طراحی کنترلر برگشت به عقب تقویت‌شدهٔ تطبیقی و مقاوم برای ربات‌های پرندهٔ چهارملخه

محمد محمدی قناتغستانی[1]، رضا دهقانی[2]

۱ دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفتهٔ کرمان

۲ استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفتهٔ کرمان، r.dehghani@kgut.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۰۶/۲۸

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۱۲/۰۹

چکیده

در این مقاله کنترل حرکت ربات چهارملخه با یک روش جدید برگشت به عقب تقویت‌شده ارائه شده است. با توجه به غیرخطی بودن معادلات دینامیکی، طراحی یک کنترلر مناسب جهت پایدارسازی وضعیت روی مسیر حرکت دلخواه ضروری است. برای کنترل ربات، از روش برگشت به عقب استفاده شده است. در روش برگشت به عقب مرسوم، عبارت‌های غیرخطی سیستم در قانون کنترلی ظاهر می‌شوند. بنابراین قانون کنترلی به اطلاعات دقیق عبارت‌های غیرخطی مدل دینامیکی وابسته است. در این پژوهش عبارت‌های غیرخطی ظاهرشده در کنترلر برگشت به عقب توسط روش تقریب تابعی، به‌صورت ترکیبی از توابع پایه وزن‌دار، تقریب و وزن توابع توسط قوانین تطبیقی مبتنی بر عملگر تصویر تخمین زده شده‌اند. بنابراین عدم نیاز کنترلر پیشنهادی به اطلاعات عبارت‌های غیرخطی مدل دینامیکی، از مزیت‌های اصلی آن است. تحلیل پایداری سیستم توسط تئوری لیاپانوف انجام شده است و برای اعتبارسنجی روش پیشنهادی، نتایج چندین شبیه‌سازی حرکت ربات چهارملخه ارائه شده است. با توجه به نتایج شبیه‌سازی، روش کنترلی پیشنهادی به‌خوبی ربات را در نزدیکی مسیر مطلوب، با وجود حضور نامعینی مدل دینامیکی و اغتشاشات خارجی، قرار داده است.

واژگان کلیدی

ربات چهار ملخه، روش برگشت به عقب، روش تقریب تابعی،عملگر تصویر، کنترلر تطبیقی

۱. مقدمه

در دهه‌های اخیر پیشرفت‌های چشمگیری در زمینه‌های رباتیک صورت گرفته است. در بین انواع ربات‌ها، ربات‌های پرنده به‌دلیل عدم وجود محدودیت‌هایی در عبور از موانع و مسیرهای ناهموار جایگاه ویژه‌ای دارند. در یک دسته‌بندی کلی، می‌توان ربات‌های پرنده را به دو گروه سرنشین‌دار و بدون سرنشین تقسیم کرد. ربات پرندهٔ چهارملخه[1]، یک ربات بدون سرنشین بالگرد با شش درجه آزادی است که به‌دلیل استفاده از چهار ملخ و چهار موتور، این لقب را به آن داده‌اند. ورودی موجود برای کنترل وسیله، صـرفاً

دور چهار موتور است. این نوع پیکربندی به ربات این امکان را می‌دهد تا به‌راحتی در تمامی جهات حرکت کند و قدرت مانور فوق‌العاده‌ای داشته باشد [۱]. در زمینهٔ مدلسازی و کنترل ربات‌های چهارملخه فعالیت‌های بسیاری انجام شده است [۲-۴]. در دو دههٔ اخیر، روش‌های کنترل غیرخطی مانند خطی‌سازی پسخورد[۲]، منطق فازی[۳]، مود لغزشی[۴] و برگشت به عقب[۵]، در کنترل ربات چهارملخه مورد توجه بسیاری قرار گرفته‌اند. به‌عنوان مثال لی و همکاران (۲۰۰۹) و ووس (۲۰۰۹) از روش کنترل کلاسیک خطی‌سازی پسخورد استفاده کردند [۵-۶]. سانگیام و همکاران (۲۰۱۰) نیز طراحی کنترلر PID برمبنای منطق فازی را به‌منظور کنترل حرکت ربات چهارملخه در مسیر دایره‌ای ارائه کردند [۷]. سانتوز و همکاران (۲۰۱۰) از الگوریتم منطق فازی جهت کنترل موقعیت و جهت‌گیری ربات چهارملخه و پایدارسازی حرکت آن استفاده نمودند [۸]. گیوسیر و مدرومی (۲۰۰۹) روش کنترلی مد لغزشی همراه با تخمین‌گر مرتبه بالا و لوکو و کاستیلو (۲۰۱۱)، روش مد لغزشی را معرفی کردند [۹-۱۰]. هافمن و همکاران (۲۰۱۱) نیز کنترل بهینه را براساس روش‌های تئوریک معرفی نمودند [۱۱]. مارتین و سالو (۲۰۱۰) توجه ویژه‌ای به بررسی نقش شتاب‌سنج‌ها در طراحی کنترلر و مدل‌کردن آنها داشته‌اند [۱۲]. آجمرا و همکارش (۲۰۱۶) نیز کنترل نقطه به نقطه ربات چهارملخه را انجام دادند [۱۳].

یکی دیگر از روش‌های کنترل هوشمند، روش برگشت به عقب است. این روش یک جایگزین برای خطی‌سازی پسخور است که در آن الزامی به حذف عبارت‌های غیرخطی سیستم در قانون کنترلی وجود ندارد. در صورتی که یک عامل غیرخطی به‌صورت پایدارکننده عمل کند، از جنبهٔ کنترلی مفید و در سیستم حلقه‌بسته باقی خواهد ماند. این امر باعث مقاوم‌سازی سیستم در برابر خطاهای مدل می‌شود و به تلاش کنترلی کمتری برای پایداری سیستم کنترلی مدار بسته نیاز دارد. معرفی و بررسی کاربردهای روش برگشت به عقب در مدل‌های غیرخطی مبتنی بر تئوری لیاپانوف توسط کوکوتوویک و همکارش (۲۰۰۱) انجام شده است [۱۴]. مازنس و همکارش (۲۰۰۴) به بررسی حدود اشباع، نرخ و پهنای باند محرک در روش برگشت به عقب پرداخته‌اند [۱۵]. روش کنترلی برگشت به عقب توسط احمد و همکارش (۲۰۰۸)، جهت کنترل حرکت دورانی ربات چهارملخه به‌کار رفته است و به‌دلیل استفادهٔ مستقیم از حالات سیستم، سیگنال‌های کنترلی را به‌خوبی ردیابی و خروجی مطلوبی از متغیرهای حالت ارائه کرده‌اند [۱۶]. گام‌های کنترلی این روش به همراه اثبات پایداری آن با استفاده از توابع لیاپانوف، توسط آریفانان و همکاران (۲۰۱۵) ارائه شده است و در آن از بهره‌های بهینه شده توسط الگوریتم PSO استفاده کرده‌اند [۱۶]. نادا و اسوارپ (۲۰۱۴) و همچنین رودریگز و همکاران (۲۰۱۳) از کنترل برگشت به عقب بر پایهٔ مود لغزشی به‌منظور کنترل موقعیت و جهت‌گیری ربات چهارملخه استفاده کرده‌اند [۱۸-۱۹]. سیستم کنترلی برگشت به عقب تطبیقی بر پایهٔ مدل دینامیکی توسط چانگ لی و همکارش (۲۰۱۶) و آفولیا و همکارش (۲۰۱۶) به‌منظور کنترل موقعیت و جهت‌گیری ربات چهارملخه استفاده شده است [۲۰-۲۱].

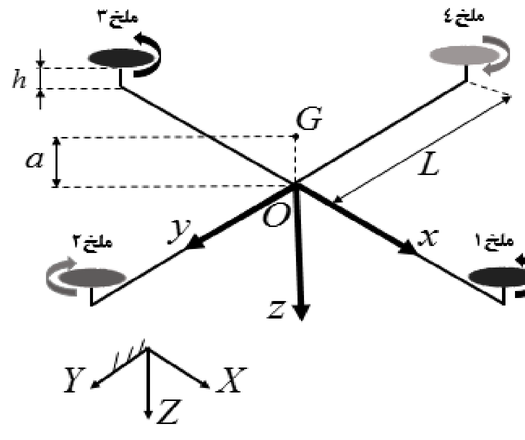
در پژوهش‌های قبلی مربوط به کنترل برگشت به عقب متداول، از فرض دقیق بودن مدل دینامیکی استفاده شده است و عدم قطعیت عبارت‌های غیرخطی معادلات دینامیکی لحاظ نشده است. البته می‌توان با افزایش بهره‌های کنترلر، خطای ناشی از عدم قطعیت را جبران کرد، اما این روش منجر به مصرف انرژی زیاد در حین حرکت می‌شود.

در این مقاله به‌منظور جبران عدم قطعیت عبارت‌های غیرخطی، از تخمین عبارت‌های غیرخطی ظاهرشده در کنترلر با استفاده از توابع پایه و عملگر تصویر[۶] استفاده شده است. با استفاده از روش پیشنهادی، در شرایط واقعی و در حضور اغتشاشات (مانند نیروی باد) و عدم قطعیت‌ها در ضرایب ائرودینامیکی، کارایی سیستم کنترلی بررسی و مقاوم بودن حرکت در برابر عدم قطعیت عبارت‌های غیرخطی و اغتشاشات نشان داده شده است. همچنین پس از استخراج معادلات حرکت ربات چهارملخه، ابتدا سیستم کنترلی برگشت به عقب مرسوم طراحی شده است. سپس به‌منظور عدم وابستگی کنترلر به اطلاعات دقیق عبارت‌های غیرخطی روش برگشت به عقب تقویت‌شده ارائه و عملکرد هر دو سیستم کنترلی ارزیابی شده است. نوآوری اصلی این مقاله، طراحی کنترلر برگشت به عقب تقویت‌شده مبتنی بر تقریب توابع غیرخطی با استفاده از عملگر تصویر برای کنترل حرکت ربات چهارملخه است. در بخش دوم مشخصات فیزیکی و اصول حرکت ربات چهارملخه تشریح شده است. در بخش سوم، معادلات حرکت ربات چهارملخه استخراج شده است. طراحی کنترلر برگشت به عقب مرسوم و تقویت‌شده به‌همراه تحلیل پایداری در بخش

چهارم ارائه شده است. نتایج شبیه‌سازی کنترل حرکت ربات در بخش پنجم و در نهایت، در بخش شش نتیجه‌گیری کلی مقاله بیان شده است.

۲. مشخصات فیزیکی و اصول حرکت ربات چهار ملخه

ربات چهارملخه سیستمی با شش درجه آزادی حرکت است که با توجه به اینکه تعداد درجات آزادی ربات بیش از تعداد عملگرها است، ربات یک سیستم کم‌عملگر محسوب می‌شود. ورودی‌های سیستم، دور چهار ملخ بوده و تمامی مانورها از طریق کاهش یا افزایش سرعت دور ملخ‌ها انجام می‌شود. در مدل مورد نظر، محور چرخش ملخ‌ها ثابت و موازی هم بوده، جهت چرخش جفت ملخ‌های روبروی هم متفاوت است. مطابق شکل ۱، ملخ‌های ۱ و ۳ با هم و ملخ‌های ۲ و ۴ نیز هم‌جهت با یکدیگرند. بدنۀ اصلی از یک قاب مربعی که طول قطر آن $2L$ است، تشکیل شده است که چهار ملخ در چهارگوشه آن با ارتفاع مساوی h نسبت به قاب قرار گرفته‌اند. مرکز جرم پرنده نیز در فاصلۀ a از مرکز قاب مربعی قرار دارد. همان‌طور که در شکل ۱ مشاهده می‌شود، جهت توصیف حرکت ربات چهارملخه دو دستگاه مختصات تعریف می‌شود: دستگاه اینرسی $E=\{X,Y,Z\}$ که ثابت و متصل به زمین است و دستگاه بدنی $B=\{x,y,z\}$ که همراه ربات حرکت می‌کند.



شکل ۱. نمایی از ربات چهارملخه و دستگاه‌های مختصات اینرسی وبدنی

مطالعات ائرودینامیکی نشان می‌دهد در اثر چرخش هر ملخ یک نیروی رانش و یک گشتاور عکس‌العمل متناسب با مجذور سرعت ملخ ایجاد می‌شود [۲]. اگر F و τ به‌ترتیب نیروی رانش و گشتاور مقاوم و Ω نیز سرعت دورانی ملخ باشد، نیروی رانش و گشتاور مقاوم مطابق رابطۀ ۱ در نظر گرفته می‌شوند [۲].

$$\begin{aligned} F &= K_t\Omega^2 \\ \tau &= K_d\Omega^2 \end{aligned} \tag{۱}$$

به‌طوری‌که ثابت‌های k_t و k_d به‌ترتیب معرف ضریب رانش و ضریب مقاوم می‌باشند. پرنده در حالت کلی دارای چهار حالت پرواز شناوری[۷]، دوران رول[۸]، دوران پیچ[۹] و دوران یاو[۱۰] می‌باشد که هر حرکت دلخواه از ترکیب این حالت‌ها شکل می‌گیرد.

۳. معادلات حرکت ربات چهارملخه

در بخش ۲، دو دستگاه اینرسی و بدنی برای ربات چهارملخه معرفی شد. دستگاه اینرسی با استفاده از سه زاویۀ اویلر به دستگاه بدنی تبدیل می‌شود. در اینجا از چرخش ۱–۲–۳ برای زاویه‌های اویلر استفاده می‌شود که به‌ترتیب با φ و θ و ψ نمایش داده می‌شوند و ماتریس تبدیل دوران مطابق رابطۀ ۲ نوشته می‌شود:

$$R(\psi,\theta,\varphi) = \begin{bmatrix} C_\psi C_\theta & S_\psi C_\theta & -S_\theta \\ S_\theta S_\varphi C_\psi - C_\varphi S_\psi & S_\theta S_\varphi S_\Psi + C_\varphi C_\psi & S_\psi C_\theta \\ S_\theta C_\varphi C_\psi + S_\varphi S_\psi & S_\theta C_\varphi C_\psi - S_\varphi S_\psi & C_\varphi C_\theta \end{bmatrix} \tag{۲}$$

به‌طوری‌که در آن C و S به‌ترتیب مخفف کسینوس و سینوس می‌باشند. بردار مختصات تعمیم‌یافته ($\mathbf{q}$) و مختصات سرعتی ($\boldsymbol{\eta}$) نیز به‌صورت رابطۀ ۳ انتخاب می‌شوند [۴].

$$\begin{aligned} \boldsymbol{q} &= ((\boldsymbol{P}_O^E)^T, \Upsilon^T)^T \\ \boldsymbol{\eta} &= \left(\left(\boldsymbol{V}_O^B\right)^T, (\boldsymbol{\omega}^B)^T\right)^T \end{aligned} \tag{۳}$$

که در رابطۀ ۳، $\mathbf{P}_O^E=(X,Y,Z)^T$ معرف بردار موقعیت مرکز بدنه (نقطۀ O در شکل ۱)؛ $\mathbf{V}_O^B=(v_x,v_y,v_z)^T$ بردار سرعت خطی مرکز بدنه؛ $\boldsymbol{\omega}^B=(p,q,r)^T$ بردار سرعت زاویه‌ای $\gamma=(\varphi,\theta,\psi)^T$ می‌باشد. ارتباط بین بردار سرعت زاویه‌ای و مشتقات زمانی زاویه‌های اویلر، مطابق رابطۀ ۴ بیان می‌شود.

$$\boldsymbol{\omega}^B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -S_\theta \\ 0 & C_\varphi & S_\theta C_\varphi \\ 0 & -S_\theta & C_\theta C_\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot\varphi \\ \dot\theta \\ \dot\psi \end{bmatrix} = \boldsymbol{J}(\gamma)\dot\gamma \tag{۴}$$

حال با توجه به روابط ۲ تا ۴، معادلات سینماتیکی ربات به‌صورت رابطۀ ۵ نوشته می‌شود.

$$\boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}(\gamma) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{J}(\gamma) \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{Y}\dot{\boldsymbol{q}} \tag{۵}$$

معادلات حرکت ربات با استفاده از معادلات لاگرانژ برحسب متغیرهای $\boldsymbol{\eta}$ مطابق رابطۀ ۶ استخراج می‌شوند [۲۵].

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial l}{\partial \boldsymbol{\eta}}\right)+\frac{\partial l}{\partial \boldsymbol{\eta}}\left[\left(\dot{Y}-\frac{\partial \boldsymbol{\eta}}{\partial \boldsymbol{q}}\right)\boldsymbol{Y}^{-1}\right] -\frac{\partial l}{\partial \boldsymbol{q}}\boldsymbol{Y}^{-1}=\boldsymbol{Q} \qquad (۶)$$

به‌طوری‌که $l=T-U$ لاگرانژین و T و U به‌ترتیب انرژی جنبشی و پتانسیل می باشند. همچنین **Q** بردار نیروهای تعمیم‌یافته است که از رابطهٔ ۷ به‌دست می‌آید [۴].

$$\boldsymbol{Q}=\begin{pmatrix}0\\0\\-K_t(\Omega_1^2+\Omega_2^2+\Omega_3^2+\Omega_4^2)\\-LK_t(\Omega_2^2-\Omega_4^2)\\-LK_t(\Omega_3^2-\Omega_1^2)\\-K_d(\Omega_1^2-\Omega_2^2+\Omega_3^2-\Omega_4^2)\end{pmatrix} \qquad (۷)$$

معادلات دینامیکی رابطهٔ ۶ را می‌توان به‌صورت خلاصه مطابق رابطهٔ ۸ نوشت.

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{\eta}}+\boldsymbol{h}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})=\boldsymbol{B}\boldsymbol{\tau}\\&\boldsymbol{\tau}=(\Omega_1^2,\Omega_2^2,\Omega_3^2,\Omega_4^2)^{\boldsymbol{T}}\\&\boldsymbol{M}\in\mathbb{R}^{\boldsymbol{6\times6}},\boldsymbol{h}\in\mathbb{R}^{\boldsymbol{6\times1}},\boldsymbol{B}\in\mathbb{R}^{\boldsymbol{6\times4}}\end{aligned} \qquad (۸)$$

که **M** ماتریس جرم، **h** شامل جملات مربوط به نیروهای گرانش و کوریولیس و جانب به مرکز و **B** ماتریس توزیع ورودی‌هاست. جزئیات بیشتر و صحت‌سنجی مدل دینامیکی در مرجع [۲۴] ارائه شده است.

۴. طراحی کنترلر

با توجه به غیرخطی بودن معادلات دینامیکی رابطهٔ ۸، روش کنترلی برگشت به عقب برای کنترل حرکت ربات استفاده می‌شود. روش برگشت به عقب یک کنترل‌کنندهٔ بازگشتی است که با در نظر گرفتن برخی حالت‌های سیستم به‌عنوان ورودی مجازی، طراحی و نهایتاً ورودی‌های کنترلی واقعی برای پایدارسازی کل سیستم طراحی می‌شوند. در واقع این روش با انتخاب قانون کنترل مناسب برای یک سیستم اسکالر (معادلهٔ یکی از مدهای سیستم) که مشتق تابع لیاپانوف را منفی می‌کند، آن مد را پایدار نموده و این کار برای پایدارسازی مدهای دیگر سیستم تکرار می‌شود تا در نهایت سیگنال ورودی طوری انتخاب شود که کل سیستم پایدار گردد. روش بازگشت به عقب در غیاب نامعینی، همانند روش خطی‌سازی فیدبک، سیستم غیرخطی را مجبور به داشتن رفتاری مشابه رفتار یک سیستم خطی می‌کند؛ اما به‌علت وجود انتخاب‌های زیاد برای قانون کنترل، برخلاف فیدبک خطی‌ساز می‌توان المان‌های غیرخطی مفید برای پایدارسازی و ردیابی را حفظ کرد و همچنین دامنهٔ سیگنال کنترلی را محدودتر نگاه داشت [۱۶-۱۷]. در ادامه سیستم کنترلی برگشت به عقب مرسوم و تقویت‌شده ارائه شده است.

۴-۱. طراحی کنترلر برگشت به عقب (BC)

در این قسمت با فرض اینکه مدل دینامیکی کاملاً دقیق به‌دست آمده است و براساس آن، کنترلر برگشت به عقب یا به اختصار BC طراحی شده است. با تعریف متغیرهای حالت به‌صورت $\mathbf{X}=(\boldsymbol{\eta}^{T},\mathbf{q}^{T})^{T}$، معادلات دینامیکی سیستم به‌صورت فضای حالت، مطابق رابطهٔ ۹ بازنویسی شده‌اند.

$$\dot{\boldsymbol{X}}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{M}^{-1}(\boldsymbol{B}\boldsymbol{\tau}-\boldsymbol{h})\\\boldsymbol{Y}^{-1}\boldsymbol{\eta}\end{pmatrix} \qquad (۹)$$

با تعریف $\mathbf{q}_c\in\mathbb{R}^{\mathbf{4\times1}}$ برای مختصاتی که باید کنترل شوند و $\mathbf{q}_c^d$ به‌عنوان مسیر مطلوب، خطای سیستم به‌صورت $\mathbf{e}=\mathbf{q}_c^d-\mathbf{q}_c$ و گام‌های کنترلر برگشت به عقب طراحی شده‌اند [۱۷].

گام اول: در گام اول، خطای مسیر به‌صورت $e_1=q_{c1}^d-q_{\mathbf{c1}}$ تعریف و مشتق خطای مسیر نیز به‌صورت $\dot{e}_1=\dot{q}_{c1}^d-\dot{q}_{\mathbf{c1}}$ مشخص شده است. با انتخاب اولین تابع لیاپانوف به‌صورت $V_1(e_1)=\frac{1}{2}e_1^2$، مشتق زمانی آن به‌صورت رابطهٔ ۱۰ نوشته شده است.

$$\dot{V}_1(e_1)=e_1(\dot{q}_{c1}^d-\dot{q}_{c\mathbf{1}}) \qquad (۱۰)$$

ورودی مجازی μ_1 به‌صورت رابطهٔ ۱۱ در نظر گرفته شده است.

$$\mu_1=\dot{q}_{c1}^d+K_1e_1 \qquad (۱۱)$$

که K_1 عددی ثابت و مثبت است.

گام دوم: متغیر μ_1 در رابطهٔ ۱۱ در واقع یک مقدار مطلوب μ_1^d است که چنانچه متغیر حالت واقعی μ_1 با آن برابر شود، آنگاه $q_{\mathbf{c1}}$ به مقدار مطلوب q_{c1}^d همگرا می‌شود. برای این منظور متغیر خطای جدید $e_2=\mu_1-\dot{q}_{c1}$ تعریف و تابع دوم لیاپانوف و مشتق آن به‌صورت رابطهٔ ۱۲ بیان شده‌اند.

$$\begin{aligned}&V_2(e_1,e_2)=V_1(e_1)+\frac{1}{2}e_2^2\\&\dot{V}_2(e_1,e_2)=K_1(e_2^2-e_1^2)\\&\qquad+e_1.e_1(1-K_1^2)+e_2(\ddot{q}_{c1}^d-\ddot{q}_{c1})\end{aligned} \qquad (۱۲)$$

گام سوم: در این مرحله، خطای e_3 و تابع لیاپانوف V_3 مطابق معادلهٔ ۱۳ تعریف شده‌اند.

$$e_3=q_{c2}^d-q_{c\mathbf{2}} \qquad (۱۳)$$

$$V_3(e_1,e_2,e_3)=V_2(e_1,e_2)+\frac{1}{2}e_3^2$$

مشتق زمانی V_3 به‌صورت رابطهٔ ۱۴ محاسبه شده است.

$$\begin{aligned}\dot V_3(e_1,e_2,e_3)&=\dot V_2(e_1,e_2)\\&\quad+e_3(\ddot q_{c2}^d-\ddot q_{c2})\end{aligned}\qquad(۱۴)$$

ورودی مجازی μ_2 مطابق رابطهٔ ۱۵ تعریف شده است.

$$\mu_2=\dot q_{c2}^d+K_2e_3\qquad(۱۵)$$

گام چهارم: متغیر μ_2 در رابطهٔ ۱۵ در واقع یک مقدار مطلوب μ_2^d است که چنانچه متغیر حالت واقعی μ_2 با آن برابر شود، آنگاه q_{c2} به مقدار مطلوب q_{c2}^d همگرا می‌شود. با تعریف متغیر خطای $e_2=\mu_2-\dot q_{c2}$، تابع سوم لیاپانوف و مشتق آن به‌صورت رابطهٔ ۱۶ بیان شده‌اند.

$$\begin{aligned}&V_4(e_1,e_2,e_3,e_4)=V_3(e_1,e_2,e_3)+\frac{1}{2}e_4^2\\&\dot V_4(e_1,e_2,e_3,e_4)=\dot V_2(e_1,e_2)\\&\quad+K_2(e_4^2-e_3^2)+e_3.e_4(1-K_2^2)\\&\quad+e_4(\ddot q_{c2}^d-\ddot q_{c2})\end{aligned}\qquad(۱۶)$$

به‌همین ترتیب با تعریف خطاهای رابطهٔ ۱۷ و و ورودی‌های مجازی ۱۸، گام‌های ششم تا هشتم انجام و پس از آن، تابع لیاپانوف مطابق رابطهٔ ۱۹ نوشته شده است.

$$\begin{aligned}&e_5=q_{c3}^d-q_{c\mathbf{3}}\\&e_6=q_{c4}^d-q_{c\mathbf{4}}\\&e_7=\mu_3-\dot q_{c3}\\&e_8=\mu_4-\dot q_{c4}\end{aligned}\qquad(۱۷)$$

$$\begin{aligned}&\mu_3=\dot q_{c3}^d+K_3e_5\\&\mu_4=\dot q_{c4}^d+K_4e_6\end{aligned}\qquad(۱۸)$$

$$V_5(e)=\sum_{i=1}^{8}\frac{1}{2}e_i^2\qquad(۱۹)$$

که مشتق زمانی آن به‌صورت ۲۰ بیان و بردار مختصات تعمیم‌یافتهٔ مورد نظر برای کنترل مطابق رابطهٔ ۲۱ تعریف شده است.

$$\begin{aligned}\dot V_5(e)&=\sum_{i=1}^{8}e_i\,\dot e_i=-\sum_{i=1}^{4}K_ie_{2i-1}^2\\&+\sum_{i=1}^{4}K_ie_{2i}^2-\sum_{i=1}^{4}K_i^2\,e_{2i-1}e_{2i}\\&+\sum_{i=1}^{4}e_{2i-1}e_{2i}+\sum_{i=1}^{4}e_{2i}\,(\ddot q_{ci}^d-\ddot q_{ci})\end{aligned}\qquad(۲۰)$$

$$\boldsymbol{q}_c=\mathbf{A}\boldsymbol{q}\quad,\quad\boldsymbol{q}_c\in\mathbb{R}^{\mathbf{4\times1}}\qquad(۲۱)$$

که $\mathbf{A}$ یک ماتریس ثابت است. با دو مرتبه مشتق‌گیری زمانی از رابطهٔ ۲۱، رابطهٔ ۲۲ به‌دست آمده است.

$$\ddot q_c=\mathrm{A}\ddot q\qquad(۲۲)$$

از مشتق زمانی رابطه ۵، $\ddot q$ مطابق ۲۳ حاصل شده است.

$$\ddot q=Y^{-1}\dot\eta+\dot Y\dot q\qquad(۲۳)$$

با محاسبهٔ $\dot\eta$ از معادلهٔ حرکت ۸ و جایگزین کردن آن در رابطهٔ ۲۳، رابطهٔ ۲۲ به‌صورت زیر نوشته شده است.

$$\ddot q_c=\bar B\tau+\bar h\qquad(۲۴)$$

$$\begin{aligned}&\bar B=AY^{-1}M^{-1}B\\&\bar h=A\dot Y\,\dot q-AY^{-1}M^{-1}h\end{aligned}\qquad(۲۵)$$

اکنون با جایگزین‌کردن $\ddot q_c$ از معادلهٔ ۲۴ در رابطهٔ ۲۰، عبارت $\dot V_5$ مطابق رابطهٔ ۲۶ بازنویسی شده است.

$$\begin{aligned}\dot V_5(e)&=-\sum_{i=1}^{4}K_ie_{2i-1}^2+\sum_{i=1}^{4}K_ie_{2i}^2\\&-\sum_{i=1}^{4}K_i^2\,e_{2i-1}e_{2i}+\sum_{i=1}^{4}e_{2i-1}e_{2i}\\&+\sum_{i=1}^{4}e_{2i}\,(\ddot q_{ci}^d-\bar{\boldsymbol{B}}_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{\tau}-\bar h_i)\end{aligned}\qquad(۲۶)$$

که $\bar{\mathbf{B}}_{\mathbf{i}}$ سطر iام ماتریس $\bar{\mathbf{B}}$ است و $\bar h_i$ المان iام بردار $\bar{\mathbf{h}}$ است. ورودی‌های واقعی، τ مطابق ۲۷ در نظر گرفته شده‌اند.

$$\tau=(\bar B)^{-1}\{\ddot q_c^d+K\bar e-\bar h\}\qquad(۲۷)$$

که $\mathbf{K}\in\mathbb{R}^{\mathbf{4\times4}}$ و $\bar{\mathbf{e}}=(e_2,e_4,e_6,e_8)^T$ ماتریس قطری مثبت معین است. اثبات پایداری سیستم حلقه بسته در بخش ۴-۳ ارائه شده است. ضرایب بهرهٔ کنترلر نقش مهمی را در دنبال کردن مسیر توسط ربات ایفا می‌کنند. از اینرو می‌توان ضرایبی را به‌دست آورد که یک تابع را بهینه کرد. چون مقدار خطا بین خروجی سیستم و خروجی مطلوب به انتخاب بهره‌ها وابسته است، می‌توان آن را به‌عنوان یک تابع هدف تعریف کرد. متغیرهای طراحی در این مسئله بهره‌های سیستم کنترلی هستند. تابع هدف در نظر گرفته شده عبارت است از مینیمم کردن انتگرال قدر مطلق خطا بین مکان مورد نظر و مکان واقعی. محدودیت‌های این مسئله بهینه‌سازی، مثبت‌بودن مقادیر بهره‌ها می‌باشند. بنابراین در این مقاله، مقادیر بهره‌های بهینه از مسئله بهینه‌سازی تعریف شده در رابطهٔ ۲۸ به‌دست آمده‌اند.

$$\begin{aligned}&\min J_0=\int_{t_0}^{t_1}\|E(t)\|\,dt\qquad s.t\\&\dot{\mathrm{X}}=\begin{pmatrix}M^{-1}\left[B(\bar B)^{-1}\left(\ddot q_c^d+K\bar e-\bar h\right)-h\right]\\Y^{-1}\eta\end{pmatrix}\\&-k_i<0\quad i=1,\dots,4\\&-K_{ii}<0\quad i=1,\dots,4\end{aligned}\qquad(۲۸)$$

که $\mathbf{E}=(e_1,e_3,e_5,e_7)^T$ است. توجه شود در اینجا، این مسئله بهینه با استفاده از الگوریتم ژنتیک حل شده است.

٤-٢. طراحی کنترلر برگشت به عقب تقویت شده

همان‌طور که از کنترلر برگشت به عقب متداول مشخص است، برای تعیین ورودی‌های ربات باید عبارت‌های غیرخطی معادلات دینامیکی کاملاً مشخص باشند. در غیر این‌صورت، کنترلر برگشت به عقب قابل اعتماد نیست. در این قسمت، به طراحی کنترلر برگشت به عقب تطبیقی و مقاوم یا به اختصار EBC پرداخته شده است که نیازی به داشتن اطلاعات دقیق عبارت‌های غیرخطی معادلات دینامیکی ندارد. از اینرو، برای جبران خطاهای ناشی از مدل دینامیکی که به الگوریتم برگشت به عقب تحمیل می‌شود، از تخمین عبارت‌های غیرخطی معادلات دینامیکی توسط قوانین تطبیقی مبتنی بر تقریب تابعی [۲۲] و عملگر تصویر [۲۳] استفاده شده است. ابتدا عبارت‌های غیرخطی موجود در المان‌های بردار $\bar{h}$ به‌صورت $\bar{h}_i=\Phi_i^T S_i+\bar{\varepsilon}_i$ تقریب زده شده‌اند که $S_i(t) \in \mathbb{R}^{n_i}$ توابع پایه متغیر با زمان هستند و $\Phi_i \in \mathbb{R}^{n_i}$ ضرایب ثابت و $\bar{\varepsilon}_i$ میزان خطای تقریب می‌باشند. n_i نیز تعداد توابع پایه انتخاب شده برای المان iام از بردار $\bar{h}$ می‌باشد. کنترلر مطابق رابطهٔ ۲۹ پیشنهاد شده است.

$$\tau = (\bar{B})^{-1}\{\ddot{q}_c^d + K\bar{e} - \hat{h}\} \qquad (۲۹)$$

که $\hat{h}$ مقادیر تخمین زده شده $\bar{h}$ می‌باشند و به‌صورت رابطه ۳۰ نوشته شده‌اند.

$$\hat{h}_i = \boldsymbol{\hat{\Phi}_i^T S_i} \qquad (۳۰)$$

که $\hat{\Phi}_i$ تخمین Φ_i می‌باشد. به‌منظور استخراج قوانین تطبیقی، تابع لیاپانوف به‌صورت رابطه ۳۱ در نظر گرفته شده است.

$$V_6(e_1,e_2,\dots,e_6) = V_5(e_1,\dots,e_5) + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{4} \tilde{\Phi}_i^T \Gamma_i^{-1}\, \tilde{\Phi}_i \qquad (۳۱)$$

که $\boldsymbol{\tilde{\Phi}}_i=\boldsymbol{\hat{\Phi}}_i-\boldsymbol{\Phi_i}$ ؛ $\boldsymbol{\Gamma_i} \in \mathbb{R}^{n_i \times n_i}$ ماتریس‌های مثبت معین و قطری می‌باشند که به‌صورت $\boldsymbol{\Gamma_i}=\gamma_i \mathbf{I}_{n_i \times n_i}$ در نظر گرفته شده‌اند. با مشتق‌گیری از تابع لیاپانوف V_6 و جایگذاری ورودی‌های ۲۹ رابطهٔ ۳۲ به‌دست آمده است.

$$\dot{V}_6(e_1,e_2,\dots,e_6) = -\sum_{i=1}^{4} K_i e_{2i-1}^2 - \sum_{i=1}^{4} K_i^2\, e_{2i-1}e_{2i} + \sum_{i=1}^{4} e_{2i-1}e_{2i} + \sum_{i=1}^{4} K_i e_{2i}^2 + \sum_{i=1}^{4} \tilde{\Phi}_i^T (e_i S_i + \Gamma_i^{-1}\dot{\hat{\Phi}}_i) - \sum_{i=1}^{4} e_{2i}(\bar{\varepsilon}_i + d_i) - \sum_{i=1}^{4} K_{ii}\, e_{2i}^2 \qquad (۳۲)$$

که d_i اغتشاشات خارجی وارد بر سیستم را نشان می‌دهد. با استفاده از عملگر تصویر، قوانین تطبیقی به‌صورت ۳۳ پیشنهاد شده‌اند [۲۳].

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\Phi}}}_{\boldsymbol{i}} = proj_{\,\Gamma_i}\big(\hat{\boldsymbol{\Phi}}_i, e_{2i}S_i, f_i\big) \quad i = 1,\dots,4 \qquad (۳۳)$$

که در آن عملگر تصویر به‌صورت زیر تعریف شده است.

$$proj_{\,\Gamma_i} = \begin{cases} a-b & if \quad e_{2i}S_i^T\boldsymbol{\Gamma_i}\boldsymbol{\nabla} f_i\,, f_i > 0 \\ a & els \end{cases} \qquad (۳۴)$$

در رابطه ۳۴، $b=e_{2i}\boldsymbol{\Gamma_i}S_i\frac{\nabla f_i.\nabla f_i^T}{\nabla f_i^T.\nabla f_i}\boldsymbol{\Gamma}_i S_i f_i$ و $a=e_{2i}\boldsymbol{\Gamma_i}S_i$.
در روابط فوق $\boldsymbol{\nabla} f_i = \frac{\partial f_i}{\partial \Phi_i}$ و توابع f_i توابع محدبی می‌باشند که مطابق رابطهٔ ۳۵ در نظر گرفته شده‌اند.

$$f_i = \frac{\|\hat{\Phi}_i\|^2 - (\|\hat{\Phi}_i\|_M - \varepsilon)^2}{2\varepsilon\|\hat{\Phi}_i\|_M - \varepsilon^2} \qquad (۳۵)$$

توجه شود برای عملگر تصویر نامساوی ۳۶ صادق است.

$$\boldsymbol{\tilde{\Phi}_i^T}\big[\boldsymbol{\Gamma_i^{-1}} proj_{\,\Gamma_i}\big(\hat{\boldsymbol{\Phi}}_i, e_{2i}S_i, f_i\big) + e_{2i}S_i\big] \le 0 \qquad (۳۶)$$

بدین ترتیب کنترلر برگشت به عقب تقویت‌شده ۲۹ به‌همراه قوانین تطبیقی ۳۳ قابل اعمال به ربات چهارملخه می‌باشد.

٤-٣. تحلیل پایداری

با در نظر گرفتن تابع لیاپانوف V_6 به‌همراه کنترلر برگشت به عقب تقویت‌شده ۲۹ و قوانین تطبیقی ۳۳، علامت $\dot{V}_6$ در بدترین حالت بررسی شده است. با توجه به معادلهٔ ۳۶، رابطهٔ ۳۲ را می‌توان به فرم رابطهٔ ۳۷ نوشت.

$$\dot{V}_6(e_1,e_2,\dots,e_6) \le -\sum_{i=1}^{4} K_i e_{2i-1}^2 - \sum_{i=1}^{4} K_i^2\, e_{2i-1}e_{2i} + \sum_{i=1}^{4} e_{2i-1}e_{2i} \qquad (۳۷)$$

$$-\sum_{i=1}^{4} e_{2i}(\bar{\varepsilon}_i + d_i) + \sum_{i=1}^{4} K_i e_{2i}^2 - \sum_{i=1}^{4} K_{ii}\, e_{2i}^2$$

با استفاده از نامساوی یانگ، رابطهٔ ۳۷ به‌صورت رابطهٔ ۳۸ بازنویسی شده است.

$$\dot{V}_6(e_1, e_2, .., e_6) \le -\sum_{i=1}^{4}(K_{i-}K_{ii})e_{2i}^2 + \sum_{i=1}^{4}\frac{\left|1-k_i^2\right|}{2}\left(\frac{\rho_{2i}^2}{\rho_i} + \rho_i e_{2i-1}^2\right) + \sum_{i=1}^{4}\frac{1}{2}\left(\frac{\rho_{2i}^2}{\rho_{4+i}} + \rho_{4+i}|\varepsilon_i|_M^2\right) + \sum_{i=1}^{4}\frac{1}{2}\left(\frac{\rho_{2i}^2}{\rho_{8+i}} + \rho_{8+i}|d_i|_M^2\right) - \sum_{i=1}^{4} K_i e_{2i-1}^2 \quad (۳۸)$$

که $\rho_i(i = 1, \dots, 4)$ ها ضرایب نامساوی‌های یانگ هستند و در نامساوی‌های بیان شده در ۳۹ صدق می‌کنند.

$$\begin{aligned} (1-k_i^2)e_{2i-1}e_{2i} &\le \frac{\left|1-k_i^2\right|}{2}\left(\frac{\rho_{2i}^2}{\rho_i} + \rho_i e_{2i-1}^2\right) \\ -e_{2i}\varepsilon_i &\le \frac{1}{2}\left(\frac{\rho_{2i}^2}{\rho_{4+i}} + \rho_{4+i}|\varepsilon_i|_M^2\right) \\ -e_{2i}d_i &\le \frac{1}{2}\left(\frac{\rho_{2i}^2}{\rho_{8+i}} + \rho_{8+i}|d_i|_M^2\right) \end{aligned} \quad (۳۹)$$

بنابراین رابطهٔ ۳۸ را می‌توان به‌صورت زیر بازنویسی کرد.

$$\dot{V}_6(e_1, e_2, .., e_6) \le -\sum_{i=1}^{4}\left(K_i - \rho_i\frac{\left|1-k_i^2\right|}{2}\right)e_{2i-1}^2 - \sum_{i=1}^{4}\left(K_{2i-}K_i - \frac{\left|1-k_i^2\right|}{2\rho_i} - \frac{1}{\rho_{4+i}} - \frac{1}{\rho_{8+i}}\right)e_{2i}^2 + \mu \quad (۴۰)$$

که $\mu = \sum_{i=1}^{4}(\frac{1}{2}\rho_{4+i}|\varepsilon_i|_M^2 + \rho_{8+i}|d_i|_M^2)$ عددی مثبت و ثابت که وابسته به میزان ماکزیمم خطای تخمین و اغتشاش خارجی دارد و $|\blacksquare|_M = Max(|\blacksquare|)$. با تعریف ضرایب δ_i, λ_i مطابق رابطهٔ ۴۱ می‌توان نوشت:

$$\lambda_i = k_i + \rho_i\frac{\left|1-k_i^2\right|}{2} \qquad i = 1, \dots, 4 \quad (۴۱)$$

$$\delta_i = \sum_{i=1}^{4}\left(K_{2i-}K_i - \frac{\left|1-k_i^2\right|}{2\rho_i} - \frac{1}{2\rho_{4+i}} - \frac{1}{2\rho_{8+i}}\right)$$

نامساوی ۴۰ مطابق رابطه ۴۲ بازنویسی شده است.

$$\dot{V}_6(e_1, e_2, .., e_6) \le -\sum_{i=1}^{4}\lambda_i\, e_{2i-1}^2 - \sum_{i=1}^{4}\delta_i\, e_{2i}^2 + \mu \quad (۴۲)$$

اکنون با تعریف $\gamma = \min\{\delta_i, \lambda_i \quad, \quad i = 1, \dots, 4\}$ ، رابطهٔ ۴۲ به‌صورت ۴۳ خواهد شد.

$$\dot{V}_6(e_1, e_2, .., e_6) \le -\gamma\sum_{i=1}^{8} e_i^2 + \mu \quad (۴۳)$$

به عبارتی

$$\dot{V}_6(e_1, \dots, e_6) \le -2\gamma V_6(e_1, \dots, e_6) + \mu \quad (۴۴)$$

از حل ۴۴ رابطهٔ ۴۵ به‌دست آمده است.

$$V_6(e_1, e_2, \dots, e_6) \le V_6(0)e^{-2\gamma t} + \frac{\mu}{2\lambda} \quad (۴۵)$$

که وقتی $t \to \infty$ می‌رود V_6 به مقدار $\frac{\mu}{2\lambda}$ می‌رسد. با تنظیم بهره‌های کنترلر و قوانین تطبیقی می‌توان مقدار $\frac{\mu}{2\lambda}$ را تا حد مناسبی کوچک کرد. گفتنی است مشتق زمانی رابطهٔ ۴۵ نشان می‌دهد $\dot{V}_6 \le 0$ که با توجه به مثبت بودن تابع V_6 پایداری سیستم کنترلی تضمین و خطاهای سیستم محدود می‌شوند.

۵. شبیه‌سازی عددی

در این قسمت، نتایج شبیه‌سازی عددی کنترلر BC و کنترلر EBC ارائه شده‌اند. برای این منظور، عملکرد کنترلر BC را جهت کنترل مسیر با استفاده از بهره‌های بهینه مورد بررسی قرار گرفته است و سپس کنترل مسیر توسط کنترلر تطبیقی EBC انجام شده است. همچنین به‌منظور شبیه‌سازی عددی حرکت ربات، از مقادیر عددی جدول ۱ استفاده شده است.

۵-۱. کنترل مسیر زیگ‌زاگ توسط کنترلر برگشت به عقب

همان‌طور که قبلاً ذکر شد، کنترلر BC با فرض معلوم بودن مدل دینامیکی می‌باشد. در کنترل مسیر، هدف این است که ربات مسیر مشخصی را که تابعیت زمان دارد دنبال کند. در این حالت مسیر مطلوب مطابق رابطه ۴۶ و زوایای اویلر مطلوب به‌صورت $\varphi^d=\theta^d=\psi^d=0$ در نظر گرفته شده‌اند. در شروع حرکت، فرض

بر این است که ربات در ارتفاع ۴ متری قرار دارد و سایر شرایط اولیه صفر هستند.

جدول ۱. پارامترهای ربات پرندهٔ چهارملخه [۲۴]

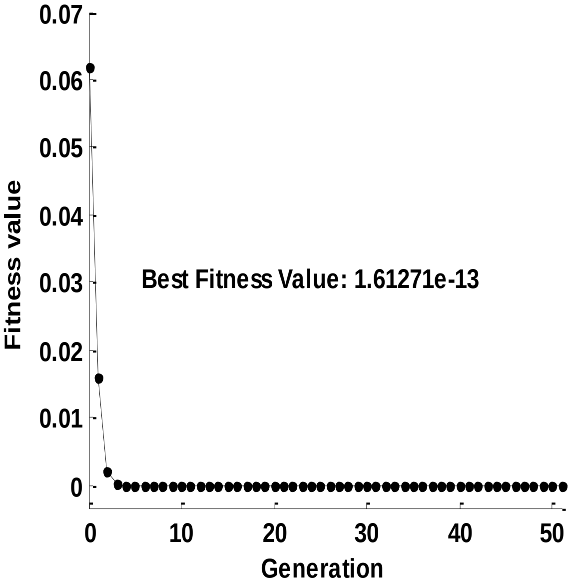
پارامتر	مقدار	واحد
جرم بدنه	۱/۱۳۴۸	kg
جرم هر ملخ	۰/۰۰۸۸	kg
ارتفاع هر ملخ	۰/۰۳	m
قطر بدنه	۰/۲۵	m
ضریب مقاوم	$۲/۱ \times ۱۰^{-۵}$	$N.s^2$
ضریب رانش	$۱/۲ \times ۱۰^{-۶}$	$N.s^2$
ممان اینرسی بدنه حول محور y,x	$۱/۲۷ \times ۱۰^{-۲}$	kg/m^2
ممان اینرسی بدنه حول محور z	$۲/۲۹ \times ۱۰^{-۲}$	kg/m^2
ممان اینرسی هر ملخ حول محور z	$۳/۸ \times ۱۰^{-۵}$	kg/m^2

$$Z^d(t): \begin{cases} -5 & 0 \le t \le 5 \\ -0.4t-3 & 5 \le t \le 10 \\ -7 & 10 \le t \le 15 \\ 0.4t-13 & 15 \le t \le 20 \\ -5 & 20 \le t \le 25 \\ -0.4t+5 & 25 \le t \le 30 \\ -7 & 30 \le t \le 35 \\ -0.4t-21 & 35 \le t \le 40 \\ -5 & 40 \le t \le 45 \end{cases} \quad (۴۶)$$

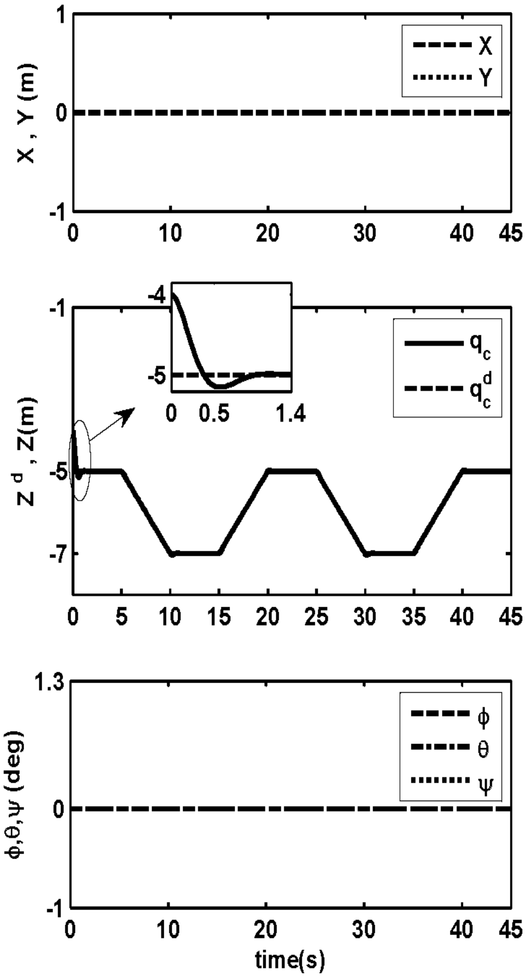
همچنین در این حالت بهره‌های بهینه کنترلر BC با استفاده از الگوریتم ژنتیک (تعداد جمعیت اولیه ۲۵۰ و ضریب پنالتی ۱۰۰) مطابق رابطهٔ ۴۷ به‌دست آمده‌اند. تغییرات تابع هدف در شکل ۲ نشان داده شده است.

$$\begin{aligned} &K = diag([6.761, 3.189, 3.602, 2.673]) \\ &K_1 = 6.173 \quad , \quad K_2 = 4.222 \\ &K_3 = 2.934 \quad , \quad K_4 = 3.952 \end{aligned} \quad (۴۷)$$

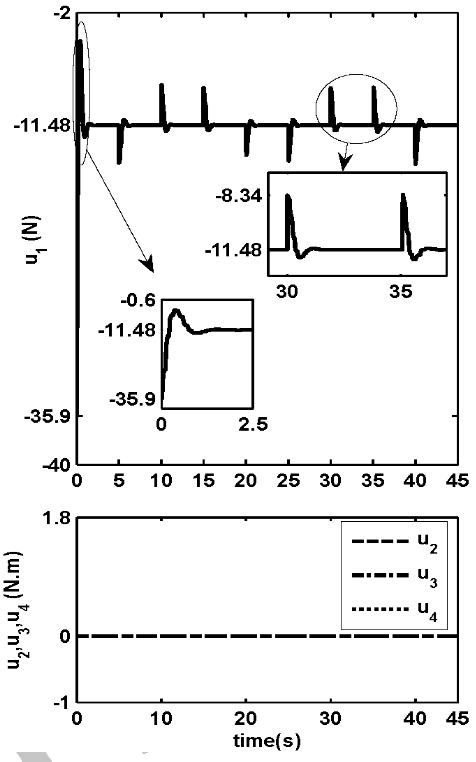
نتایج شبیه‌سازی حرکت ربات در شکل ۳ نمایش داده شده است. مسیر واقعی به‌صورت خط ضخیم و مسیر مطلوب به‌صورت منقطع مشخص شده است. شکل ۳ نشان می‌دهد کنترلر به‌خوبی ربات را مجبور به دنبال کردن مسیر مطلوب می‌کند. ورودی‌های کنترلی نیز در شکل ۴ نشان داده شده‌اند. با توجه به صفر بودن زوایای اویلر در مسیر طراحی، صفر بودن گشتاورهای رول، پیچ و یاو در شکل ۴ قابل مشاهده است و بنابراین تنها، نیروی ناشی از رانش ملخ‌ها به بدنه وارد می‌شود که در نقاط غیر مرزی، مقدار این نیرو ثابت و برابر با ۱۱/۴۸ نیوتن می‌باشد که با توجه به جدول ۱، این مقدار برابر با وزن ربات می‌باشد.



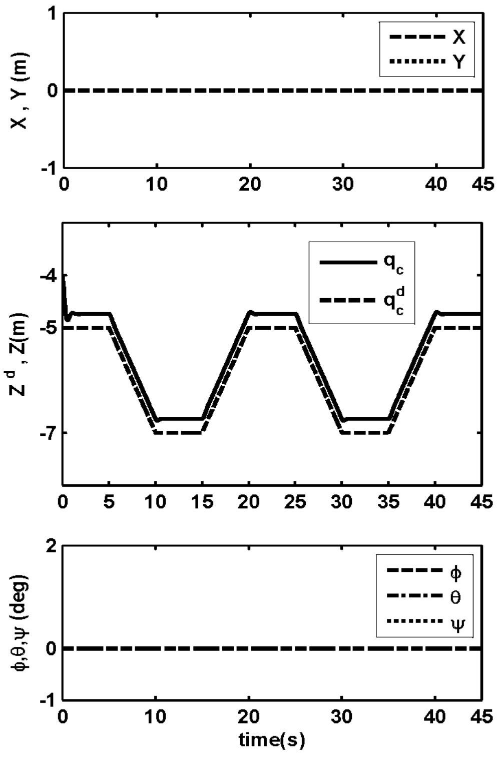
شکل۲ . تغییرات تابع هدف J_0



شکل۳. نحوهٔ دنبال کردن مسیر



شکل ۴ . ورودی‌های کنترلر



شکل ۵. نحوهٔ دنبال کردن مسیر

۵-۲. کنترل مسیر زیگ‌زاگ توسط کنترلر برگشت به عقب تقویت‌شده

در این قسمت نتایج شبیه‌سازی کنترلر پیشنهادی EBC ارائه شده است. گفتنی است در این کنترلر نیازی به تعیین دقیق عبات‌های غیرخطی در مدل دینامیکی نمی‌باشد. به منظور بررسی عملکرد کنترلر EBC، توانایی این کنترلر در ردیابی مسیر ۴۶ با انتخاب بهره‌های رابطهٔ ۴۷ بررسی شده است. مشابه حالت قبل فرض می‌شود ربات در شروع حرکت در ارتفاع ۴ متری قرار دارد و سایر شرایط اولیه (سرعت و جهتگیری بدنه) صفر هستند. همچنین پارامترهای قوانین تطبیقی، بصورت $\varepsilon_i=0.1$ $(i=1,\dots,4)$ و $\gamma_i=1$ و $\|\mathbf{\Phi_i}\|_M=1$ در نظر گرفته شده‌اند. نحوهٔ دنبال کردن مسیر مطلوب توسط ربات در شکل ۵ نمایش داده شده است. همان‌طور که از شکل ۵ مشخص است، ربات با خطای ناچیزی، مسیر مطلوب را دنبال کرده است بدون اینکه نیازی به اطلاعات عبارت‌های غیرخطی مدل دینامیکی داشته باشد. ورودی‌های کنترلر نیز مطابق شکل ۶ می‌باشند که در نقاط غیر مرزی، مقدار نیروی لیفت برابر با ۱۱/۴۸ نیوتن می‌باشد. در شکل ۷ مقادیر تخمین زده شده به همراه مقادیر واقعی بردار $\bar{\mathbf{h}}$ نشان داده شده است. همان‌طور که شکل ۷ نشان می‌دهد، مقادیر تخمین زده شده، مقادیر محدودی هستند. توجه شود که چون المان‌های ۲ تا ۴ از $\bar{h}$ مربوط به نیروهای کوریولیس و جانب مرکز هستند و در این حرکت، این نیروها صفر هستند، بنابراین این المان‌ها مقادیر صفر دارند و تنها المان $\bar{h}_1$ ناشی از نیروی جاذبه است که مقدار غیر صفر دارد و مقدار تخمین زده شده برای آن مقدار محدودی می‌باشد. چون نحوه دنبال کردن مسیر وابسته به مقادیر انتخابی پارامترهای کنترلر دارد در ادامه اثر پارامتر $\|\Phi_1\|_M$ بر عملکرد کنترلر EBC بررسی شده است. برای این منظور بهره‌های کنترلر به صورت $K=20\ I_{4\times4}$ و $k_i=5$ $(i=1,\dots,4)$ در نظر گرفته شده‌اند. همچنین برای نشان دادن اهمیت مقدار پارامتر $\|\Phi_1\|_M$، سه مقدار ۰/۱ ، ۱۰ و ۲۰ برای آن انتخاب شده‌اند و سایر پارامترها به صورت $\varepsilon_1=\varepsilon_2=\varepsilon_3=\varepsilon_4=0.1$ و $\gamma_1=\gamma_2=\gamma_3=\gamma\varepsilon_4=1$ و $\|\Phi_2\|_M=\|\Phi_3\|_M=\|\Phi_4\|_M=1$ در نظر گرفته شده‌اند. نحوهٔ دنبال‌کردن مسیر به‌همراه خطای ردیابی $(error=Z^d-Z)$، در شکل ۸ نمایش داده شده است. شکل ۸ نشان می‌دهد ردیابی مسیر برای $\|\Phi_1\|_M=0.1$ با خطای کمتری انجام شده است. بنابراین به ازای مقادیر کوچک $\|\Phi_1\|_M$ عملکرد کنترلر EBC مناسب‌تر خواهد بود. بنابراین نتایج شبیه‌سازی این قسمت نشان می‌دهد که کنترلر EBC با

اینکه از اطلاعات عبارت‌های غیرخطی استفاده نمی‌کند، اما می‌تواند ربات را مجبور کند تا در نزدیکی مسیر مطلوب حرکت نماید. هرچند خطای مسیر می‌تواند توسط انتخاب پارامترهای کنترلر تا حد مطلوبی کاهش یابد.

۵-۳. عملکرد کنترلر برگشت به عقب تقویت‌شده در برابر اغتشاش خارجی

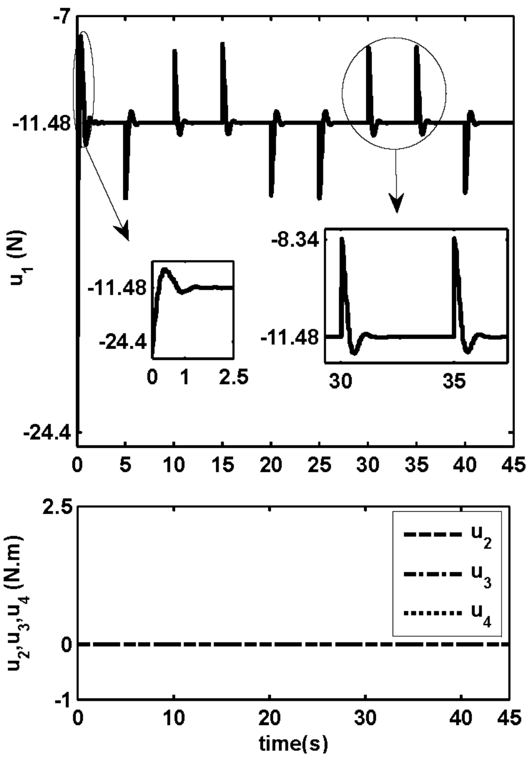
در این قسمت مقاومت حرکت ربات در حضور باد به‌عنوان اغتشاش خارجی بررسی شده است. در این حالت مسیر مطلوب و مقادیر بهره‌های کنترلی مطابق رابطهٔ ۴۸ در نظر گرفته شده‌اند.

$$\begin{aligned} &\mathbf{q}_c^d=[Z,\varphi,\theta,\psi]^T=[-25,15^o,5^o,10^o]^T \\ &\mathbf{K}_E=5\,\mathbf{I}_{4\times4} \\ &k_i=5\ \ (i=1,\dots,4) \end{aligned} \tag{۴۸}$$

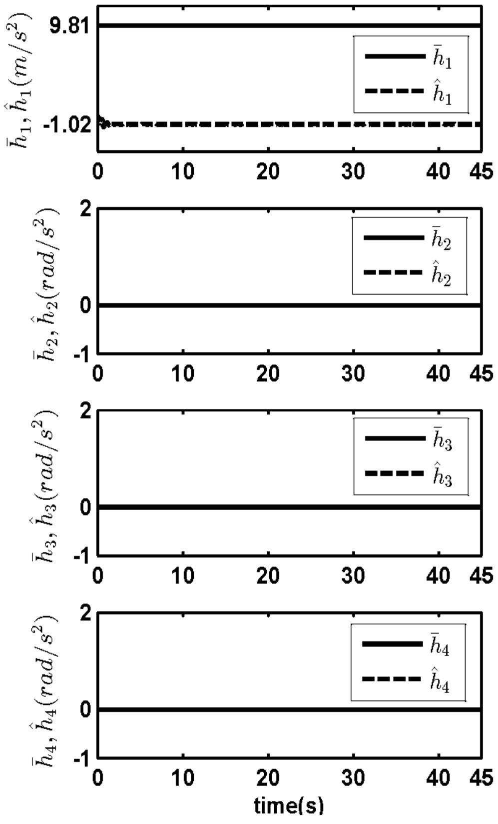
فرض می‌شود نیروی باد به مقدار یک نیوتن از ثانیه پنجم به مدت پنج ثانیه در جهات X و Y به ربات اعمال گردیده است. شکل ۹ نحوهٔ دنبال کردن مسیر را برای پارامترهای قوانین تطبیقی، به‌صورت $\varepsilon_i=0.1\ (i=1,\dots,4)$ و $\|\mathbf{\Phi_i}\|_M=3$ و $\gamma_i=5$ نشان می‌دهد. همان‌طور که از شکل ۹ مشخص است کنترلر EBC، با وجود وجود نامعینی مدل دینامیکی و اغتشاش باد به‌خوبی ربات را در نزدیکی موقعیت مطلوب نگه داشته است.

۶. نتیجه‌گیری

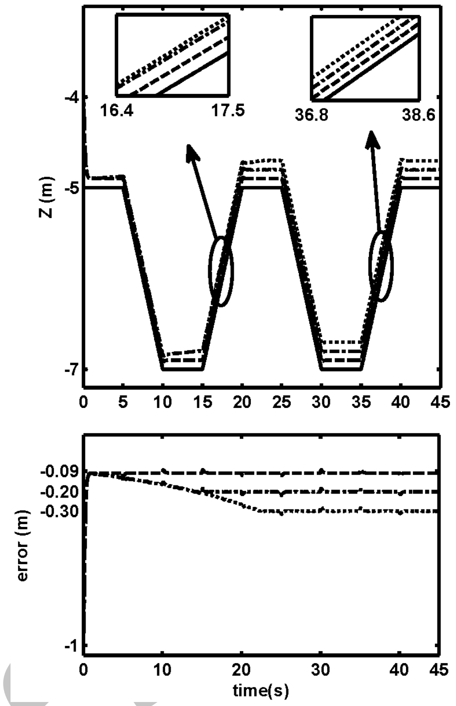
در این پژوهش بر روی کنترل حرکت ربات چهارملخه تمرکز شد. به‌منظور کنترل ربات، ابتدا سیستم کنترلی برگشت به عقب مرسوم طراحی شد. چون در این روش عبارت‌های غیرخطی وجود دارد روش کنترل برگشت به عقب تقویت‌شده پیشنهاد شد. در روش پیشنهادی عبارت‌های غیرخطی با استفاده قوانین تطبیقی مبتنی بر تقریب تابعی و عملگر تصویر تخمین زده شدند. نتایج شبیه‌سازی نشان داد که کنترلر پیشنهادی با اینکه از اطلاعات عبارت‌های غیرخطی مدل دینامیکی استفاده نمی‌کند، اما می‌تواند ربات را مجبور کند تا در نزدیکی مسیر مطلوب حرکت نماید. همچنین به‌منظور ارزیابی مقاومت روش پیشنهادی، عملکرد آن در برابر نیروی باد بررسی شد و نتایج نشان داد روش ارائه‌شده با وجود نامعینی مدل دینامیکی و اغتشاش باد به خوبی ربات را در نزدیکی مسیر مطلوب نگه می‌دارد.



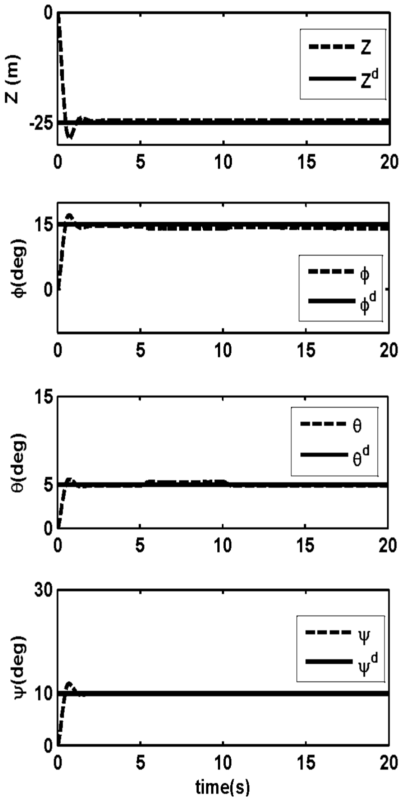
شکل ۶. ورودی‌های کنترل



شکل ۷. مقادیر واقعی و تخمین زده شده عبارت‌های غیرخطی



شکل ۸ تأثیر پارامتر $\|\Phi_1\|_M$ بر نحوهٔ دنبال کردن مسیر
خط توپر معرف مسیر مطلوب؛ خطوط منقطع، خط نقطه و
نقطه چین به‌ترتیب متناظر با مقادیر ۰/۱، ۱۰ و ۲۰ برای $\|\Phi_1\|_M$ می‌باشند



شکل ۹. نحوهٔ دنبال کردن مسیر
با اعمال کنترلر EBC در اغتشاش باد

۷. مآخذ

[1] G. Hoffmann, H. Huang, S. Waslander, C. Tomlin, Quadrotor helicopter flight dynamics and control: theory and experiment, *Proc. AIAA Guidance, Navigation and Control Conference,* 2007.

[2] S. Bouabdallah, A. Noth, R. Siegwart, design and control of quadrotor with application to autonomous flying, *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems Proceeding*, 2007.

[3] A. Benallegue, A. Mokhtari, L. Fridman, High-order sliding mode observer for a quadrotor UAV, *international journal of robust and nonlinear control*, 2007.

[4] J. Kim, M. sung Kang, S. Park, Accurate Modeling and Robust Hovering Control for a Quadrotor VTOL Aircraft, *J Intell Robot Syst*, Vol. 57, pp. 9–26, 2010.

[5] D. Lee, H. Jin Kim, S. Sastry, Feedback linearization vs. adaptive Sliding mode control for quadrotor helicopter, *International Journal of Control, Automation and Systems*, Vol. 7, pp. 419-428, 2009.

[6] H. Voos, Nonlinear Control of Quadrotor Micro UAV using Feedback-Linearization, *In Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics Malaga*, Spain, 2009.

[7] T. Sangyam, T, P. Laohapiengsak, W. Chongcharoen, Path Tracking of UAV Using Self-Tuning PID Controller Based on Fuzzy Logic, *SICE Annual Conference Taipei*, Taiwan 2010.

[8] M. Santos, V. Lopez, F. Morata, Intelligent Fuzzy Controller of Quadrotor, *IEEE*, p. 141-146, 2010.

[9] M. Guisser, H. Medromi, A high gain observer and sliding mode controller for an autonomous quadrotor helicopter, *International Journal of Intelligent Control and Systems*. Vol. 14, No. 3, pp. 204-212, 2009.

[10] L. Luque Vega, B. Castillo-Toledo, Robust block second order sliding mode control for a quadrotor, *Journal of the Franklin Institute*, 2011.

[11] G. Hoffmann, H. Huang ,S. Waslander, C. Tomlin, Precision flight control for a multi-vehicle quadrotor helicopter testbed, *Control Engineering Practice*, Vol. 19, pp. 1023–1036, 2011.

[12] P. Martin, E. Salaun, The True Role of Accelerometer Feedback in Quadrotor Control, Proc. *Int. Conf. Robotics And Automation (ICRA)*, pp. 1623-1629, 2010.

[13] J. Ajmera, V. Sankaranarayanan, Point-to-Point Control of a Quadrotor: Theory and Experiment, *IFAC-PapersOnLine*, Vol. 49, No. 1, pp. 401–406, 2016.

[14] P. Kokotovic, M. Arcak, Nonlinear and Adaptive Control: An Abbreviated Status Report, The 9th Mediterranean Conference on Control and Automation Dubrovnik, *Croatia*, June 2001.

[15] F. Mazenc, A. Iggidr, Backstepping with bounded feedbacks, *Systems & Control Letters*, Vol. 51, pp. 235-245, 2004.

[16] A. Ahmad, M. Wang Daobo, Modeling and Backstepping-based Nonlinear Control Strategy for a 6 DOF Quadrotor Helicopter, *Chinese Journal of Aeronautics*, Vol. 21, pp. 261-268, 2008.

[17] M. Ariffanan Mohd Basri, A. Rashid Husain, K. A. Danapalasingam, Enhanced Backstepping Controller Design with Application to Autonomous Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle, *J Intell Robot Syst*, Vol. 79, pp. 295–321, 2015.

[18] S. Nadda, A. Swarup, Development of Backstepping Based Sliding Mode Control for a Quadrotor, *International Colloquium on Signal Processing & its Applications (CSPA)*, 7-9 *Mac, Kuala Lumpur, Malaysia*, 2014.

[19] H. Ramirez-Rodriguez, V. Parra-Vega, A. Sanchez-Orta, O. Garcia-Salazar, Robust Backstepping Control Based on Integral Sliding Modes for Tracking of Quadrotors, *J Intell Robot Syst*, Vol. 73, pp. 51-66, 2013.

[20] L. Chang Lin, W. Cong Xu, Modeling and Adaptive Backstepping Control for Quadrotor Robots with Blade Flapping, *International Journal of Mechanical Systems Engineering, IJMSE, an open access journal*, Vol. 2, 2016.

[21] R. S. Athulya, C. R. Ashima, Adaptive Backstepping Control of Quadrotor Unmanned Aerial Vehicles, International Advanced Research Journal in Science, *Engineering and Technology National Conference on Emerging Trends in Engineering and Technology*, Vol. 3, Special Issue 3, August 2016.

[22] P.C. Chen, A. C. Huang, Adaptive Sliding Control of Active Suspension Systems based on Function Approximation Technique, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 282, No. 3-5, pp. 1119-1135, 2005.

[23] E. Lavretsky, T. E. Gibson, Projection operator in adaptive systems, *arXiv preprint arXiv*:1112.4232, 2011.

[24] D. Zhang, H. Qi, X. Wu, Y. Xie, J. Xu, The Quadrotor Dynamic Modeling and Indoor Target Tracking Control Method, *Mathematical Problems in Engineering*, Article ID 637034, 2014.

[25] H. Baruh, *Analytical dynamics*. Boston: McGraw-Hill, 1999.

پی‌نوشت

1. quadrotor
2. feedback linearization method
3. fuzzy logic
4. sliding mode
5. backstepping method
6. projection operator