طراحی قانون هدایت بهینهٔ غیرخطی برای اهداف با مانور بالا براساس روش معادلات ریکاتی وابسته به حالت

علیرضا بابایی[1]، سید محمدرضا ستاینده[2]

۱ استادیار، مجتمع دانشگاهی مکانیک و هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک‌اشتر، اصفهان، arbabaei@aut.ac.ir

۲ دانشجوی دکتری، مجتمع دانشگاهی مکانیک و هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک‌اشتر، اصفهان

تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۰۸/۰۹

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۱۲/۱۲

چکیده

در این مقاله با استفاده از روش کنترل بهینه معادلات ریکاتی وابسته به حالت، یک قانون هدایت جدید برای موشک بر علیه اهداف با قابلیت مانور بالا طراحی شده است. دلیل استفاده از روش معادلات ریکاتی وابسته به حالت، عدم نیاز این روش به خطی‌سازی معادلات حاکم بر دینامیک مسئله و ساده‌بودن آن در پیاده‌سازی است. هدف از انجام این تحقیق ارائهٔ قانون هدایتی است که بتواند نقصان قوانین هدایتی کلاسیک را برای اهداف با مانور بالا جبران کند و همچنین مقایسه‌ای بین قوانین هدایتی کلاسیک ناوبری تناسبی و تعقیب محض با قانون هدایتی ارائه‌شده صورت گیرد. گفتنی است معیار بررسی سه قانون مطرح‌شده، مجموع شتاب وارده بر موشک و زمان نهایی مورد نیاز برای اصابت به هدف در نظر گرفته شده است. لذا در سه حالت هدف ثابت، هدف متغیر با سرعت ثابت و هدف متغیر با شتاب (سرعت متغیر) و به ازای شرایط اولیهٔ مختلف این قوانین با هم مقایسه و محدودهٔ کاربردی هر یک مشخص شده است. در پایان با هدف بررسی رفتار قوانین و تعیین وابستگی هر کدام به پارامترهای مختلف، آنالیز حساسیتی به ازای تغییر در پارامترهای اساسی صورت انجام شده است.

واژگان کلیدی

موشک، قوانین هدایتی، روش کنترل بهینه معادلات ریکاتی وابسته به حالت

۱. مقدمه

برای پرواز موفق یک وسیلهٔ پرندهٔ بدون سرنشین، سه سیستم مختلف باید همزمان فعال و با هم در ارتباط باشند: سیستم کنترل، سیستم هدایت و سیستم ناوبری. سیستم هدایت مجموعه‌ای است متشکل از سخت‌افزار و نرم‌افزار که موقعیت فعلی وسیلهٔ پرنده را با موقعیت مناسب می‌سنجد [۱]. فرایند هدایت سلسله‌مراتبی دارد که ابتدا لازم است قانونی هندسی وضع شود؛ به‌طوری‌که براساس آن بتوان به هدف دست یافت. دوم آنکه الگوریتمی تحت عنوان قانون هدایت راه‌اندازی شود تا بتوان قانون هندسی را اجرا کرد. دو قانون معروف که کاربردهای فراوانی دارند عبارت‌اند از قوانین هدایتی ناوبری تناسبی و تعقیب محض. در قانون هدایت ناوبری

تناسبی فرمان شتابی که برای پرنده صادر می‌شود متناسب با نرخ تغییر زاویهٔ خط دید بین پرنده و هدف است. این قانون از نظر حداقل‌بودن انتگرال مربع شتاب مورد نیاز برای پرنده بهینه است [۲].

ایدهٔ اصلی قانون هدایتی تعقیب محض آن است که پرنده باید همیشه به‌سمت موقعیت فعلی هدف باشد. این قانون هدایتی به شتاب‌های جانبی بالا می‌انجامد که در اغلب موارد در فاز پایانی برخورد بی‌نهایت می‌شود [۳]. قوانین هدایتی کلاسیک استخراج‌شده مانند قوانین هدایتی ناوبری تناسبی و تعقیب محض، زمانی می‌توانند مؤثر باشند که وسیلهٔ پرنده مانند موشک به‌طور قابل توجهی دارای قابلیت مانور بیشتری نسبت به تهدید یا خطر باشد. چنانچه تهدیدها قابلیت مانور بیشتری پیدا کنند، عملکردهای بالاتری از قوانین هدایتی مورد نیاز است تا رهگیری و نهایتاً انهدام حاصل شود. برای این چالش، اغلب قوانین هدایت مدرن با استفاده از تئوری کنترل بهینه استخراج شده‌اند. عموماً استراتژی کنترل بهینه، از یک تابع هزینه برای بهینه‌کردن عملکرد پرنده استفاده می‌کند [۴]. قانون هدایتی ناوبری تناسبی و تعمیم‌های آن به‌دلیل سادگی‌شان در تئوری و پیاده‌سازی به شکل وسیعی در موشک‌های تاکتیکی استفاده می‌شوند. اما قابلیت بالای مانور نسل جدید هدف‌ها آثار معکوسی بر عملکرد این قوانین هدایتی گذاشته‌اند. برای این اهداف قوانین هدایت بهینه بر مبنای تئوری کنترل بهینه منجر به بهبود قابل توجهی در عملکرد پرنده‌های بدون سرنشین می‌شوند. قانون هدایت بهینه، کنترل بهینه‌ای است که خطای فاصله یا شتاب جانبی کل و یا هر دو را با در نظر گرفتن قیود دینامیکی در شکلی از معادلات حالت که سینماتیک هدف و موشک را توصیف می‌کنند، کمینه می‌نماید [۵]. به‌طور معمول مبنای قوانین هدایت بهینه مدل خطی حاکم بر سینماتیک موشک و هدف است [۶-۸]. با توجه به اینکه دینامیک حرکت بین موشک و هدف به‌خصوص برای اهداف دارای مانور غیرخطی است، این روش‌ها کاربرد محدودی دارند.

امروزه تئوری کنترل‌های غیرخطی برای کاربرد در مسائل دینامیکی پیچیده توسعه پیدا کرده است. استراتژی معادلات ریکاتی وابسته به حالت به‌عنوان یک روش جدید طراحی، که توانایی مؤثری در طراحی کنترلرها، مشاهده‌گرها و فیلترهای غیرخطی دارند، پدیدار شده‌اند. این روش شامل فاکتورگیری‌های دینامیک غیرخطی به شکل بردار حالت است که یک سیستم غیرخطی را به شکل یک سیستم خطی با ماتریس ضرائب مستقل حالت تبدیل می‌کند و یک معیار بهینگی غیرخطی را مینیمم می‌کند. این روش در جامعهٔ کنترل بسیار معروف شده و الگوریتم بسیار مفید و موثری را برای کنترل‌های فیدبک غیرخطی مهیا کرده است [۹-۱۳]. همچنین، روش معادلات ریکاتی وابسته به حالت کاربردهای محدودی در طراحی قوانین هدایت به خود اختصاص داده است.

استاین‌فیلت و سیتراس (۲۰۱۰)در پژوهشی استفاده از روش معادلات ریکاتی وابسته به حالت برای هدایت حلقهٔ بسته فاز مافوق صوت یک وسیلهٔ بازگشت به جو را ارزیابی و بررسی نموده‌اند که شامل آشنایی با روش معادلات ریکاتی وابسته به حالت و بررسی پایداری و مقاومت غیرخطی سیستم است. اما در مورد قابلیت‌ها و مزایای این روش توضیحی نداده‌اند [۱۳]. موسی‌پور و همکاران (۲۰۱۲) در پژوهشی با ترکیب روش‌های کنترل بهینهٔ معادلات ریکاتی وابسته به حالت و کنترل مد لغزشی یک قانون هدایت جدید برای موشک بر علیه اهداف دارای مانور طراحی نموده‌اند [۱۴]. در این تحقیق دامنهٔ عملکرد این قانون به ازای شرایط مختلف بررسی شده است، اما این شرایط حالت جامع ندارد. از طرفی عملکرد قانون هدایتی ارائه‌شده تنها با قانون ناوبری تناسبی افزودنی مقایسه شده است. بهرامی و همکاران (۲۰۰۶) قانون هدایت بهینه‌ای را برای رهگیری با قید بردار موقعیت نهایی و محدودیت زمانی مانور مبتنی بر حداقل تلاش کنترلی ارائه نموده‌اند [۱۵]. سپس این قانون را با تئوری کنترل مد لغزشی تلفیق کرده و قانون هدایت بهینهٔ مقاومی را ایجاد نموده‌اند که برای رهگیری اهداف دارای مانور متغیر با زمان تعمیم داده شده است. تمرکز اصلی این مقاله بر اثبات مقاوم‌بودن قانون هدایتی در برابر اغتشاشات است.

در این مقاله کاربرد روش معادلات ریکاتی وابسته به حالت در طراحی قانون هدایت بهینه توصیف و عملکرد آن برای اهداف ثابت، با سرعت ثابت و دارای مانور بررسی و همچنین با قوانین ناوبری تناسبی و تعقیب محض مقایسه شده است. نقاط قوت این مقاله نسبت به مطالعات گذشته به شرح ذیل می‌باشد:

۱) تعیین حوزهٔ کاربردی قانون ارائه‌شده: بر خلاف کارهای گذشته، دامنهٔ قابلیت‌ها و حوزه‌های کاربردی این روش به شکل وسیع‌تری (به ازای شرایط کاملاً متفاوت بین هدف و پرنده) و با

مقایسه عملکرد آن با عملکرد دو قانون هدایتی رایج، تعیین شده است.

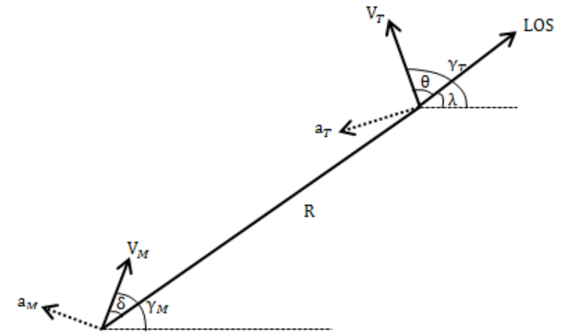
۲) آنالیز حساسیت: بر خلاف کارهای گذشته، تأثیر تغییر پارامترهای تأثیرگذار بر عملکرد هر سه قانون، بر مجموع شتاب وارده بر پرنده ارزیابی شده است.

۳) تعیین بهرهٔ غالب: بر خلاف کارهای گذشته، به ازای شرایط مختلف سرعت و شتاب هدف، بهرهٔ غالب (پارامتر غالب) قانون هدایتی ارائه‌شده تعیین شده است.

در بخش دوم معادلات غیرخطی حاکم بر پرنده و هدف ارائه شده است. در بخش سوم نیز به فرمولاسیون قانون هدایت بهینهٔ معادلات ریکاتی وابسته به حالت پرداخته می‌شود. نتایج شبیه‌سازی و تحلیل روش معادلات ریکاتی وابسته به حالت در مقابل روش‌های ناوبری تناسبی و تعقیب محض در بخش چهارم ارائه می شود. در نهایت، در بخش پنجم جمع‌بندی و نتیجه‌گیری بیان شده است.

۲. معادلات غیرخطی حاکم بر حرکت موشک و هدف

موشک و هدفی که دارای سرعت و مانور متغیر با زمان می‌باشند، به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند. با توجه به شکل ۱، روابط سینماتیکی حاکم به صورت روابط زیر می‌باشد.



شکل ۱. هندسهٔ تعقیب صفحه‌ای

$$\begin{aligned}
\dot{r} &= V_T\cos\theta - V_M\cos\delta \\
\dot{\lambda} &= \frac{1}{r}(V_T\sin(\theta) - V_M\sin(\delta)) \\
\dot{\delta} &= \frac{a_M}{V_M} - \frac{1}{r}(V_T\sin(\theta) - V_M\sin(\delta)) \\
\dot{\theta} &= \frac{a_T}{V_T} - \frac{1}{r}(V_T\sin(\theta) - V_M\sin(\delta))
\end{aligned} \tag{1}$$

با در نظر گرفتن تغییر متغیرهای زیر روابط ۱ به فرم ۲ بازنویسی می‌شوند.

$$\begin{aligned}
x_1 &= r \\
x_2 &= \lambda \\
x_3 &= \delta \\
x_4 &= \theta
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u &= a_m \\
\dot{x}_1 &= V_T cosx_4 - V_M cosx_3 \\
\dot{x}_2 &= \frac{1}{x_1}(V_T sinx_4 - V_M sinx_3) \\
\dot{x}_3 &= \frac{u}{V_M} - \frac{1}{x_1}(V_T sinx_4 - V_M sinx_3) \\
\dot{x}_4 &= -\frac{1}{x_1}(V_T sinx_4 - V_M sinx_3)
\end{aligned} \tag{2}$$

که فرم فضای حالت معادلات ۲ به‌صورت ۳ حاصل می‌شود.

$$f(x,t) = \frac{1}{x_1}\begin{Bmatrix} x_1 V_T cosx_4 - x_1 V_M cosx_3 \\ V_T sinx_4 - V_M sinx_3 \\ -V_T sinx_4 + V_M sinx_3 \\ -V_T sinx_4 + V_M sinx_3 \end{Bmatrix}$$
$$B = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{V_M} \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{3}$$

۳. قانون هدایت بهینهٔ معادلات ریکاتی وابسته به حالت

سیستم غیرخطی ۴ در نظر گرفته می‌شود. در این سیستم x(t) و u(t) به‌ترتیب بردار حالت و بردار ورودی و f(x) تابع غیرخطی از بردار حالت است. با فرض آنکه x=0 نقطهٔ تعادل است (f(0)=0) هدف طراحی کنترل بهینه، مینیمم نمودن تابع عملکرد ۵ است.

$$\dot{x}(t) = f(x) + B(x)u(t) \tag{4}$$

$$J = \frac{1}{2}\int_0^\infty \{x^T Q(x) x(t) + u^T(t) R(x) u(t)\} dt \tag{5}$$

در رابطه ۵ $Q(x)$ و $R(x)$ توابع غیرخطی از بردار حالت x می‌باشد. تابع $Q(x)$ به‌صورت مثبت نیمه‌معین و $R(x)$ نیز مثبت معین است. تحت این شرایط قانون کنترلی به شکل ۶ بیان می‌شود.

$$u(x) = -K(x)x \tag{6}$$

این قانون تابع عملکرد بالا را با توجه به معادلات غیرخطی بیان‌شده مینیمم می‌سازد. این شکل از مسئله، مبنای روش معادلات ریکاتی وابسته به حالت برای سیستم‌های غیرخطی است. برای بیان روش معادلات ریکاتی وابسته به حالت، لازم است ابتدا با مفهوم خطی‌سازی تعمیم‌یافته، که مفهومی کلیدی در این روش است، آشنا شد. خطی‌سازی تعمیم‌یافته یا پارامتریزه

کردن فرایندی است که طی آن سیستم غیرخطی به یک ساختار شبه‌خطی تبدیل می‌شود. با فرض *f(0)=0* و همچنین اگر تابع f مشتق‌پذیر باشد، در این‌صورت همواره یک تابع ماتریسی غیرخطی پیوسته $A(x)$ وجود خواهد داشت؛ به‌طوری‌که:

$$f(x) = A(x)x \tag{۷}$$

که در آن $A(x)$ با فاکتورگیری ریاضی به‌دست می‌آید و برای $n > 1$ منحصر به‌فرد نیست. چون فاکتورگیری $A(x)$ منحصر به‌فرد نمی‌باشد، انتخاب آن باید به‌گونه‌ای باشد که اهداف کنترلی را برآورد. یک فاکتور برای انتخاب $A(x)$ که اهمیت قابل توجهی دارد، کنترل‌پذیری ماتریس است. یک سیستم خطی کنترل‌پذیر است اگر ماتریس زیر دارای مرتبه n کامل باشد [۱۴].

$$M(x) = \begin{bmatrix} B(x) & A(x)B(x) & \dots & A^{(n-1)}B(x) \end{bmatrix} \tag{۸}$$

بنابراین مدل شبه‌خطی سیستم غیرخطی ۴ به فرم زیر تبدیل می‌شود:

$$\dot{x}(t) = A(x)x(t) + B(x)u(t) \tag{۹}$$

با الهام گرفتن از روش کنترل بهینه مربع خطی، که با یک معادلهٔ جبری ریکاتی توصیف می‌شود، کنترل فیدبک معادلات ریکاتی وابسته به حالت، نیز یک رهیافت مشابه برای مسئلهٔ غیرخطی بهینه فراهم می‌نماید. کنترل‌کنندهٔ فیدبک حالت معادلات ریکاتی وابسته به حالت، به فرم ۱۰ به‌دست می‌آید.

$$u(x) = -R^{-1}(x)B^T(x)P(x)x(t) \tag{۱۰}$$

که در آن *P(x)* یک ماتریس مثبت معین متقارن منحصر به‌فرد در هر نقطه از x می‌باشد که از حل دستگاه معادلات جبری ریکاتی وابسته به حالت به‌دست می‌آید.

$$\begin{aligned} &A^T(x)P(x) + P(x)A(x) \\ &- P(x)B(x)R^{-1}(x)B^T(x)P(x) + Q(x) = 0 \end{aligned} \tag{۱۱}$$

همان‌گونه که بیان شد، روش حل معادلات ریکاتی وابسته به حالت برای مساله غیرخطی، تعمیمی است از روش مربع خطی نامتغیر با زمان که در آن تمامی ضرائب ماتریسی به‌صورت وابسته به حالت می‌باشند. در هر لحظه، ماتریس‌های غیرخطی *A(x)* به‌صورت ثابت فرض می‌شوند و ورودی کنترلی با حل مسئله کنترل بهینهٔ مربع خطی محاسبه می‌گردد. معادلهٔ ماتریسی جبری ریکاتی را می‌توان به روش‌های عددی و تکراری نظیر تجزیهٔ شوری یا ماتریس همیلتونین حل نمود. البته می‌توان از بسته‌های نرم‌افزاری که از این روش‌ها استفاده می‌نمایند نیز بهره گرفت. برای خطی‌سازی تعمیم یافته نیاز به دارا بودن معادلات به‌صورت چندجمله‌ای است؛ لذا از روابط ۱۲ که به بسط تیلور معروف می‌باشند، استفاده می‌شود.

$$\begin{aligned} &sin(x) \approx x - \frac{x^3}{6} + \cdots \\ &cos(x) \approx 1 - \frac{x^2}{2} + \cdots \end{aligned} \tag{۱۲}$$

با اعمال روابط ۱۲ بر روابط ۲ معادلات زیر حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= (V_T - V_M) - \frac{V_T x_4^2}{2} + \frac{V_M x_3^2}{2} \\ \dot{x}_2 &= \frac{V_T x_4}{x_1} - \frac{V_T x_4^3}{6x_1} - \frac{V_M x_3}{x_1} + \frac{V_M x_3^3}{6x_1} \\ \dot{x}_3 &= -\frac{V_T x_4}{x_1} + \frac{V_T x_4^3}{6x_1} + \frac{V_M x_3}{x_1} - \frac{V_M x_3^3}{6x_1} \\ \dot{x}_4 &= -\frac{V_T x_4}{x_1} + \frac{V_T x_4^3}{6x_1} + \frac{V_M x_3}{x_1} - \frac{V_M x_3^3}{6x_1} \end{aligned} \tag{۱۳}$$

روابط ۱۳ همان معادلات $f(x,t)$ می‌باشند که با استفاده از بسط تیلور به‌صورت چندجمله‌ای تغییر شکل پیدا کرده‌اند. گام بعدی برای استفاده از روش معادلات ریکاتی وابسته به حالت، تبدیل این معادلات به فرم خطی $A(x)x$ می‌باشد. همان‌گونه که بیان شد، جواب‌های گوناگونی برای این مورد به‌دست می‌آید؛ اما معیار مطلوب برای انتخاب جواب مورد نظر، کنترل‌پذیری ماتریس $A(x)$ می‌باشد. در نهایت برای روابط بیان‌شده و با توجه به معیار کنترل‌پذیری، ماتریس $A(x)$ برای معادلات ذکرشده به‌صورت زیر حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{V_T - V_M}{x_1} \\ a_{13} &= -\frac{V_T x_4^2}{2x_3} + \frac{V_M x_3}{2} \\ a_{23} &= -\frac{V_M}{x_1} + \frac{V_M x_3^2}{6x_1} \\ a_{24} &= \frac{V_T}{x_1} - \frac{V_T x_4^2}{6x_1} \\ a_{32} &= -\frac{V_T x_4}{x_1 x_2} + \frac{V_T x_4^3}{6x_1 x_2} \\ a_{33} &= \frac{V_M}{x_1} - \frac{V_M x_3^2}{6x_1} \\ a_{42} &= \frac{V_M x_3}{x_1 x_2} - \frac{V_M x_3^3}{6x_1 x_2} \\ a_{44} &= -\frac{V_T}{x_1} + \frac{V_T x_4^2}{6x_1} \\ A(x) &= \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & a_{13} & 0 \\ 0 & 0 & a_{23} & a_{24} \\ 0 & a_{32} & a_{33} & 0 \\ 0 & a_{42} & 0 & a_{44} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{۱۴}$$

همان‌گونه که بیان شد، انتخاب ماتریس A(x) منحصر به‌فرد نیست و باید این ماتریس به‌گونه‌ای انتخاب شود که زوج $\{A(x), B(x)\}$ کنترل‌پذیر باشند. با استفاده از رابطهٔ ۱۵ که شرط کنترل‌پذیر بودن یک ماتریس است، کنترل پذیری ماتریس A(x) به‌دست آمده و حالت‌هایی که می‌تواند منجر به کنترل‌پذیر نبودن آن شود، بررسی می‌شود. ماتریس A(x) کنترل‌پذیر است اگر دترمینان ماتریس M(x) مخالف صفر باشد.

$$M(x) = [B(x) \quad A(x)B(x) \quad \dots \quad A^{(n-1)}B(x)] \qquad (۱۵)$$

چون سیستم مورد بررسی در این تحقیق مرتبهٔ چهار است، ضریب n در رابطه بالا ۴ می‌باشد و رابطهٔ ۱۵ به شکل ۱۶ تبدیل می‌گردد.

$$M(x) = [B(x) \quad A(x)B(x) \quad A^2B(x) \quad A^3B(x)] \qquad (۱۶)$$

که دترمینان آن عبارت است از:

$$det(M) = (a_{13}.a_{11}^2.a_{23}^2.a_{42} - a_{13}.a_{44}.a_{11}.a_{23}^2.a_{42} - a_{13}.a_{24}.a_{23}^2.a_{42}^2)/V_M^4 \qquad (۱۷)$$

اکنون شرایطی که امکان دارد دترمینان بالا صفر شود و نهایتاً ماتریس M کنترل‌ناپذیر گردد، بررسی می‌شود. دترمینان بالا در صورتی صفر می شود که صورت کسر صفر گردد، بنابراین:

$$a13.a23^2.a42(a11^2 - a44.a11 - a24.a42) = 0 \qquad (۱۸)$$

رابطهٔ ۱۸ تحت دو حالت صفر می‌شود:

$$a13.a23^2.a42=0$$
$$A = a11^2 - a44.a11 - a24.a42 = 0$$

حالت اول: این حالت زمانی صفر می‌شود که یک یا همهٔ پارامترهای آن صفر گردد که بررسی این حالت در زیر آمده است.

$$a13 = 0 \rightarrow \frac{V_M\delta}{2} = 0 \rightarrow \delta = 0$$

$$a23 = 0 \rightarrow \frac{-V_M}{r} = 0 \rightarrow \text{هیچگاه صفر نمی شود}$$

$$a42 = 0 \rightarrow \frac{V_M\delta}{r\lambda} = 0 \rightarrow \delta = 0$$

بنابراین این حالت تنها در شرایط $\delta = 0$، صفر می‌شوند.

حالت دوم: این حالت نیز خود به دو قسمت تقسیم می شود. حالت اول، زمانی عبارت A صفر می‌شود که همزمان پارامترهای $a11^2$، a11 و a44 و $a42$ و $a24$ صفر گردد. پارامتر a42 در حالت قبل بررسی گردید. A24، a44 و $a11$ نیز طبق رابطهٔ ۱۴ هیچگاه صفر نمی‌شوند، بنابراین این حالت نیز تنها زمانی صفر می شود که $\delta = 0$ باشد و در حالت دوم زمانی عبارت A صفر می‌شود که ترکیب اجزای سازندهٔ این عبارت با هم این عبارت را صفر نمایند. این حالت زمانی ایجاد می‌شود که عبارت زیر برقرار گردد. با توجه به موارد بالا، دترمینان ماتریس M در مواردی که $\delta = 0$ و رابطهٔ بالا اراضا شود، برابر صفر می‌شود و در این حالت ماتریس A کنترل‌پذیر نمی‌باشد.

$$\theta = \sqrt{6 - \frac{36(V_T - V_M)^2}{\frac{V_T V_M}{\lambda}(6\delta - \delta^3) - 6V_T(V_T - V_M)}} \qquad (۱۹)$$

۴. شبیه‌سازی

به‌منظور بررسی سه روش هدایت ناوبری تناسبی، تعقیب محض و قانون هدایتی مطرح‌شده، برای دو حالت هدف ثابت و متغیر، در بردها و راستاهای حرکتی گوناگون شبیه‌سازی صورت گرفته است. در حالت هدف متغیر نیز سرعت هدف ثابت و متغیر است. مقدار سرعت ثابت هدف ۲۰ متر بر ثانیه و در حالت سرعت متغیر، شتاب هدف ۵ متر بر مجذور ثانیه لحاظ شده است. گفتنی است در کلیهٔ شبیه‌سازی‌های صورت‌گرفته زاویهٔ خط دید اولیه (λ_0) صفر و سرعت موشک ۲۷۰ متر بر ثانیه در نظر گرفته شده است. از طرفی با توجه به محدودیت‌های سازه‌ای موشک برای تحمل شتاب وارده بر آن، برای کلیهٔ شبیه‌سازی‌های انجام‌شده شتاب وارده بر موشک بین مقادیر ۲۰+ و ۲۰− محدود شده است. شبیه‌سازی‌های انجام‌گرفته بر مبنای دو برد ۵۰۰۰ و ۱۰۰۰۰ متر، $\theta_0 = -90,0,90,180$ درجه و $\delta_0 = -30,-15,0,15,30$ درجه انجام شده، اما نمودار نتایج شبیه‌سازی تنها برای برد ۱۰۰۰۰ متر آورده شده است. نتایج مربوط به شبیه‌سازی‌های مختلف در جدول‌های ادامه آمده است. جدول ۱ و ۲ بیانگر نتایج برای هدف ثابت است. این جدول زمان نهایی مورد نیاز برای اصابت به هدف و مجموع شتاب وارده به موشک در حین پرواز را برای سه قانون هدایت مورد بررسی و به ازای شرایط مختلف، نمایش داده است. جدول‌های ۳ تا ۷ نیز نتایج مربوط به حالتی است که موشک با سرعت ثابت در حرکت است. در این حالت علاوه بر پارامتر δ_0، چون موشک در حال حرکت است تغییر پارامتر θ_0 و تأثیر آن بر زمان نهایی اصابت و مجموع شتاب وارده بر موشک، برای سه قانون مورد نظر بررسی شده است. در این تحقیق منظور از نمادهای OG، PN و PP به‌ترتیب قانون هدایت بهینه، قانون هدایت ناوبری تناسبی و قانون هدایت تعقیب محض است.

جدول ۱. مجموع شتاب و زمان نهایی برای هدف ثابت با برد ۱۰۰۰۰ متر

δ_0 (deg)	$\int a_M$ (PP)	t_f (PP)	$\int a_M$ (PN)	t_f (PN)	$\int a_M$ (OG)	t_f (OG)
-۳۰	۱۶۳/۳	۳۵/۵	۱۶۵/۱	۳۵/۶	۱۶۱/۶	۳۵/۶
-۱۵	۷۸/۱	۳۵/۲	۸۲/۵۴	۳۵/۲	۷۶/۱	۳۵/۲
۰	۰	۳۵/۱	۰	۳۵/۱	۰	۳۵/۲
۱۵	۷۸/۱	۳۵/۲	۸۲/۵۴	۳۵/۲	۷۶/۱	۳۵/۲
۳۰	۱۶۳/۳	۳۵/۵	۱۶۵/۱	۳۵/۶	۱۶۱/۶	۳۵/۶

جدول ۲. مجموع شتاب و زمان نهایی برای هدف ثابت با برد ۵۰۰۰ متر

δ_0 (deg)	$\int a_M$ (PP)	t_f (PP)	$\int a_M$ (PN)	t_f (PN)	$\int a_M$ (OG)	t_f (OG)
-۳۰	۱۹۲	۱۷/۱	۱۶۶	۱۷/۱	۲۰۳	۱۷/۳
-۱۵	۸۲/۷	۱۶/۷	۸۳/۱	۱۶/۷	۸۵/۱	۱۶/۷
۰	۰	۱۶/۶	۰	۱۶/۶	۰	۱۶/۷
۱۵	۸۲/۷	۱۶/۷	۸۳/۱	۱۶/۷	۸۵/۱	۱۶/۷
۳۰	۱۹۲	۱۷/۱	۱۶۶	۱۷/۱	۲۰۳	۱۷/۳

جدول ۳. مجموع شتاب و زمان نهایی برد ۱۰۰۰۰ متر به ازای زاویه ۳۰- درجه بردار سرعت و خط دید

θ_0 (deg)	$\int a_M$ (PP)	t_f (PP)	$\int a_M$ (PN)	t_f (PN)	$\int a_M$ (OG)	t_f (OG)
-۹۰	۲۱۲	۳۵/۵	۱۴۱	۳۵/۶	۹۹/۲	۳۵/۶
۰	۱۶۶	۳۸/۴	۱۶۳	۳۸/۴	۱۵۶	۳۸/۵
۹۰	۲۱۷	۳۵/۹	۱۸۸	۳۵/۸	۲۱۹	۳۵/۹
۱۸۰	۱۶۵	۳۳/۱	۱۶۷	۳۳/۱	۱۶۳	۳۳/۱

جدول ۴. مجموع شتاب و زمان نهایی برد ۵۰۰۰ متر به ازای زاویه ۳۰- درجه بردار سرعت و خط دید

θ_0 (deg)	$\int a_M$ (PP)	t_f (PP)	$\int a_M$ (PN)	t_f (PN)	$\int a_M$ (OG)	t_f (OG)
-۹۰	۲۰۶	۱۷	۱۴۲	۱۷	۱۴۵	۱۷
۰	۱۹۴	۱۸/۵	۱۶۴	۱۸/۴	۱۱۹	۱۸/۶
۹۰	۲۳۸	۱۷/۴	۱۸۹	۱۷/۱	۲۴۲	۱۷/۵
۱۸۰	۱۹۶	۱۵/۹	۱۶۸	۱۵/۸	۲۰۲	۱۶

جدول ۵. مجموع شتاب و زمان نهایی برد ۱۰۰۰۰ متر به ازای زاویهٔ ۱۵- درجه بردار سرعت و خط دید

θ_0 (deg)	$\int a_M$ (PP)	t_f (PP)	$\int a_M$ (PN)	t_f (PN)	$\int a_M$ (OG)	t_f (OG)
-۹۰	۱۳۲	۳۵/۳	۵۹/۲	۳۵/۳	۱۶/۱	۳۵/۴
۰	۷۸/۸	۳۸/۱	۸۱/۵	۳۸/۱	۷۵/۱	۳۸/۱
۹۰	۱۳۳	۳۵/۴	۱۰۶	۳۵/۴	۱۳۵	۳۵/۵
۱۸۰	۷۸/۴	۳۲/۸	۸۳/۵	۳۲/۸	۷۶/۹	۳۲/۸

جدول ۶. مجموع شتاب و زمان نهایی برد ۵۰۰۰ متر به ازای زاویه ۱۵- درجه بردار سرعت و خط دید

t_f (OG)	$\int a_M$ (OG)	t_f (PN)	$\int a_M$ (PN)	t_f (PP)	$\int a_M$ (PP)	θ_0 (deg)
۱۶/۸	۳۸/۲	۱۶/۷	۵۹/۵	۱۶/۷	۱۱۷	-۹۰
۱۸/۱	۸۱/۶	۱۸/۱	۸۲/۱	۱۸/۱	۸۳/۸	۰
۱۶/۹	۱۲۸	۱۶/۸	۱۰۷	۱۶/۸	۱۲۵	۹۰
۱۵/۶	۸۵	۱۵/۶	۸۴/۱	۱۵/۶	۸۲/۶	۱۸۰

جدول ۷. مجموع شتاب و زمان نهایی برد ۱۰۰۰۰ متر به ازای زاویهٔ صفر درجه بردار سرعت و خط دید

t_f (OG)	$\int a_M$ (OG)	t_f (PN)	$\int a_M$ (PN)	t_f (PP)	$\int a_M$ (PP)	θ_0 (deg)
۳۵/۴	۵۹/۷	۳۵/۳	۲۳/۴	۳۵/۴	۵۸/۸	-۹۰
۳۸	۰	۳۸	۰	۳۸	۰	۰
۳۵/۴	۵۹/۷	۳۵/۳	۲۳/۴	۳۵/۴	۵۸/۸	۹۰
۳۲/۸	۰	۳۲/۸	۰	۳۲/۸	۰	۱۸۰

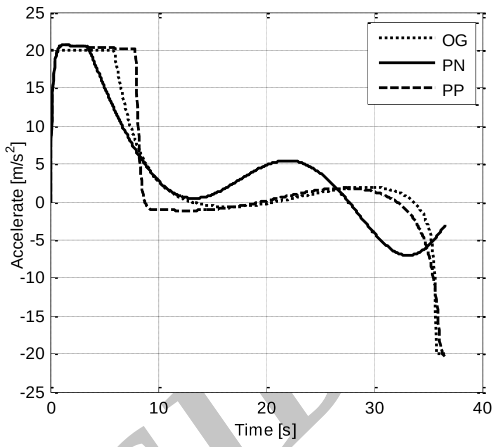
جدول ۸ مجموع شتاب و زمان نهایی برد ۵۰۰۰ متر به ازای زاویهٔ صفر درجه بردار سرعت و خط دید

t_f (OG)	$\int a_M$ (OG)	t_f (PN)	$\int a_M$ (PN)	t_f (PP)	$\int a_M$ (PP)	θ_0 (deg)
۱۶/۸	۴۴/۷	۱۶/۷	۲۳/۵	۱۶/۷	۴۴/۹	-۹۰
۱۸	۰	۱۸	۰	۱۸	۰	۰
۱۶/۸	۴۴/۷	۱۶/۷	۲۳/۵	۱۶/۷	۴۴/۹	۹۰
۱۵/۵	۰	۱۵/۵	۰	۱۵/۵	۰	۱۸۰

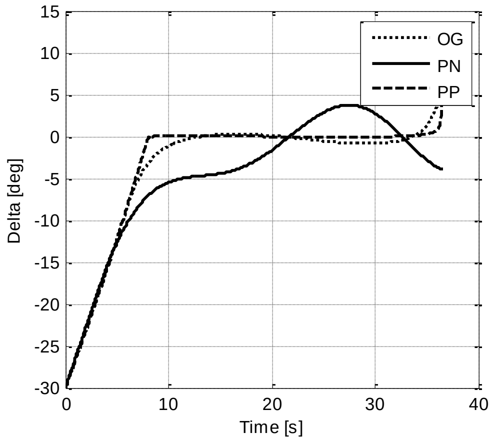
مجموع شتاب و زمان نهایی به ازای $\delta_0 = 15,30$ درجه و θ_0 مثبت و منفی به‌ترتیب همانند مقادیر $\delta_0 = -15,-30$ و θ_0 منفی و مثبت است که از آوردن جدول‌های مربوطه برای اجتناب از طولانی‌شدن مقاله خودداری می‌شود.

شکل‌های زیر تاریخچهٔ زمانی مجموع شتاب، زاویهٔ δ، زاویهٔ خط دید و مسیر پرواز موشک را برای حالت سرعت متغیر و به ازای سه قانون هدایتی نمایش می‌دهد. جدول‌های ۹ تا ۱۸ نیز همانند جدول‌های حالت قبلی است؛ با این تفاوت که برای هدف با سرعت متغیر می‌باشد. از جدول‌های ارائه‌شده می‌توان نتیجه گرفت که برای اهداف ثابت و در برد ۱۰۰۰۰ متری و با توجه به نتایج موجود در جدول ۱ از منظر مجموع شتاب وارده بر موشک، اگرچه تفاوت چندانی بین قوانین ارائه‌شده وجود ندارد، اما قانون هدایت بهینه عملکرد بهتری را نسبت به دو قانون کلاسیک دیگر داراست. بعد از این قانون، قانون هدایت تعقیب محض و در نهایت قانون هدایت ناوبری تناسبی قرار می‌گیرد. در مورد زمان نهایی مورد نیاز برای اصابت تفاوت زیادی بین قوانین وجود ندارد. اما با نزدیکتر شدن موشک به هدف (برد ۵۰۰۰ متری) قوانین ناوبری تناسبی و تعقیب محض از حیث مجموع شتاب در این حالت بهتر از قانون هدایت بهینهٔ ارائه شده می‌باشند. از حیث زمان نهایی نیز همانند قبل، تفاوت قابل توجهی بین سه قانون ارائه شده وجود ندارد (جدول ۲). نتایج بیان‌شده برای اهداف ثابت مبین آن است که قانون هدایت بهینه برای این اهداف دارای مزیت خاصی نیست؛ زیرا برتری مطلقی نسبت به دو قانون هدایت کلاسیک ندارد؛ اگرچه همان‌گونه که بیان شد به ازای بردهای طولانی عملکرد نسبتاً بهتری را داراست. برای اهداف متغیر با سرعت ثابت، با بررسی نتایج شبیه‌سازی موجود در جدول‌های ۳ تا ۸ می‌توان بیان کرد که به ازای شرایط اولیهٔ مختلف در برد ۱۰۰۰۰ متری از حیث مجموع شتاب وارده بر موشک قانون هدایت بهینهٔ ارائه‌شده، در مجموع عملکرد مناسب‌تری نسبت به دو قانون ناوبری تناسبی و تعقیب محض دارد و به موشک شتاب کمتری

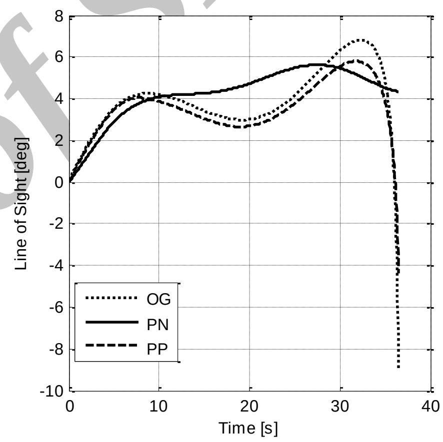
وارد می‌شود؛ اما با نزدیک‌شدن موشک به هدف همانند حالت هدف ثابت، قانون هدایت بهینه عملکرد مناسبی نخواهد داشت. به‌عبارت دیگر در برد ۵۰۰۰ متری از حیث مجموع شتاب، نخست قانون ناوبری تناسبی و بعد قانون هدایت بهینه و تعقیب محض قرار می‌گیرند. از منظر زمان نهایی مورد نیاز برای اصابت موشک به هدف نیز تفاوت قابل توجهی بین این سه روش وجود ندارد.



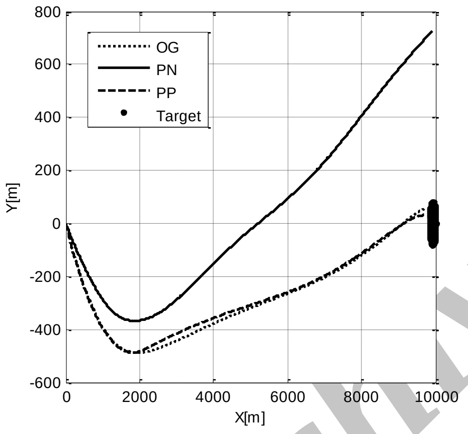
شکل ۲. شتاب وارده بر موشک



شکل ۳. زاویهٔ بین بردار سرعت موشک و خط دید



شکل ۴. زاویهٔ خط دید



شکل ۵. مسیر پرواز موشک و هدف

جدول ۹. مجموع شتاب و زمان نهایی برد ۱۰۰۰۰ متر به ازای زاویه ۳۰- درجه بردار سرعت و خط دید

θ_0 (deg)	$\int a_M$ (PP)	t_f (PP)	$\int a_M$ (PN)	t_f (PN)	$\int a_M$ (OG)	t_f (OG)
-۹۰	۱۸۹	۳۶/۲	۲۵۱	۳۶/۳	۱۵۵	۳۶/۲
۰	۲۰۳	۳۵/۸	۲۳۱	۳۵/۸	۱۸۲	۳۵/۸
۹۰	۱۹۴	۳۵/۱	۲۲۳	۳۵/۲	۱۷۰	۳۵/۱
۱۸۰	۱۹۷	۳۵/۴	۲۳۱	۳۵/۶	۱۳۸	۳۵/۴

جدول ۱۰. مجموع شتاب و زمان نهایی برد ۵۰۰۰ متر به ازای زاویه ۳۰- درجه بردار سرعت و خط دید

θ_0 (deg)	$\int a_M$ (PP)	t_f (PP)	$\int a_M$ (PN)	t_f (PN)	$\int a_M$ (OG)	t_f (OG)
-۹۰	۲۰۶	۱۷/۶	۱۹۹	۱۷/۵	۲۱۰	۱۷/۶
۰	۲۱۶	۱۷	۲۱۱	۱۶/۹	۲۱۰	۱۷
۹۰	۲۲۶	۱۶/۷	۱۶۸	۱۶/۶	۱۷۸	۱۶/۷
۱۸۰	۱۹۵	۱۷/۴	۱۸۵	۱۷/۴	۱۸۲	۱۷/۴

جدول ۱۱. مجموع شتاب و زمان نهایی برد ۱۰۰۰۰ متر به ازای زاویۀ ۱۵− درجه بردار سرعت و خط دید

θ_0 (deg)	$\int a_M$ (PP)	t_f (PP)	$\int a_M$ (PN)	t_f (PN)	$\int a_M$ (OG)	t_f (OG)
−۹۰	۱۰۸	۳۵/۸	۱۷۲	۳۵/۹	۷۰/۹	۳۵/۸
۰	۱۱۸	۳۵/۵	۱۶۳	۳۵/۵	۹۷/۴	۳۵/۵
۹۰	۱۰۹	۳۴/۸	۱۵۳	۳۴/۸	۸۶/۲	۳۴/۸
۱۸۰	۱۱۸	۳۵/۵	۱۴۸	۳۵/۲	۵۴/۵	۳۵/۱

جدول ۱۲. مجموع شتاب و زمان نهایی برد ۵۰۰۰ متر به ازای زاویۀ ۱۵− درجه بردار سرعت و خط دید

θ_0 (deg)	$\int a_M$ (PP)	t_f (PP)	$\int a_M$ (PN)	t_f (PN)	$\int a_M$ (OG)	t_f (OG)
−۹۰	۱۰۵	۱۷/۲	۱۱۵	۱۷/۲	۱۰۴	۱۷/۲
۰	۱۰۳	۱۶/۵	۱۳۹	۱۶/۵	۹۶/۲	۱۶/۶
۹۰	۱۱۶	۱۶/۳	۱۱۴	۱۶/۳	۶۳/۹	۱۶/۳
۱۸۰	۱۰۴	۱۷	۱۰۲	۱۷/۱	۷۳/۵	۱۷

جدول ۱۳. مجموع شتاب و زمان نهایی برد ۱۰۰۰۰ متر به ازای زاویۀ صفر درجه بردار سرعت و خط دید

θ_0 (deg)	$\int a_M$ (PP)	t_f (PP)	$\int a_M$ (PN)	t_f (PN)	$\int a_M$ (OG)	t_f (OG)
−۹۰	۳۵/۹	۳۵/۸	۱۱۴	۳۵/۸	۴/۷	۳۵/۸
۰	۴۳/۲	۳۵/۴	۱۰۲	۳۵/۴	۲۱/۷	۳۵/۴
۹۰	۳۱/۴	۳۴/۷	۱۱۱	۳۴/۸	۱۰/۳	۳۴/۷
۱۸۰	۴۲/۹	۳۵/۱	۹۹/۲	۳۵/۱	۲۱/۳	۳۵/۱

جدول ۱۴. مجموع شتاب و زمان نهایی برد ۵۰۰۰ متر به ازای زاویۀ صفر درجه بردار سرعت و خط دید

θ_0 (deg)	$\int a_M$ (PP)	t_f (PP)	$\int a_M$ (PN)	t_f (PN)	$\int a_M$ (OG)	t_f (OG)
−۹۰	۳۳/۲	۱۷/۲	۶۱/۳	۱۷/۲	۲۱/۳	۱۷/۲
۰	۲۳/۵	۱۶/۵	۵۹/۹	۱۶/۵	۱۲/۶	۱۶/۵
۹۰	۳۳/۵	۱۶/۳	۵۸/۴	۱۶/۳	۲۰/۳	۱۶/۳
۱۸۰	۲۷/۲	۱۶/۹	۶۱/۹	۱۷	۸/۸۹	۱۶/۹

جدول ۱۵. مجموع شتاب و زمان نهایی برد ۱۰۰۰۰ متر به ازای زاویۀ ۱۵ درجه بردار سرعت و خط دید

θ_0 (deg)	$\int a_M$ (PP)	t_f (PP)	$\int a_M$ (PN)	t_f (PN)	$\int a_M$ (OG)	t_f (OG)
−۹۰	۱۱۴	۳۵/۸	۱۵۶	۳۵/۹	۷۹/۹	۳۵/۸
۰	۱۱۸	۳۵/۴	۱۵۱	۳۵/۵	۵۳/۸	۳۵/۵
۹۰	۱۰۴	۳۴/۸	۱۷۰	۳۴/۹	۶۶/۱	۳۴/۸
۱۸۰	۱۱۸	۳۵/۱	۱۶۲	۳۵/۲	۹۷/۳	۳۵/۱

جدول ۱۶. مجموع شتاب و زمان نهایی برد ۵۰۰۰ متر به ازای زاویهٔ ۱۵ درجه بردار سرعت و خط دید

θ_0 (deg)	$\int a_M$ (PP)	t_f (PP)	$\int a_M$ (PN)	t_f (PN)	$\int a_M$ (OG)	t_f (OG)
۹۰-	۱۱۵	۱۷/۲	۱۱۶	۱۷/۲	۶۱/۷	۱۷/۲
۰	۱۰۱	۱۶/۵	۱۰۱	۱۶/۵	۷۱/۸	۱۶/۵
۹۰	۱۰۵	۱۶/۳	۱۱۴	۱۶/۴	۱۰۴	۱۶/۳
۱۸۰	۱۰۸	۱۷/۱	۱۴۲	۱۷/۱	۹۰/۵	۱۷/۱

جدول ۱۷. مجموع شتاب و زمان نهایی برد ۱۰۰۰۰ متر به ازای زاویهٔ ۳۰ درجه بردار سرعت و خط دید

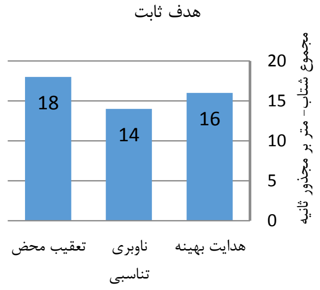
θ_0 (deg)	$\int a_M$ (PP)	t_f (PP)	$\int a_M$ (PN)	t_f (PN)	$\int a_M$ (OG)	t_f (OG)
۹۰-	۲۰۰	۳۶/۲	۲۲۸	۳۶/۳	۱۶۱	۳۶/۲
۰	۱۹۶	۳۵/۷	۲۳۴	۳۵/۹	۱۳۷	۳۵/۸
۹۰	۱۸۶	۳۵/۱	۲۴۸	۳۵/۲	۱۵۲	۳۵/۱
۱۸۰	۵۲۰۳	۳۵/۵	۷۲۳۰	۳۵/۵	۱۸۲	۳۵/۵

جدول ۱۸. مجموع شتاب و زمان نهایی برد ۵۰۰۰ متر به ازای زاویهٔ ۳۰ درجه بردار سرعت و خط دید

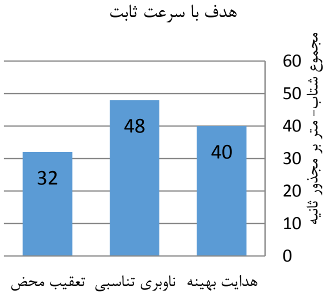
θ_0 (deg)	$\int a_M$ (PP)	t_f (PP)	$\int a_M$ (PN)	t_f (PN)	$\int a_M$ (OG)	t_f (OG)
۹۰-	۲۱۷	۱۷/۵	۱۶۸	۱۷/۵	۱۷۳	۱۷/۵
۰	۱۹۳	۱۶/۹	۱۵۹	۱۶/۸	۱۸۸	۱۶/۹
۹۰	۲۰۸	۱۶/۸	۱۹۹	۱۶/۷	۲۱۴	۱۶/۸
۱۸۰	۲۲۸	۱۷/۵	۲۱۰	۱۷/۴	۱۹۸	۱۷/۵

در مورد اهدافی که با شتاب در حرکت‌اند، در وهلهٔ اول می‌توان از شکل ۵ مشاهده نمود که قانون ناوبری تناسبی در مورد این اهداف(با مانور نسبتاً بالا) قادر به رهگیری هدف نمی‌باشد. لذا مقایسهٔعملکردی قانون هدایت بهینه، تنها با قانون تعقیب محض انجام گرفته است. شکل‌های ۲ تا ۴ نشان‌دهندهٔ آن است که از لحاظ رفتاری، قانون هدایت بهینه و تعقیب محض کاملاً مشابه هم رفتار می‌نمایند، اما با دقت بر جدول‌های ۹ تا ۱۸ تفاوت‌های این دو روش آشکار می‌گردد. جدول‌های نتایج نشان‌دهندهٔ آن است که قانون هدایت بهینهٔ ارائه‌شده در مجموع از حیث مجموع شتاب وارده از قانون تعقیب محض عملکرد مناسب‌تری را داراست؛ اگرچه همانند حالت‌های قبل از حیث زمان نهایی مورد نیاز برای اصابت تفاوت چندانی بین آنها وجود ندارد. برای بررسی مناسب‌تر سه قانون هدایتی از روی نتایج شبیه‌سازی، این سه قانون برای کل مسیر پروازی (از لحظه پرتاب تا لحظه اصابت) و به ازای شرایط مختلف شبیه‌سازی شده از حیث مجموع شتاب وارده بر موشک مقایسه شده‌اند. بدین‌منظور هر کدام از نتایج شبیه‌سازی شدهٔ موجود در جدول‌ها از حیث مجموع شتاب بررسی شده‌اند و برای سه حالت هدف ثابت، هدف با سرعت ثابت و هدف با سرعت متغیر به هر کدام از سه روش نمره‌ای اختصاص داده شده است که این نمره ملاک مقایسهٔ روش‌ها در حالت کلی است. منطق نمره‌دهی به این شکل است که پس از بررسی هر یک از حالت‌های موجود در جدول‌ها به قانونی که شتاب کمتری به موشک اعمال می‌کند نمرهٔ ۳، به قانون بعدی نمرهٔ ۲ و به قانون آخر نمرهٔ ۱ داده می‌شود و نهایتاً این نمرات برای سه حالت هدف ثابت، هدف با سرعت ثابت و هدف با سرعت متغیر، جمع بسته می‌شود که این عدد نهایی ملاک سنجش قوانین برای سه حالت در نظر گرفته شده می‌باشد. گفتنی است محور عمودی اشکال، مجموع نمره‌ای است که از حیث شتاب وارده بر موشک به هر

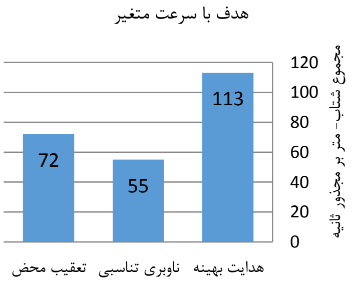
قانون داده شده است. همان‌گونه که از شکل‌های ۶ تا ۸ مشخص است، برای اهداف ثابت اگرچه تفاوت قابل‌توجهی بین قوانین وجود ندارد اما قانون هدایتی تعقیب محض عملکرد مناسب‌تری را در حالت کلی و به ازای همهٔ شرایط و مسافت‌های مختلف شبیه‌سازی شده داراست. در ردهٔ بعدی، قانون هدایت بهینه ارائه شده و نهایتاً قانون هدایتی ناوبری تناسبی قرار می‌گیرد. برای اهداف متغیر با سرعت ثابت، قانون هدایتی ناوبری تناسبی در حالت کلی مناسب‌تر است و در رده‌های بعدی قانون هدایت بهینه و قانون هدایت تعقیب محض قرار می‌گیرد. برای اهداف با سرعت متغیر شکل ۸ مؤید عملکرد قابل ملاحظه و شایسته قانون هدایت بهینه نسبت به قانون هدایتی تعقیب محض و ناوبری تناسبی است.



شکل ۶. بررسی سه قانون هدایتی از حیث مجموع شتاب وارده برای اهداف ثابت



شکل ۷. بررسی سه قانون هدایتی از حیث مجموع شتاب وارده برای اهداف متغیر با سرعت ثابت



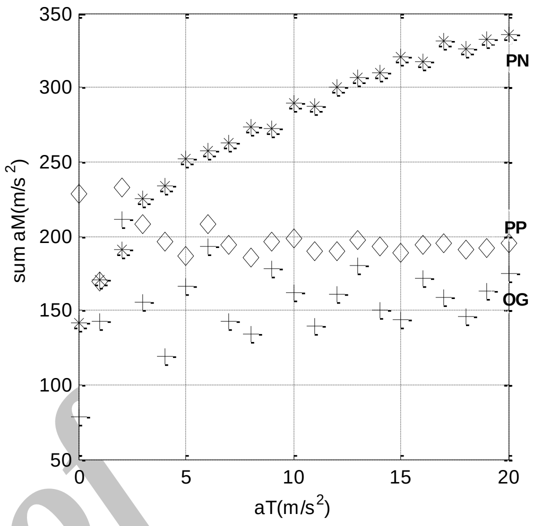
شکل ۸. بررسی سه قانون هدایتی از حیث مجموع شتاب وارده برای اهداف متغیر با سرعت متغیر

به‌منظور تعیین رفتار قوانین هدایتی بیان‌شده و تعیین میزان وابستگی آنها به پارامترهای مختلف، رفتار هر سه قانون به ازای تغییر پارامترهای $\delta_0, r_0, \theta_0, V_T, a_T$ و تأثیر این تغییرات بر مقدار مجموع شتاب وارده، بررسی شده است. علت آنکه تنها مجموع شتاب وارده بر موشک در این بررسی لحاظ شده است آن است که در بخش قبل دیده شد که تفاوت بین سه قانون تنها در مقدار شتاب وارده قابل توجه می‌باشد و از حیث زمان نهایی اصابت، تفاوت چندانی وجود ندارد. نمودارهای نتایج تنها برای شرایط اولیهٔ زیر آورده شده است، اما نتیجه‌گیری انجام‌شده به ازای بررسی حالت‌های مختلف گرفته شده است.

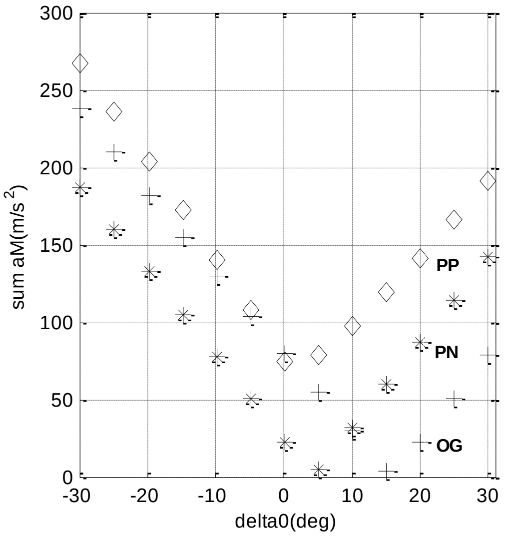
$$r_0 = 10000, V_T = 20, a_T = 0, \theta_0 = 90, \delta_0 = 30$$

با بررسی رفتار مجموع شتاب وارده بر موشک (شکل ۹)، می‌توان به این نتیجه رسید که قانون ناوبری تناسبی برای اهداف با شتاب بالا عملکرد نامناسبی را داراست. این در حالی است که قانون هدایت بهینهٔ ارائه‌شده از این حیث عملکرد مناسب‌تری دارد. با دقت به رفتار قانون‌های در نظر گرفته شده می‌توان به این نتیجه رسید که قانون تعقیب محض حساسیت کمتری نسبت به شتاب هدف داراست؛ زیرا با افزایش شتاب هدف، اگرچه در شتاب‌های کم تغییرات اندک شتاب وجود دارد اما با افزایش شتاب تغییرات قابل توجهی در مجموع شتاب وارده بر موشک وجود ندارد. بعد از قانون تعقیب محض، قانون هدایت بهینه نسبت به تغییر شتاب حساسیت کمتری را داراست. با تغییر زاویهٔ δ_0 و

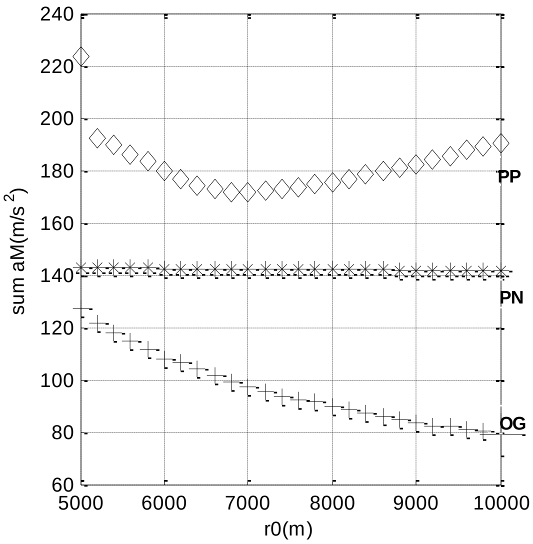
مشاهدهٔ رفتار سه قانون در نظر گرفته شده (شکل ۱۰)، می‌توان بیان کرد که هر سه قانون نسبت به تغییر این زاویه حساس می‌باشند و مجموع شتاب وارده بر آنها تغییر می‌نمایند. به‌عبارت دیگر می‌توان بیان نمود پارامتر δ_0 برای هر سه قانون، یک پارامتر مهم و تأثیرگذار است. از طرفی از شکل ۱۰ مشخص است که برای زوایای منفی δ_0، قانون هدایتی ناوبری تناسبی از حیث شتاب وارده بر موشک عملکرد بهتری را داراست و بعد از آن به‌ترتیب قوانین هدایت بهینه و تعقیب محض قرار می‌گیرند. این در حالی است که برای زوایای مثبت δ_0، ابتدا قانون هدایت بهینه و سپس قوانین تعقیب محض و ناوبری تناسبی قرار می‌گیرند.



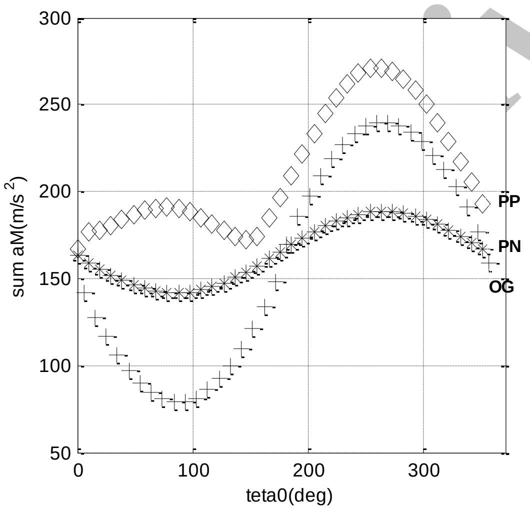
شکل ۹. مجموع شتاب موشک به ازای تغییر شتاب هدف



شکل ۱۰. مجموع شتاب موشک به ازای تغییر زاویهٔ δ_0



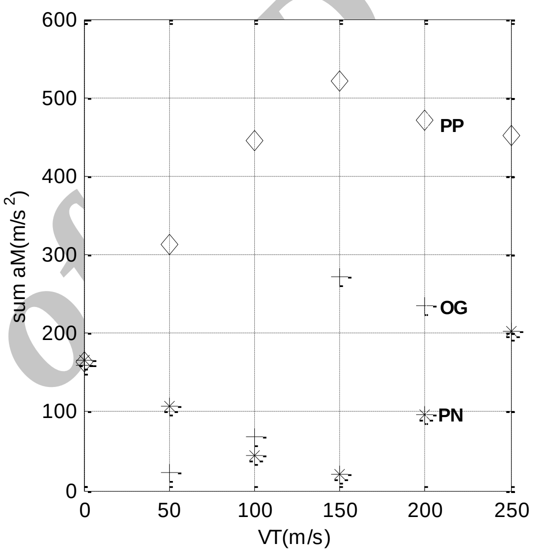
شکل ۱۱. مجموع شتاب موشک به ازای تغییر در برد



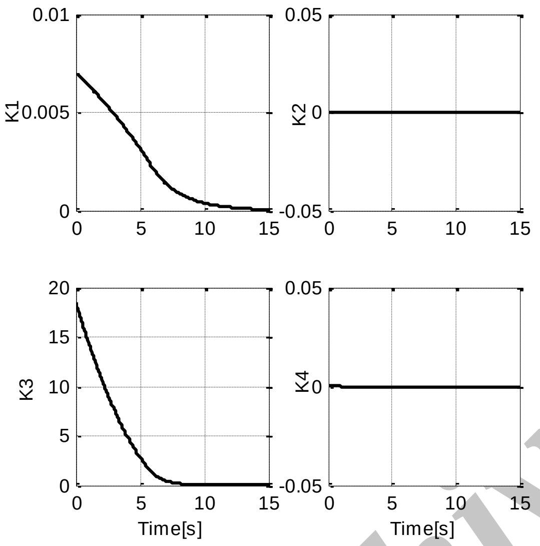
شکل ۱۲. مجموع شتاب موشک به ازای تغییر زاویهٔ θ_0

با تغییر برد اولیه (r_0)، مجموع شتاب وارده بر موشک برای قوانین تعقیب محض و هدایت بهینه دارای تغییر می‌باشد و این نشان‌دهندهٔ حساسیت این قوانین به پارامتر r_0 است (شکل ۱۱). اما در مورد رفتار قانون ناوبری تناسبی نسبت به تغییر برد اولیه می‌توان گفت که این قانون به پارامتر r_0 حساسیتی نداشته؛ زیرا با افزایش r_0 تغییر قابل توجهی در مقدار مجموع شتاب وارده ایجاد نمی شود. با تغییر زاویه θ_0 و با توجه به شکل ۱۲، به‌عنوان اولین نتیجه می‌توان بیان کرد که هر سه قانون نسبت به این زاویه حساسیت دارند، اما حساسیت قانون هدایت بهینه نسبت به این زاویه در مقایسه با دو قانون دیگر بیشتر است و قانون ناوبری

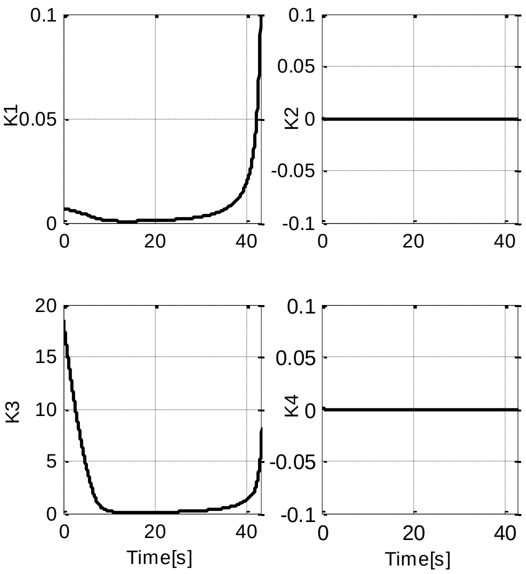
تناسبی دارای کمترین حساسیت نسبت به این پارامتر است؛ زیرا با تغییر زاویهٔ θ_0، دامنهٔ تغییرات مجموع شتاب وارده بر موشک تغییرات شدیدی را نشان نمی‌دهند. با تغییر سرعت هدف (V_T) از شکل ۱۳ دیده می‌شود که اولاً هر سه قانون نسبت به این پارامتر حساس‌اند و مجموع مقدار شتاب وارده بر موشک به ازای تغییر آن، تغییر می‌کنند. از طرفی قوانین تعقیب محض و هدایت بهینه با افزایش این پارامتر حساسیت خود را از دست داده و دارای تغییرات قابل توجهی در مجموع شتاب نمی‌شوند؛ لذا می‌توان بیان کرد که برای اهداف با سرعت بالا، قوانین تعقیب محض و هدایت بهینه نسبت به ناوبری تناسبی عملکرد بهتری دارند؛ زیرا حساسیت آنها به سرعت هدف ناچیز است. یکی دیگر از بررسی‌های انجام‌شده در این تحقیق، تعیین بهرهٔ غالب برای قانون هدایتی ارائه شده است تا به ازای شرایط مختلف، بهرهٔ غالب تعیین و بررسی گردد که رفتار این قانون به رفتار کدام یک از قوانین هدایتی کلاسیک شبیه است. لذا به ازای شرایط اولیه یکسان $(\delta_0 = -30^0, \theta_0 = 90^0, r = 10000m)$ و برای سه حالت هدف ثابت، هدف با سرعت ثابت و هدف با سرعت متغیر، بهره‌های قانون هدایت بهینه در شکل‌های ۱۴ تا ۱۶ ترسیم شد.



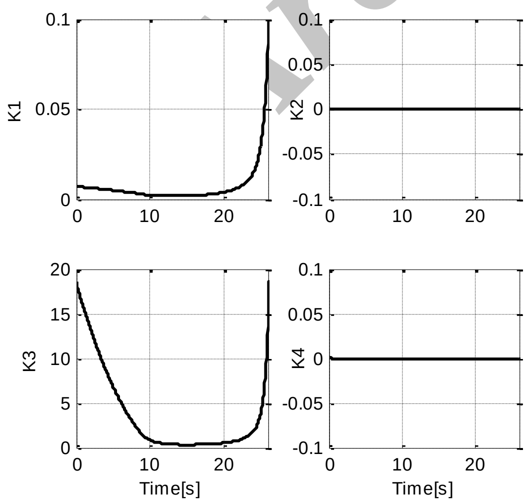
شکل ۱۳. مجموع شتاب موشک به ازای تغییر در سرعت هدف



شکل ۱۴. بهره‌های قانون هدایت بهینه برای $a_T = 0, V_T = 0$



شکل ۱۵. بهره‌های قانون هدایت بهینه برای $a_T = 0, V_T = 100$



شکل ۱۶. بهره های قانون هدایت بهینه برای $a_T = 15, V_T = 200$

در شکل‌های بالا، بهرهٔ k_1 متناظر با پارامتر r، بهرهٔ k_2 متناظر با پارامتر θ، بهرهٔ k_3 متناظر با پارامتر δ و نهایتاً بهرهٔ k_4 متناظر با پارمتر λ می‌باشند. با توجه به نمودارهای بهره‌های قانون هدایت بهینه به ازای شرایط مختلف، اولین نکته آن است که بهره‌های k_1 و k_3 می‌توانند جزء نامزدهای بهرهٔ غالب قرار گیرند؛ زیرا بر خلاف بهره‌های k_2 و k_4 مقداری مخالف صفر دارند و با گذشت زمان تغییر می نمایند. از طرفی با دقت به رفتار بهرهٔ k_1 مشخص است که اگرچه مقدار این بهره با افزایش سرعت و شتاب هدف افزایش می‌یابد ولی هنوز مقادیر قابل توجهی ندارد. لذا کاملاً مشخص است که بهرهٔ غالب قانون هدایت بهینه، بهرهٔ k_3 است و چون این بهره متناظر با پارامتر δ است به معنای آن است که قانون هدایت بهینه ارائه‌شده به ازای شرایط مختلف مانند قانون کلاسیک تعقیب محض رفتار می‌نماید.

۵. نتیجه‌گیری

در این تحقیق با استفاده از روش کنترل بهینهٔ معادلات ریکاتی وابسته به حالت، یک قانون هدایتی ارائه و از لحاظ عملکردی به ازای شرایط اولیه مختلف، با قوانین هدایتی کلاسیک ناوبری تناسبی و تعقیب محض مقایسه شد. هدف از طراحی این قانون هدایتی، بهبود نقصان موجود در قوانین هدایتی کلاسیک برای اهداف با قابلیت مانور بالا و در عین حال ارائهٔ یک قانون ساده به‌صورت همزمان بوده است که با توجه به نتایج شبیه‌سازی به این اهداف دسترسی پیدا گردید. جدول ۱۹ مقایسهٔ جامع و نهایی سه قانون مطرح‌شده را به‌خوبی نشان می‌دهد. با توجه به نتایج موجود در جدول می‌توان بیان کرد که برای اهداف ثابت از حیث مجموع شتاب وارده بر موشک، قانون هدایتی تعقیب محض عملکرد بهتری دارد. بعد از این قانون، قانون هدایت بهینهٔ ارائه‌شده و در نهایت قانون هدایت ناوبری تناسبی قرار می‌گیرد. برای اهداف با سرعت ثابت، قانون هدایتی ناوبری تناسبی بهترین عملکرد را دارد و بعد از آن به‌ترتیب قانون هدایت بهینه و قانون تعقیب محض قرار می‌گیرد. اگرچه در مورد این اهداف قانون هدایت بهینه در فواصل دور از هدف بهتر از قوانین کلاسیک عمل می‌نماید، اما با نزدیک شدن به هدف این قابلیت را از دست می‌دهد. نقطه قوت این روش، همان‌گونه که ادعا شده است، برای اهداف با قابلیت مانور بالا می‌باشد که نتایج حاکی از عملکرد مناسب و قابل توجه این روش نسبت به قوانین کلاسیک است. نکتهٔ قابل توجه دیگر آن که اگرچه قانون هدایت بهینهٔ ارائه‌شده در مورد اهداف با قابلیت مانور کاملاً برتر می‌باشد، اما نتایج نشان می‌دهد که در مورد اهداف ثابت یا با سرعت ثابت نیز عملکرد قابل قبولی دارد. آنالیز حساسیت انجام‌شده نیز نشان‌دهندهٔ آن است که هر سه قانون به تغییر پارامترهای مختلف حساس می‌باشند، به‌جز قانون ناوبری تناسبی که به ازای تغییر برد، در مجموع شتاب وارده بر آن تغییری حاصل نشده است. به‌عبارت دیگر تغییر در هر یک از پارامترها می‌تواند بر عملکرد قوانین هدایتی تأثیر قابل توجهی داشته باشد. بررسی دیگر تعیین بهرهٔ غالب برای قانون هدایتی بود که با شبیه‌سازی‌های مختلف و تحلیل نتایج مشخص شد بهرهٔ غالب مربوط به پارامتر δ است و این به معنای شباهت رفتاری قانون هدایت بهینه با قانون هدایتی کلاسیک تعقیب محض است.

جدول ۱۹. مقایسه سه روش هدایتی از حیث مجموع شتاب

	اهداف با سرعت متغیر	اهداف با سرعت ثابت	اهداف ثابت
بدترین	ناوبری تناسبی	تعقیب محض	ناوبری تناسبی
متوسط	تعقیب محض	هدایت بهینه	هدایت بهینه
بهترین	هدایت بهینه	ناوبری تناسبی	تعقیب محض

٦. مآخذ

[1] M. H. Sadraei, *Flight Control and Stability*, 3th Edition, Ayandehgan Publication Institute, 2009. (in Persian فارسی)

[2] A. R. Babaei, M. Mortazavi, New lyapunov stability theory based guidance law for missiles against maneuvering targets, *Aerospace Mechanics Journal*, Vol. 2, No. 1, pp. 69-76, 2006. (in Persian فارسی)

[3] N. F. Palumbo, R. A. Blauwkamp, J. M. Lloyd, Modern homing missile guidance theory and techniques, *Johns Hopking APL Technical Design*, Vol. 29, No.1, pp. 42-60, 2010.

[4] R. Thangavelu, A differential evolution tuned optimal guidance law, *Proceedings of the 15th Mediterranean Conference on Control & Automation*, 2007.

[5] Jr. Bryson, Linear feedback solutions for minimum effort interception, rendezvous, and soft landing, *AIAA Journal*, Vol. 3, No. 8, pp. 1542-1544, 1965.

[6] R. G. Cottrell, Optimal intercept guidance for short-range tactical missile, *AIAA Journal*, Vol. 9, No.7, pp. 1414-1415, 1971.

[7] P. L. Vergez, Linear optimal guidance for an AIM-9L missile, *Journal of Guidance*, Vol. 4, No. 6, pp. 662-663, 1981.

[8] T. Cimen, State-Dependent riccati equation (SDRE) control: A survey, *Proceedings of the 17th World Congress the International Federation of Automatic Control*, 2008.

[9] X. Dao-cheng, W. Zhong-wei, Z. Wei-hua, Attitude controller for reentry vehicles using state-dependent riccati equation method, *Journal of Central South university*, Vol. 20, No. 7, pp. 1861-1867, 2013.

[10] M. H. Shafiei, T. Binazadeh, New approach to nonlinear guidance law design, *International Journal of Innovative Computing*, Vol. 8, No. 5, pp. 3061-3069, 2012.

[11] S. S. Moosapour, G. Alizadeh, S. Khanmohammadi, H. Moosapour, A novel nonlinear robust guidance law design based on SDRE technique, *International Journal of Aeronautical & Space Science*, Vol. 13, No. 3, pp. 369-376, 2012.

[12] H. T. Bank, B. M. Lewis, H. T Tran, Nonlinear feedback controllers and compensators: A state-dependent riccati equation approach, *Journal of Computational Optimization and Applications*, Vol. 37, No. 2, pp. 177-218, 2007.

[13] B. A. Steinfeldt, P. Tsiotras, A state dependent riccati equation approach to atmospheric entry Guidance, *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*, 2010.

[14] S. Moosapour, G. Alizadeh, S. Khan mohammadi, Three-dimensional optimal robust guidance law design for missile using sliding-mode control and SDRE control, *Journal of control*, Vol. 6, No. 2, pp. 55-64, 2012. (in Persian فارسی)

[15] M. Bahrami, B. Ebrahimi, J. Roshanian, Optimal sliding-mode guidance law for fixed interval propulsive maneuvers, *IEEE International Symposium on Intelligent Control*, Vol. 21, No. 2, pp.1014-1018, 2006.