

فرم بسته تعیین موقعیت اهداف هوایی در طرحی جدید از مسئله مقید هندسی بر مبنای اندازه گیری‌های جهت‌یابی

مجید خانلرزاده^۱، کمال محامدپور^۲

۱ دانشجوی دکتری، دانشکده هوافضا، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، khanlar386@gmail.com

۲ استاد دانشکده برق، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۱۱/۰۳

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۱۲/۰۵

چکیده

تعیین موقعیت شامل طیف گسترده‌ای از کاربردهای نظامی و صنعتی است. در موقعیت‌یابی، که مبتنی بر اندازه‌گیری جهت است، موقعیت فرستنده محل تلاقی خطوط جهت‌یابی فرضی است که از حسگرها به سمت فرستنده گسیل می‌شوند. در صورت نبود نویز محل برخورد، این خطوط نقطه‌ای منحصر به فرد خواهد بود. اما در واقعیت نویز موجود سبب عدم قطعیت در اندازه‌گیری‌ها و تعیین موقعیت می‌شود. تاکنون روش‌های گوناگونی برای موقعیت‌یابی مبتنی بر اندازه‌گیری‌های جهت‌یابی معرفی شده است. بیشتر این روش‌ها بر مبنای الگوریتم‌های عددی و بیشترین احتمال وقوع مرسوم^۱ برای تخمین بهینه موقعیت هدف مطرح شده‌اند. این روش‌ها معادل حداقل کردن مجموع خطاهای اندازه‌گیری با فرض نویز گاوسی است. هرچند TML تخمین‌گری دقیق است، اما به دلیل استفاده از الگوریتم عددی تکرارشونده، وقتی نویز اندازه‌گیری‌ها بزرگ یا هندسه مسئله نامطلوب باشد، سبب واگرایی الگوریتم می‌شود. این روش‌ها به دلیل استفاده از الگوریتم‌های عددی، فرم بسته ریاضی برای جواب ندارند. علاوه بر این روش‌ها، فعالیت‌های محدودی برای حل مسئله و رسیدن به فرم بسته جواب بر مبنای خصوصیات هندسی مسئله انجام شده که معروفترین آنها روش استنسفیلد^۲ است. این الگوریتم مبتنی بر فرض کوچک بودن نویز گاوسی و دانستن فاصله تقریبی فرستنده از حسگرهاست. در این مقاله برای رسیدن به فرم بسته جواب به خصوصیات هندسی مسئله توجه شده است. با این تفاوت که به کوچک بودن نویز گاوسی و تقریب فاصله فرستنده تا حسگرها نیاز نیست. چون در بیشتر مقالات برای تعیین میزان دقت روش ارائه شده، پاسخ الگوریتم TML به عنوان معیار مقایسه شده، در این مقاله با بررسی چند سناریو نشان داده می‌شود که الگوریتم ارائه شده علاوه بر ارائه فرم بسته ریاضی جواب خطای RMSE^۳ کمتری نسبت به TML دارد.

واژگان کلیدی

مکان‌یابی، جهت‌یابی، الگوریتم ماکزیمم شباهت، بهینه‌سازی مقید، زاویه سمت، زاویه ارتفاع

۱. مقدمه

مسئله مکان‌یابی براساس جهت‌یابی زاویه‌ای از جنگ جهانی دوم بسیار مورد علاقه بوده است [۱-۲] و البته ریشه‌هایی در گذشته‌های دورتر دارد. امروزه نیز موقعیت‌یابی فرستنده با استفاده از جهت‌یابی سیگنال ارسالی یک فرستنده همچنان از جمله روش‌های تعیین موقعیت غیرفعال است که مورد توجه پژوهشگران علوم مختلف، به‌ویژه حوزه هوافضا، می‌باشد [۳-۴]. راه‌حل‌های متنوعی برای تعیین موقعیت هدف بر مبنای اندازه‌گیری‌های زاویه ارائه شده است. بیشتر راه‌کارهای موجود، مسئله را از دیدگاه تخمین آماری و فرضیاتی در مورد توزیع احتمال نویز مورد بررسی قرار داده و در نتیجه الگوریتم‌های بهینه‌سازی مبتنی بر آنها را ارائه نموده‌اند. چون این الگوریتم‌ها بر پایه تخمین حداکثر احتمال^۴ می‌باشند، روش‌های عددی تکرارپذیر را برای تخمین بهینه موقعیت هدف مطرح می‌نمایند. در واقع این روش‌ها معادل حداقل کردن مجموع خطاهای اندازه‌گیری جهت‌یابی با فرض نویز گاوسی می‌باشد که مبتنی بر روش‌های عددی تکرارپذیر بوده و جواب ریاضی با فرم بسته ارائه نمی‌دهند [۵-۶].

فعالیت‌های اندکی نیز برای حل مسئله و استخراج جواب ریاضی با فرم بسته مطرح شده که خصوصیات هندسی مسئله را مد نظر قرار داده‌اند [۷-۸]. پیشگام این موضوع فعالیت‌های استنسفیلد می‌باشد [۱] که در حال حاضر اکثر الگوریتم‌های موقعیت‌یابی فرستنده‌ها بر مبنای این الگوریتم پایه‌گذاری شده است. تخمینگر استنسفیلد یک تخمینگر حداقل مربعات وزن‌دار^۵ است که همچنان بر پایه تخمینگر ماکزیمم احتمال^۶ می‌باشد. در تخمینگر استنسفیلد نویز اندازه‌گیری زاویه جهت‌یابی گاوسی و کوچک در نظر گرفته شده و خطای موقعیت مشاهده‌گرها هم نادیده گرفته شده است [۹]. در ضمن، در این روش برای محاسبه ماتریس وزن‌دهی فرض می‌شود که تقریبی از فاصله بین فرستنده و مشاهده‌گر وجود دارد. با این فرض‌ها می‌توان سینوس باقیمانده را جایگزین باقیمانده کرد و به یک حل فرم بسته ریاضی دست یافت [۹، ۱۰]. در مآخذ [۱۰] یک روش خطی شده حداقل مربعات برای مکان‌یابی فقط بر مبنای جهت‌یابی معرفی شده است که به اطلاعات فاصله در ماتریس وزن‌دهی نیازی ندارد. این روش تلاش دارد تا به تخمینگر ماکزیمم شباهت نزدیک شود، از اینرو تخمینگر حداقل مربعات شبه‌خطی نیز نامیده می‌شود. در این روش وقتی نویز اندازه‌گیری‌ها بزرگ باشد یا هندسه مسئله برای

مکان‌یابی دقیق نامطلوب باشد، می‌تواند منجر به خطاهای مکان‌یابی بزرگ شود. برای غلبه بر مشکل تخمینگر شبه‌خطی، روش دیگری برای بیشترین احتمال وقوع مکان‌یابی با استفاده از الگوهای تکرارپذیر مبتنی بر متغیرهای سودمند در [۱۱-۱۲] معرفی شده است. در این الگوریتم مینا بر محاسبه تکراری ماتریس متغیرهای سودمند می‌باشد، اما نشان داده می‌شود که همگرایی الگوریتم به مقدار اولیه و اندازه گام تکرار بسیار حساس می‌باشد [۱۳]. توجه شود که در فرضیات چگالی نرمال، تابع هزینه Y_{ML} یک تابع هزینه ساده از نوع تابع کمترین مربعات غیرخطی وزن‌دار است که هیچ‌یک از آنها دارای فرم بسته جواب نبوده؛ در ضمن همگرایی تخمینگرها به مقدار اولیه و پارامتر گام تکرار شدیداً حساس است [۱۰]. همچنین الگوریتم‌های خطی و تکرارپذیر به یک مقدار اولیه از برآورد مکان هدف جهت شروع الگوریتم نیاز دارند [۱۰، ۱۳].

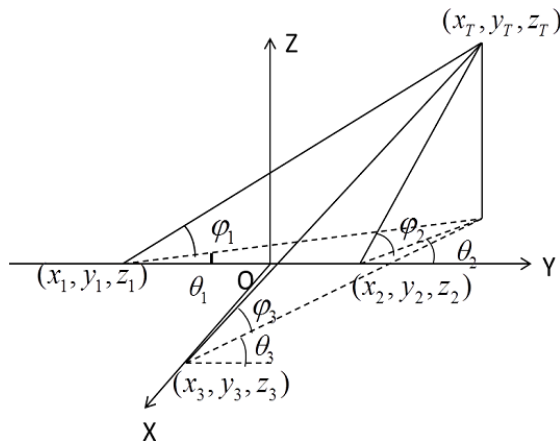
در مآخذ [۱۳] فرمولاسیون بیشترین احتمال وقوع مرسوم TML به تفصیل مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین یک آنالیز جداگانه در مآخذ [۱۵-۱۶] انجام شده و جهت بهبود الگوریتم TML در مآخذ [۱۷-۱۸] رویکرد جدیدی از تخمین ML ارائه شده است. اما تمامی این روش‌ها بر مبنای تخمین حداکثر احتمال و روش تکرار عددی می‌باشد که امکان واگرایی آنها تحت شرایطی از قبیل مقداردهی اولیه، تعداد ناکافی از اندازه‌گیری‌ها و هندسه نامناسب بین مشاهده‌گرها و هدف وجود دارد.

در این مقاله به‌طور مشخص بر مسئله مکان‌یابی یک هدف فرستنده با توجه به خصوصیات هندسی مسئله تمرکز شده است. برای تعیین موقعیت چند هدف به‌صورت توأمان نیز می‌توان آن را به چند مسئله موقعیت‌یابی تقسیم کرد. در این مقاله با استفاده از خصوصیات هندسی مسئله تابع هزینه‌ای شکل داده شده و در کنار قیودی حل می‌شود. در دو سناریوی متفاوت، الگوریتم TML که از روش تکراری گاوس - نیوتن^۸ استفاده کرده است [۱۳-۱۴] با الگوریتم پیشنهادی مقاله مقایسه می‌شود. نشان داده شده است جواب الگوریتم بهینه‌سازی مقید به‌دست آمده در این مقاله از لحاظ آماری به جواب الگوریتم TML نزدیک بوده و حتی در خطاهای بزرگ اندازه‌گیری زاویه، خطای موقعیت‌یابی کمتری نشان می‌دهد. همان‌گونه که قبلاً بیان شد، مقداردهی اولیه در

(θ_k, φ_k) شامل زاویه سمت θ_k و زاویه ارتفاع φ_k در مختصات کروی می‌باشد که با استفاده از این اندازه‌گیری‌ها مختصات هدف تعیین خواهد شد.

۲-۱. تشریح مسئله و تعاریف

برای یکسان‌شدن اندازه‌گیری‌ها لازم است قراردادی برای تعیین دستگاه مختصات R^3 در نظر گرفته شود. لذا فرض می‌شود که حسگر اول در مبدأ مختصات است (بدون اینکه کلیت مسئله تغییر کند) و حسگر دوم در جهت مثبت محور x می‌باشد. محور y طبق قانون دست راست و از چرخش 90° درجه محور x به موازات صفحه افق به دست می‌آید. محور z نیز عمود بر این صفحه xy و به سمت بالای صفحه افق است. اندازه‌گیری زاویه سمت نسبت به یک جهت عمومی (مثل شمال) می‌باشد، بنابراین $\theta_k \in [0, 2\pi]$ و زاویه ارتفاع نسبت به راستای افق اندازه‌گیری می‌شود. پس $\varphi_k \in [0, \frac{\pi}{2}]$ خواهد بود. فرض لازم دیگر این است که هیچ دو حسگری با هدف در یک راستا قرار نگیرد؛ زیرا اندازه‌گیری جهت‌یابی دو حسگر یکسان شده و در عمل این دو حسگر یکسان خواهد شد. چنانچه در محیطی بدون نویز باشیم، شعاع‌های فرضی جهت‌یابی که از حسگر به سوی هدف گسیل می‌شوند مطابق شکل ۲ در یک نقطه تلاقی خواهند کرد که همان هدف است.



شکل ۲. هندسه و تعاریف مسئله برای سه حسگر در فضای R^3

اما در واقعیت، در محیط نویزی این خطوط ممکن است تلاقی نداشته باشند و مانند شکل ۳ دسته خطوطی متنافر را تشکیل دهند. بنابراین مقادیر اندازه‌گیری شده $(\hat{\theta}_k, \hat{\varphi}_k)$ که به نویز آغشته هستند را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\hat{\theta}_k = \theta_k + e_{\theta_k} \quad (1)$$

TML به چیدمان هندسی مسئله وابسته است [۱۱، ۱۳]. به این معنا که تقریب اولیه محل هدف در شرایط چیدمان هندسی نامطلوب معمولاً به واگرایی الگوریتم TML منجر می‌شود. الگوریتم پیشنهادی این مقاله به چیدمان هندسی مسئله وابسته نیست و به تقریب اولیه از محل هدف نیازی ندارد و واگرا نمی‌شود. همان‌طور که قبلاً اشاره شد، همگرایی تخمین‌گرهای یادشده قبلی به مقدار اولیه و پارامتر گام تکرار شدیداً حساس می‌باشد، اما الگوریتم پیشنهادی همواره همگراست. هیچ‌یک از روش‌های ارائه‌شده فرم بسته جواب ندارند، اما همان‌طور که نشان داده خواهد شد، الگوریتم پیشنهادی در این مقاله دارای جواب فرم بسته ریاضی می‌باشد. در بخش دوم، مسئله به صورت دقیق مورد بررسی قرار گرفته و تعاریف لازم ارائه شده است. در ادامه همین بخش، تفسیر هندسی مسئله به همراه روابط ریاضی جهت استخراج فرم بسته جواب تشریح می‌شود. در بخش سوم، دو سناریوی مجزا شبیه‌سازی و با روش TML مقایسه شده است. در همین بخش، نتایج شبیه‌سازی‌ها تحلیل و بررسی شده و مزیت روش ارائه‌شده در مقاله نسبت به روش‌های تکرار عددی مثل TML تبیین شده است. در بخش چهارم نتیجه‌گیری و در بخش پایانی مآخذ جهت مراجعه خواننده ارائه شده است.

۲-۲. ارائه و بررسی سناریو

در شکل ۱ سناریوی کاربردی تعیین موقعیت سه‌بعدی برای یک هدف فرستنده مثل بالگرد در موقعیت x, y, z در دستگاه مختصات دکارتی R^3 نمایش داده شده است.



شکل ۱. سناریو تعیین موقعیت سه‌بعدی یک بالگرد

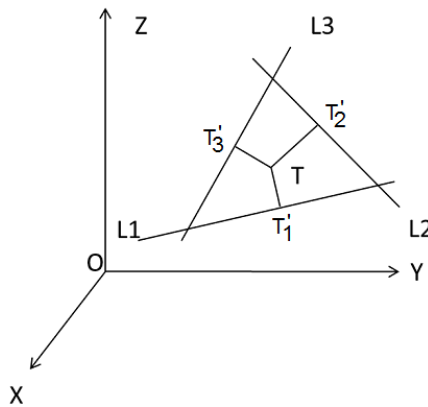
حسگرهایی که در مختصات x_k, y_k, z_k قرار دارند، جهت یا گرای^۹ هدف را اندازه‌گیری می‌کنند. هر اندازه‌گیری جهت هدف

$$\operatorname{argmin}_{T, T'_k} \sum_{k=1}^M d_k \quad (4)$$

$$s. t. : \frac{x'_k - x_k}{a_k} - \frac{y'_k - y_k}{b_k} = 0, \frac{x'_k - x_k}{a_k} - \frac{z'_k - z_k}{c_k} = 0$$

معادله لاگرانژ مسئله بهینه‌سازی فوق مطابق رابطه ۵ است:

$$L = \sum_{k=1}^M \sqrt{(x - x'_k)^2 + (y - y'_k)^2 + (z - z'_k)^2} + \sum_{k=1}^M \left[\lambda_k \left(\frac{x'_k - x_k}{a_k} - \frac{y'_k - y_k}{b_k} \right) + \mu_k \left(\frac{x'_k - x_k}{a_k} - \frac{z'_k - z_k}{c_k} \right) \right] \quad (5)$$



شکل ۴. هندسه سه‌بعدی قیود مسئله بهینه‌سازی برای سه حسگر

با اندکی تأمل در معادله ۵ واضح است که برای حل مسئله بهینه‌سازی و اعمال شرایط KKT [۱۹] دسته‌ای از معادلات غیرخطی به‌دست می‌آید که حل ریاضی آن فقط با روش‌های عددی ممکن است. جهت سادگی در حل مسئله می‌توان تقریب ساده‌کننده‌ای در نظر گرفت که به‌جای فاصله d_k از d_k^2 استفاده شود. واضح است این تقریب تأثیری در کلیت مسئله بهینه‌سازی ۴ نداشته و این مسئله به رابطه ۶ اصلاح می‌گردد:

$$\operatorname{argmin}_{T, T'_k} \sum_{k=1}^M d_k^2 \quad (6)$$

$$s. t. : \frac{x'_k - x_k}{a_k} - \frac{y'_k - y_k}{b_k} = 0, \frac{x'_k - x_k}{a_k} - \frac{z'_k - z_k}{c_k} = 0$$

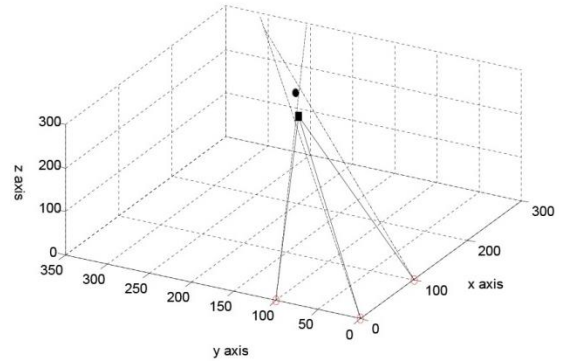
پس معادله لاگرانژ مسئله اصلاح شده ۶ به شکل رابطه ۷ خواهد شد:

$$L = \sum_{k=1}^M [(x - x'_k)^2 + (y - y'_k)^2 + (z - z'_k)^2] + \sum_{k=1}^M \left[\lambda_k \left(\frac{x'_k - x_k}{a_k} - \frac{y'_k - y_k}{b_k} \right) + \mu_k \left(\frac{x'_k - x_k}{a_k} - \frac{z'_k - z_k}{c_k} \right) \right] \quad (7)$$

تعداد مجهولات $5M + 3$ است که عبارتند از (x, y, z) و $(x'_k, y'_k, z'_k, \mu_k, \lambda_k)$ که $k = 1..M$ می‌باشد. برای محاسبه

$$\hat{\varphi}_k = \varphi_k + e_{\varphi_k} \quad (2)$$

که $e_{\varphi_k}, e_{\theta_k} \sim N(0, \sigma^2)$ مقادیر تصادفی گاوسی با میانگین صفر و واریانس σ^2 می‌باشند. واحد اندازه‌گیری زاویه‌ها رادیان و محاسبات برحسب آنها می‌باشد. از واحد درجه صرفاً برای راحتی در نمایش استفاده می‌شود.



شکل ۳. نمایی از مکان واقعی هدف بدون نویز

● مکان تخمینی هدف در حضور نویز

۲-۲. تفسیر هندسی و استخراج روابط

فرض می‌شود تعداد M حسگر S_k در موقعیت x_k, y_k, z_k قرار دارد $k = 1..M$ و هدف T در موقعیت نامعلوم x_T, y_T, z_T است که قرار است توسط اندازه‌گیری‌های جهت‌یابی $(\hat{\theta}_k, \hat{\varphi}_k)$ تعیین موقعیت شود. همان‌گونه که قبلاً بیان شد، در حضور نویز یک جواب منحصر به‌فرد برای تعیین موقعیت هدف وجود نخواهد داشت. خط فرضی l_k که از حسگر S_k به‌سمت هدف T گسیل می‌گردد و لزوماً از نقطه T نمی‌گذرد دارای معادله کانونیک با رابطه ۳ خواهد بود:

$$\frac{x - x_k}{a_k} = \frac{y - y_k}{b_k} = \frac{z - z_k}{c_k} \quad (3)$$

$$a_k = \cos \hat{\theta}_k \sin \hat{\varphi}_k$$

$$b_k = \cos \hat{\theta}_k \sin \hat{\varphi}_k$$

$$c_k = \cos \hat{\varphi}_k \quad k = 1..M$$

فرض می‌شود T'_k به مختصات x'_k, y'_k, z'_k پای عمود نقطه T از خط l_k می‌باشد که $d_k = \|T - T'_k\|_2$ فاصله این دو نقطه خواهد بود. یک تخمین هندسی از نقطه T می‌تواند نقطه‌ای باشد که مجموع فواصل d_k حداقل باشد. جهت روشن‌شدن موضوع شکل ۴ برای سه حسگر نشان داده شده است. بنابراین می‌توان از حل مسئله بهینه‌سازی با تابع هزینه و قیود مندرج در رابطه ۴ را به‌دست آورد:

است، استفاده شده است. برای شبیه‌سازی هر دو الگوریتم، خطای اندازه‌گیری زاویه جهت‌یابی از صفر تا ۱۰ درجه در محاسبات مد نظر قرار گرفته است. با شبیه‌سازی مونته کارلو به تعداد ۱۰۰۰۰ بار، مقدار خطای RMSE موقعیت‌یابی و احتمال واگرایی برای الگوریتم TML و الگوریتم پیشنهادی به دست آمده است. خطای RMSE موقعیت‌یابی طبق رابطه ۲۰ تعریف شده است:

$$RMSE = \frac{\sum_{i=1}^{10000} \sqrt{(x_i - x_T)^2 + (y_i - y_T)^2 + (z_i - z_T)^2}}{10000} \quad (20)$$

در ادامه دو سناریوی متفاوت برای مقایسه عملکرد الگوریتم پیشنهادی نسبت به الگوریتم TML در نظر گرفته شده است.

۳-۱. سناریوی با چیدمان بد

اگر نحوه چیدمان هندسی هدف نسبت به حسگرها به گونه‌ای باشد که مقدار زوایای جهت‌یابی اندازه‌گیری شده توسط حسگرها نزدیک و مشابه باشد، به طوری که در شکل‌های ۵ و ۶ نشان داده شده است، میزان عدم قطعیت اندازه‌گیری‌ها و خطای تعیین موقعیت هدف افزایش می‌یابد. به چنین وضعیتی چیدمان بد یا هندسه بد گفته می‌شود. برعکس، اگر چیدمان هندسی به گونه‌ای باشد که زوایای جهت‌یابی با هم اختلاف زیادی داشته باشند، آنچنان که در شکل‌های ۹ و ۱۰ نشان داده شده است، به این حالت چیدمان خوب یا هندسه خوب گفته می‌شود. جهت مطالعه و اطلاع بیشتر، مراجع [۷] و [۲۰] پیشنهاد داده می‌شود. چیدمانی مطابق جدول ۱ در نظر گرفته شده است که موقعیت قرار گرفتن حسگرها و هدف را نسبت به هم نشان می‌دهد. طول، عرض و ارتفاع بیان شده در جدول برحسب متر است.

جدول ۱. مختصات حسگرها و هدف در سناریوی اول

ارتفاع	عرض	طول	
صفر	صفر	صفر	حسگر ۱
صفر	صفر	۱۰۰۰	حسگر ۲
صفر	۲۰۰۰	صفر	حسگر ۳
۴۰۰۰	۵۰۰۰	۲۰۰۰	هدف

در شکل ۵ این چیدمان در فضای سه‌بعدی نمایش داده شده است (نقاط سبز تخمین موقعیت دقیق هدف هستند). در شکل ۶ موقعیت حسگرها و هدف در صفحه xy نشان داده شده است. همان‌گونه که در این شکل مشاهده می‌شود، تمامی حسگرها در یک جهت نسبت به هدف قرار دارند یا به عبارتی تمام زوایای

این مجهولات شرایط KKT بر معادله لاگرانژ اعمال می‌شود و روابط ۸ تا ۱۵ به شرح ذیل به دست می‌آید:

$$\frac{\partial L}{\partial x} = 0 \rightarrow x - \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M x'_k = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = 0 \rightarrow y - \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M y'_k = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial L}{\partial z} = 0 \rightarrow z - \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M z'_k = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x'_k} = 0 \rightarrow 2x'_k - 2x + \frac{\lambda_k}{a_k} + \frac{\mu_k}{a_k} = 0, k = 1..M \quad (11)$$

$$\frac{\partial L}{\partial y'_k} = 0 \rightarrow 2y'_k - 2y - \frac{\lambda_k}{b_k} = 0, k = 1..M \quad (12)$$

$$\frac{\partial L}{\partial z'_k} = 0 \rightarrow 2z'_k - 2z - \frac{\mu_k}{c_k} = 0, k = 1..M \quad (13)$$

$$\text{from s.t.: } \frac{x'_k - x_k}{a_k} - \frac{y'_k - y_k}{b_k} = 0 \rightarrow \frac{x'_k}{a_k} - \frac{y'_k}{b_k} = \frac{x_k}{a_k} - \frac{y_k}{b_k}, k = 1..M \quad (14)$$

$$\text{from s.t.: } \frac{x'_k - x_k}{a_k} - \frac{z'_k - z_k}{c_k} = 0 \rightarrow \frac{x'_k}{a_k} - \frac{z'_k}{c_k} = \frac{x_k}{a_k} - \frac{z_k}{c_k}, k = 1..M \quad (15)$$

پس مجهولات از معادله ماتریسی ۱۶ قابل محاسبه است:

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \quad (16)$$

$$\mathbf{x} = [x \ y \ z \ x'_1 \ \dots \ x'_M \ y'_1 \ \dots \ y'_M \ z'_1 \ \dots \ z'_M \ \lambda_1 \ \dots \ \lambda_M \ \mu_1 \ \dots \ \mu_M]^T \quad (17)$$

یک بردار $5M + 3$ بعدی و T نشان دهنده ترانزپوز ماتریس

می‌باشد. بردار مقادیر ثابت \mathbf{b} برابر است با بردار ۱۸:

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \dots 0 \\ \left(\frac{x_1}{a_1} - \frac{y_1}{b_1}\right) \dots \left(\frac{x_M}{a_M} - \frac{y_M}{b_M}\right) \\ \left(\frac{x_1}{a_1} - \frac{z_1}{c_1}\right) \dots \left(\frac{x_M}{a_M} - \frac{z_M}{c_M}\right) \end{bmatrix}^T \quad (18)$$

ماتریس ضرایب معادلات \mathbf{A} از روابط ۸ تا ۱۵ به دست می‌آید

که یک ماتریس مربعی با ابعاد $(5M + 3) \times (5M + 3)$ است

و چون روابط ۸ تا ۱۵ مستقل از هم‌اند ماتریس \mathbf{A} وارون پذیر بوده

و می‌توان بردار مجهولات ۱۷ را از ۱۹ به دست آورد:

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b} \quad (19)$$

نشان داده شد که مسئله اصلاح شده ۷ جوابی با فرم بسته

ریاضی دارد، اما همان‌طور که قبلاً اشاره شد روش TML یک

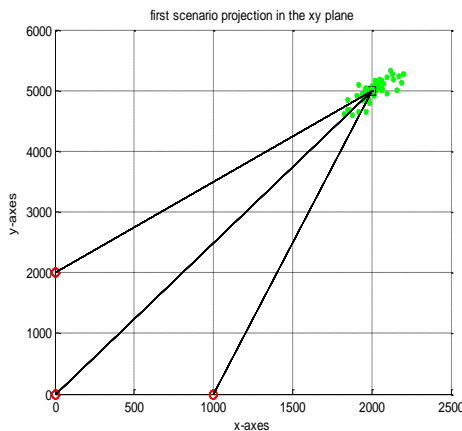
روش عددی است و جواب با فرم بسته ریاضی ندارد.

۳. شبیه‌سازی و بررسی سناریوها

در این بخش برای مقایسه الگوریتم پیشنهادی، از الگوریتم TML

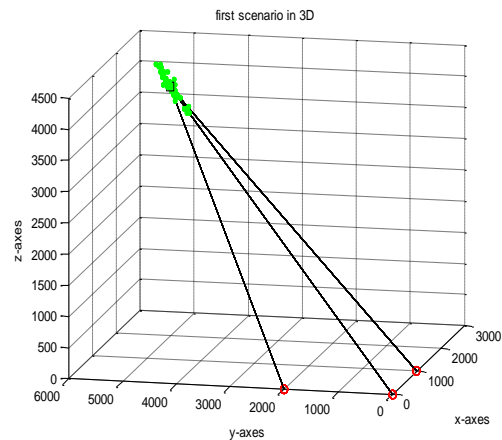
بر مبنای روش تکرار گاوس-نیوتن، که روشی مرسوم و پرکاربرد

بر مبنای تعداد واگرایی الگوریتم در ۱۰۰۰۰ بار اجرای شبیه‌سازی می‌باشد. شرط واگرایی الگوریتم برای خطای تعیین موقعیت بیشتر از 10^6 در نظر گرفته شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، تا خطای اندازه‌گیری زاویه جهت‌یابی ۶ درجه الگوریتم TML واگرا نیست، اما بعد از آن اعتباری به جوابش نخواهد بود.

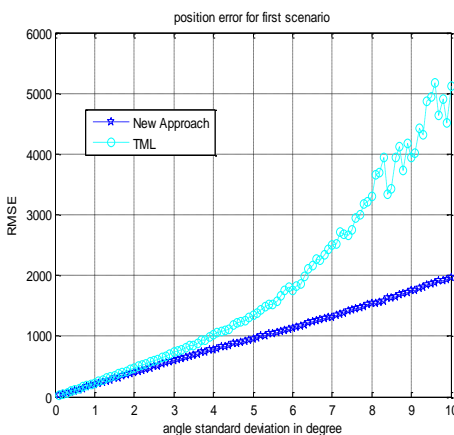


شکل ۶. تصویر سناریوی اول در صفحه xy .

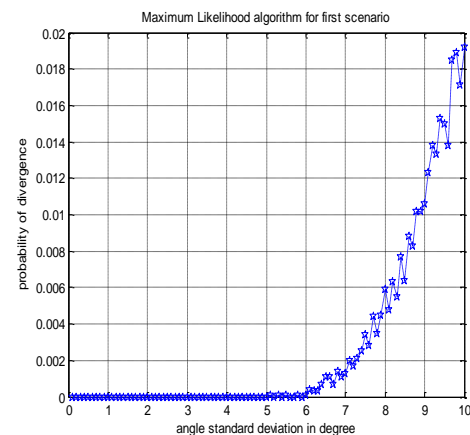
آزموت هم علامت‌اند که از لحاظ عملیاتی این یک سناریوی بد محسوب می‌شود. نشان داده خواهد شد که در چنین سناریویی با افزایش خطای اندازه‌گیری زاویه جهت، الگوریتم TML واگرا می‌شود. در شکل ۷ احتمال واگرایی الگوریتم TML، که حاصل از شبیه‌سازی این الگوریتم می‌باشد، ارائه شده است. این احتمال



شکل ۵. نمای سه‌بعدی سناریوی اول



شکل ۸. مقایسه خطای تعیین موقعیت بین دو الگوریتم در سناریوی اول



شکل ۷. احتمال واگرایی الگوریتم ماکزیم شباهت سناریوی اول

الگوریتم TML دارای خطای تعیین موقعیت ۱۸۰۰ متر بوده اما الگوریتم مورد نظر دارای خطای ۱۱۰۰ متر است.

۳-۲. سناریوی با چیدمان خوب

در بخش قبل عملکرد دو الگوریتم روی یک سناریو با چیدمان بد مورد بررسی و مقایسه قرار گرفت. در این بخش یک سناریو با چیدمان خوب مطابق جدول ۲ در نظر گرفته می‌شود تا کارکرد الگوریتم‌ها از جنبه‌های دیگر مقایسه شود. چیدمان سه‌بعدی

در شکل ۸ خطای تعیین موقعیت RMSE با تعریف ارائه شده معادله ۲۰، برای هر دو الگوریتم در یک نمودار آورده شده است. مشاهده می‌شود جواب الگوریتم TML از خطای ۶ درجه به بعد معتبر نیست، اما چون الگوریتم مورد نظر مقاله دارای جواب ریاضی به فرم بسته می‌باشد تا خطای ۱۰ درجه همچنان پایدار بوده و همگراست. مشاهده می‌شود تا خطای زاویه ۶ درجه، که الگوریتم TML همگراست، الگوریتم مورد نظر مقاله خطای کمتری در تعیین موقعیت ارائه می‌دهد در خطای زاویه ۶ درجه

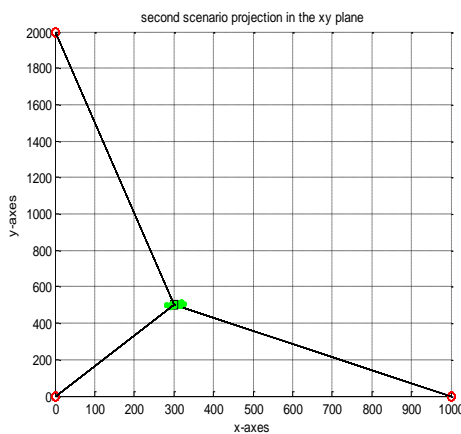
الگوریتم TML حتی برای خطای بزرگ اندازه‌گیری زاویه جهت‌یابی کم است. در شکل ۱۱ احتمال واگرایی الگوریتم TML که خروجی شبیه‌سازی است نشان داده شده است. در سراسر بازه خطای اندازه‌گیری زاویه؛ یعنی از صفر تا ۱۰ درجه احتمال واگرایی تقریباً صفر است. بنابراین همان‌طور که در شکل ۱۲ نشان داده شده است، الگوریتم TML در سراسر بازه خطای مورد نظر همگرا بوده و دارای جواب است. آنچه از این شکل نتیجه گرفته می‌شود، این است که کارایی الگوریتم مورد نظر مقاله حتی در وضعیت‌هایی که الگوریتم TML همگراست، بهتر است. در تأیید این مطلب، همان‌طور که در شکل ۱۲ مشاهده می‌شود، به‌طور مثال در خطای زاویه ۶ درجه، خطای تعیین موقعیت RMSE الگوریتم TML برابر ۹۵ متر است، در حالی که الگوریتم مورد نظر خطای ۶۰ متر دارد. پس الگوریتم مد نظر در تعیین موقعیت نسبت به الگوریتم TML خطای کمتری دارد.

مطابق شکل ۹ نشان داده شده است که طول، عرض و ارتفاع برحسب متر می‌باشد.

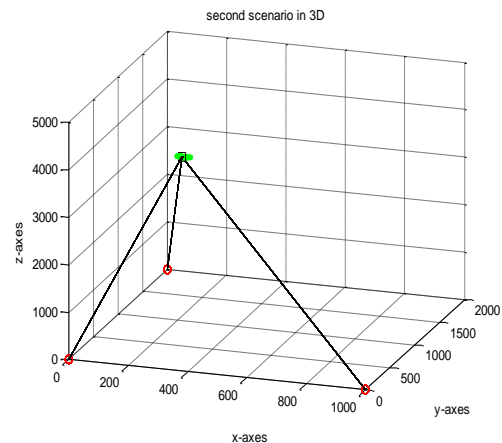
جدول ۲. مختصات حسگرها و هدف در سناریوی دوم

ارتفاع	عرض	طول	
صفر	صفر	صفر	حسگر ۱
صفر	صفر	۱۰۰۰	حسگر ۲
صفر	۲۰۰۰	صفر	حسگر ۳
۴۰۰۰	۵۰۰	۳۰۰	هدف

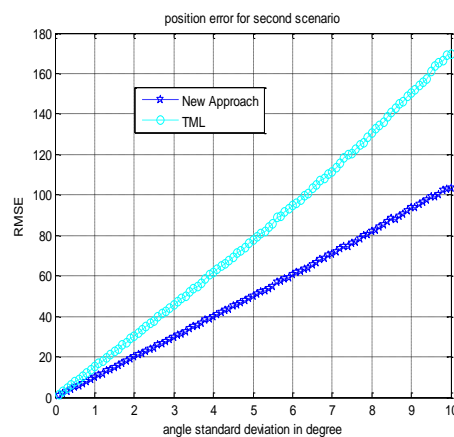
در شکل ۱۰ هندسه هدف و حسگرها در صفحه xy نمایش داده شده است. مشاهده می‌شود هدف تقریباً در وسط حسگرها بوده و زاویه آزیموت هدف نسبت به حسگرها هم‌علامت نیستند. همان‌گونه که قبلاً گفته شد، این سناریو از لحاظ عملیاتی خوب محسوب می‌شود. در سناریوی با چیدمان خوب احتمال واگرایی



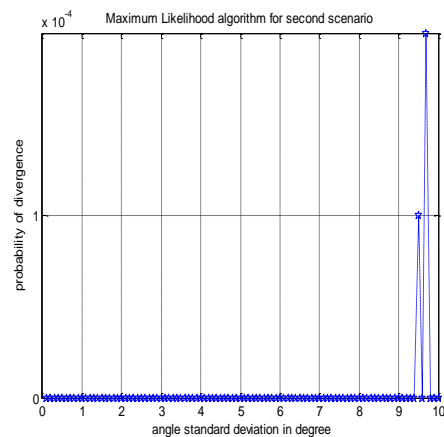
شکل ۱۰. تصویر سناریوی دوم در صفحه xy .



شکل ۹. نمای سه‌بعدی سناریوی دوم



شکل ۱۲. مقایسه خطای تعیین موقعیت بین دو الگوریتم در سناریوی دوم



شکل ۱۱. احتمال واگرایی الگوریتم ماکزیمم شباهت سناریوی دوم

۴. نتیجه‌گیری

در این مقاله الگوریتمی جدید برای مکان‌یابی به‌کمک اندازه‌گیری‌های جهت‌یابی با تمرکز بر هندسه مسئله، که معمولاً در مقالات کمتر به آن پرداخته شده است، ارائه و مورد بررسی قرار گرفت. همچنین از این الگوریتم جواب ریاضی با فرم بسته برای تعیین موقعیت هدف استخراج شد که اصولاً مورد علاقه محققان می‌باشد. برخلاف روش‌های عددی تکرارپذیر مثل TML، که زمان‌برند، حل ماتریسی مسئله توسط الگوریتم پیشنهادی مقاله می‌تواند سبب افزایش سرعت در استخراج موقعیت هدف شود. نشان داده شد در سناریوهای مشابه، الگوریتم مورد نظر در برابر خطاهای بزرگ اندازه‌گیری جهت‌یابی نسبت به الگوریتم TML کارآمدی بهتری داشته و همگرایی خود را حفظ می‌کند و به مقداره‌ی اولیه از هدف وابسته نمی‌باشد. نشان داده شد که خطای RMSE تعیین موقعیت به‌دست آمده از مسئله اصلاح‌شده ۷ توسط این الگوریتم کمتر از روش TML می‌باشد. در مجموع می‌توان مزایای این تخمینگر در مقایسه با روش عددی تکرارپذیر TML را به شرح ذیل فهرست کرد:

۱. عدم وابستگی به حدس نقطه اولیه هدف جهت شروع الگوریتم
۲. به‌دست آوردن فرم بسته ریاضی جواب موقعیت هدف
۳. حفظ همگرایی الگوریتم برای خطای اندازه‌گیری زاویه جهت‌یابی با مقادیر واریانس بزرگ

۵. مأخذ

۴. حل ماتریسی مسئله و در نتیجه افزایش سرعت تعیین موقعیت هدف

فهرست علائم و اختصارات

مختصات دکارتی حسگر k ام	x_k, y_k, z_k
زاویه سمت هدف توسط حسگر k ام بدون خطا	θ_k
زاویه ارتفاع هدف توسط حسگر k ام بدون خطا	φ_k
زاویه سمت هدف توسط حسگر k ام با خطا	$\hat{\theta}_k$
زاویه ارتفاع هدف توسط حسگر k ام با خطا	$\hat{\varphi}_k$
خطای گاوسی زاویه سمت حسگر k ام	e_{θ_k}
خطای گاوسی زاویه ارتفاع حسگر k ام	$\hat{\varphi}_k$
واریانس نویز گاوسی	σ^2
مختصات دکارتی هدف T	x_T, y_T, z_T
خط فرضی جهت‌یابی از حسگر k ام به هدف T	l_k
ضرایب معادله کانونیک خط l_k	a_k, b_k, c_k
نقطه پای عمود هدف T روی خط l_k	T'_k
مختصات دکارتی T'_k	x'_k, y'_k, z'_k
فاصله دکارتی T و T'_k	d_k
ضرایب لاگرانژ تابع هزینه	λ_k, μ_k
تعداد حسگرها	M
ماتریس ضرایب معادلات	A
بردار مقادیر ثابت معادلات	b
بردار مجهولات	x

[1] R. G. Stansfield, Statistical theory of DF fixing, *Journal of IEE*, vol. 94, no. 15, pp. 762-770, 1947.

[2] H. E. Daniels, The theory of position finding, *Journal of the Royal Statistical Society*, B13, pp. 186-207, 1951.

[3] I. Shames, A. N. Bishop, M. Smith, B. D. O. Anderson, Doppler Shift Target Localization, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 49, Issue. 1, pp. 266-276, Jan 2013.

[4] S. Lim, H. Bang, Guidance laws for target localization using vector field approach, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 50, Issue. 3, pp. 1991-2003, July 2014.

[5] L. M. Kaplan, Q. Le, N. Molnar, Maximum likelihood methods for bearings-only target localization, in *Proc. Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Process.*, 2001, vol. 5, pp. 3001-3004.

[6] Z. Berman, A reliable maximum likelihood algorithm for bearingonly targetmotion analysis, in *Proc. 36th IEEE Conf. Decision Contr.*, Dec. 1997, vol. 5, pp. 5012-5017.

[7] A. N. Bishop, B. Fidan, B. D. O. Anderson, K. Dogancay, P. N. Pathirana, Optimality analysis of sensor-target geometries in passive localization: Part 1—Bearing-only localization, In *Proceedings of the 3rd International Conference on Intelligent Sensors, Sensor Networks, and Information Processing*, Melbourne, Australia, Dec. 2007.

- [8] A. N. Bishop, B. D. O. Anderson, B. Fidan, P. N. Pathirana, G. Mao, Bearing-only Localization using Geometrically Constrained Optimization, *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 45, no. 1, pp. 308-320, 2009.
- [9] M. Gavish, A. J. Weiss, Performance analysis of bearing-only target location algorithms, *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 28, no. 3, pp. 817-828, 1992.
- [10] D. J. Torrieri, Statistical theory of passive location systems, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 20, no. 2, pp. 183-198, 1984.
- [11] W. H. Foy, Position-location solutions by Taylor-series estimation, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 12, no. 2, pp. 187-194, 1976.
- [12] J. Rife, Design of a distributed localization algorithm to process angle-of-arrival measurements, *IEEE International Conference on Technologies for Practical Robot Applications (TePRA)*, pp. 1-6, May 2015.
- [13] J. P. Le Cadre, C. Jauffret, On the convergence of iterative methods for bearings-only tracking, *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 35, no. 3, pp. 801-818, 1999.
- [14] S. C. Nardone, A. G. Lindgren, K. F. Gong, Fundamental properties and performance of conventional bearings-only target motion analysis, *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-29, pp.775-787, 1984.
- [15] K. Dogancay, Bearings-only target localization using total least squares, *Signal Processing*, vol. 85, pp. 1695-1710, 2005.
- [16] K. Dogancay, G. Ibal, 3D passive localization in the presence of large bearing noise, 13th European Signal Processing Conference EUSIPCO2 05 Proceedings, pp.1-4, 2005.
- [17] Z. Wang, J. A. Luo, X. P. Zhang, A Novel Location-Penalized Maximum Likelihood Estimator for Bearing-Only Target Localization, *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 60, no. 12, pp. 6166-6181, December 2012.
- [18] M. Fardad, A. Ghorashi, R. Shahbazian, A novel maximum likelihood based estimator for bearing-only target localization, 22nd Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE), pp 1522–1527, May 2014.
- [19] Stephen Boyd, *Convex Optimization*, Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
- [20] A. N. Bishop, B. Fidan, B. D. O. Anderson, P. N. Pathirana, K. Dogancay, Optimality analysis of sensor-target geometries in passive localization: Part 2-Time of arrival based localization, In Proceedings of the 3rd International Conference on Intelligent Sensors, Sensor Networks, and Information Processing, Melbourne, Australia, Dec. 2007.

پی‌نوشت

-
1. traditional maximum likelihood
 2. Stansfield
 3. root mean square error
 4. maximum likelihood estimation
 5. weighted least squares
 6. maximum likelihood estimator
 7. maximum likelihood
 8. Gauss-Newton method
 9. bearing
 10. azimuth
 11. elevation
 12. Karush-Kuhn-Tucker