکنش^۹ و پیشرانها باعث مصرف زیاد انرژی می‌شود، بنابراین عمر مفید سیستم را کاهش می‌دهد؛ اما سیستم ربات فضایی شناور - آزاد یک سیستم بدون محرک است، لذا باعث صرفه‌جویی در سوخت فضاپیما می‌شود و از حرکات ناگهانی مجری نهایی^{۱۰} به‌خاطر شلیک جت واکنش اجتناب می‌شود [۲]. تاکنون تحقیقات زیادی در زمینه سینماتیک، دینامیک، طراحی مسیر و کنترل ربات‌های فضایی شناور - آزاد، انجام شده است. برای مدل‌سازی دینامیکی سیستم‌های چند لینکی، عموماً از روش اویلر - لاگرانژ استفاده می‌شود. به‌منظور ساده‌سازی آنالیز سینماتیک، طراحی مسیر و کنترل دینامیکی ربات‌های فضایی سه مفهوم مینیولاتور مجازی^{۱۱}، مینیولاتور معادل دینامیکی^{۱۲} و ماتریس ژاکوبین تعمیم‌یافته^{۱۳} ارائه شده است.

دابوسکای و وافا (۱۹۹۰) روش مینیولاتور مجازی را برای مدل‌سازی مینیولاتور فضایی شامل فضاپیما ارائه دادند. در این روش، یک سیستم مینیولاتور فضایی شناور - آزاد توسط یک سیستم مینیولاتور ایده‌آل ارائه شده که پایه آن در یک نقطه به نام زمین مجازی در فضای اینرسی ثابت شده است. این روش برای مدل‌سازی و تحلیل سینماتیک و دینامیک سیستم مینیولاتور فضایی، روشی مؤثر و کارآمد است [۳]. چون در ربات‌های فضایی شناور - آزاد، پایه بدون محرک است و تنها با استفاده از محرک‌های مینیولاتور باید هم حرکت پنجه مینیولاتور و هم حرکت پایه را کنترل و تعیین نمود، موضوع طراحی مسیر برای این دسته از ربات‌ها اهمیت زیادی دارد.

تورس و همکاران (۱۹۹۲) روشی به نام نگاشت اغتشاش افزوده‌شده^{۱۴} را برای طراحی مسیر فضاپیما ارائه نمودند؛ به‌گونه‌ای که اغتشاشات کمی بر فضا پیما وارد شود [۴]. در مرجع [۵] روشی برای طراحی مسیر ربات فضایی ارائه شده است که با استفاده از درجات آزاد اضافی بازو می‌توان موقعیت و جهت پایه ربات را ثابت نگاه داشت. پاپادوپولوس و همکاران (۲۰۰۵) نیز یک روش طراحی مسیر برای ربات‌های فضایی شناور - آزاد در حرکت نقطه به نقطه با در نظر گرفتن مسیر حرکت به‌صورت توابع چندجمله‌ای ارائه نموده‌اند به‌طوری‌که تنها با استفاده از محرک بازوها، هم پایه و

هم بازوها از موقعیت اولیه حرکت می‌کنند و در موقعیت مورد نظر قرار می‌گیرند [۶-۷]. هوانگ و همکاران (۲۰۰۶) مسئله طراحی مسیر زمان بهینه یک ربات فضایی را با استفاده از روش جدیدی بر مبنای الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات^{۱۵} ارائه داده‌اند [۸]. آنها در پژوهش دیگری با استفاده از الگوریتم ژنتیک، طراحی مسیر مینیولاتور با درجات آزاد اضافی را ارائه نموده‌اند. دلیل انتخاب بازوی اضافی وجود راه‌حل‌های زیادی است که می‌تواند برای اهدافی چون کاهش اختلالات پایه، جلوگیری از برخورد یا افزایش مهارت‌پذیری^{۱۶} به‌کار گرفته شود [۹]. در مآخذ [۱۰] یک روش طراحی مسیر زمان بهینه برای یک ربات فضایی شناور - آزاد با اعمال محدودیت بر گشتاور عکس‌العملی ارائه شده است. کین و همکاران (۲۰۱۴) یک روش طراحی مسیر بر مبنای انرژی مؤثر و کارآمد را برای ربات‌های فضایی ارائه دادند [۱۱]. آنها برای تعادل و کنترل چرخش پایه ربات از سه چرخ عکس‌العمل استفاده کرده‌اند. خو و همکاران (۲۰۰۹) نیز با در نظر گرفتن مسیر حرکت به‌صورت چندجمله‌ای و سپس استفاده از روش الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات جهت محاسبه مقادیر بهینه ضرایب آزاد چندجمله‌ای‌ها، روشی برای طراحی مسیر بهینه ربات‌های فضایی ارائه کرده‌اند [۱۲-۱۳]. ژانگ و همکاران (۲۰۱۲) برای طراحی مسیر ربات شناور - آزاد روشی ساده ارائه نموده‌اند که می‌تواند به‌طور همزمان، اغتشاشات وضعیت فضاپیما را صفر کند و وضعیت پایه را کنترل نماید [۱۴]. موسویان و همکاران (۲۰۱۱) نیز یک سیستم رباتیک فضایی با دو بازوی نصب‌شده روی ماهواره، برای بررسی عکس‌العمل‌ها در نظر گرفته‌اند. آنها با توسعه الگوریتم فضای تهی عکس‌العمل، طرح‌ریزی مسیر حرکت بدون عکس‌العمل در فضای مفصلی ربات را ارائه داده‌اند. در این مقاله، از طریق حرکت ربات در فضای تهی عکس‌العمل، صفر بودن ممنتم زاویه‌ای و تغییرات موقعیت و وضعیت ماهواره نشان داده شده است [۱۵]. ژانگ و همکاران (۲۰۱۴) به‌تازگی با ترکیب روش الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات و روش شبهطیفی لژاندر^{۱۷} مسیر زمان بهینه برای معادلات ساده‌شده یک فضاپیما را طراحی کرده‌اند [۱۶]. وانگ و همکاران (۲۰۱۵) نیز طراحی مسیر برای یک ربات فضایی دارای یک بازوی هفت درجه آزادی را به روش الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات ارائه نموده‌اند [۱۷].

به‌طور کلی مسئله طراحی مسیر بهینه برای ربات‌ها را می‌توان به مسئله کنترل بهینه تبدیل کرد. دو روش اصلی برای حل این

مصرف سوخت در فضاپیماها می‌تواند اهمیت فراوانی داشته باشد. در این مقاله، نخست با در نظر گرفتن یک مدل عمومی از ربات فضایی به استخراج معادلات دینامیکی ربات فضایی شناور - آزاد پرداخته می‌شود. ربات فضایی شناور - آزاد به دلیل برقراری قانون بقای ممنتوم زاویه‌ای رفتار غیرهولونومیک دارد که به‌عنوان یک معادله قیدی در کنار معادلات دینامیکی سیستم در نظر گرفته می‌شود. سپس فرمولاسیون طراحی مسیر بهینه ربات با استفاده از روش کنترل بهینه بیان و شرایط لازم بهینگی از قضیه اساسی حساب تغییرات به دست می‌آید. معادلات بهینگی حاصل یک مسئله مقدار مرزی دو نقطه‌ای را ایجاد می‌کند که با استفاده از روش‌های عددی قابل حل است. در بخش پایانی، شبیه‌سازی برای ربات فضایی شناور - آزاد دو لینکی انجام و نتایج حاصل با نتایج مرجع [۷] مقایسه می‌شود و کارایی روش پیشنهادی در طراحی مسیر بهینه و کاهش حرکت پایه بررسی می‌گردد.

۲. فرمولاسیون مسئله

۲-۱. سینماتیک و دینامیک ربات فضایی

سیستم ربات فضایی از یک فضاپیما (پایه) و یک یا چند مینیولاتور نصب‌شده روی آن تشکیل شده است. وقتی سیستم در حالت شناور - آزاد عمل می‌کند، سیستم کنترل وضعیت فضاپیما غیرفعال است؛ بنابراین فضاپیما به ازای پاسخ به حرکت مینیولاتور آزادانه می‌چرخد و انتقال می‌یابد. فضاپیما بدون محرک است و کنترل همزمان موقعیت مجری نهایی و وضعیت فضاپیما، فقط با محرک‌های مینیولاتور ممکن است [۷]. در شکل ۱ مدل دینامیکی سیستم ربات فضایی نمایش داده شده است. این سیستم N لینک و هر لینک یک مفصل چرخشی دارد. با در نظر گرفتن دستگاه XYZ به‌عنوان دستگاه مختصات مرجع، موقعیت مرکز جرم پایه با I_0 و لینک‌ها با $I_i, i=1, \dots, N$ نشان داده می‌شود. موقعیت مرکز جرم کل سیستم نیز با I_c مشخص می‌شود. پایه ربات، دارای شش درجه آزادی است که سه درجه آزادی آن مربوط به موقعیت $I_0=[x_0 \ y_0 \ z_0]$ و سه درجه دیگر مربوط به وضعیت (جهت‌گیری) فضاپیماست، که با زوایای اویلر $\Psi=[\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]$ توصیف می‌شود. بنابراین به‌طور کلی درجه آزادی سیستم $N+6$ است. چون هیچ نیروی خارجی به سیستم اعمال نمی‌شود، با توجه به قانون بقای ممنتوم خطی، سرعت مرکز جرم کل سیستم طبق معادله ۱ ثابت باقی می‌ماند.

مسئله وجود دارد: روش مستقیم و روش غیرمستقیم [۱۸]. در روش مستقیم، با گسسته‌کردن تابع مسیر حالت‌ها، مسئله بهینه‌سازی به یک مسئله بهینه‌سازی پارامتری مبدل می‌شود، سپس روش‌های بهینه‌سازی مثل الگوریتم ژنتیک، ازدحام ذرات، تجمع پرندگان و جز این‌ها برای حل آن به کار گرفته می‌شود. روش غیرمستقیم اما، بر اصل حساب تغییرات استوار است و شرایط لازم بهینگی از اصل مینیوم پونتریاگین استخراج می‌شود که نهایتاً این معادلات به یک مسئله مقدار مرزی دو نقطه‌ای منجر می‌شوند که حل آنها پاسخ بهینه خواهد بود. حل به دست آمده از روش مستقیم تقریبی است؛ زیرا جهت کاهش زمان فرایند بهینه‌سازی باید تابع حرکت متغیرها را به صورت مجموعه‌ای از توابع از پیش تعیین شده مثل چندجمله‌ای، توابع سینوسی یا اسپیلاین^{۱۸} در نظر گرفت. حال آنکه روش غیرمستقیم، حل دقیق مسئله کنترل بهینه را ارائه می‌دهد [۱۹]. اخیراً روش غیرمستقیم به‌عنوان روشی دقیق و کارآمد جهت طراحی مسیر بهینه انواع ربات‌ها شامل ربات با مفصل انعطاف‌پذیر [۲۰]، ربات با لینک انعطاف‌پذیر [۲۱]، وسیله نقلیه خودکار [۲۲] و جز این‌ها به کار رفته است. کورایم و همکاران (۲۰۱۲) به طراحی مسیر بهینه ربات متحرک انعطاف‌پذیر با استفاده از روش کنترل بهینه پرداخته‌اند [۲۳-۲۴]. در این پژوهش‌ها، مسیر ربات متحرک مشخص بوده و قیود غیرهولونومیک ربات در نظر گرفته نشده است و در عمل بهینه‌سازی مسیر حرکت نقطه به نقطه ربات انجام شده است.

همان‌گونه که در مرور پژوهش‌های انجام‌شده در زمینه طراحی مسیر ربات‌های فضایی مشاهده می‌شود، تمامی تحقیقات قبلی ارائه‌شده در این حوزه [۴-۱۷] به روش مستقیم می‌باشند و تاکنون روش غیرمستقیم برای حل این مسئله استفاده نشده است. در این مقاله یک سیستم ربات فضایی شناور - آزاد با بازوی نصب‌شده روی فضاپیما در نظر گرفته شده است و نحوه طراحی مسیر بهینه به‌گونه‌ای که هم پنجه ربات و هم پایه از موقعیت اولیه به موقعیت مورد نظر برسد، ارائه می‌شود. این مسئله در مآخذ [۳] و [۴] نیز در نظر گرفته شده است. تابع هدف در آنجا کاهش خطای موقعیت در زمان نهایی است، حال آنکه در این مقاله علاوه بر برآوردن دقیق شرایط مرزی در ابتدا و انتهای حرکت و برآوردن قیود غیرهولونومیک و معادلات دینامیکی سیستم، گشتاور اعمالی محرک‌ها نیز کمینه می‌شود. مسیر به دست آمده از این روش بهترین جواب ممکن است که از جنبه کاهش انرژی و

بردار v_{ci} و w_i در حالت کلی به صورت تابعی از مختصاتهای تعمیم‌یافته و مشتق آنها به صورت معادله ۵ قابل بیان است.

$$\begin{aligned} r_i &= g_i(\Psi, q) \\ v_{ci} &= h_i(\Psi, q, \dot{\Psi}, \dot{q}) \\ w_i &= f_i(\Psi, q, \dot{\Psi}, \dot{q}) \end{aligned} \quad (5)$$

بنابراین رابطه ۴ را در حالت کلی می‌توان به صورت ۶ نوشت.

$$\begin{aligned} K = \sum_{i=0}^N K_i &= K_0(\Psi, q) \dot{\Psi} + K_1(\Psi, q) \dot{q}_1 \\ \dots + K_N(\Psi, q) \dot{q}_N &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

با استفاده از رابطه ۶، سرعت زاویه‌ای پایه طبق ۷ به دست می‌آید.

$$\dot{\Psi} = -[K_0^{-1} K_1 + \dots + K_0^{-1} K_N] \dot{q} \quad (7)$$

معادله ۷ به طور خلاصه به صورت رابطه ۸ بیان می‌شود [۲۶].

$$\dot{\Psi} = -D(\Psi, q) \dot{q} \quad (8)$$

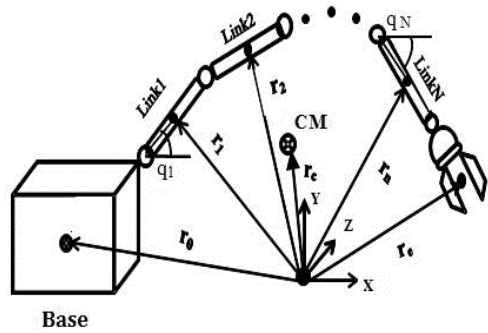
به طوری که در این رابطه $D \in R^{3 \times N}$ است. معادله ۸ در حقیقت یک قید غیرهولونومیک برای سیستم ربات فضایی است که از قانون بقای ممنتوم زاویه‌ای به دست می‌آید و بیان می‌کند که سرعت زاویه‌ای پایه مستقل نیست و به موقعیت پایه و موقعیت و سرعت منیپولاتور وابسته است. در ادامه برای استخراج معادلات دینامیکی ربات فضایی از روش لاگرانژ استفاده می‌شود. مختصات تعمیم‌یافته شامل جابه‌جایی نسبی مفصل بازوها $q = [q_1, \dots, q_N]^T$ و وضعیت فضاپیما $\Psi = [\theta_1 \theta_2 \theta_3]^T$ می‌باشد. چون ربات فضایی در محیط بدون گرانش کار می‌کند، انرژی پتانسیل سیستم را می‌توان صفر در نظر گرفت، بنابراین انرژی کل سیستم برابر با انرژی جنبشی می‌باشد. معادله لاگرانژ به صورت رابطه ۹ بیان می‌شود.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = u_i \quad i = 1, \dots, n \quad (9)$$

با استفاده از معادله ۹ معادلات حرکت ربات به فرم کلی رابطه ۱۰ قابل محاسبه است.

$$M(\Psi, q) \ddot{q} + c(\Psi, q, \dot{q}) = u \quad (10)$$

در این معادله M ماتریس اینرسی و c بردار نیروهای کریولیس و جانب مرکز و q و \dot{q} و u هم به ترتیب بردار موقعیت و سرعت مفصل منیپولاتور، و گشتاور وارده بر مفصل منیپولاتور است. معادلات دینامیکی حرکت برای ربات فضایی مورد نظر با احتساب قید غیرهولونومیک سیستم به صورت رابطه ۱۱ بیان می‌شود.



شکل ۱. مدل عمومی ربات‌های فضایی

$$\sum_{i=0}^N F_i = M \ddot{r}_c = 0 \rightarrow \ddot{r}_c = 0 \rightarrow v_c = cte \quad (1)$$

در این رابطه F نیروی خارجی وارده بر سیستم و M جرم کل سیستم است. چنانچه در لحظه اول سرعت سیستم صفر باشد، کل سیستم حرکتی نداشته و r_c ثابت می‌ماند. حال اگر دستگاه مختصات مرجع، در مرکز جرم کل سیستم قرار داده شود، $r_c = 0$ خواهد شد. بنابراین از تعریف مرکز جرم، معادله ۲ به دست می‌آید.

$$r_c M = \sum_{i=0}^N r_i m_i = 0 \quad (2)$$

در این رابطه m_i جرم هر لینک و r_i بردار موقعیت هر لینک نسبت به دستگاه مختصاتی است که مبدأ آن در مرکز جرم قرار دارد. از رابطه ۲ می‌توان موقعیت پایه را به صورت معادله ۳ برحسب مفصل‌های دیگر به دست آورد.

$$r_0 = \frac{-1}{m_0} \sum_{i=1}^N r_i m_i \quad (3)$$

این معادله، سه معادله قیدی هولونومیک را تشکیل می‌دهد که موقعیت پایه را به موقعیت مفصل مربوط می‌کند. بنابراین با قراردادن دستگاه مختصات مرجع در مرکز جرم سیستم، سه درجه آزادی از درجه آزادی انتقالی سیستم کم می‌شود و درجات آزادی سیستم به $N+3$ کاهش می‌یابد. در ربات فضایی شناور - آزاد نیروها و گشتاورهای خارجی تولیدشده توسط موتورهای جت پایه و همچنین روی مجری نهایی ربات‌ها برابر با صفر است. حرکت ربات‌ها فقط توسط گشتاور داخلی مفصل‌های منیپولاتور ایجاد می‌شود. همچنین قبل از شروع حرکت، شرایط اولیه سرعت‌های مفصلی صفر بوده و وضعیت پایه هیچ تغییری ندارد، بنابراین ممنتوم زاویه‌ای سیستم صفر می‌باشد. قانون بقای ممنتوم زاویه‌ای سیستم به صورت کلی طبق رابطه ۴ بیان می‌شود.

$$K = \sum_{i=0}^N r_i \times m_i v_{ci} + I_i w_i \quad (4)$$

در آن $W_i, i=1,2,3$ ها ماتریس‌های مربعی قطری متناظر با بردار حالت Z_i می‌باشند. حال مسئله طراحی مسیری برای ربات‌های فضایی در حرکت نقطه به نقطه را می‌توان به صورت یک مسئله کنترل بهینه بیان نمود. هدف یافتن کنترل بهینه u است به گونه‌ای که تابعی ۱۶ تحت قید دینامیکی ۱۳ و شرایط مرزی ۱۸ کمینه گردد.

$$\begin{aligned}
 z_1(0) &= q_0 & z_1(t_f) &= q_f \\
 z_2(0) &= 0 & z_2(t_f) &= 0
 \end{aligned} \quad (18)$$

$$z_3(0) = \Psi_0 \quad z_3(t_f) = \Psi_f$$

در این رابطه q_0 و Ψ_0 موقعیت پایه و لینک‌ها در لحظه صفر و q_f و Ψ_f موقعیت پایه و لینک‌ها در لحظه نهایی t_f می‌باشند. سرعت لینک‌ها در ابتدا و انتهای حرکت صفر در نظر گرفته می‌شود. در ادامه با تعریف بردار شبه حالت P ، به صورت ۱۹، تابع همیلتونین طبق معادله ۲۰ تعریف می‌شود.

$$P = \begin{bmatrix} z_4 \\ z_5 \\ z_6 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$H = L + P^T F \quad (20)$$

با جایگذاری روابط ۱۵، ۱۷ و ۱۹ در معادله ۲۰ تابع همیلتونین به صورت ۲۱ نوشته می‌شود.

$$\begin{aligned}
 H &= \frac{1}{2} (Z^T W Z + u^T R u) + z_4^T z_2 \\
 &+ z_5^T M^{-1} [u - c] - z_6^T D z_2
 \end{aligned} \quad (21)$$

حال با استفاده از قضیه اساسی حساب تغییرات و با توجه به اینکه محدودیتی روی مقدار کنترل وجود ندارد، برای کمینه شدن تابع هدف J باید معادلات ۲۲ تا ۲۴ برآورده شود [۲۶].

$$\dot{Z} = \frac{\partial H}{\partial P} \quad (22)$$

$$\dot{P} = - \frac{\partial H}{\partial Z} \quad (23)$$

$$0 = \frac{\partial H}{\partial u} \quad (24)$$

در رابطه ۲۲ با مشتق گرفتن از تابع همیلتونین نسبت به بردار شبه حالت P همان معادلات دینامیکی سیستم که در رابطه ۱۳ بیان شد، به دست می‌آید که به عنوان قید دینامیکی مسئله کنترل بهینه در نظر گرفته می‌شود. این معادلات قیدی در مسئله کنترل بهینه معادلات حالت سیستم نامیده می‌شوند. در رابطه ۲۳ نیز با

$$\begin{cases} M(\Psi, q) \dot{q} + c(\Psi, q, \dot{q}) = u \\ \dot{\Psi} = -D(\Psi, q) \dot{q} \end{cases} \quad (11)$$

حال با تعریف متغیرهای حالت به صورت ۱۲، که در آن $Z \in R^{2N+3}$ است، معادلات دینامیکی سیستم به فرم فضای حالت به صورت معادله ۱۳ بیان می‌شود.

$$Z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \\ \Psi \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\dot{Z} = \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_2 \\ M^{-1}(z_1, z_3) [u - c(z_1, z_2, z_3)] \\ -D(z_1, z_3) z_2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

که در حالت فشرده به صورت ۱۴ در خواهد آمد.

$$\dot{Z} = F(Z, u) \quad (14)$$

$$F = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_2 \\ M^{-1} [u - c] \\ -D z_2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

۲-۲. طراحی مسیر بهینه برای ربات فضایی

در این بخش، طراحی مسیر بهینه ربات فضایی به صورت یک مسئله کنترل بهینه بیان می‌شود. کنترل بهینه یک سیستم تعیین مقادیر کنترل (نیرو و یا گشتاور اعمالی توسط موتورها) است، به گونه‌ای که یک تابع هدف را مینیموم کند و همزمان قیود حاکم بر مسئله و شرایط مرزی را نیز ارضا نماید. در اینجا رابطه ۱۳ که بیانگر معادلات دینامیکی ربات فضایی در فرم فضای حالت است، به عنوان معادله قیدی مسئله در نظر گرفته می‌شود. به منظور ارزیابی عملکرد سیستم، انتخاب یک معیار عملکرد ضروری است. مسئله، یافتن بردار حالت Z و گشتاور ورودی u به گونه‌ای است که طی آن تابعی ۱۶ کمینه گردد.

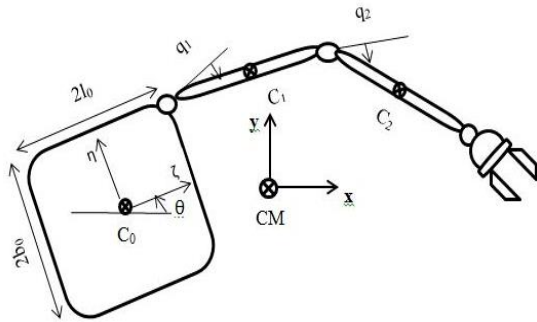
$$J = \int_{t_0}^{t_f} L(Z(t), u(t), t) dt \quad (16)$$

که در آن تابع هدف L به صورت رابطه ۱۷ تعریف می‌شود.

$$L = \frac{1}{2} (Z^T W Z + u^T R u) \quad (17)$$

در این رابطه Z بردار فضای حالت و u بردار گشتاور ورودی سیستم، W ماتریس وزنی مربوط به حالت‌ها و R ماتریس وزنی کنترل است. ماتریس‌های وزنی را می‌توان به صورت قطری $W = \text{diag}(W_1, W_2, W_3)$ و $R = \text{diag}(r_1, \dots, r_n)$ در نظر گرفت که

می‌توان برای یک ربات فضایی با مینیولاتور N لینکی نیز بدون محدودیت اعمال کرد. ابعاد پایه $2l_0 \times 2b_0$ می‌باشد. طول لینک اول L_1 و طول لینک دوم هم L_2 است. همچنین b_1 و b_2 نصف طول لینک اول و دوم می‌باشند. جرم پایه، لینک اول و دوم به ترتیب m_0, m_1 و m_2 و جرم کلی سیستم M است.



شکل ۲. مدل دینامیکی ربات فضایی شناور - آزاد

۳-۱. استخراج معادلات دینامیکی

سیستم شامل دو لینک است که توسط مفصل‌های چرخشی به پایه (فضایما) متصل شده‌اند؛ بنابراین درجه آزادی مینیولاتور ۲ می‌باشد. پایه ربات نیز که در صفحه حرکت می‌کند شامل ۳ درجه آزادی (دو درجه انتقالی و یک درجه دورانی) می‌باشد. بنابراین در مجموع سیستم دارای ۵ درجه آزادی است. با قراردادن دستگاه مختصات مرجع در مرکز جرم کلی سیستم دو درجه آزادی از درجه آزادی انتقالی پایه ربات به دلیل ثابت بودن ممتمن خطی سیستم کاهش می‌یابد. جهت‌گیری فضایما با زاویه θ و زاویه مفصل‌ها با بردار $q=[q_1, q_2]$ نشان داده می‌شود. با قراردادن مبدأ دستگاه x-y، که همان دستگاه مرجع می‌باشد، در مرکز جرم کلی سیستم به استخراج معادلات دینامیکی سیستم، با استفاده از روش لاگرانژ پرداخته می‌شود. در ابتدا باید انرژی جنبشی سیستم محاسبه شود. برای مشخص بودن انرژی جنبشی باید مکان مرکز جرم هر جسم نسبت به دستگاه مرجع x-y مشخص شود. با انتخاب دستگاه مختصات محلی $\zeta - \eta$ که به پایه متصل است و قرار دادن مرکز آن در C_0 ، ابتدا محل مرکز جرم هر جسم، نسبت به این دستگاه با استفاده از رابطه ۲۸، ۲۹ و ۳۰ به دست می‌آید. C_0 ، C_1 و C_2 به ترتیب مرکز جرم پایه، لینک اول و لینک دوم می‌باشند.

$$C_0 \rightarrow \zeta_0 = 0, \eta_0 = 0 \quad (28)$$

مشتق گرفتن از تابع همیلتونین نسبت به متغیرهای حالت معادلات شبه‌حالت که شامل $2N+3$ معادله می‌باشد، به صورت رابطه ۲۵ به دست می‌آید.

$$\dot{z}_4 = -\frac{\partial H}{\partial z_1} = -W_1 z_1 - \frac{\partial}{\partial z_1} (z_5^T M^{-1} [u - c]) + \frac{\partial}{\partial z_1} (z_6^T D z_2)$$

$$\dot{z}_5 = -\frac{\partial H}{\partial z_2} = -W_2 z_2 - z_4 + \frac{\partial}{\partial z_2} (z_5^T M^{-1} c) + D^T z_6 \quad (25)$$

$$\dot{z}_6 = -\frac{\partial H}{\partial z_3} = -W_3 z_3 - \frac{\partial}{\partial z_3} (z_5^T M^{-1} [u - c]) + \frac{\partial}{\partial z_3} (z_6^T D z_2)$$

با استفاده از رابطه ۲۴، قانون کنترل بهینه به صورت ۲۶ به دست می‌آید.

$$u = -R^{-1} M^{-1} z_5 \quad (26)$$

در صورت وجود محدودیت روی مقادیر کنترل، براساس اصل مینیموم پونترباگن قانون کنترل بهینه به صورت معادله ۲۷ بیان خواهد شد [۲۶].

$$u = \begin{cases} U_{\max} & u > U_{\max} \\ -R^{-1} M^{-1} z_5 & U_{\max} \leq u \leq U_{\min} \\ U_{\min} & u < U_{\min} \end{cases} \quad (27)$$

که در آن U_{\min} و U_{\max} به ترتیب حد بالا و حد پایین مقادیر کنترل می‌باشند. با جایگذاری گشتاور بهینه حاصل از رابطه ۲۶ یا ۲۷ در معادلات دیفرانسیل حالت ۱۳ و شبه‌حالت ۲۵، شرایط بهینگی به صورت $4N+6$ معادلات دیفرانسیل مرتبه اول غیرخطی به دست می‌آید که در کنار شرایط مرزی بیان شده در رابطه ۱۸ یک مسئله مقدار مرزی دو نقطه‌ای حاصل می‌شود، که حل آن مسیر بهینه را نتیجه می‌دهد.

۳. شبیه‌سازی ربات فضایی شناور - آزاد دو لینکی

در این بخش جزئیات استخراج معادلات دینامیکی، شرایط بهینگی و قانون کنترل بهینه برای یک ربات فضایی شناور - آزاد با یک مینیولاتور دو لینکی ارائه می‌شود. در شکل ۲ مدل صفحه‌ای ربات فضایی شناور - آزاد نمایش داده شده است. با انتخاب مدل صفحه‌ای پیچیدگی مسئله کم می‌شود و جزئیات معادلات بهینه را بهتر می‌توان نشان داد. روش ارائه شده یک روش کلی است و

$$x_1 = \cos \theta [[b_1 \cos(q_1) + L_0] \left(1 - \frac{m_1}{M} \right) - [L_1 \cos(q_1) + b_2 \cos(q_1 + q_2) + L_0] \frac{m_2}{M}] \quad (36)$$

$$- \sin \theta [[b_1 \sin(q_1) + b_0] \left(1 - \frac{m_1}{M} \right) - [L_1 \sin(q_1) + b_2 \sin(q_1 + q_2) + b_0] \frac{m_2}{M}]$$

$$y_1 = \sin \theta [[b_1 \cos(q_1) + L_0] \left(1 - \frac{m_1}{M} \right) - [L_1 \cos(q_1) + b_2 \cos(q_1 + q_2) + L_0] \frac{m_2}{M}] \quad (37)$$

$$+ \cos \theta [[b_1 \sin(q_1) + b_0] \left(1 - \frac{m_1}{M} \right) - [L_1 \sin(q_1) + b_2 \sin(q_1 + q_2) + b_0] \frac{m_2}{M}]$$

$$x_2 = \cos \theta [L_1 \cos(q_1) + L_0 + b_2 \cos(q_1 + q_2) - \frac{m_1}{M} [b_1 \cos(q_1) + L_0] - \cos \theta [L_1 \cos(q_1) + b_2 \cos(q_1 + q_2) + L_0] \frac{m_2}{M} - \sin \theta [L_1 \sin(q_1) + b_0 + b_2 \sin(q_1 + q_2) - \frac{m_1}{M} [b_1 \sin(q_1) + b_0]] \quad (38)$$

$$- \sin \theta [L_1 \sin(q_1) + b_2 \sin(q_1 + q_2) + b_0] \frac{m_2}{M}$$

$$y_2 = \sin \theta [L_1 \cos(q_1) + L_0 + b_2 \cos(q_1 + q_2) - \frac{m_1}{M} [b_1 \cos(q_1) + L_0] - \sin \theta [L_1 \cos(q_1) + b_2 \cos(q_1 + q_2) + L_0] \frac{m_2}{M} + \cos \theta [L_1 \sin(q_1) + b_0 + b_2 \sin(q_1 + q_2) - \frac{m_1}{M} [b_1 \sin(q_1) + b_0]] \quad (39)$$

$$+ \cos \theta [L_1 \sin(q_1) + b_2 \sin(q_1 + q_2) + b_0] \frac{m_2}{M}$$

با به دست آمدن x_i و y_i و مشتق گرفتن از آنها نسبت به زمان سرعت مرکز جرم هر جسم نسبت به دستگاه مرجع به دست می‌آید، لذا با داشتن سرعت‌ها می‌توان انرژی جنبشی هر جسم را با استفاده از روابط ۴۰، ۴۱ و ۴۲ به دست آورد.

$$T_0 = \frac{1}{2} m_0 (\dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2) + \frac{1}{2} [I_0 + m_0 (x_0^2 + y_0^2)] \dot{\theta}^2 \quad (40)$$

$$T_1 = \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) + \frac{1}{2} [I_1 + m_1 (x_1^2 + y_1^2)] (\dot{\theta} + \dot{q}_1)^2 \quad (41)$$

$$C_1 \rightarrow \zeta_1 = L_0 + b_1 \cos(q_1) \quad (29)$$

$$\eta_1 = b_0 + b_1 \sin(q_1)$$

$$C_2 \rightarrow \zeta_2 = L_0 + L_1 \cos(q_1) + \cos(q_1 + q_2) \quad (30)$$

$$\eta_2 = b_0 + L_1 \sin(q_1) + b_2 \cos(q_1 + q_2)$$

مختصات مرکز جرم کلی سیستم با استفاده از رابطه ۳۱ و ۳۲ به دست می‌آید.

$$\zeta_{CM} = \frac{m_1 \zeta_1 + m_2 \zeta_2}{M} = [b_1 \cos(q_1) + L_0] \frac{m_1}{M} \quad (31)$$

$$+ [b_2 \cos(q_1 + q_2) + L_1 \cos(q_1) + L_0] \frac{m_2}{M}$$

$$\eta_{CM} = \frac{m_1 \eta_1 + m_2 \eta_2}{M} = [b_1 \sin(q_1) + b_0] \frac{m_1}{M} \quad (32)$$

$$+ [L_1 \sin(q_1) + b_2 \sin(q_1 + q_2) + b_0] \frac{m_2}{M}$$

دستگاه x-y نسبت به دستگاه $\zeta - \eta$ انتقالی به اندازه بردار $[\zeta_{CM} \ \eta_{CM}]^T$ و چرخشی به اندازه زاویه θ دارد، بنابراین رابطه بین دو دستگاه مختصات با استفاده از رابطه ۳۳ مشخص می‌شود.

با استفاده از این رابطه، مختصات مرکز جرمها C_0 ، C_1 و C_2 نسبت به دستگاه x-y با استفاده از روابط ۳۴، ۳۵، ۳۶، ۳۷، ۳۸ و ۳۹ مشخص می‌شود.

$$\begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta_i - \zeta_{CM} \\ \eta_i - \eta_{CM} \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$x_0 = \sin \theta [[b_1 \sin(q_1) + b_0] \frac{m_1}{M} + [L_1 \sin(q_1) + b_2 \sin(q_1 + q_2) + b_0] \frac{m_2}{M}] \quad (34)$$

$$- \cos \theta [[b_1 \cos(q_1) + L_0] \frac{m_1}{M} + [L_1 \cos(q_1) + L_0 + b_2 \cos(q_1 + q_2)] \frac{m_2}{M}]$$

$$y_0 = -\cos \theta [[b_1 \sin(q_1) + b_0] \frac{m_1}{M} + [L_1 \sin(q_1) + b_2 \sin(q_1 + q_2) + b_0] \frac{m_2}{M}] \quad (35)$$

$$- \sin \theta [[b_1 \cos(q_1) + L_0] \frac{m_1}{M} + [L_1 \cos(q_1) + L_0 + b_2 \cos(q_1 + q_2)] \frac{m_2}{M}]$$

برای مسئله طراحی مسیر بهینه در ابتدا و انتهای مسیر با توجه به رابطه ۱۸ به صورت ۵۰ تعریف می‌شود. در ادامه با تعریف مناسب بردار شبه‌حالت طبق معادله ۱۹، تابع همیلتون با استفاده از رابطه ۲۱ محاسبه می‌شود و با مشتق‌گیری از تابع همیلتون نسبت به متغیر کنترل u ، قانون کنترل بهینه طبق رابطه ۲۶ محاسبه می‌شود. همچنین با مشتق‌گیری از تابع همیلتون نسبت به شبه‌حالت‌ها، معادلات شبه‌حالت براساس معادلات ۲۵ محاسبه می‌شود. نهایتاً با جایگذاری تابع کنترل بهینه در معادلات حالت و شبه‌حالت ۱۰ معادله دیفرانسیل مرتبه اول غیرخطی حاصل می‌شود که در کنار ۱۰ شرط مرزی ۵۰ یک مسئله مقدار مرزی دو نقطه‌ای به دست می‌آید. برای حل این مسئله از دستور bvp4c نرم‌افزار متلب استفاده می‌شود.

$$z_1 = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix}, z_2 = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix}, z_3 = \theta \quad (49)$$

$$z_1(0) = \begin{bmatrix} q_{10} \\ q_{20} \end{bmatrix}, z_1(t_f) = \begin{bmatrix} q_{1f} \\ q_{2f} \end{bmatrix}$$

$$z_2(0) = z_2(t_f) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (50)$$

$$z_3(0) = \theta_0, z_3(t_f) = \theta_f$$

۴. نتایج شبیه‌سازی طراحی مسیر بهینه برای ربات

فضایی شناور - آزاد با بازوی دو لینکی

در این بخش شبیه‌سازی برای یک ربات فضایی شناور - آزاد با یک مینی‌باتور دو لینکی ارائه می‌شود. شبیه‌سازی برای دو حالت انجام می‌گیرد: در حالت اول مسیر بهینه با شرایط مرزی و پارامترهای موجود در مثال مرجع [۷] انجام و نتایج مقایسه می‌شوند. در مرجع [۷] روشی ارائه شده که در آن تابع حرکت مفاصل به صورت چندجمله‌ای در نظر گرفته می‌شود و سپس با استفاده از روش‌های بهینه‌سازی، مسیر حرکت ربات به گونه‌ای به دست می‌آید که قیود حاکم بر سیستم و شرایط مرزی برآورده شود. مزیت اصلی این روش این است که همزمان هم بازوها و هم پایه از موقعیت اولیه به موقعیت مورد نظر می‌روند. حال آنکه در روش غیرمستقیم، که در مقاله حاضر ارائه شده است، علاوه بر اینکه قیود حاکم بر مسئله برآورده می‌شود، یک تابع هدف دیگر که مثلاً در اینجا گشتاور اعمالی موتورها بوده است، نیز کمینه می‌شود. در شبیه‌سازی دوم، برای شرایط مرزی مورد نظر، کارایی روش پیشنهادی در کاهش تغییرات وضعیت پایه نشان داده می‌شود.

$$T_2 = \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) + \frac{1}{2} [I_2 + m_2 (x_2^2 + y_2^2)] \quad (42)$$

با جایگذاری معادلات ۳۴ تا ۳۹ در معادلات ۴۰ تا ۴۲، تابع انرژی جنبشی هر جسم برحسب مختصات‌های تعمیم‌یافته q_1, q_2 و θ به دست می‌آید. با مجموع انرژی جنبشی هر جسم، انرژی جنبشی کل سیستم به دست می‌آید که نهایتاً با استفاده از معادله ۹ معادله دینامیکی سیستم به فرم ماتریسی به صورت رابطه ۴۳ بیان می‌شود.

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1(\dot{q}_1, \dot{q}_2) \\ c_2(\dot{q}_1, \dot{q}_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (43)$$

چون هیچ نیروی خارجی بر سیستم اعمال نمی‌شود، ممتمن خطی و زاویه‌ای سیستم پایدار بوده و ثابت است. چون در لحظه اول سیستم در حالت ساکن قرار دارد و سرعت اولیه آن صفر است، ممتمن خطی آن صفر می‌شود. ممتمن زاویه‌ای ربات فضایی به صورت رابطه ۴۴ بیان می‌شود.

$$K_i = r_i \times m_i \dot{r}_i + I_i \dot{w}_i \quad (44)$$

$$K = \sum_{i=0}^2 m_i (x_i \dot{y}_i - \dot{x}_i y_i) + I_i \dot{w}_i \quad (45)$$

با جایگذاری x_i, y_i و مشتقات آنها در رابطه ۴۵ بقای ممتمن زاویه‌ای برای سیستم ربات به شکل ۴۶ بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} & m_0 (x_0 \dot{y}_0 - \dot{x}_0 y_0) + I_0 \dot{\theta} + m_1 (x_1 \dot{y}_1 - \dot{x}_1 y_1) \\ & + I_1 (\dot{\theta} + \dot{q}_1) + m_2 (x_2 \dot{y}_2 - \dot{x}_2 y_2) \\ & + I_2 (\dot{\theta} + \dot{q}_1 + \dot{q}_2) = 0 \end{aligned} \quad (46)$$

سیستم از طریق بقای ممتمن زاویه‌ای مقید شده است که یک قید غیرهولونومیک برای سیستم می‌باشد و می‌بایست به عنوان یک معادله قیدی برای سیستم در نظر گرفته شود. با جایگذاری معادلات ۳۴ تا ۳۹ در ۴۶ سرعت زاویه‌ای پایه به صورت ۴۷ به دست می‌آید:

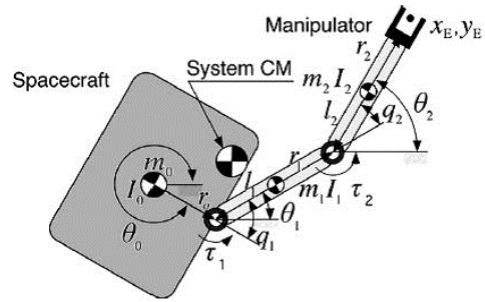
$$\dot{\theta} = D(q_1, q_2, \theta) \dot{q} \quad (47)$$

بنابراین معادلات دینامیکی حرکت برای ربات فضایی مورد نظر با احتساب قید سیستم به صورت ۴۸ بیان می‌شود:

$$\begin{cases} M_{11} \ddot{q}_1 + M_{12} \ddot{q}_2 + c_1 = u_1 \\ M_{21} \ddot{q}_1 + M_{22} \ddot{q}_2 + c_2 = u_2 \\ \dot{\theta} = -D(\theta, q_1, q_2) \dot{q} \end{cases} \quad (48)$$

با تعریف بردار متغیرهای حالت به صورت ۴۹، معادلات دینامیکی ۴۸ را می‌توان به فرم ۱۳ استخراج کرد. شرایط مرزی

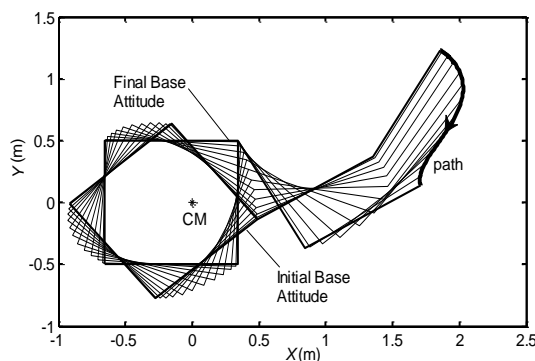
متوقف می‌شوند. وضعیت پایه و مسیر طی‌شده توسط پنجه مینیولاتور در این شکل نمایش داده شده است. نمودارهای مربوط به موقعیت زاویه مفصل اول و دوم بازوی ربات در شکل ۵ و شکل ۶ رسم شده است. همان‌طور که در شکل‌ها مشاهده می‌شود، منحنی‌های رسم‌شده ربات مسیر همواری را طی کرده است. نمودارهای مربوط به سرعت زاویه‌ای مفصل اول و دوم بازوی ربات در شکل‌های ۷ و ۸ رسم شده است. در این دو شکل نمودار سرعت زاویه‌ای تقریبی ارائه شده در مرجع [۷] نیز نمایش داده شده است. همان‌طور که در شکل‌های ۷ و ۸ مشخص است، ماکزیمم سرعت زاویه‌ای مفصل اول و دوم در روش غیرمستقیم نسبت به ماکزیمم سرعت زاویه‌ای این مفاصل در مرجع [۷] بسیار کمتر است، اما روند تغییرات تقریباً یکسان می‌باشد. همان‌طور که در شکل‌ها مشاهده می‌شود، منحنی‌های به‌دست آمده هموار بوده و سرعت بازوها در شروع و پایان حرکت صفر می‌باشد، بنابراین شرایط مرزی به طور دقیق برآورده شده است.



شکل ۳. سیستم ربات فضایی شناور - آزاد [۷]

جدول ۱. پارامترهای سیستم [۷]

جسم	طول متر	شعاع متر	جرم کیلوگرم	ممان اینرسی کیلوگرم متر مربع
پایه	-	۰/۵	۴۰۰	۶۶/۶۷
لینک اول	۱	۰/۵	۴۰	۳/۳۳
لینک دوم	۱	۰/۵	۳۰	۲/۵۰



شکل ۴. مسیر حرکت مجری نهایی و ربات فضایی در صفحه X-Y

نمودارهای مربوط به وضعیت پایه و سرعت زاویه‌ای پایه در طی مسیر بهینه برحسب زمان در شکل‌های ۹ و ۱۰ نمایش داده شده است. در شکل ۱۰ نمودار سرعت زاویه‌ای پایه نیز نمایش داده شده است. نهایتاً نمودار گشتاور بهینه وارد بر مفصل بازوهای ربات در شکل‌های ۱۱ و ۱۲ رسم شده است. در این دو شکل نمودار تقریبی گشتاور مفصل‌ها، ارائه شده در مرجع [۷] نیز نمایش داده شده است. همان‌گونه که در شکل‌های ۱۱ و ۱۲ مشاهده می‌شود، گشتاور حاصل از روش غیرمستقیم نسبت به مرجع [۷] بسیار کمتر است. ماکزیمم گشتاور مفصل اول و دوم در مرجع [۷] به ترتیب حدود ۴ و ۱/۵ می‌باشد، در صورتی که این مقادیر در روش غیرمستقیم حدود ۲ و ۱/۲ است. این نتیجه از قبل قابل

در اینجا مسئله، یافتن یک مسیر بهینه است که فقط با استفاده از محرک‌های مفصل بازوها بتواند پیکربندی اولیه سیستم را به پیکربندی نهایی رساند. مسیر به‌دست آمده، مسیر بهینه است که طی آن تابع هدف $r_1 u_1^2 + r_2 u_2^2$ ، که شامل گشتاورهای وارده بر مفصل بازوها باشد، را مینیموم می‌کند.

۴-۱. طراحی مسیر ربات در حرکت نقطه به نقطه

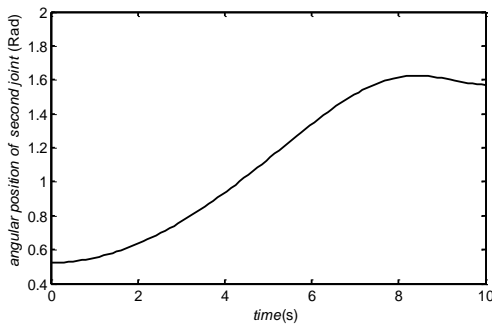
در این مثال، مجری نهایی ربات به موقعیت جدید و همزمان وضعیت پایه ربات حرکت می‌کند و به وضعیت مطلوب می‌رسد. پیکربندی اولیه سیستم $(\theta_0, q_1, q_0)^{in} = (-50, 80, 30)^\circ$ و پیکربندی نهایی سیستم $(\theta_0, q_1, q_0)^{fin} = (0, -60, 90)^\circ$ می‌باشد (طبق مرجع [۷]). تمامی زاویه‌ها برحسب درجه بیان می‌شوند. مدت زمان حرکت برای ربات ۱۰ ثانیه در نظر گرفته شده است. ماتریس وزنی بردار حالت برابر $W = \text{diag}(0, \dots, 0)_{5 \times 5}$ و ماتریس وزنی کنترل ورودی برابر با $R = \text{diag}(1, 1)$ می‌باشد. با حل معادلات حاصل در بخش قبل، مسیر بهینه برای حرکت نقطه به نقطه ربات فضایی شناور - آزاد به صورت شکل ۴ به‌دست می‌آید. همان‌طور که در این شکل مشخص است، مرکز جرم کل ربات در حین حرکت ثابت است و در نقطه $(0, 0)$ قرار دارد. پایه و بازوها از وضعیت اولیه شروع به حرکت می‌کنند و نهایتاً در وضعیت نهایی

را نمایش می‌دهد. در این حالت، ابتدا پایه ربات در وضعیت افقی قرار دارد که پس از حرکت، باید در حالت افقی باقی بماند. تمامی زوایاها برحسب درجه‌اند. مدت زمان حرکت برای ربات ۱۰ ثانیه در نظر گرفته شده است. ماتریس وزنی بردار حالت برابر با $W = \text{diag}(0, \dots, 0)_{5 \times 5}$ و ماتریس وزنی کنترل ورودی برابر با $R = \text{diag}(1, 1)$ است. در این مثال هدف کاهش تغییرات وضعیت پایه با استفاده از تابع وزن مربوط به متغیر θ است. در شکل ۱۳ حرکت ربات فضایی شناور-آزاد در این حالت نشان داده شده است.

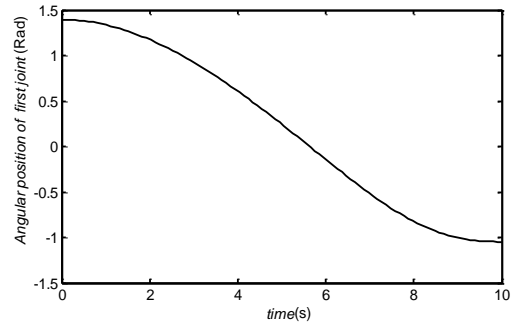
پیش‌بینی بود؛ زیرا در روش پیشنهادی علاوه بر اینکه ربات شرایط مرزی و معادلات قیدی حاکم بر مسئله را برآورده می‌کند، مسیر بهینه با صرف کمترین گشتاور به دست می‌آید.

۴-۲. کاهش تغییرات حرکت پایه

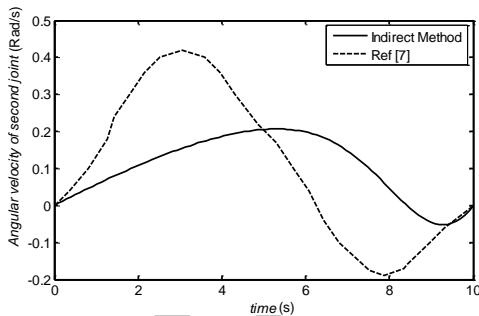
در این مثال مجری نهایی ربات به یک موقعیت جدید حرکت می‌کند، در حالی که پایه ربات بایستی به نقطه ابتدایی خود برگردد. شکل ۱۳ مسیر حرکت بهینه ربات از نقطه ابتدایی به نقطه نهایی



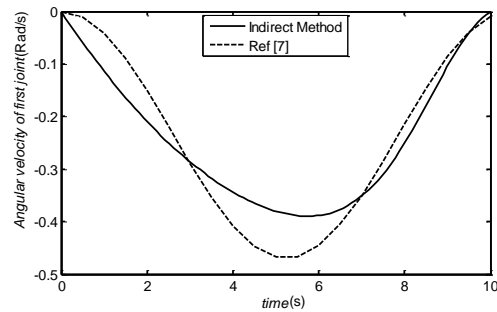
شکل ۶. زاویه مفصل دوم برحسب زمان



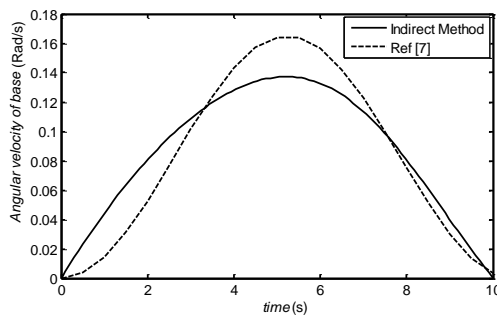
شکل ۵. زاویه مفصل اول برحسب زمان



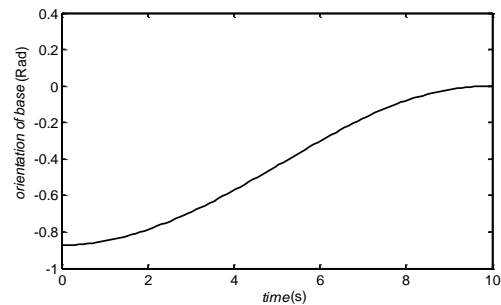
شکل ۸. سرعت زاویه‌ای مفصل دوم برحسب زمان



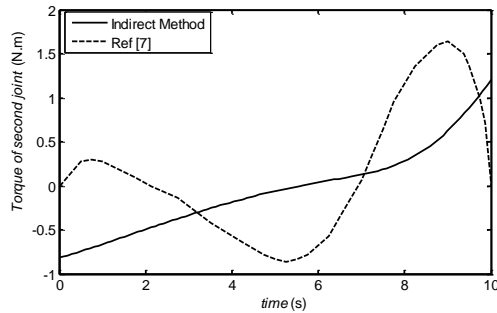
شکل ۷. سرعت زاویه‌ای مفصل اول برحسب زمان



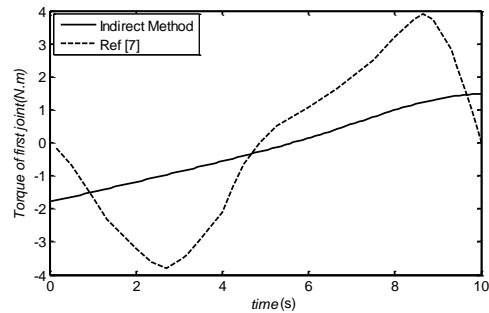
شکل ۱۰. سرعت زاویه‌ای پایه برحسب زمان



شکل ۹. چرخش پایه برحسب زمان



شکل ۱۲. گشتاور لازم برای حرکت مفصل دوم



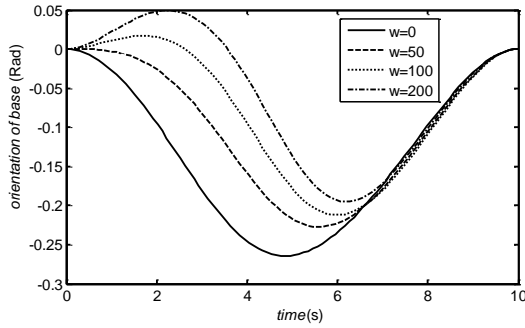
شکل ۱۱. گشتاور لازم برای حرکت مفصل اول

طراحی مسیر به روش پیشنهادی در ابتدا به صورت کلی و جامع برای یک مدل عمومی از ربات فضایی ارائه شد. سپس با استخراج معادلات برای یک ربات فضایی دو لینکی سعی شد جزئیات نحوه استخراج معادلات بهتر نمایش داده شود. شبیه‌سازی در دو حالت انجام شد: در حالت اول نتایج به دست آمده با نتایج ارائه شده در مقالات قبلی مقایسه و کاهش قابل ملاحظه گشتاور مصرفی نمایش داده شد. در ربات‌های فضایی به دلیل محدودیت منابع انرژی، کاهش مصرف انرژی بسیار اهمیت دارد. در شبیه‌سازی دوم تأثیر تغییر تابع عملکرد از طریق تغییر توابع وزنی مربوطه در مسیر بهینه به دست آمده نمایش داده شد. به طور کلی کاهش حرکت پایه در حین حرکت بازوها در ربات‌های فضای اهمیت زیادی دارد. همان‌طور که در مقدمه اشاره شد، برای ثابت نگه داشتن وضعیت پایه در بعضی از انواع ربات‌های فضایی از جت‌های واکنش، پیش‌ران‌ها یا چرخ‌های واکنش استفاده می‌شود. اما در ربات‌های شناور - آزاد، که امکان استفاده از این المان‌ها نیست، حرکت پایه جهت برقراری قانون ممنتوم خطی و زاویه‌ای اجتناب‌ناپذیر است. در شبیه‌سازی دوم نشان داده شد که اگرچه نمی‌توان پایه را کاملاً ثابت نگه داشت، اما می‌توان با انتخاب مناسب تابع عملکرد حرکت پایه را کاهش داد. البته این کاهش حرکت پایه سبب افزایش گشتاور اعمالی موتورها می‌شود. در کار آتی طراحی مسیر ربات‌های فضایی وضعیت ثابت که در آن از چرخ‌های واکنش جهت ثابت نگه داشتن پایه استفاده می‌شود، انجام می‌گیرد.

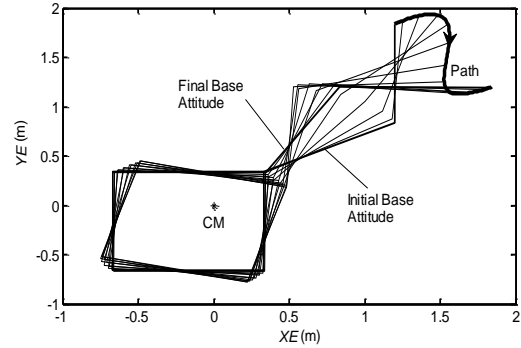
در ادامه تأثیر تابع وزنی مربوط به وضعیت پایه ربات θ ؛ یعنی در تغییرات حرکت پایه ربات بررسی می‌شود. شکل ۱۴ کاهش تغییرات وضعیت پایه ربات را به ازای $w_5=200$, $w_5=0$, $w_5=50$ و $w_5=100$ نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با افزایش مقدار w_5 حرکت پایه ربات کمتر می‌شود. در اینجا نه تنها پایه نهایتاً به وضعیت اولیه خود بازمی‌گردد، که در طول حرکت نیز می‌توان با تغییر تابع وزن مربوطه، تغییرات وضعیت پایه ربات را تا حدی کاهش داد، که این در کنترل ربات فضایی شناور - آزاد و قرار گرفتن پایه ربات در وضعیت مطلوب بسیار اهمیت دارد. نمودار گشتاور بهینه وارد بر مفصل بازوهای ربات به ازای $w_5=50$, $w_5=100$, $w_5=200$, $w_5=0$ ، در شکل‌های ۱۵ و ۱۶ رسم شده است. همان‌گونه که در شکل‌های ۱۵ و ۱۶ مشاهده می‌شود، گشتاور وارد بر مفاصل بازوهای ربات، با افزایش w_5 افزایش می‌یابد. این بدان معناست که جهت کاهش تغییرات وضعیت پایه ربات به گشتاور بیشتری نیاز است.

۵. نتیجه‌گیری

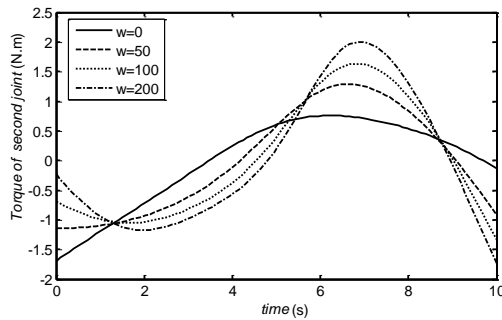
در این مقاله روشی جدید براساس حل غیرمستقیم مسئله کنترل بهینه برای طراحی مسیر بهینه ربات‌های فضایی ارائه شد. تمامی روش‌های قبلی در این زمینه براساس روش مستقیم بودند که یک حل تقریبی از مسئله ارائه می‌کنند. در روش پیشنهادی علاوه بر اینکه کلیه قیود حاکم بر مسئله برآورده می‌شود، تابع عملکرد مطلوب نیز کمینه می‌گردد و حل دقیقی به دست می‌آید. مسئله



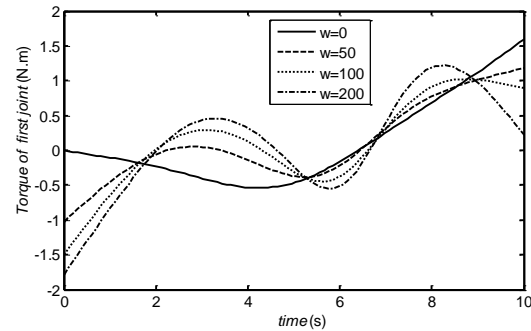
شکل ۱۴. تغییرات چرخش پایه ربات با تغییر w_5



شکل ۱۳. مسیر حرکت مجری نهایی در صفحه X-Y



شکل ۱۶. تغییرات گشتاور مفصل دوم ربات با تغییر w_5



شکل ۱۵. تغییرات گشتاور مفصل اول ربات با تغییر w_5

۶. مأخذ

- [1] W. Xu, B. Liang, Y. Xu, "Survey of modeling, planning, and ground verification of space robotic systems." *Acta Astronautica*, 68(11), 2011, pp. 1629-1649.
- [2] From P. J., J. T. Gravdahl, K. Y. Pettersen, *Vehicle-Manipulator Systems*, Springer Link, Book chapter, 2014, pp. 325-354.
- [3] Vafa, Z., S. Dubowsky. "The kinematics and dynamics of space manipulators: the virtual manipulator approach." *The Int Journal of Robotics Research*, 9(4), 1990, pp. 3-21.
- [4] Torres, M. A., S. Dubowsky. "Minimizing spacecraft attitude disturbances in space manipulator systems." *Journal of guidance, control, and dynamics*, 15(4), 1992, pp. 1010-1017.
- [5] Yoshida, K., K. Hashizume, S. Abiko. "Zero reaction maneuver: flight validation with ETS-VII space robot and extension to kinematically redundant arm." *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Piscataway, USA, 2001, pp. 441-446.
- [6] Papadopoulos, E., I. Tortopidis, K. Nanos. "Smooth planning for free-floating space robots using polynomials." *Proceedings of the IEEE Int. Conference on Robotics and Automation*, Barcelona, Spain, 2005, pp. 4272-4277.
- [7] Tortopidis, I., E. Papadopoulos. "On point-to-point motion planning for underactuated space manipulator systems." *Robotics and Autonomous Systems*, 55(2), 2007, pp. 122-131.
- [8] Huang, P., Y. Xu. "Pso-based time-optimal trajectory planning for space robot with dynamic constraints." *IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics*, 2006, pp. 1402-1407.
- [9] Huang, P., Y. Xu, B. Liang. "Minimum-torque path planning of space robots using genetic algorithms." *International Journal of Robotics and Automation*, 21(3), 2006, pp. 229-236.
- [10] Oki, T., H. Nakanishi, K. Yoshid, "Time-optimal manipulator control of a free-floating space robot with constraint on reaction torque."

- International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2008, pp. 2828-2833.
- [11] Kim, Y. M., B. K. Kim. "Energy-Efficient Trajectory Generation for Space Manipulators with Reaction Wheels under a Fixed Base Orientation." *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 76(2), 2014, pp. 219-237.
- [12] Xu, W., C., X. Li, Y. Wang, B. Liu, Y. Liang. "Study on non-holonomic cartesian path planning of a free-floating space robotic system." *Advanced Robotics*, 23(1-2), 2009, pp. 113-143.
- [13] Xu, W., et al. "The Cartesian path planning of free-floating space robot using particle swarm optimization." *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 5(3), 2008, pp. 301-310.
- [14] Zhang, F., et al. "Point-to-point planning for free-floating space manipulator with zero-disturbance spacecraft attitude." *IEEE International Conference on Information and Automation*, 2012, pp. 142-147.
- [15] Moosavian, S. A. A, A. Daneshvar, M. Moradi. "Reactionless path planning for mobile robots." *modares mechanical engineering*, 11(1), 2011, pp. 41-49 (in Persian).
- [16] Zhuang, Y., H. Huang, "Time-optimal trajectory planning for under actuated spacecraft using a hybrid particle swarm optimization algorithm." *Acta Astronautica*, 94(1), 2014, pp. 690-698.
- [17] Wang, M., J. Luo, U. Walter. "Trajectory planning of free-floating space robot using Particle Swarm Optimization (PSO)." *Acta Astronautica*, 112(1), 2015, pp. 77-88.
- [18] Chettibi, T., H. E. Lehtihet, M. Haddad, S. Hanchi, "Minimum cost trajectory planning for industrial robots." *European Journal of Mechanics A/Solids*, 23(4), 2004, pp. 703-715.
- [19] Callies, R., P. Rentrop. "Optimal Control of Rigid-Link Manipulators by Indirect Methods." *GAMM-Mitteilungen*, 31(1), 2008, pp. 27-58.
- [20] Korayem, M. H., A. Nikoobin. "Maximum Payload for Flexible Joint Manipulators in Point-to-Point Task Using Optimal Control Approach." *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 38 (9-10), 2008, pp. 1045-1060.
- [21] Boscariol, P., A. Gasparetto. "Model-based trajectory planning for flexible-link mechanisms with bounded jerk." *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 29(4), 2013, pp. 90-99.
- [22] Mashadi, B., M. Majidi. "Global optimal path planning of an autonomous vehicle for overtaking a moving obstacle." *Latin American Journal of Solids and Structures*, 11(14), 2014, pp. 2555-2572.
- [23] Korayem, M. H., H. N. Rahimi, A. Nikoobin, "Mathematical Modeling and Trajectory Planning of Mobile Manipulators with Flexible Links and Joints." *Applied Mathematical Modelling*, 36(7), 2012, pp. 3229-3244.
- [24] Korayem, M. H., H. N. Rahimi, A. Nikoobin, "Path Planning of Mobile Elastic Robotic Arms by Indirect Approach of Optimal Control." *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 8(1), 2011, pp. 10-20.
- [25] Jarzębowska, E., K. Pietrak. "Constrained mechanical systems modeling and control: A free-floating space manipulator case as a multi-constrained system." *Robotics and Autonomous Systems*, 62(10), 2014, pp. 1353-1360.
- [26] Kirk, D. E., *Optimal control theory: an introduction*, New York: Dover, 2004.

پی نوشت

1. space craft

2. manipulator

3. Pose-Fixed mode

4. attitude

5. free-flying mode

6. thruster

7. attitude-controlled mode

8. free-floating mode

9. reaction jet

10. end-effector

11. virtual manipulator (VM)

12. dynamically equivalent manipulator (DEM)

13. generalized jacobian matrix (GJM)

14. disturbance map (DM)

15. PSO

16. manipulation

17. legendre pseudos pectral

18. B-spline

Archive of SID