بررسی پارامترهای میدان تنش در یک صفحهٔ تقویتشدهٔ ترکدار تحت مود ترکیبی ۱/۱

مهناز ذاکری'، ابوالفضل جعفری' ۱ استادیار، دانشکدهٔ مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجهنصیرالدین طوسی، تهران، m.zakeri@kntu.ac.ir ۲ دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکدهٔ مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجهنصیرالدین طوسی، تهران

> تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۰۶/۱۶ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۱۰/۲۲

چکیدہ

صفحات نازک تقویتشده بهطور گستردهای در صنایع مهندسی به کار گرفته میشوند. وجود ترک عامل مهمی در واماندگی این گونه سازمهاست که میتواند به تخریب سازه در زمانی کمتر نسبت به کارکرد واقعی آن در حالت بدون ترک منجر شود. در این مقاله، ضرایب شدت تنش مودهای اول و دوم شکست برای صفحهٔ نازک تقویتشدهٔ ایزو گرید با شبکهبندی لوزی و تقویت کنندههایی با مقطع T شکل، تحت شرایط بارگذاری تک محوری و دومحوری مورد مطالعه قرار گرفته است تا تفاوت آن با صفحات ساده مشخص شود. صفحهٔ تقویتشدهٔ مستطیلی دارای ۲۲ ریب تقویتی با زاویهٔ ۶۰ درجه نسبت به محور عرضی است. بهمنظور مدلسازی صفحات تقویتشده، صفحه و تقویت کنندهها بهصورت یکنواخت با هم مونتاژ شدهاند. مدلسازی و تحلیل با استفاده از نرمافزار اجزای محدود آباکوس صورت گرفته و تأثیر شدهاند. مدلسازی و تحلیل با استفاده از نرمافزار اجزای محدود آباکوس صورت گرفته و تأثیر شدهاند. مدلسازی و تحلیل با استفاده از نرمافزار اجزای محدود آباکوس صورت گرفته و تأثیر شده مختلف مثل طول و زاویهٔ ترک و همچنین حالات متنوع بارگذاری بر ضرایب شدت تنش در صفحهٔ تقویتشدهٔ مشبک بررسی میشود. نتایج نشان می دهد که هر یک از متغیرهای مورد بررسی تأثیر قابل توجهی بر ضرایب شدت تنش دارند. همچنین با تغییر زاویهٔ ترک و یا در حالتهای مختلف بارگذاری، ضرایب شدت تنش دارند. همچنین با تغییر زاویهٔ

واژگان کلیدی

مود ترکیبی I/II، ترک مرکزی، تقویتکننده، ایزوگرید، شبکهبندی لوزی

۱. مقدمه

صفحات مشبک تقویتشده با شبکهبندیهای گوناگون بهدلیل دارابودن نسبت استحکام به وزن قابل توجه نسبت به سایر صفحات و همچنین توان باربری بسیار بالا، طی سالیان اخیر

کاربردهای فراوانی در صنایع گوناگون از جمله صنایع دریایی، خودروسازی، هستهای، مخازن تحت فشار و بهویژه صنایع هوافضا داشتهاند. صفحات تقویتشده با شبکهبندی لوزی، موسوم به انگل

گرید میباشند و در واقع میتوان آن را حالتی خاص از صفحات مشبک ایزوگرید^۲ نامید. ترکهای ناشی از خستگی، جوشکاری و یا ضربه می تواند منجر به واماندگی و شکست در این نوع سازهها گردد. وجود ترک در صفحات تقویتشده میتواند رفتار مکانیکی آن را از جنبههای گوناگون تحت تأثیر قرار دهد و موجب کاهش قابل ملاحظهای در مقاومت نهایی این گونه سازمها شود. حساسیت قابل توجه استحكام صفحات نسبت به وجود نواقصى چون ترك، از اهمیت بسیار بالایی در تأمین ایمنی سازه برخوردار است. تحلیل استحكام این نوع سازهها در صورت وجود ترک بهمراتب پیچیدهتر از صفحات تقویتنشده است و با توجه به کارگیری روزافزون انواع صفحات مشبک با شبکههای مختلف مانند لوزی، مثلث و ششضلعی توسط مهندسان طراح، بررسی رفتار این نوع سازهها تحت تأثیر وجود ترک نیازمند تحلیلهای عددی و تجربی است. ضریب شدت تنش یکی از مهمترین پارامترهای مورد بررسی در مکانیک شکست است. در تحلیل مسائل مکانیک شکست، محاسبهٔ ضرایب شدت تنش با توجه به انواع هندسه و بارگذاریها از جایگاه ویژهای برخوردار است. با استفاده از این ضرایب میتوان ایمنی قطعه و میزان نرخ رشد ترک را برآورد کرد. روشهای متنوعی برای بهدست آوردن این ضرایب وجود دارد که از میان این روشها، با توجه به محدودیت روشهای تحلیلی به مسائل ساده، روشهای عددی و بهویژه روشهای اجزای محدود بهدلیل انعطاف پذیری زیادی که در حل مسائل مکانیک شکست دارند، بسیار مورد توجه قرار گرفتهاند.

در زمینهٔ بررسی ترک در صفحات نازک ساده، تحقیقات بسیاری به روشهای تحلیلی، عددی و تجربی انجام و مقالات زیادی منتشر شده است. وجود ترک در سازههای تقویتشده نیز در سالهای اخیر مورد توجه و مطالعه قرار گرفته است. برای مدلسازی ترک به روش اجزای محدود با توجه به تکینگی تنش در مجاورت نوک ترک، بایسکو [۱] و تریسی [۲] در تحقیقاتی بهمنظور اندازهگیری ضرایب شدت تنش، المانهای منفرد را بهعنوان المانهای مخصوص نوک ترک معرفی کردند. موبرای نرخ رهایی انرژی استفاده کرد [۳]. پو (۱۹۷۳) رفتار ضرایب شدت تنش در صفحات دارای تقویتکنندههای طولی و حاوی ترک مرکزی را مورد بررسی قرار داد و دریافت که در صورت شکستن استرینگرها^۳، با توجه به انتقال بار به استرینگرهای مجاور، ضرایب

شدت تنش در اطراف نوک ترک و در نزدیکی استرینگر شکسته شده مقادیر بالایی خواهند داشت، اما این مقادیر در نزدیکی استرینگرهای سالم کمتر خواهد بود [۴]. ایسیدا و همکاران (۱۹۷۳) روابطی تحلیلی برای ضرایب شدت تنش در صفحهٔ دارای ترک مرکزی و تحت بارگذاری کششی را در حالىكه صفحه توسط استرينگرها در لبههاى طولى صفحه احاطه شده بود ارائه دادند [۵]. وجود این استرینگرها شرایطی مشابه تکیهگاه گیردار برای لبههای طولی صفحه ایجاد میکرد. آنها تأثیر وجود تعداد تقویت کننده های طولی، طول ترک و تعداد ترک های موجود در صفحه را بر مقادیر این ضرایب مورد بررسی قرار دادند. هیلتون (۱۹۷۳) نشان داد که واردشدن بار محوری عرضی کششی به صفحه دارای ترک مرکزی که تحت بار محوری طولی کششی قرار دارد، سبب کاهش ضرایب شدت تنش در اطراف نوک ترک می شود [۶]. راتوانی و ویلهم (۱۹۷۹) با استفاده از روش اجزای محدود، تأثیر شدت و نسبت بارگذاری دومحوری کششی بر ضرایب شدت تنش ترک، در صفحهٔ دارای تقویت کنندههای طولی و صفحهٔ تقویتنشده را مورد بررسی قرار دادند و دریافتند که روند افزایش یا کاهش این ضرایب در هر دو صفحهٔ تقویتشده و تقویتنشده مشابه میباشد [۷].

ریچ و قاسم (۱۹۸۵) تأثیر فاصلهٔ بین استرینگرها، موقعیت پرچهای اتصال و استحکام نسبی ایجادشده توسط استرینگرها را بر رفتار ضرایب شدت تنش، برای صفحهٔ دارای تقویت کنندههای طولی مورد بررسی قرار دادند [۸]. شکارایو و موور (۱۹۸۷) روابطی تحلیلی برای محاسبهٔ ضرایب شدت تنش در صفحات دارای تقویت کنندههای طولی، که با پرچ به صفحه متصل شده بودند، ارائه و نتایج تحلیلی را با نتایج عددی حاصل از روش اجزای محدود مقایسه کردند [۹]. نتایج عددی آنها اختلاف ۶ درصدی با نتایج تحلیلی داشت. یوم و هونگ (۱۹۹۱) ضرایب شدت تنش را برای صفحات اورتوتروپ حاوی ترک مرکزی و تحت بار کششی مورد بررسی قرار دادند [۱۰]. ایشان تأثیر پارامترهایی نظیر ابعاد صفحه، طول و زاویهٔ ترک و زاویهٔ قرارگیری الیاف را بر ضرایب شدت تنش مورد بررسی قرار دادند. یه (۱۹۹۳) با استفاده از روشی بر پایهٔ تغییر مکانهای سازگار، روابطی تحلیلی برای محاسبهٔ ضرایب شدت تنش در صفحات ارتوتروپ دارای تقویت کنندههای طولی و حاوی ترک مرکزی ارائه نمود و اعتبار نتایج حاصل از این روش را با مقایسه با حل عددی به اثبات رساند [۱۱]. سالگادو و

علی آبادی (۱۹۹۶) با در نظر گرفتن تغییر مکانهای سازگار بین صفحه و استرینگرهای طولی و بهکارگیری روش المانهای مرزی و انتگرال I، ضرایب شدت تنش برای صفحهٔ دارای تقویت کنندههای طولی را محاسبه کردند [۲۲]. وفایی و استکانچی (۱۹۹۹) بمصورت پارامتری تأثیر طول ترک، زاویهٔ ترک، ضریب پواسون و شرایط مرزی را بر رفتار مکانیک شکست سازههای تقویت شده بررسی نمودند [۱۳]. این محققان در تحقیقی دیگر (۲۰۰۲) پارامترهای تأثیرگذار بر ناپایداری صفحات ساده حاوی ترک لبهای را مورد بررسی قرار دادند [۱۴]. رائو و رحمان (۲۰۰۱) مقادیر ضرایب شدت تنش را به کمک انتگرال گیری روی سطح در اطراف نوک ترک بهدست آوردند [۱۵]. همچنین تنش های اطراف نوک ترک را با استفاده از توابع غنی شده در گرهها با استفاده از روش المان محدود محاسبه کردند.

کومار و پایک (۲۰۰۴) در پژوهشی به صورت تجربی و عددی، مقاومت نهایی صفحات فولادی ترکدار تحت نیروهای محوری فشاری و کششی را مورد مطالعه قرار دادند [۱۶]. بریگنتی (۲۰۰۵) تأثیر پارامترهای هندسی و مکانیکی ترک بر ضرایب شدت تنش در صفحات ساده حاوی ترک مرکزی تحت بار کششی را به صورت عددی بررسی کرد [۱۷]. فلک و کیو (۲۰۰۷) نیز چقرمگی شکست انواع ورق.های ساختهشده از مواد ایزوتروپ که دارای انواع ساختار مشبک (لانهزنبوری، مثلث و کاژومه) بودند را بهصورت تحليلي ارائه كردند [١٨]. نتايج حاصل از اين تحقيق تطابق مناسبی بین مقادیر حاصل از روابط تحلیلی با حل عددی نشان داد و حاکی از آن بود که طول ترک تأثیر بالایی بر ظرفیت باربری ورق دارد. فساتی و همکاران (۲۰۱۱) تأثیر وجود ترک را بر استحکام باقیماندهٔ ورق های تقویت شده، که در آنها پوسته و تقويتكنندمها بهصورت يكنواخت مونتاژ شده بودند، مورد بررسى قرار دادند و نتایج حاصل از حل اجزای محدود را با نتایج تجربی مقایسه نمودند [۱۹]. عبداللهیفر و نامی (۲۰۱۲) نیز حضور ترک را در ورق مدرج تابعی ایزوتروپیک بررسی کردند. این محققان تأثیر پارامترهایی چون طول ترک و راستای ترک را بر ضرایب شدت تنش مود اول و دوم شکست بررسی نمودند [۲۰]. مارگاریتس و تولیوس (۲۰۱۲) تأثیر پارامترهایی چون طول و موقعیت ترک را بر استحکام باقیمانده صفحهٔ تقویتشده مورد بررسی قرار دادند [۲۱]. رانس و همکاران (۲۰۱۳) روشی تحلیلی براساس جمع آثار و تغییر مکانهای سازگار برای پیشبینی ضریب

شدت تنش مود اول شکست در صفحات تقویت شده ارائه کردند [۲۲]. آنها همچنین تأثیر هندسهٔ مقطع تقویت کننده را بر ضریب شدت تنش بررسی کردند. بیات فر و همکاران (۲۰۱۴) نیز با استفاده از روش اجزای محدود، به مطالعهٔ استحکام باقیمانده در صفحات حاوی ترک با تقویت کنندهٔ طولی تحت بار فشاری سفحات حاوی ترک با تقویت کنندهٔ طولی تحت بار فشاری سازهها بسیار متأثر از اندازه و موقعیت ترک میباشد. کایژو و برداختند (۲۰۱۴) تأثیر پارامترهای ترک را بر استحکام نهایی باقیمانده در صفحات تقویت شده اورتوگرید تحت بار محوری فشاری مورد بررسی قرار دادند [۲۴]. قاسمی قلعه بهمن و صلواتی فشاری مورد برایب شدت تنش و ضرایب ترمهای مرتبهٔ بالای ترک در حالتهای مختلف مود شکست را با استفاده از روش اجزای محدود توسعه یافته مورد مطالعه قرار دادند [۲۵].

با مرور پژوهشهای موجود مشاهده می شود که باوجود گستردگی پژوهشها درخصوص ضرایب شدت تنش در صفحات ساده، مطالعات اندکی دربارهٔ این ضرایب در صفحات تقویتشده انجام شده است. با توجه به اینکه شناخت روند تغییرات ضرایب شدت تنش نقش قابل توجهی در طراحی، تعمیر و نگهداری این گونه سازهها دارد، در این مقاله به بررسی تأثیر طول و زاویه ترک، بر ضرایب شدت تنش مود اول و دوم شکست (K_I, K_{II}) در صفحات تقويتشدة مشبك ايزوقريد با شبكهبندى لوزى پرداخته می شود. همچنین تأثیر ضریب شدت بار دومحوری در حالتهای مختلف بارگذاری تکمحوری و دومحوری صفحهٔ مورد تحلیل قرار می گیرد. بهدلیل پیچیدگی مدلسازی صفحات تقویتشده دارای ترک و عدم دسترسی به نتایج تحلیلی یا تجربی در این سازهها، قبل از تحليل عددى اين مسئله ابتدا به مقايسة نتايج حل عددی حاصل از نرمافزار با حل تحلیلی ضرایب شدت تنش در یک صفحهٔ سادهٔ حاوی ترک مرکزی پرداخته شده است. پس از حصول اطمینان نسبت به صحت روند مدلسازی و حل عددی، مدلسازی و بررسی رفتار صفحات تقویت شدهٔ ایزوگرید حاوی ترک انجام مي گيرد.

۲. صحهگذاری محاسبهٔ ضرایب شدت تنش در نوک ترک

با توجه به اینکه استفاده از روشهای تحلیلی برای مسائل صفحات تقویتشده بسیار پیچیده است، بسیاری از پژوهشگران

بهمنظور دستیابی به پاسخهای این مسائل، از روشهای عددی استفاده میکنند. روش اجزای محدود از جمله روشهای معمول عددی در بررسی مسائل مکانیک شکست است. با استفاده از مکانیک شکست ارتجاعی خطی میتوان توزیع تنش در نزدیکی نوک ترک را برحسب بارگذاری در دوردست، ابعاد و شکل هندسی قطعه بیان نمود. مکانیک شکست ارتجاعی خطی مشخص میکند که نزدیک نوک یک ترک، توزیع تنش برحسب کمیتی به نام ضریب شدت تنش (K) قابل بیان است و این کمیت به دو عامل $(a \circ (\sigma))$ تنش وارده در دوردست (σ) و هندسه (شامل نصف طول تر بستگی دارد. با توجه به شرایط الاستیک حاکم بر مسئله میتوان ضرایب شدت تنش را به کمک نرمافزارهای اجزای محدود بهدست آورد. در این مقاله با توجه به اینکه تاکنون در مراجع، مسئلهٔ مشابهی در صفحات تقویتشده ارائه نشده است، بهمنظور صحهگذاری بر نتایج عددی برای مدلسازی ترک در صفحات نازک، ابتدا ضرایب شدت تنش برای یک صفحهٔ ساده دارای ترک مرکزی تحت بار دومحوری به روش اجزای محدود محاسبه شده، سپس با نتایج حاصل از روابط تحلیلی مقایسه میشود تا در خصوص صحت روند مدلسازی و حل عددی آن اطمینان حاصل گردد. برای این منظور، صفحهای ساده دارای ترک مرکزی طبق شکل ۱ مدلسازی شده است که در آن L و W بهترتیب طول و عرض صفحه، a نصف طول ترک و σ تنش کششی وارد بر لبهٔ صفحه است. برای مدلسازی و تحلیلهای عددی از نرمافزار اجزای محدود آباکوس استفاده می شود. با وجود ارائهٔ تئوری های مختلف برای پیشبینی رفتار ترک تحت بارهای ترکیبی، در کاربردهای عملی برای مطالعهٔ رشد ترک و تعیین جهت رشد آن عموماً از سه تئوری پایه استفاده میشود که عبارتاند از: تئوری حداکثر تنش مماسی [۲۶]، تئوری حداکثر نرخ رهایش انرژی کرنشی [۲۷] و تئوری حداقل دانسیتهٔ انرژی کرنشی [۲۸].

در این پژوهش بهمنظور محاسبهٔ ضرایب شدت تنش از معیار متداول ماکزیمم تنش مماسی استفاده شده است. از سوی دیگر، در تحلیل اجزای محدود استفاده از یک شبکهبندی مناسب در صفحات ترکدار برای رسیدن به پاسخهای صحیح و همگرا ضروری است. بهمنظور دستیابی بهدقت بالا در تحلیلهای عددی، المانهای مورد استفاده در نوک ترک از نوع المانهای تکین یا منفرد انتخاب شدهاند که المانهای درجه دوم بوده و گرمهای میانی قابلیت قرارگیری در نقطهٔ یکچهارم وجهی از نوک ترک را

دارند. از جمله مزایای المانهای منفرد، افزایش بازدهٔ عددی و همچنین خطای کمتر این نوع المانها در مقایسه با المانهای معمولی است. مناسبترین نوع المان جهت مشیندی اطراف نوک ترک در صفحات نازک در نرمافزار آباکوس، المان S8R5 است که یک المان پوستهای هشتگرهی است. نحوهٔ مشریزی در نوک ترک با استفاده از المانهای منفرد، در شکل ۲ نمایش داده شده است. با توجه به هندسهٔ مسئله و نوع بارگذاری فقط مودهای اول و دوم شکست در این مسئله رخ خواهد داد. از اینرو در این پژوهش فقط ضرایب شدت تنش در مود اول و دوم مورد بررسی قرار گرفتهاند. ضرایب شدت تنش در مود اول و دوم در صفحهٔ پرژوهش طول بینهایت، تحت بار کششی و حاوی ترک به سه پارامتر طول ترک (a)، بارگذاری خارجی (σ) و زاویهٔ ترک (θ)

 $K_{I,II} = f(a,\sigma,\theta) \tag{1}$

با توجه به روابط ارائهشده در مرجع [۲۹]، حل تحلیلی برای ضرایب شدت تنش در صفحه با طول نامحدود تحت بار دو محوری و دارای ترک مرکزی که در آن راستای ترک به اندازهٔ زاویهٔ θ نسبت به محور عرضی صفحه تغییر میکند (شکل ۱) عبارت است از:

$$K_{I} = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{2} ((1+\lambda) + (1-\lambda)\cos 2\theta)$$

$$K_{II} = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{2} ((1-\lambda)\sin 2\theta)$$
(7)

که در آن a نصف طول ترک و σ تنش وارد بر صفحه است که در این مثال مقدار آن برابر با ۱۰ مگاپاسکال فرض شده است. ابعاد هندسی صفحهٔ مورد نظر در جدول ۱ آمده است. پس از اتمام تحلیل نرمافزاری، خروجی مورد نظر که ضرایب شدت تنش در کانتورهای مختلف اطراف نوک ترک بوده است، در یک فایل خروجی قابل دسترس خواهد بود. در این پژوهش مقادیر محاسبهشده تا ۵ کانتور اطراف نوک ترک بررسی شدند که همگی آنها تقریباً به یک مقدار ثابت همگرا می شدند. لذا از این مقدار ثابت بهعنوان ضریب شدت تنش استفاده شده است. با توجه به تقارن هندسی مدل و همچنین تقارن بارگذاری، مقادیر ضرایب شدت تنش در هر دو انتهای ترک یکسان هستند. نتایج حاصل از شدت تنش در هر دو انتهای ترک یکسان هستند. نتایج حاصل از آلومینیوم ۲۵-۲۵-۲۰ با سفتی ۷۲/۳۹۴ گیگاپاسکال و ضریب پواسون ۲۳/۰ [۳۰] برای سه زاویهٔ ترک مختلف در جدول ۲ ارائه

شده است. همانطور که ملاحظه میشود، نتایج عددی مطابقت بسیار خوبی با نتایج تحلیلی داشته و مقدار خطا بسیار ناچیز است.

حال با اطمینان از روند مدلسازی ترک و حل عددی آن، میتوان به تحلیل مسالهٔ اصلی پرداخت.



شکل ۲. نحوهٔ مشریزی با المانهای منفرد در اطراف نوک ترک با زاویهٔ ترک صفر درجه

| دول ۱. پارامترهای هندسی مورد استفاده برای مدلسازی صفحهٔ ساده | | | | |
|--|---|---|----|---------------------|
| | L | W | 2a | |
| | ١ | | ١. | اندازه (میلیمتر) |

جدول ۲. مقایسهٔ نتایج تحلیلی و عددی برای صفحهٔ سادهٔ دارای ترک مرکزی (واحدها برحسب MPa.mm^{0.5} هستند)

| درصد خطا | حل عددی | حل تحليلي | زاويهٔ ترک | ضريب بار عرضي | ضريب شدت تنش |
|----------|-----------------|---------------|------------|-----------------|----------------|
| •/•٢ | ٣٩/۶۴ | KJ/E L | • | $\lambda = + r$ | K _I |
| | -•/•V•٣ | • | • | $\lambda = +r$ | K_{II} |
| ٠/١۴ | 41/41 | 41/24 | ٣٠ | $\lambda = + r$ | K_I |
| ٠/۴ | -) \ /.٩ | -11/18 | ٣٠ | $\lambda = +r$ | K_{II} |
| ۰/۰۵ | ۵٩/۴۱ | 59/44 | ۴۵ | $\lambda = + r$ | K_I |
| ٠/٢ | -19//AD | -19//1 | ۴۵ | $\lambda = +Y$ | K_{II} |

SID.ir سال پنجم، شمارهٔ دوم، پاییز و زمستان ۱۳۹۵

۳. تشریح مسئله ۳-۱. شرایط هندسی

هندسهٔ مورد مطالعه، یک صفحهٔ جدارنازک تقویتشده به ضخامت t با شبکهبندی لوزی است که در آن ریبهای تقویتکنندهای با زاویهٔ ۶۰ درجه نسبت به محور عرضی صفحه به کار رفتهاند (شکل ۳). مقادیر L و W بهترتیب طول و عرض

صفحه و C قطر کوچک شبکهٔ لوزی هستند که مقادیر این σ پارامترهای هندسی در جدول ۳ مشخص شدهاند. همچنین σ تنش یکنواخت وارد بر صفحه است که مقدار آن برابر با ۱۰ مگاپاسکال در نظر گرفته شده است. این صفحهٔ تقویتشده دارای ۱۲ تقویت کنندهها ۲ تویت کنندهها با توجه به پارامترهای موجود در شکل ۴، در جدول ۴ ارائه شدهاند.



جدول ۳. پارامترهای هندسی صفحهٔ ایزو گرید تقویتشده

| L | W | t | С | |
|--------|-----|---|--------|---------------------|
| ٨۶۶/٠٢ | ۵۰۰ | ۲ | 188/84 | اندازه (میلیمتر) |

۳-۲. مشخصات مکانیکی

مادهٔ مورد استفاده برای صفحهٔ تقویتشده، آلومینیوم T6-7075 است که کاربرد گستردهای در صنایع هوایی و فضایی دارد و مشخصات مکانیکی آن در بخش ۲ بیان شده است.

جدول ۴. ابعاد هندسی مقطع تقویت کنندهٔ T شکل

| t_f | b_f | t_w | b_w | |
|-------|-------|-------|-------|---------------------|
| ۲ | ۴۰ | ١ | ۵۰ | اندازه (میلیمتر) |

۳-۳. پارامترهای مورد بررسی

در این تحقیق نحوه تاثیر طول ترک، زاویه ترک و حالت بارگذاری بر روند تغییرات ضرایب شدت تنش به عنوان پارامترهای کلیدی میدان تنش مود اول و دوم، مورد بررسی قرار گرفتهاند. مقادیر

مورد بررسی برای هر یک از این پارامترها در ادامه تشریح شده است.

۳-۳-۱. بارگذاری

همان طور که در شکل ۳ ملاحظه می شود، در حالت کلی، صفحه تحت بارهای دومحوری قرار می گیرد. با در نظر گرفتن ضرایب بار λ به شرح زیر، بارگذاری بصورت تک محوره ($0 = \lambda$) و دومحوره اعمال می گردد. با منفی شدن مقدار λ ، مؤلفه های بارگذاری عرضی در برخی حالات به صورت فشاری خواهد بود: $\chi = -2, -1, 0, +1 + 2$

۳–۳–۲. طول بی بعد ترک

طول ترک عاملی مؤثر بر میدان تنش است. در این پژوهش به منظور بی بعدسازی طول ترک نسبت به قطر کوچک شبکهٔ لوزیگون، پارامتر بی بعد φ به صورت ۲ تعریف می شود: $\phi = \frac{2a}{C} = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$ (۴)

۳-۳-۳. زوایای ترک

۳-۳-٤. ضرایب بی بعد شدت تنش

پارامترهای اصلی مورد بررسی در این مقاله ضرایب شدت تنش مود I و مود II هستند. بهمنظور بی بعدسازی نتایج، ضرایب بی بعد شدت تنش بهصورت رابطهٔ ۶ در نظر گرفته شدهاند:

که در آن $\psi_1 \ \psi_2 \ \psi_2$ بهترتیب ضریب بیبعد شدت تنش در مود اول و مود دوم شکست بوده و σ و a نیز بهترتیب تنش وارد بر لبهٔ صفحه و نصف طول ترک هستند. همان طور که قبلاً اشاره شد، بهدلیل تقارن هندسی و بارگذاری، ضرایب شدت تنش در نوک سمت راست و چپ ترک با هم برابر است. لذا فقط بهذکر مقادیر ضریب شدت تنش در یک سمت اکتفا می شود.

٤. مش بندي و تحلیل اجزاي محدود

برای دستیابی به پاسخ دقیق تر برای ضرایب شدت تنش در اطراف نوک ترک، برای مشیندی المانهای نوک ترک از المان های هشت گرهای (SRR5) با گرههای میانی استفاده شده و همان طور که در بخش ۲ اشاره شد، گرههای میانی موجود در راستای شعاعی المانهای تکین اطراف نوک ترک بهجای قرارگیری در ۵). همچنین جهت افزایش دقت تحلیل، تراکم المانها در نزدیکی نوک ترک بیشتر در نظر گرفته شده است (مشابه با شکل ۲). برای مشیندی تقویت کنندهها و با توجه به جدار نازک بودن این اعضا، از المانهای SRR6 که یک المان پوسته یه هشت گرهای است استفاده شده است. در تمامی تحلیلها تعداد المانها در حدود قبولی در نتایج ایجاد میکند. نمونه ای از مش بندی صفحهٔ قبولی در نتایج ایجاد میکند. نمونه ای از مش بندی صفحهٔ ارائه و تحلیل نتایج عددی حاصل پرداخته میشود.



شکل ۴. مشریزی صفحهٔ تقویتشده با شبکهبندی لوزی حاوی ترک

٥. تحليل نتايج

در این بخش نتایج عددی حاصل از تحلیلهای اجزای محدود ارائه می شود. به طور کلی، در اثر اعمال بار، به نحوی که پیشتر بدان اشاره شد، همچنین به دلیل زوایای مختلف ترک، امکان ایجاد شرایط مود ترکیبی I/II شکست در نوک ترک به وجود می آید. در ادامه این نتایج به تفکیک مورد بررسی قرار می گیرند.

٥-١. تغييرات ضريب شدت تنش مود اول

نمودارهای مربوط به تأثیر زاویهٔ ترک بر ضریب بی بعد شدت تنش مود I در حالت $0 = \Lambda$ با افزایش طول ترک در شکل ۷ نمایش داده شده است. با توجه به شکل ۷ می توان مشاهده کرد وقتی $0 = \Lambda$ بوده و فقط بارگذاری تکمحوری طولی در صفحه وجود داشته باشد، بیشترین مقدار ضریب بی بعد شدت تنش مود I در صفحه به ازای $0 = \theta$ ایجاد می شود. اما با افزایش زاویهٔ ترک مفحه به ازای $0 = \theta$ ایجاد می شود. اما با افزایش زاویهٔ ترک درجه، حتی مقادیر کوچک منفی (نزدیک به صفر) نیز پیدا می کند که هرچند از نظر فیزیکی جابه جایی در لبه های ترک نخواهیم که هرچند از نظر فیزیکی جابه جایی در لبه های ترک نخواهیم ترک است. در این حالت از بارگذاری، در زاویهٔ $0 = \theta$ مود I خالص اتفاق می افتد. شکل ۸ توزیع تنش در اطراف ترک را برای



نتایج عددی برای حالتی که بارگذاری یکسانی در دو جهت بر صفحهٔ تقویتشده اعمال شود (۱+ = λ) در شکل ۹ ارائه شدهاند. در این نمودار با افزایش زاویه ترک، ψ_1 افزایش مییابد (برخلاف

حالت $\lambda = 0$. در این حالت ضریب بیبعد شدت تنش در زوایای صفر، ۱۵ و ۳۰ درجه نسبت به حالت تکمحوری کاهش پیدا کرده است، در حالی که در دیگر زوایا مقادیر ضریب بی بعد شدت تنش افزایش یافته است. در حالت ۲+= λ نیز، که نتایج آن در $\lambda = +1$ شکل ۱۰ ترسیم شده است، رفتار سازه تقریباً مشابه حالت $\lambda = +$ است. البته با دو برابر شدن بار عرضی در زوایای بزرگتر از ۱۵ درجه، ضریب شدت تنش افزایش قابل توجهی از خود نشان میدهد، بهطوریکه در زوایای ۷۵ و ۹۰ درجه افزایش حدود دو برابری ضریب بیبعد شدت تنش مشاهده میشود. شکل ۱۱ مربوط به شرایطی است که در جهت عرضی بار فشاری بر سازه وارد شود ($\lambda = -1$). در این حالت با افزایش زاویهٔ ترک، ضریب بی بعد شدت تنش مود I کاهش می یابد (برخلاف حالت $l = \lambda$) و در زوایای بزرگتر از ۳۰ درجه این مقادیر منفی می شوند. با افزایش ψ_{\perp} فشار عرضی (حالت ۲– = λ) نیز با افزایش زاویه ترک، کاهش می یابد و در زوایای بزرگتر از ۳۰ درجه این مقادیر منفی می شوند (شکل ۱۲). همان طور که مشاهده می شود، با دو برابر شدن ضریب شدت بار دومحوری، این مقادیر تا حدود ۲ برابر افزایش یافتهاند.



در زاویهٔ $\theta = 0$ در شرایط مود I خالص

0-Y. تغییرات ضریب شدت تنش مود دوم براساس نمودار ۱۳، برای حالت بارگذاری کششی تکمحوری ($0 = \lambda$)، ضریب بیبعد شدت تنش مود دوم با افزایش زاویهٔ ترک تا ۴۵ درجه افزایش مییابد و شروع به کاهش میکند. مقدار 2ψ در زوایای صفر و ۹۰ درجه ترک، نزدیک به صفر بوده و نمودارهای مربوطه اختلاف کمی با هم دارند. در این حالت از بارگذاری، مود II خالص در زاویهٔ $75^{2} = \theta$ اتفاق میافتد و تغییرات تنش در اطراف ترک مطابق با شکل ۱۴ خواهد بود. همچنین با توجه به تقارن هندسی و نوع بارگذاری در حالتی که ترک دارای زوایای ۱۵ و ۲۵ درجه یا ۳۰ و ۶۰ درجه باشد، ضرایب تا ۳ برابر افزایش یافتهاند. در تمامی این سه حالت بارگذاری میتوان زاویهٔ ترک ۴۵ درجه را نقطهٔ عطفی برای تغییر روند $\sqrt{2}$ در نظر گرفت. این امر ناشی از تغییر روند در میزان تنش برشی است و نشان میدهد که بیشترین مؤلفهٔ تنش برشی در زاویهٔ ترک ۴۵ درجه ایجاد میگردد. نتایج تأثیر زاویهٔ ترک با اعمال بار عرضی فشاری ($2 - = \lambda$ و $1 - = \lambda$) در نمودارهای شکلهای اس و ۸۸ آمده است. برای این حالتهای بارگذاری با افزایش زاویهٔ ترک تا ۳۰ درجه، ضریب شدت تنش مود دوم از نظر بزرگی افزایش و در زوایای بزرگتر از ۳۰ درجه کاهش مییابد، تا اینکه در زاویهٔ ۹۰ درجه نزدیک به صفر میشود. بنابر این در شرایط حضور

بار عرضی فشاری، زاویهٔ ۳۰ درجه بهعنوان نقطهٔ عطفی برای تغییر در روند افزایشی به کاهشی ۷/2 در نظر گرفته می شود. شدت تنش تقریباً با هم برابرند. از سوی دیگر، در حالتی که ترک زاویهٔ ۴۵ درجه داشته باشد 2ψ بیشترین مقدار را دارد. برای بارگذاری دو محوری با $1+=\lambda$ ، نتایج موجود در شکل ۱۵ حاکی از این است که با افزایش زاویه ترک، ضریب بیبعد شدت تنش مود II از نظر بزرگی افزایش مییابد و این افزایش تا زاویهٔ ۴۵ درجه ادامه مییابد. اما در زوایای بزرگتر از ۴۵ درجه مقدار آن دوباره شروع به کاهش میکند، تا اینکه در زاویهٔ ۹۰ درجه تقریباً نزدیک صفر میشود. نمودارهای شکل ۱۶ نیز روند مشابهی را نزدیک صفر میشود. نمودارهای شکل ۶۶ نیز روند مشابهی را ضریب شدت تنش تا زاویهٔ ۴۵ درجه و سپس کاهش آن در شرایط $1+=\lambda$ و $2+=\lambda$ ، تقریبا همانند حالت $0=\lambda$ میباشد، اما با دو برابر شدن ضریب شدت بار، مقادیر آن حدود ۲



سال پنجم؛ شمارهٔ دوم، پاییز و زمستان ۱۳۹۵

۱-۱



با توجه به نتایج عددی ارائهشده در این پژوهش، میتوان نکات زیر را مورد بحث و بررسی قرار داد:

۲. بحث و نتیجهگیری

۱) در شکل ۱۹ تأثیر ضریب شدت بار عرضی بر روند تغییرات ضرایب بیبعد شدت تنش مود I با تغییر زاویه ترک در صفحهٔ تقویتشده، به ازای طول بیبعد ترک $\phi = 0.2$ نشان داده شده است. در حالتی که فقط بارگذاری تکمحوری در جهت طولی صفحه وجود داشته باشد با افزایش زاویه ترک، ψ_1 به صفر نزدیک می شود. اما اگر بار عرضی کششی با شدت $1 + = \lambda$ نیز بر صفحه وارد شود، با افزایش زاویهٔ ترک ψ_1 افزایش مییابد و ψ_1 در حالتی که شدت این بار جانبی دو برابر شود، ضریب افزایش بیشتری را نسبت به حالت $1 + = \lambda$ نشان می دهد. مقدار این افزایش در زوایای کوچک ناچیز است، اما با افزایش زاویهٔ ترک از صفر تا ۹۰ درجه، مقادیر ψ_1 تا ۹۸ درصد افزایش یافتهاند. وقتی بار عرضی فشاری با شدت $1 - = \lambda$ اعمال شود، ضریب بیبعد شدت تنش با افزایش زاویهٔ ترک، کاهش یافته و با دو برابر شدن شدت نیروی فشاری این ضریب بیشتر کاهش پیدا می کند. اگرچه این تغییرات در زوایای کوچک قابل توجه نیست، اما با افزایش زاویهٔ ترک از صفر تا ۹۰ درجه، مقادیر ψ_1 تا ۹۴ درصد کاهش یافتهاند. گفتنی است که نمودارهای تغییرات ψ_1 با زاویهٔ ترک، برای سایر مقادیر طول بی بعد ترک (۸/۰و ۶/۰ و ۴/۰ نیز بررسی شدند که نسبت به نمودار نمایش داده شده در $\phi = (\phi + \phi)$ شکل ۱۹ تغییر قابل توجهی ندارند. اگرچه این امر نشان از بیتأثیر بودن طول بیبعد ترک بر ضرایب بیبعد شدت تنش مود I دارد، باید توجه شود که در واقع با افزایش طول ترک، مقدار ضریب شدت تنش افزایش مییابد. اما بهدلیل بیبعدسازی طول ترک و ضریب شدت تنش، این افزایش در نمودارهای مربوطه مشاهده نمىشود.

۲) نمودار ضریب بیبعد شدت تنش مود اول شکست برحسب زاویه ترک برای صفحهٔ ساده، با استفاده از معادلهٔ ۲ در شکل ۲۰ ترسیم شده است. اگرچه روند تغییرات در صفحهٔ تقویتشده نیز تا حدودی مشابه صفحهٔ ساده است، اما درمورد صفحهٔ تقویتشده، با افزایش زاویهٔ ترک و کاهش تمایل ترک به بازشدگی، مقدار ψ_1 کاهش بیشتری دارد و با نزدیکشدن راستای ترک به راستای بارگذاری طولی (۹۰ و ۲۵ = θ) لبههای ترک برهم فشرده شده

و ψ_1 حاصل از حل عددی وارد محدودهٔ منفی نیز میشود که این نتیجه میتواند ناشی از تأثیرپذیری این ضریب از حضور تقویتکنندهها در صفحهٔ مشبک باشد.

۳) در زاویهٔ ترک $0 = \theta$ ، ضریب بی بعد شدت تنش مود اول در صفحهٔ ساده مستقل از ضریب بار عرضی بوده و مقدار ثابتی دارد. به عبارت دیگر، اعمال بار همراستا با ترک تأثیری بر بازشدگی نوک ترک نخواهد داشت. اما در صفحهٔ تقویت شده با اعمال بار عرضی با نسبت $1 + = \Lambda$ ، در مقایسه با حالتی که فقط بار محوری طولی ($0 = \Lambda$) در صفحه وجود داشته باشد، مقدار 1^{Ψ} اندکی کاهش می یابد. پس بار عرضی کششی در راستای امر دلالت بر تأثیر تقویت کننده ها در تعییر میدان تنش دارد. با افزایش زاویهٔ ترک در حالت $1 + = \Lambda$ (شکل ۹)، وجود بار عرضی افزایش زاویهٔ ترک در حالت $1 + = \Lambda$ (شکل ۹)، وجود بار عرضی شرایط $2 + = \Lambda$ نیز همین روند تغییرات، البته با افزایش مقادیر شرایط $2 + = \Lambda$ نیز همین روند تغییرات، البته با افزایش مقادیر شرایط $2 + = \Lambda$ نیز همین روند تغییرات، البته با افزایش مقادیر شرایط $2 + = \Lambda$ نیز همین روند تغییرات، البته با افزایش مقادیر

۵) در صفحهٔ تقویتشده تحت شرایط بار تکمحوری (شکلهای ۷ و ۱۳)، در حالتی که راستای ترک عمود بر راستای بارگذاری است، ψ_1 در بیشترین مقدار خود و ψ_2 در کمترین مقدار (نزدیک صفر) قرار دارند. دلیل این امر، وجود بیشترین تنش نرمال و کوچکترین مؤلفه تنش برشی در المانهای نوک ترک در این حالت است. با افزایش زاویهٔ ترک، بعدلیل کاهش مؤلفه تنش نرمال از مقدار ψ_1 کاسته میشود. حال آنکه با ایجاد تنش برشی

بزرگتر در المانهای نوک ترک تا زاویهٔ ۴۵ درجه، که در آن ψ_2 بیشترین میزان لغزش لبههای ترک دیده می شود، مقدار افزایش می ابد. با افزایش زاویهٔ ترک از ۴۵ به ۹۰ درجه، روند

تغییرات مؤلفهٔ تنش برشی برعکس شده و در نتیجه با کاهش تنش برشی، از میزان ψ_2 کاسته شده است.

2.5

2.0

1.5 فريب

1.0 Ŀ 0.5 ł

0.0

-0.5

-1.0

-2.0

-2.5

2.0

1.5

1.0

0.5

0.0

-1.0

0

15

S→ -0.5

ضريب بي بعد شدت تنش

L -1.5

 $\lambda = -1$

 $\lambda = 0$

 $\lambda = +1$

 $\lambda = +2$

15

0

30

45

 (θ) زاویه ترک

شکل ۲۰. مقادیر ضریب بیبعد شدت تنش مود اول شکست

برحسب زاوية ترك براي صفحة ساده

60

75

75

60

90

شرت

تنش



 $\psi_{_2}$ بار جانبی کششی با شدت $1 + = \lambda$ نیز بر صفحه وارد شود، $\psi_{_2}$ دارای مقدار منفی خواهد بود. با افزایش زاویهٔ ترک تا زاویهٔ ۴۵ درجه، این ضریب کاهش یافته و سپس روند افزایشی خواهد داشت تا اینکه در زاویهٔ ۹۰ درجه به سمت صفر میل میکند. بههمین صورت در حالتی که شدت بار عرضی کششی دو برابر شود، روند تغییرات این ضریب همانند حالت $1 + = \lambda$ خواهند بود $\lambda = +1$ با این تفاوت که مقادیر بزرگتری را نسبت به حالت $\lambda = +1$ خواهد داشت. بهطوری که در زاویهٔ ۴۵ درجه و در حالت

45

30

(heta) زاویه ترک

شکل ۲۲. مقادیر ضریب بی بعد شدت تنش مود دوم شکست

برحسب زاوية ترك براي صفحة ساده

۶) در شکل ۲۱ تأثیر نحوهٔ بارگذاری بر تغییرات ضرایب بیبعد شدت تنش مود II نسبت به تغییرات زاویهٔ ترک، برای حالتی که طول بی بعد ترک برابر ۲/۰ باشد نمایش داده شده است. همان طور که ملاحظه می شود، برای حالت بارگذاری تکمحوری طولی، منحنی متقارنی بهدست آمده و با افزایش زاویهٔ ترک، ضریب بی بعد شدت تنش در مود دوم شکست تا زاویهٔ ۴۵ درجه افزایش می یابد و در زوایای بزرگتر از آن روبه کاهش خواهد بود تا اینکه در زاویهٔ ۹۰ درجه به سمت صفر میل میکند. در حالتی که

 $\lambda = +2$ افزایش این مقدار به بیش از دو برابر نسبت به حالت دیدہ میشود. در شرایطی که بار عرضی فشاری با شدت $1 - = \lambda$ بر صفحه وارد شود، ضریب بی بعد شدت تنش مود II که در ناحیهٔ مثبت محور قرار گرفته، تا زاویهٔ ۳۰ درجه افزایش داشته و در زوایای بزرگتر از آن کاهش می یابد و این کاهش تا آنجا ادامه می یابد که در زاویهٔ بزرگتر از ۷۵ درجه وارد محدودهٔ منفی ψ_{2} می شود. با دو برابر شدن شدت نیروی فشاری، روند تغییرات تقريبا مشابه با شرايط $1 - = \lambda$ خواهد بود، اما مقادير بزرگتري $\lambda = -1$ خواهد داشت؛ بهگونهای که در زاویهٔ ۳۰ و در حالت درجه افزایش این مقدار به میزان ۱۰۲ درصد نسبت به حالت دیدہ می شود. همانند مود اول شکست که در قسمت قبل $\lambda = -2$ بدان اشاره شد، تأثیر ضریب شدت بار عرضی بر ضرایب بی عد شدت تنش مود دوم با تغییر زاویهٔ ترک، برای سایر ابعاد طول بیبعد ترک (۸/۰و + 0.6 + 0.6 نیز بررسی شد که تفاوت ($\phi = -1/6, -1/6$ قابل توجهی با نمودار نشان داده شده در شکل ۲۱ نداشت و به همین دلیل از ارائه این نمودارها خودداری شده است.

۷) نمودار ضریب بیعد شدت تنش مود دوم برحسب زاویهٔ ترک برای صفحهٔ ساده، با استفاده از معادلهٔ ۲ در شکل ۲۲ ترسیم شده است. ملاحظه می شود که در تمام شرایط بارگذاری، منحنیهای متقارنی برای صفحهٔ ساده حاصل می گردد که اکسترمم آن در زاویهٔ ترک ۴۵ درجه خواهد بود. اما در صفحهٔ تقویت شده (شکل ۲۱)، با اعمال بار عرضی منحنیها از حالت تقارن خارج شدهاند و بیشینه مقدار $_2$ هنگام اعمال بار عرضی فشاری، در زاویهٔ ترک ۳۰ درجه اتفاق می افتد.

۸) در زوایای ترک صفر و ۹۰ درجه، ضریب بی بعد شدت تنش مود دوم در صفحه ساده مستقل از ضریب بار عرضی است؛ یعنی اعمال بارهای همراستا با ترک یا عمود بر آن تأثیری بر لغزش در نوک ترک نخواهد داشت. اما در صفحهٔ تقویتشده، اعمال بار عرضی بهویژه در حالت فشاری، مقدار $_2$ را تحت تأثیر قرار می دهد.

۹) مقایسهٔ مقادیر 2^{ψ} در شرایط اعمال بار عرضی کششی نسبت به حالتی که فقط بار محوری طولی در صفحه وجود داشته باشد (شکلهای ۱۳، ۱۵ و ۱۶) نشان میدهد که بار عرضی کششی وارد بر صفحهٔ تقویتشده باعث ایجاد لغزش بهصورت پادساعتگرد در لبههای ترک میشود؛ یعنی تنشهای برشی منفی در نوک ترک ایجاد شده و مقادیر 2^{ψ} برای زوایای بزرگتر از

صفر درجه، وارد محدودهٔ منفی می شوند. اما در حالتی که بار عرضی وارد بر صفحه به صورت فشاری باشد، عمدتاً لغز ش ساعتگرد در لبه های ترک ایجاد می شود که منجر به مقادیر مثبت $_2 \psi$ می گردد و فقط با نزدیک شدن به زاویهٔ ۹۰ درجه، $_2 \psi$ منفی خواهد شد.

۱۰) تغییر زاویهٔ نوک ترک بعد از بازشدگی با استفاده از معیار بیشترین تنش مماسی توسط نرم افزار اباکوس قابل محاسبه است. جدول ۵ نمونهای از این تغییرات را برای حالت $0 = \lambda$ و $0.4 = \phi$ نشان میدهد. ملاحظه میشود که در مود I خالص، تغییر زاویهٔ نوک ترک صفر بوده و با افزایش نسبت مود II به مود I تغییر زاویه نوک ترک بیشتر خواهد شد.

جدول ۵. تغییر زاویهٔ نوک ترک برحسب درجه بعد از بازشدگی به ازای 0= ۶ و 0.4=¢

| تغییر زاویهٔ نوک ترک بعد از بارگذاری | زاویهٔ نوک ترک قبل از بارگذاری |
|---|-----------------------------------|
| +•/•• \ | • |
| +•/•۶۵ | ۱۵ |
| +•/•YA | ۳. |
| +•/• \% | 40 |
| +•/•۶٩ | ۶. |
| +/• ۵V | V۵ |
| · | ٩. |

۷. جمعبندی

در این مقاله ضرایب شدت تنش برای ترک مرکزی در صفحهٔ نازک تقویتشده با شبکهٔ لوزی، در شرایط مختلف بارگذاری تکمحوری و دومحوری مورد تحلیل قرار گرفته و تفاوت رفتار آن با صفحه ساده بررسی شد. تأثیر پارامترهای هندسی شامل طول و زاویهٔ ترک و همچنین حالات متنوع بارگذاری بر ضرایب شدت تنش مودهای اول و دوم بررسی شد. نتایج حاکی از آن است که با تنییر زاویهٔ ترک و اعمال بارهای دومحوری بر سازه، مودهای ترکیبی به نسبتهای گوناگون ایجاد میشوند. با توجه به نمودارهای حاصل از مدلسازی و تحلیل اجزای محدود ملاحظه شد که هر یک از متغیرهای مورد بررسی تأثیر قابل توجهی بر تفاوت قابل توجهي داشته باشد.

ضرایب شدت تنش دارند که می تواند با وضعیت صفحهٔ ساده،

- Byskov, Esben. "The calculation of stress intensity factors using the finite element method with cracked elements." *International Journal of Fracture Mechanics* 6, no. 2 (1970): 159-167.
- [2] Tracey, Dennis M. "Finite elements for determination of crack tip elastic stress intensity factors." *Engineering Fracture Mechanics* 3, no. 3 (1971): 255-265.
- [3] Mowbray, D. F. "A note on the finite element method in linear fracture mechanics." *Engineering Fracture Mechanics* 2, no. 2 (1970): 173-176.
- [4] Poe Jr, Clarence C. "The effect of broken stringers on the stress intensity factor for a uniformly stiffened sheet containing a crack." (1973).
- [5] Isida, M. "Analysis of stress intensity factors for the tension of a centrally cracked strip with stiffened edges." *Engineering Fracture Mechanics* 5, no. 3 (1973): 647-665.
- [6] Hilton, Peter D. "Plastic intensity factors for cracked plates subjected to biaxial loading." *International Journal of Fracture* 9, no. 2 (1973): 149-156.
- [7] Ratwani, M. M., and D. P. Wilhem. "Influence of biaxial loading on analysis of cracked stiffened panels." *Engineering Fracture Mechanics* 11, no. 3 (1979): 585-593.
- [8] Rich, Thomas P., Mansoor M. Ghassem, and David J. Cartwright. "Fracture diagrams for cracked stiffened panels." *Engineering fracture mechanics* 21, no. 5 (1985): 1005-1017.
- [9] Shkarayev, Sergey V., and E. T. Mover. "Edge cracks in stiffened plates." *Engineering fracture mechanics* 27, no. 2 (1987): 127-134.
- [10] Yum, Y. J., and C. S. Hong. "Stress intensity factors in finite orthotropic plates with a crack under mixed mode deformation." *International Journal of Fracture* 47, no. 1 (1991): 53-67.

۸. مأخذ

- [11] Yeh, J. R. "Fracture analysis of a stiffened orthotropic sheet." *Engineering fracture mechanics* 46, no. 5 (1993): 857-866.
- [12] Salgado, N. K., and M. H. Aliabadi. "The application of the dual boundary element method to the analysis of cracked stiffened panels." *Engineering Fracture Mechanics* 54, no. 1 (1996): 91-105.
- [13] Vafai, A., and H. E. Estekanchi. "A parametric finite element study of cracked plates and shells." *Thin-Walled Structures* 33, no. 3 (1999): 211-229.
- [14] Vafai, A., M. Javidruzi, and H. E. Estekanchi."Parametric instability of edge cracked plates." *Thin-walled structures* 40, no. 1 (2002): 29-44.
- [15] Rao, B. N., and S. Rahman. "A coupled meshless-finite element method for fracture analysis of cracks." *International Journal of Pressure Vessels and Piping* 78, no. 9 (2001): 647-657.
- [16] Kumar, YV Satish, and Jeom Kee Paik. "Buckling analysis of cracked plates using hierarchical trigonometric functions." *Thinwalled structures* 42, no. 5 (2004): 687-700.
- [17] Brighenti, Roberto. "Buckling of cracked thinplates under tension or compression." *Thin-Walled Structures* 43, no. 2 (2005): 209-224.
- [18] Fleck, Norman A., and XinMing Qiu. "The damage tolerance of elastic-brittle, twodimensional isotropic lattices." *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 55, no. 3 (2007): 562-588.
- [19] Fossati, M., D. Colombo, A. Manes, and M. Giglio. "Numerical modelling of crack growth profiles in integral skin-stringer panels." *Engineering Fracture Mechanics* 78, no. 7 (2011): 1341-1352.
- [20] Abdollahifar, A., M. R .Nami. "Investigating the effect of angle between the material gradation direction and crack on mixed-mode stress intensity factor of FGM plates using MLPG

method." *Modares Mechanical Engineering*, vol. 13, no. 1, (2012):138-150. (In Persian)

- [21] Margaritis, Y., and M. Toulios. "The ultimate and collapse response of cracked stiffened plates subjected to uniaxial compression." *Thin-Walled Structures* 50, no. 1 (2012): 157-173.
- [22] Rans, Calvin, Riccardo Rodi, and René Alderliesten. "Analytical prediction of Mode I stress intensity factors for cracked panels containing bonded stiffeners." *Engineering Fracture Mechanics* 97 (2013): 12-29.
- [23] Bayatfar, Abbas, Mohammad Reza Khedmati, and Philippe Rigo. "Residual ultimate strength of cracked steel unstiffened and stiffened plates under longitudinal compression." *Thin-Walled Structures* 84 (2014): 378-392.
- [24] Xu, Ming Cai, Y. Garbatov, and C. Guedes Soares. "Residual ultimate strength assessment of stiffened panels with locked cracks." *Thin-Walled Structures* 85 (2014): 398-410.
- [25] Ghasemi Ghalebahman, A., S. Salavati. "Utilizing the extended finite element method for determining crack stress intensity factors and

higher order terms coefficients." *Modares Mechanical Engineering*, vol. 15, no. 2, (2015): 135-146, 2015. (In Persian)

- [26] Erdogan, Fazil, and G. C. Sih. "On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear." *Journal of basic engineering* 85, no. 4 (1963): 519-525.
- [27] Hussain, M. A., S. L. Pu, and J. Underwood. "Strain energy release rate for a crack under combined mode I and mode II." In *Fracture Analysis: Proceedings of the 1973 National Symposium on Fracture Mechanics, Part II.* ASTM International, 1974.
- [28] Sih, G. C. "Some basic problems in fracture mechanics and new concepts." *Engineering fracture mechanics* 5, no. 2 (1973): 365-377.
- [29] Eftis, John. "Load biaxiality and fracture: a twosided history of complementing errors." *Engineering fracture mechanics* 26, no. 4 (1987): 567-592.
- [30] Department of Defense Handbook, *Metalic* Materials and Elements for Aerospace Vehicle Structures, MIL-HDBK-5H, Dec. 1998.

پىنوشت

1. angle grid

- 2. isogrid
- 3. stringers
- 4. Kagome