

حل عددی عایق فناشونده و کاهش دمای آن با استفاده از مفهوم چاه حرارتی

سعید رضایی کلج^۱، سحر نوری^۲، سجاد قاسملوی^۳

۱ کارشناس ارشد مهندسی هوافضا، دانشکده هوافضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، s.rezaeikalaj@gmail.com

۲ استادیار، دانشکده هوافضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

۳ استادیار، مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران

تاریخ دریافت: ۱۳۹۶/۰۷/۱۳

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۱۲/۰۵

چکیده

اولین راه‌کار برای افزایش بهره‌وری وسائل فضایی کاهش وزن آن است که سبب افزایش سرعت و محدوده پروازی می‌شود. با توجه به اینکه بدنه این وسائل محدوده دمایی خاصی را تحمل می‌کند استفاده از سیستم‌های حفاظت حرارتی، که برای افزایش وزن سازه در شرایط بهینه طراحی شده‌اند، ضروری است. در این مقاله، عایق حرارتی با چاه حرارتی به‌عنوان شرط مرزی بدنه در نظر گرفته شده است تا بتوان دمای بدنه را کاهش داد. برای این منظور معادلات هدایت حرارتی گذرا در سیستم مختصات منحنی‌الخط نوشته شده و برای انواع هندسه و وسائل فضایی متقارن محوری توسعه داده شده است. جنس عایق فناشونده، گرافیت فرض شده و از آثار لایه پیرولیز صرف‌نظر شده است. معادلات با استفاده از روش اختلاف محدود گسسته و دستگاه معادلات حاکم با استفاده از روش ضمنی با جهت متغیر حل شده است. سپس تأثیر چاه حرارتی با ضخامت مختلف بر دمای بدنه بررسی شده است. نتایج حل عددی با نتایج حل دقیق مقایسه و مشاهده می‌شود اختلاف آنها در تمام زمان‌ها کمتر از ۲ درصد است. برای کاهش دمای بدنه از مفهوم چاه حرارتی استفاده شده و نتایج نشان می‌دهد که چاه حرارتی ۱۰ تا ۲۴ درصد از دمای بدنه (بسته به ضخامت چاه حرارتی) کاهش می‌دهد.

واژگان کلیدی

عایق فناشونده، گذرا، متقارن محوری، تفاضل محدود، چاه حرارتی

۱. مقدمه

استفاده کرد؛ زیرا هر قدر هم نفوذ حرارت در عایق‌ها کم باشد، نمی‌توانند در برابر این بار گرمای شدید مقاومت کنند و کارایی لازم را ندارند. در چنین مواردی فرایندهایی به‌کار گرفته می‌شوند که بتوانند به شیوه‌های دیگر مانع انتقال حرارت به سطوح

امروزه با توجه به بالاگرفتن فعالیت‌های نظامی و هوایی، موضوع سیستم‌های حفاظت حرارتی مورد توجه قرار گرفته است. اگر سیستمی تحت تأثیر بار گرمایی شدید قرار داشته باشد، برای جلوگیری از انتقال گرما به آن نمی‌توان از عایق‌های معمول

محافظت شده شوند. هرچند فناشوندگی عایق متداولترین روش برای خنکسازی و محافظت در برابر دماهای بالاست، اما گاهی ضروری است از روشهای دیگری استفاده شود. سطح عایق فناشونده در معرض حرارت زیاد و نیروهای برشی شروع به پسروری^۱ می‌کند. لذا در برخی از حالات این پسروری سطح، معادلات پیش‌بینی شده ائرودینامیکی را به هم می‌زند و در نتیجه پرتابه مشخصات مورد نظر را نخواهد داشت. به همین جهت باید به‌گونه‌ای دیگر عمل کرد. یکی از راهها استفاده از موادی است که ظرفیت حرارتی زیاد و هدایت حرارتی بالا دارند، تا از یک طرف بتواند انرژی حرارتی ورودی را هرچه بیشتر جذب کند و از طرف دیگر انرژی حرارتی دریافت‌شده را به‌گونه‌ای توزیع کند که دمای سطح پایین‌تر از نقطه ذوب باقی بماند. این مواد را چاه حرارتی^۲ می‌گویند.

در سال ۱۹۵۵ مهندسان جنرال الکتریک برای رهایی از گرمای اضافی به سطح وسیله نقلیه بازگشت به جو مارک ۲ سیستم حفاظت حرارتی چاه حرارتی از جنس مس را برای نخستین بار معرفی کردند. مشکل اساسی چاه حرارتی وزن زیاد بود. نه تنها مس به دلیل وزنش به سوخت بیشتری برای ورود به مدار نیاز داشت، که به سوخت بیشتری برای خروج از مدار هم نیازمند است. برای حل این مشکل، روش خنک‌کاری دیگری به نام عایق فناشونده معرفی شد. روش دیگر خنک‌سازی با عایق فناشوندگی^۳ است [۲]. عایق‌های فناشونده ابتدا با انجام تغییرات فازی مقداری از حرارت را جذب یا تلف می‌کنند؛ سپس با فناکردن خود راه نفوذ حرارت را سد یا محدود می‌کنند.

مویر و همکاران (۱۹۶۰) بالانس انرژی داخلی و معادلات تجزیه^۴ را با بالانس انرژی سطح کوپل در نظر گرفته و برای حل سپرهای حرارتی فناشونده در جریان ماورای صوت این روش را ارائه کردند [۶]. این کد، سی. ام. ای. نام گرفت. در این کد انرژی داخلی با معادلات تجزیه و عایق فناشونده به صورت صریح با هم مرتبط بوده و نرخ تجزیه به‌روش صریح محاسبه شده است. بنابراین حل این کد به گام زمانی و اندازه شبکه حساس بوده و دقت حل آن به سختی تخمین زده می‌شود. اگر نرخ پیرولیز یا نرخ پسروری سطح به اندازه کافی بالا باشد، کد سی. ام. ای. امکان دارد همگرا نشود؛ زیرا اساس این کد به صورت صریح نوشته شده است. در اواخر دهه ۹۰ میلادی، در سازمان فضایی ناسا کدی به

نام فیات^۴ توسعه یافته است [۷] که این کد پسروری سطح را به‌طور کاملاً ضمنی محاسبه می‌کند. این کد نیز انتقال حرارت هدایتی و تجزیه حرارتی در داخل عایق، جریان پیرولیز شبه‌پایدار، و پسروری سطح ماده محافظ حرارتی در یک بعد را شبیه‌سازی می‌کند. فیات از نظر عددی نسبت به سی. ام. ای. پایدارتر بوده و مسائل بیشتری را نسبت به سی. ام. ای. حل می‌کند. سپس کد فیات در دو بعد گسترده و کد تیتان^۵ معرفی شد [۸]. این کد پاسخ حرارتی عایق فناشونده را در دو بعد به صورت ضمنی بیان می‌کند. این کد از منابعی متوسط استفاده کرده و برای حل یک‌بعدی مدل‌هایی که کاربرد دقیقی دارند و حل سه‌بعدی آنها دشوار است بسیار مناسب است. همچنین کد فیات برای حالت سه‌بعدی نیز توسعه پیدا کرد و فیات سه‌بعدی^۶ نام گرفت [۹]. این کد کل پاسخ گرمایی سطح وسیله فضایی را داده و در این کد از منابع زیادی برای کاربرد عملی چرخه طراحی وسائل بازگشت به جو استفاده شده است. هر سه کد فیات، تیتان و فیات سه‌بعدی انتقال حرارت داخلی، تجزیه در داخل عایق فناشونده، گاز حاصل از پیرولیز و پسروری سطح مواد محافظ حرارتی را شبیه سازی می‌کند.

با توجه به اینکه دماغه و نقاط سکون مهمترین و حساس‌ترین قسمت طراحی وسیله بوده و هندسه اغلب این نواحی به‌صورت متقارن محوری است، در این مقاله معادلات حاکم بر عایق فناشونده به‌صورت متقارن محوری ارائه شده و سپس برای کاهش دمایی بدنه از مفهوم چاه حرارتی به‌عنوان شرط مرزی برای سطح داخلی بدنه استفاده می‌شود. این بدنه شامل یک‌لایه عایق با خواص همگن با ضخامت‌های مختلف با خواص وابسته به دماست. این حل برای تحلیل یک لایه عایق در نظر گرفته شده است و تحلیل مواد چندلایه همچون عایق فناشونده زغال شونده را به‌خوبی با این روش می‌توان مدل کرد.

۲. تحلیل

تحلیل یک‌بعدی عایق فناشونده به‌طور گسترده‌ای برای به‌دست آوردن پاسخ دمایی سپر حرارتی در معرض گرمایش ائرودینامیکی مورد مطالعه قرار گرفته است. با این‌وجود برای سپر حرارتی با شعاع انحنای بزرگ یا نرخ تغییرات انتقال گرمایی بالا روی سطح، فرض یک‌بعدی بودن جریان دیگر قابل اجرا نبوده و شرح دقیق پاسخ گرمایی نیازمند حل چندبعدی انتقال حرارت روی عایق فناشونده است که بتواند تأثیر تغییر روی هندسه سپر حرارتی را

با جایگذاری ضرایب مقیاس در معادله انتقال حرارت گذرا در دستگاه مختصات دکارتی، فرم معادله انتقال حرارت هدایتی وابسته به زمان با ضرایب متغیر در دستگاه مختصات ثابت برای جسم متقارن محوری به صورت معادله ۴ تعریف می شود.

$$\frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h_2 h_3}{h_1} k_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h_1 h_3}{h_2} k_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right] = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (4)$$

در این معادله، ρ چگالی عایق فناشونده، c_p گرمای ویژه عایق، k ضریب هدایت عایق، T دما و τ معرف زمان خواهد بود. سطح عایق فناشونده با گذر زمان پسروری می کند و به عبارتی هندسه سطح تغییر می کند. معادله ۴ در فرم اختلاف محدود تغییر دمایی را در نقاط ثابت و سیستم مختصات ثابت تعریف می کند. پس از هر پسروری سطح، برای ثابت بودن تعداد گره ها باید بین دماهای به دست آمده از مرحله قبل یک درون یابی انجام شود. با انجام این درون یابی خطاهای محاسباتی در هر گام زمانی وارد حل شده و همچنین زمان محاسبه را افزایش می دهد. برای رفع این مشکل، معادلات از فرم مختصات ثابت با نقاط ثابت، به فرم دستگاه متحرک تبدیل می شود. این تبدیل با استفاده از روابط زیر امکان پذیر است.

$$\xi = \frac{x}{x_b} \quad \eta = \frac{y}{\delta} \quad (5)$$

به عبارتی با این کار محورهای مختصات را به بردارهای یکه تبدیل کرده که این بردارها در هر گام زمانی بی بعد می شوند. در معادله ۵، ξ, η فرم بی بعد مختصه های دستگاه منحنی الخط، δ ضخامت لایه عایق فناشونده و x_b طول منحنی پایه است. تغییرات ضخامت عایق به صورت زیر تعریف می شود:

$$\delta - \delta_o = - \int \frac{\dot{m}}{\rho} dt \quad (6)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial \tau} = - \frac{\dot{m}}{\rho} \quad (7)$$

با به دست آوردن مشتقات ξ, η بر حسب متغیرهای x, y و جایگذاری در معادله ۶ معادله گذرای انتقال حرارت هدایتی در دستگاه مختصات متحرک به فرم معادله ۸ درمی آید.

$$\frac{1}{h_1 h_3} \left[\frac{1}{\delta^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(h_1 h_3 k_\eta \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{x_b^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{h_3}{h_1} k_\xi \frac{\partial T}{\partial \xi} \right) - \frac{1}{x_b} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{h_3}{h_1} k_\xi \frac{\eta A}{\delta} \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) - \frac{\eta A k_\xi}{\delta x_b} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{h_3}{h_1} \frac{\partial T}{\partial \xi} \right) + \frac{\eta A}{\delta^2} k_\xi \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{h_3}{h_1} \eta A \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) \right] = \rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial \tau} + \frac{m \eta}{\rho \delta} \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) \quad (8)$$

که در آن داریم:

$$A = \frac{1}{x_b} \frac{\partial \delta}{\partial \xi}$$

نشان دهد. در این بخش، ابتدا معادلات حاکم در دستگاه های مختصات مختلف بررسی و سپس معادلات در فرم اختلاف محدود گسسته می شوند. معادله انتقال حرارت گذرای دوبعدی در دستگاه مختصات دکارتی به صورت معادله ۱ تعریف می شود.

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left(k_{x_1} \frac{\partial T}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(k_{x_2} \frac{\partial T}{\partial x_2} \right) = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (1)$$

در این معادله، k_{x_1} ضریب انتقال حرارت در جهت x_1 و x_2 ضریب انتقال حرارت در جهت x_2 است و این نوع نامگذاری برای موادی که در جهات مختلف خواص آن متغیر است (مانند کامپوزیت ها) مناسب است.

اکثر هندسه های وسائل فضایی متقارن محوری بوده و تعریف آن با دستگاه مختصات دکارتی دشوار است. بنابراین سیستم مختصات منحنی الخط، که هر سه دستگاه مختصات دکارتی، کروی و استوانه ای را تعریف می کند، استفاده می شود. در این دستگاه، مؤلفه های یک مختصات را به مختصات دیگر با استفاده از تعریف ضریب مقیاس ربط می دهند. اگر x_j ($j = 1, 2, 3$) مختصه های دکارتی و v_i ($i = 1, 2, 3$) مختصه های دستگاه متعام منحنی الخط باشند، ضرایب مقیاس که با h_{v_i} نمایش داده می شود به صورت معادله ۲ محاسبه می شود [۱۵].

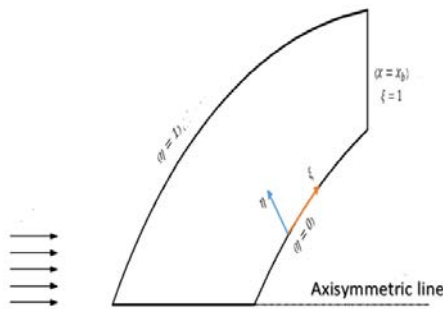
$$h_{v_i} = \sqrt{\left(\frac{\partial x_1}{\partial v_i} \right)^2 + \left(\frac{\partial x_2}{\partial v_i} \right)^2 + \left(\frac{\partial x_3}{\partial v_i} \right)^2} \quad (2)$$

برای اینکه بتوان معادله ۲ را استفاده کرد، باید نخست هندسه اولیه جسم، که به صورت متقارن محوری است، تعریف شود. شکل ۱ نمایی شماتیکی از هندسه مسئله را نشان می دهد که دستگاه مختصات دکارتی (z, w, m) در نقطه سکون هندسه و دستگاه مختصات منحنی الخط (x, y, φ) روی بدنه یا منحنی پایه قرار دارد که محور x مماس بر بدنه و محور y در راستای شعاع انحنای هندسه و عمود بر محور x است. در شکل ۱، R_{cyl} شعاع استوانه ای از محور تقارن تا منحنی پایه یا همان سطح داخلی بدنه، R شعاع منحنی پایه، γ مختصه دستگاه منحنی الخط و θ زاویه بین R و R_{cyl} تعریف می شود.

با توجه به شکل ۱ و معادله ۲ مقادیر ضرایب مقیاس به صورت زیر به دست می آید.

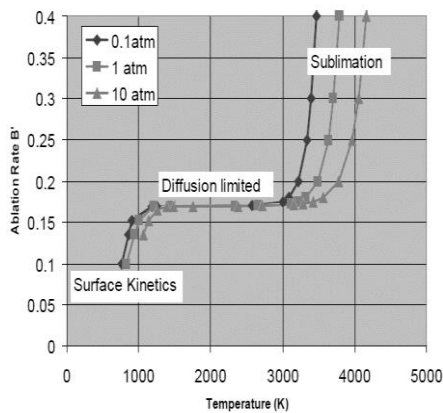
$$\begin{aligned} h_1 &= 1 + \frac{y}{R} \\ h_2 &= 1 \\ h_3 &= R_{cyl} + y \cos \theta \end{aligned} \quad (3)$$

جهات وارد حل کرد تا تأثیر این شرایط در هر گام زمانی وارد میدان محاسباتی شود. این روش دارای پایداری نامشروط است و در انتخاب گام زمانی هیچ محدودیتی وجود ندارد. همچنین دقت این روش از مرتبه $(\Delta y)^2$ ، $(\Delta x)^2$ و $(\Delta t)^2$ است. در این روش دو دسته معادله همزمان ایجاد می‌شود که باید به ترتیب حل شوند. با توجه به معادله بی‌بعد شده ۸ و تعریف آن در دستگاه مختصات ξ, η سطوح مرزی در شکل ۲ نمایش داده شده است.



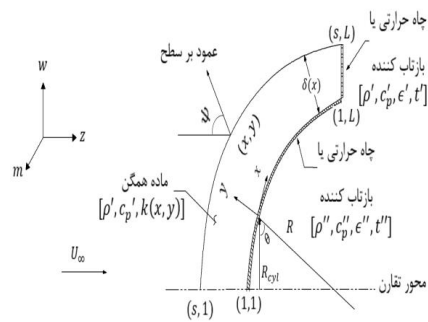
شکل ۲. شرایط مرزی

اخیر در مقوله‌های سپر حرارتی کاوشگر ورودی و موشک‌های بالستیک و سپر حرارتی بسیار مورد توجه قرار گرفته است. علاوه بر این کربن و کامپوزیت‌های کربن و مواد گرافیتی دیگر به دلیل مقاومت دمایی بالا، خواص عالی حرارتی و فیزیکی و همچنین تراکم پایین، در تولید نازل‌ها برای موتور موشک با سوخت جامد بسیار مورد استفاده قرار گرفتند. در تحقیق حاضر، گرافیت به‌عنوان ماده عایق در نظر گرفته شده است. شکل ۳ مکانیزم غالب بر پسروری سطح عایق فنانشونده گرافیتی را برحسب دما در فشار مختلف [۱۵] نمایش می‌دهد.



شکل ۳. نرخ پسروری سطح عایق گرافیتی بر حسب دما [۱۵]

معادله ۸ با استفاده از بسط سری تیلور به فرم اختلاف محدود درمی‌آیند. این تبدیلات به‌صورت روبه جلو، مرکزی و روبه عقب مدلسازی می‌شوند. در این روش با استفاده از بسط سری تیلور نقاط $\pm \Delta \eta$ و $\pm \Delta \xi$ به‌صورت مرتبه اول و نقاط $\pm \Delta \eta/2$ و $\pm \Delta \xi/2$ به‌صورت مرتبه دوم به‌دست می‌آید. پس از به‌دست آمدن معادلات در فضای محاسباتی، آنها به‌صورت اختلاف محدود نوشته و به‌روش ضمنی با جهت متغیر ۶ حل می‌شود. بهترین روش عددی، روشی است که در آن بتوان شرایط مرزی را در تمامی



شکل ۱. شماتیک هندسه متقارن محوری

در قسمتی که عایق به بدنه نصب می‌شود، برای اینکه بتوان دمایی سطح عایق را کاهش داد یک چاه حرارتی قرار داده شده است. گرما در مواد ساختاری که تلفیقی از دو ویژگی هدایت حرارتی بالا برای پخش بکنواخت گرما در چاه حرارتی و ظرفیت گرمایی بالا برای ذخیره حرارت را دارند، جذب و ذخیره می‌شود. این ویژگی جسم با پارامتری به نام خاصیت پخش گرمایی e معرفی می‌شود که توانایی جسم در جذب گرما را نشان می‌دهد [۱۰]:

$$e = \sqrt{k \rho c_p} \quad (9)$$

در اولین چاه حرارتی از مس ($e = 3.19 W s^{\frac{1}{2}} cm^{-2} K^{-1}$) روی دماغه یک موشک قاره‌پیما در دهه ۵۰ م استفاده شد [۱۱]. چاه حرارتی برلیوم ($e = 2.61 W s^{\frac{1}{2}} cm^{-2} K^{-1}$) نیز زمانی برای کپسول بازگشت به جو نخستین فضایی‌های حامل انسان در برنامه عطارد مورد استفاده قرار گرفت [۱۲]. مشکل استفاده از چاه حرارتی به‌تنهایی این است که وزن وسیله را افزایش داده و افزایش وزن سبب افزایش سوخت می‌شود. اما مشکل اصلی سیستم حفاظت چاه حرارتی این بود که با توجه به زمان زیادی را در فضا سپری می‌کرد، جریان گاز یونیزه و باعث می‌شد که به‌راحتی توسط رادار شناسایی شوند. مواد گرافیتی در چند دهه

$$\frac{k_y \partial T}{\delta \partial \eta} = c_p \rho t'' \frac{\partial T}{\partial \tau} + \sigma \epsilon'' (T^4 - T_B^4) \quad (11)$$

در این معادله، c_p ظرفیت گرمایی، ρ چگالی، ϵ'' ضریب تشعشع و t'' ضخامت چاه حرارتی در امتداد محور ξ است. در این سطح فرض شده است که ضریب حرارتی $c_p \rho t''$ ثابت است. در سطح $\xi = 1$ شرط مرزی نیز به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{k_x DT}{h_1 \partial x} = -c_p' \rho' t' \frac{\partial T}{\partial \tau} - \sigma \epsilon' (T^4 - T_B^4) \quad (12)$$

در این سطح فرض شده است که ضریب حرارتی $c_p' \rho' t'$ ثابت است. سطح عایق فناشونده در معرض گرمایش تئرودینامیکی قرار دارد. این گرما به صورت انتقال حرارت همرفتی به سطح عایق فناشونده، بازتابش از سطح بدنه، انتقال حرارت هدایتی به داخل جسم و تصعید عایق فناشونده به سطح اعمال می‌شود. با نوشتن بالانس حرارتی سطح، شرط مرزی سطح $\eta = 1$ به صورت معادله ۱۳ تعریف می‌شود.

$$q_{net} = q_{c,net} + \alpha q_r + (\dot{m}_c \Delta H_c) - (\dot{m}_s \Delta H_s) - \sigma \epsilon T_w^4 \quad (13)$$

$$q_{net} = \frac{k_\eta \partial T}{\delta \partial \eta} \quad (14)$$

به طوری که q_{net} انتقال حرارت هدایتی در سطح، $q_{c,net}$ نرخ انتقال حرارت همرفتی به سطح داغ عایق فناشونده، α ضریب جذب، \dot{m}_c نرخ کاهش جرم به سبب سوختن سطح، ΔH_c آنتالپی احتراق، \dot{m}_s نرخ کاهش جرم به سبب تصعید، ΔH_s آنتالپی تصعید، σ ثابت بولتزمن و ϵ ضریب نشر تعریف می‌شود. مقدار $q_{c,net}$ (معادله ۱۵) به شکل بدنه و مقدار انتقال حرارت همرفتی به سطح q_c بستگی دارد [۵].

$$q_{c,net} = q_c \left(1 - \frac{H_w}{H_e} \right) * \{ 1 - (1 - \beta) [0.6 \frac{H_e}{q_c} (a_c \dot{m}_c + a_s \dot{m}_s) - 0.084 \left(\frac{H_e}{q_c} \right)^2 * (a_c \dot{m}_c + a_s \dot{m}_s)^2] - \beta \frac{H_e}{q_c} (a_c \dot{m}_c + a_s \dot{m}_s) \} \quad (15)$$

در معادله ۱۵، q_c نرخ انتقال حرارت همرفتی به دیواره سرد بدون عایق فناشونده، H_w آنتالپی دیواره، H_e آنتالپی لبه لایه مرزی و a_s, a_c و β ضرایب تصحیح هستند. مقادیر q_c و q_r به عنوان ورودی‌های مسئله (معادله ۱۵) بوده و α و ϵ به جنس عایق فناشونده بستگی دارد. انتقال جرم در این تحلیل تنها بر انتقال حرارت جابه‌جایی تأثیر می‌گذارد. در سرعت ماورای صوت اجسام بازگشت به جو، انتقال حرارت تشعشی ممکن است تحت تأثیر نرخ انتقال جرم قرار بگیرد. با اینحال، در این تحلیل اثر نرخ

در دمای تقریباً کمتر از ۱۵۰۰ درجه کلوین، سطح گرافیت دچار اکسیداسیون می‌شود. بین درجه حرارت حدود ۱۵۰۰ تا ۳۵۰۰ درجه کلوین، نرخ پسروی سطح توسط یک رژیم نفوذی محدود می‌شود. در این رژیم، تمام اکسیژن موجود در سطح به طور کامل توسط واکنش‌های اکسیداسیون مصرف می‌شود. برای دماهای بالاتر از ۳۵۰۰ درجه کلوین، مکانیزم غالب تصعید بوده و نرخ پسروی سطح به صورت نمایی افزایش می‌یابد. واکنش اکسیداسیون و نیتراسیون همه گرمنازاست که کربن جامد را مصرف و گاز حاصل از سوختن سطح را به لایه مرزی تزریق می‌کند. در این شکل، نکته مهم این است که در محدوده دمایی تصعید نرخ پسروی سطح با اندکی تغییر دما افزایش چشمگیری داشته و مدلسازی دقیق این قسمت بسیار مهم است. بروک [۱۳] راه‌حلی تحلیلی برای محاسبه تنش و دما برای یک پوسته ضخیم که در معرض شار حرارتی ثابت قرار داشته را ارائه کرد که نتایج این حل نتایج آزمایشگاهی را به خوبی ارضا می‌کرد. در این حل، توزیع دما روی یک صفحه ضخیم یک‌بعدی به صورت گذرا بیان شده که با توجه به نامگذاری‌های کار حاضر، بدین صورت بیان می‌شود.

$$T(y, \tau) = T_0 + \frac{q_c \delta}{k_y} \left[\frac{k_y \tau}{\rho c_p \delta^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^2 - \frac{1}{6} - \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos \left(\frac{n \pi y}{\delta} \right) \exp \left(-\frac{n^2 \pi^2 k_y \tau}{\rho c_p \delta^2} \right) \right] \quad (10)$$

این معادله دما را در نقطه y برحسب زمان نشان می‌دهد. در واقع می‌توان گفت معادله بروک دمای نقاط روی محور $x = 0$ در معادله گذرای انتقال حرارت هدایتی در دستگاه مختصات متحرک (معادله ۸) را محاسبه می‌کند.

۱-۲. شرایط مرزی

هدف اصلی در مطالعه پیرامون عایق‌های فناشونده، محاسبه توزیع دما در داخل عایق و میزان پسروی سطح در طول حرکت پرتابه است. نرخ خروج جرم ممکن است به دلیل فرایند شیمیایی (اکسید شدن)، حرارتی (تصعید)، مکانیکی (مانند پوسته پوسته شدن و برش ائرودینامیکی) یا ترکیبی از این روش‌ها بسته به نوع مواد دخیل در ماده فناشونده تغییر کند. چندین شرط مرزی در امتداد محور ξ در نظر گرفته شده است. این سطح ممکن است کاملاً عایق و یا با چاه حرارتی پوشانده شده باشد که می‌تواند به بدنه در دمای ثابت T_B تابش داشته باشد. شرط مرزی در سطح بدنه (امتداد محور ξ و یا $\eta = 0$) به صورت زیر تعریف می‌شود:

کانتور دمای عایق فناشونده نیم‌کروی از جنس گرافیت را در جریان با عدد ماخ ۲۰ و q_c برابر $28 \times 10^6 \text{ W/m}^2$ را در زمان ۶۰ ثانیه نشان می‌دهد. این عایق دارای ضخامت 0.1905 متر بوده و شعاع سطح بدنه (سطح داخلی) برابر 0.2769 متر است. همان‌گونه که انتظار می‌رفت، بیشترین دما در نقطه سکون اتفاق افتاده است. در سرعت‌های ماورای صوت، شوک به بدنه چسبیده و شکل شوک تقریباً با شکل بدنه برابر می‌شود. پس از شوک دمای بدنه افزایش پیدا می‌کند. با افزایش دمای دماغه، واکنش‌های شیمیایی در عایق فناشونده ایجاد شده و سبب تغییر در نرخ انتقال حرارت می‌شود.

در شکل ۷، انتقال حرارت هدایتی به سطح در نقطه سکون برحسب زمان رسم شده است. این شکل در واقع همان معادله ۱۳ را نمایش می‌دهد. با گذشت زمان، دمای سطح $\eta = 1$ زیاد شده و این افزایش سوختن سطح را در پی دارد و به دلیل این سوختن سطح، گازهای حاصل از احتراق وارد لایه مرزی می‌شود. با ورود گاز به داخل لایه مرزی ضخامت آن افزایش پیدا می‌کند و سبب کاهش انتقال حرارت همرفتی می‌شود که در معادله ۱۳ با علامت $q_{c,net}$ معرفی شد و این کاهش، مقدار q_{net} را کاهش می‌دهد. با افزایش دما بازتابش زیاد شده $(\sigma \epsilon T_w^4)$ و چون علامت منفی دارد از مقدار گرمای ورودی سطح کم می‌کند. پس می‌توان نتیجه گرفت که با گذشت زمان انتقال حرارت به سطح کاهش می‌یابد که این نتیجه در شکل ۷ به‌وضوح مشخص است. در شکل ۸ دمای بدنه عایق $\eta = 0$ را در زمان‌های مختلف برحسب طول قوس منحنی پایه ارائه شده است. طول قوس منحنی پایه برابر با 0.46 است و چون مقدار ثابتی است از این مقدار برای رسم شکل استفاده می‌شود. با گذشت زمان دمای بدنه افزایش می‌یابد. نکته قابل توجه در شکل ۸ این است که دمای سطح بدنه؛ یعنی جایی که قرار است وسایل کنترلی پرواز قرار بگیرند، حدود 3000 درجه کلوین است. راه‌حلی که می‌توان پیشنهاد داد این است که ضخامت عایق را افزایش داد. ضخامت عایق نقش مهمی در وزن وسیله فضایی دارد. همچنین دمای سطح داخلی باید به‌گونه‌ای باشد که وسایل الکترونیکی و راداری که در دماغه وسیله قرار دارند آسیب نبینند. یکی از راه‌کارهای کاهش دما، تغییر در ضخامت عایق فناشونده است. در شکل ۹، دمای سطح عایق $(\eta = 1)$ فناشونده گرافیتی که هندسه آن نیم‌کره بوده را در جریانی با ماخ ۲۰ نمایش می‌دهد. مقادیر q_c شعاع داخلی و ماخ

انتقال جرم بر انتقال حرارت تشعشعی نادیده گرفته شده است. قسمت‌های مختلفی چون آثار گازهای پیرولیز را می‌توان به‌راحتی وارد معادله ۱۳ کرد. شرط مرزی روی $0 \leq \eta \leq 1, \xi = 0$ (محور تقارن) از لحاظ ریاضی از موقعیت ویژه‌ای برخوردار است. معادله ۱۶ تمامی سطوح عایق را معرفی می‌کند. روی محور تقارن مقدار x برابر صفر است و با قرار دادن آن ضریب مقیاس h_3 از بین می‌رود.

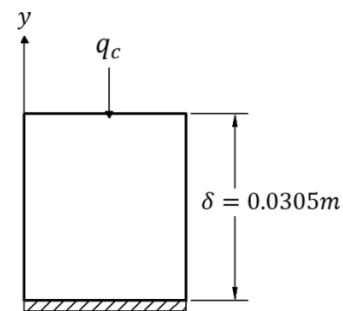
$$\frac{2k_\xi}{h_1^2} \left[\frac{1}{x_b^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} - \frac{1}{x_b} \frac{\eta}{\delta} \frac{\partial y}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial \xi} \right] + \frac{1}{\delta^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(k_\eta \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) + \frac{2k_\eta}{\delta R h_1} \frac{\partial T}{\partial y} = \rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial \tau} + \frac{\dot{m} \eta}{\delta \rho} \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) \quad (16)$$

۳. نتایج

همان‌طور که گفته شد، معادله بروک دمای نقاط روی محور $x=0$ معادله ۸ را محاسبه می‌کند. مقادیر ثابت و خواص ترموفیزیکی برای یک نمونه مانند شکل ۴ در جدول ۱ آمده است. مقادیر عددی برای تسهیل محاسبات انتخاب شدند و معرف ماده خاصی نیست [۱۳].

جدول ۱. ورودی‌های مسئله

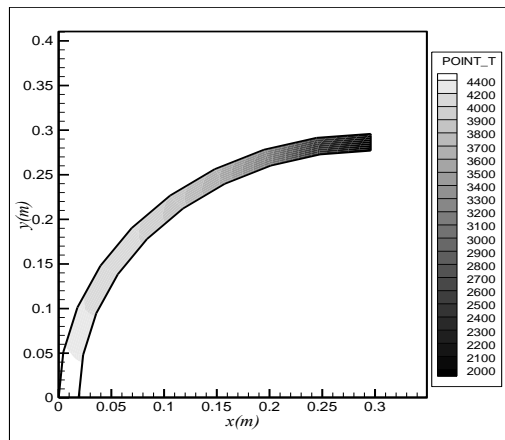
چگالی $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	گرمای ویژه $\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$	ضریب هدایت حرارتی $\frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$	شار حرارتی $\frac{\text{W}}{\text{m}^2}$
۱۶۹۸	۴۱۸/۷	۶۲/۳۵	$1/1349 \times 10^6$



شکل ۴. عایق ضخیم یک‌بعدی

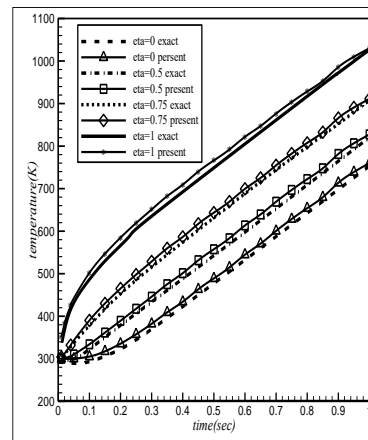
شکل ۵، نتایج حل یک‌بعدی بروک با شرایط جدول ۱ را با نتایج حل عددی حاضر مقایسه کرده است. به‌عبارت دیگر، حل دقیق یک‌بعدی بروک دمای نقطه سکون را محاسبه می‌کند و چون دمای نقطه سکون بالاست، تأثیر بسزایی در نتایج دارد. نتایج در زمان‌های مختلف و گام زمانی 0.0625 ثانیه ارائه شده است. مشاهده می‌شود که نتایج حاضر با نتایج بروک تطابق خوبی داشته و اختلاف آنها در تمامی زمان‌ها کمتر از ۲ درصد است. شکل ۶

برای عایق‌ها در جدول ۲ آمده است. مشاهده می‌شود که تغییر ضخامت در دمای سطح $\eta = 1$ تأثیر چشمگیری نخواهد داشت.

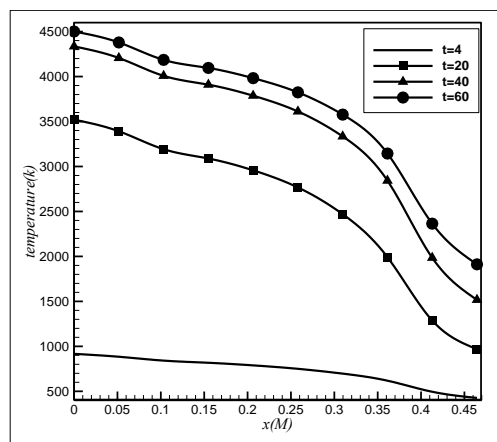


شکل ۶. کانتور دمای عایق فناشونده گرافیتی در ثانیه ۶۰

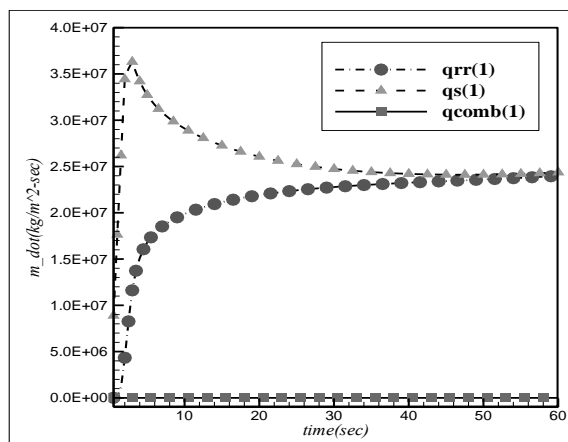
جریان با هندسه قبل برابر است و در این قسمت تأثیر ضخامت عایق بر دما بررسی شده است [۳-۴]. ضخامت‌های استفاده شده



شکل ۵. مقایسه نتایج حل دقیق یک‌بعدی با نتایج حاضر



شکل ۸. دمای بدنه ($\eta = 0$) بر حسب طول منحنی پایه



شکل ۷. انتقال حرارت در سطح

نگذاشته که در شکل ۱۱ مشخص است. با گذشت زمان طبق شکل ۹) دمای نقطه سکون با افزایش ضخامت کاهش پیدا می‌کند و در این محدوده دمایی انتقال جرم به‌صورت تصعید صورت گرفته و به‌شدت به دما وابسته است (طبق شکل ۳). پس نتیجه می‌شود که با گذشت زمان باید نرخ انتقال جرم در نقطه سکون با افزایش ضخامت (و در نتیجه کاهش دما و کاهش مقدار نرخ تصعید) طبق معادله ۱۳ افزایش یابد که این مهم در شکل ۱۱ نمایش داده شده است. گفتنی است برای واردکردن آثار پسروری سطح، اثرات تغییر هندسه در مقدار $q_{c,net}$ وارد می‌شود و بدین‌صورت در هر گام زمانی به‌صورت ورودی برای تمامی گره‌های روی سطح به کد داده می‌شود. شکل ۱۲ نرخ انتقال جرم در نقطه سکون را نمایش می‌دهد. نرخ انتقال جرم به‌سبب تصعید

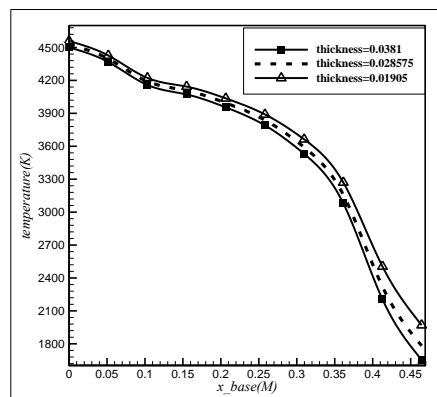
شکل ۱۰ دمای بدنه جسم را در زمان‌ها و ضخامت‌های مختلف نشان می‌دهد. با افزایش ضخامت جسم دمای بدنه کاهش چشمگیری داشته و دمای نقاط بین ۴۵۰ تا ۷۰۰ درجه کلوین کاهش دما داشته است. باید این نکته را نیز در نظر داشت که با افزودن هر سانتی‌متر به ضخامت عایق فناشونده در این هندسه، وزن حدوداً ۶۸ کیلوگرم زیاد می‌شود.

شکل ۱۱ نرخ انتقال حرارتی در نقطه سکون را برای هر سه ضخامت بررسی می‌کند. با افزایش ضخامت دمای نقطه سکون (طبق شکل ۹) به‌میزان کمی افزایش یافت. در زمان‌های کوچک دمای نقطه سکون پایین بوده و طبق شکل ۳ در ناحیه اکسیداسیون بوده و مقدار نرخ انتقال جرم ثابت است. پس در زمان‌های کوچک ضخامت تأثیر چندانی روی نرخ انتقال حرارت

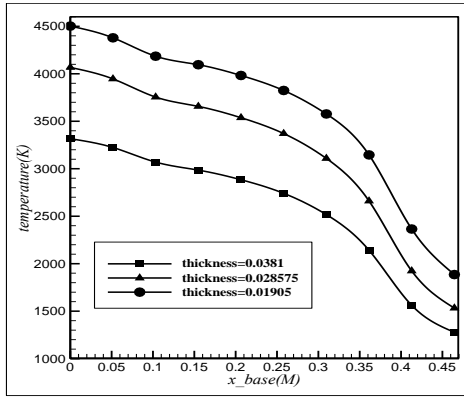
زیاد شده است. چاه حرارتی با ضخامت $0/005$ متر دمای سطح را بین $12/5$ تا 24 درصد کاهش می‌دهد و چاه حرارتی با ضخامت $0/003$ متر دمای سطح را بین 10 تا 18 درصد کاهش می‌دهد. نتیجه کلی شکل ۱۳ این است که با افزایش ضخامت چاه حرارتی، دما بیشتر کاهش پیدا می‌کند. در شکل ۱۴ دمای بدنه ($\eta = 0$) با چاه حرارتی و بدون چاه حرارتی مقایسه شده است. معادله ۱۱ شرط مرزی این سطح است. تمامی مطالبی که در بالا گفته شد برای این شکل نیز صدق می‌کند. با توجه به شکل، در زمان‌های بالا، دمای سطح بالا بوده و چاه‌های حرارتی دمای سطح $\eta = 0$ را بیشتر کاهش می‌دهد. با توجه به معادله ۱۱ دمای سطح $\eta = 0$ در بدنه با توان ۴ دما رابطه مستقیم دارد و به همین دلیل با افزایش دما، چاه حرارتی بهتر عمل کرده و کاهش دما آن بیشتر است. همچنین با توجه به شکل، در این سطح تغییر ضخامت چاه حرارتی تغییر محسوسی در دما نداده و می‌توان از چاه حرارتی با ضخامت کمتر یعنی $0/003$ متر استفاده کرد. در شکل ج ۱۴ مشاهده می‌شود که در حالت بدون چاه حرارتی و همراه چاه حرارتی اختلاف چندانی در زمان 60 ثانیه به وجود نیامده است. با گذشت زمان دمای هر گره ثابت می‌ماند و دلیل این اتفاق ثابت شدن نرخ انتقال حرارت است.

به‌شدت به دما وابسته است [۱۴]. در این شکل با افزایش ضخامت دمای نقطه سکون کمی (کمتر از $0/5$ درصد) افزایش پیدا کرد اما در شکل ۹ مشاهده می‌شود که همین تغییر کم در دما باعث افزایش 10 درصد نرخ انتقال جرم شده است.

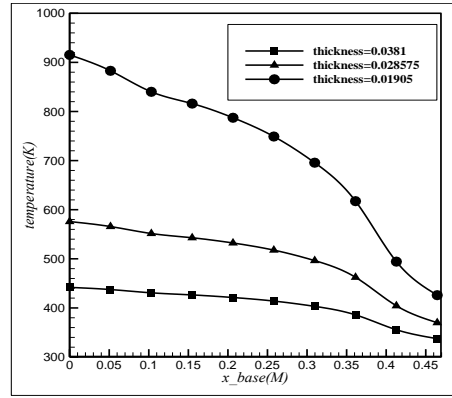
افزایش ضخامت وزن وسیله فضایی را به‌شدت افزایش می‌دهد و نیاز به روش دیگری برای کاهش دما وجود دارد. چاه حرارتی به‌عنوان شرط مرزی روی منحنی پایه می‌تواند پیشنهاد مناسبی باشد. چاه حرارتی با هدایت حرارتی بالا، ظرفیت گرمایی بالا و با ضریب تشعشع بالا باعث کاهش دمای بدنه می‌شود. در ادامه با استفاده از همان هندسه و عدد ماخ و q_c قبلی شرایط مرزی از حالت عایق به چاه حرارتی تبدیل می‌شود و از برلیوم به‌عنوان چاه حرارتی استفاده کرده که خواص آن در جدول ۳ آورده شده است. شکل ۱۳ دمای سطح $x = x_b$ چاه حرارتی با ضخامت مختلف و بدون چاه حرارتی را بررسی کرده است. معادله ۱۲ شرط مرزی این سطح است. در این شکل، دمای سطح جسم با چاه حرارتی تغییر محسوسی کرده است. در زمان‌های اولیه مقدار گرمای هدایت شده پایین بوده و به‌همین دلیل دمای بدنه در ثانیه‌های آغازین کم است. با افزایش زمان دمای سطح بالا می‌رود و با این افزایش، فاصله منحنی‌های دمای چاه حرارتی نیز



شکل ۹. دمای سطح ($\eta=1$) در ثانیه ۶۰

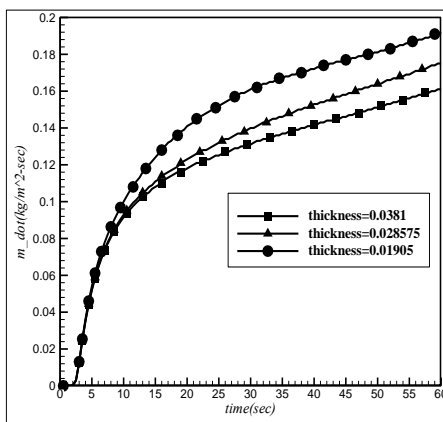


(ب)

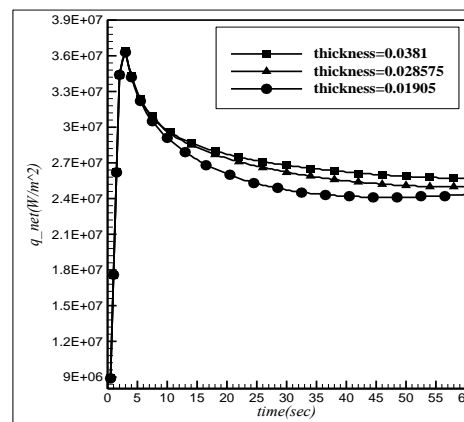


(ف)

شکل ۱۰. دمای بدنه ($\eta=0$) در زمان مختلف؛ الف) در ثانیه ۴، ب) در ثانیه ۶۰



شکل ۱۲. نرخ انتقال جرم نقطه سکون



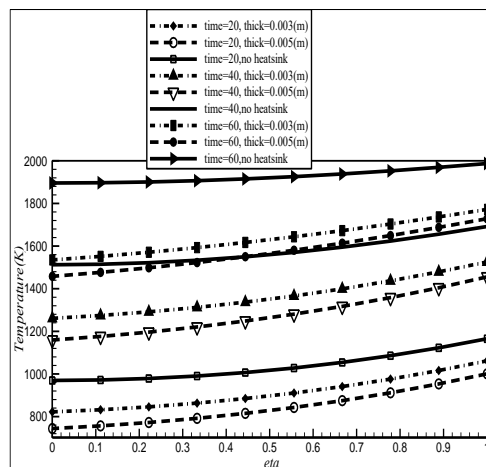
شکل ۱۱. انتقال حرارت هدایتی در نقطه سکون

جدول ۳. مشخصات چاه حرارتی

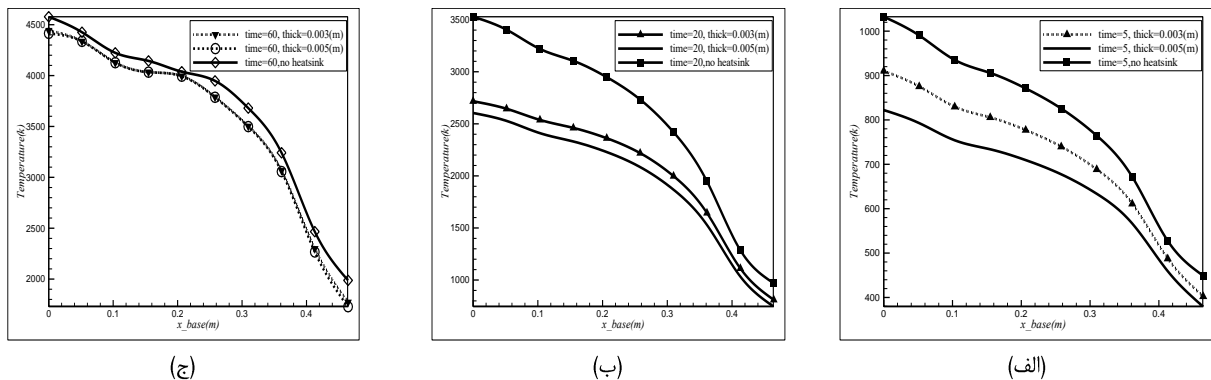
ضخامت ۲ (M)	ضخامت ۱ (M)	گرمای ویژه $\frac{j}{kg \cdot K}$	چگالی $\frac{kg}{m^3}$	ضریب تشعشع ϵ
۰/۰۰۵	۰/۰۰۳	۱۹۲۵	۱۸۵۰	۰/۹

جدول ۲. ضخامت

ضخامت ۱ (M)	ضخامت ۲ (M)	ضخامت ۳ (M)
۰/۰۳۸۱	۰/۰۲۸۵۷۵	۰/۰۱۹۰۵



شکل ۱۳. مقایسه دمای سطح $x = x_b$ چاه حرارتی با ضخامت مختلف و بدون چاه حرارتی



شکل ۱۴. مقایسه دمای سطح $\eta = 0$ چاه حرارتی با ضخامت مختلف و بدون چاه حرارتی؛ الف) ثانیه ۵، ب) ثانیه ۲۰، ج) ثانیه ۶۰

۳-۲. اثر ضریب تشعشع چاه حرارتی بر دمای سطح $\eta = 0$ در شکل ۱۸ دمای بدنه $\eta = 0$ با ضریب تشعشع مختلف در ثانیه ۶۰ بر حسب منحنی پایه نمایش داده شده است. طبق معادله ۹ ضریب پخش گرمایی (e) با ضریب تشعشع رابطه ندارد. اما کاری که می‌توان انجام داد این است که همین چاه حرارتی را به‌عنوان یک بازتاب‌کننده در نظر گرفت. در شکل ۱۸ مشاهده می‌شود که با افزایش ضریب تشعشع، دمای سطح بدنه کاهش می‌یابد. در دماهای بالاتر به‌دلیل اینکه دمای سطح طبق معادله ۱۱ به توان ۴ است تأثیر بیشتری گذاشته است.

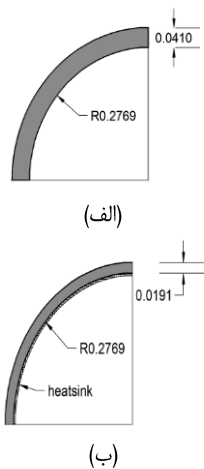
۴. نتیجه‌گیری

برای کاهش دمای بدنه وسائل فضایی راه‌کارهای مختلفی چون چاه حرارتی، بازتابش و غیره وجود دارد. در این مقاله چاه حرارتی به‌عنوان شرط مرزی بدنه با ضخامت‌های مختلف بررسی و مشاهده شد که دمای سطح داخلی بدنه بین ۱۰ تا ۲۴ درصد بسته به ضخامت چاه حرارتی کاهش پیدا کرد. چون دمای سطح در معادلات ۱۱ و ۱۲ (معادلات شروط مرزی در بدنه) توان ۴ دارد، با افزایش دما اختلاف بین دمای بدنه بدون چاه حرارتی با دمای بدنه با چاه حرارتی بیشتر می‌شود. همچنین مشاهده می‌شود پس از گذشت زمان، عایق فناشونده با چاه حرارتی ضخامت بیشتری (پسروی کمتر) نسبت به حالت بدون چاه حرارتی را دارد و به‌عبارتی عایق فناشونده با چاه حرارتی پسروی کمتری نسبت به بدون چاه حرارتی را دارد. در شرایط جریان و شعاع دماغه یکسان در دمای یکسان نتیجه شد که وزن عایق فناشونده با چاه حرارتی نصف عایق فناشونده بدون چاه حرارتی است و در این شرایط حدود ۱۹/۴ کیلوگرم از وزن وسیله کاهش پیدا کرده است.

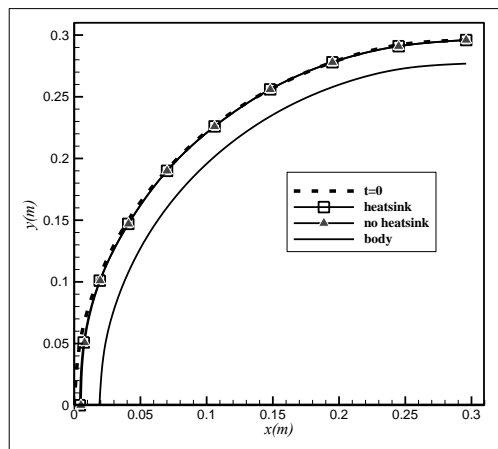
تغییر هندسه جسم پس از ۶۰ ثانیه که در برابر گرمایش ائروپدینامیکی قرار گرفته است در شکل ۱۵ نمایش داده شده است. با توجه به این شکل می‌توان نتیجه گرفت که بیشترین پسروی سطح در نقطه سکون خواهد بود.

۳-۱. تأثیر چاه حرارتی در شرایط یکسان

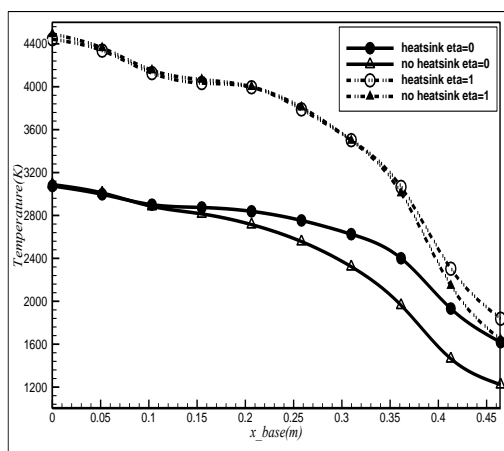
برای اینکه بتوان تأثیر چاه حرارتی را بهتر درک کرد، دو جسم که یکی از جنس گرافیت به ضخامت ۰/۰۴۱ متر و دیگری عایق فناشونده به ضخامت ۰/۰۱۹۰۵ متر به‌همراه چاه حرارتی به ضخامت ۰/۰۰۳ متر در برابر جریانی با ماخ ۲۰ و خواص جریانی که در جدول ۳ آمده است مورد بررسی قرار گرفته است. هندسه هر دو شکل نیم‌کروی بوده و شعاع دماغه آن ۰/۲۷۶۹ متر است (شکل ۱۶). در این قسمت، شعاع داخلی دو عایق یکسان بوده و دمای بدنه و دمای سطح عایق در ۶۰ ثانیه با هم برابر است و هدف از این بخش مقایسه تأثیر عایق با چاه حرارتی و بدون چاه حرارتی در وزن وسیله فضایی در شرایط دمایی یکسان است. این دو نمونه از لحاظ دمایی همان‌طور که در شکل ۱۷ مشاهده می‌شود تقریباً با هم برابرند. جرم سیستم حفاظتی عایق فناشونده بدون چاه حرارتی برابر ۳۸/۷۵ کیلوگرم و با چاه حرارتی ۱۹/۳۵ کیلوگرم محاسبه شده است. وزن چاه حرارتی از جنس برلیوم ۲/۷ کیلوگرم است. با توجه به مقادیر جرم محاسبه‌شده برای هر سیستم نتیجه می‌شود که در شرایط دمایی یکسان و شرایط جریان برابر جرم سیستم حفاظتی همراه با چاه حرارتی تقریباً نصف جرم سیستم حفاظتی خواهد بود.



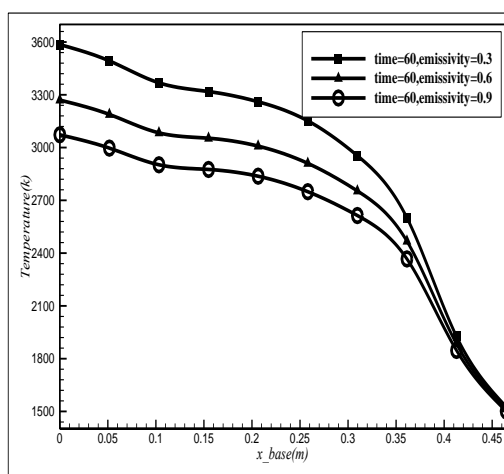
شکل ۱۶. هندسه دو نمونه؛ الف) با چاه حرارتی، ب) بدون چاه حرارتی



شکل ۱۵. پسروری هندسه پس از ۶۰ ثانیه



شکل ۱۷. دمای سطح و بدنه دو نمونه



شکل ۱۸. مقایسه دمای سطح بدنه در ضریب تشعشع مختلف

- [1] A. Foreest, M. Sippel, A. Gülhan, B. Esser, B. A. C. Ambrosius, K. Sudmeijer, Transpiration Cooling Using Liquid Water, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 23, No. 4, December 2009.
- [2] B. Laub, E. Venkatapathy, Thermal protection system technology and facility needs for demanding future planetary missions, presented at the International Workshop on Planetary Probe Atmospheric Entry and Descent Trajectory Analysis and Science, Lisbon, Portugal, 2003.
- [3] L. R. Jackson, A. H. Taylor, Structural Design for a Hypersonic Research Airplane, *J. AIRCRAFT*, Vol. 15, No. 6, 1978.
- [4] A. H. Taylor, L. R. Jackson, Heat sink structural design concepts for a hypersonic research airplane, 1977.
- [5] S. Rezaei Kalaj, S. Noori, V. Tahmasbi, Numerical solution of graphite ablation and effect of Mach number on it, 16th International Conference of Iranian Aerospace Associations in Khajeh Nasir al-Din Toosi Industrial University, 1395 (in Persian)
- [6] C. B. Moyer, R. A. Rindal, Finite Difference Solution for the In-Depth Response of Charring Materials Considering Surface Chemical and Energy Balances, NASA CR-1061, June 1968.
- [7] Y. K. Chen, F. S. Milos, Ablation and Thermal Analysis Program for Spacecraft Heatshield Analysis, *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 36, No. 3, pp. 475–483, 1999.
- [8] F. S. Milos, Y. K. Chen, Two-dimensional ablation, thermal response, and sizing program for pyrolyzing ablators, AIAA paper, Vol. 46, No. 6, pp.1089-1099, 2009.
- [9] Y. K. Chen, F. S. Milos, Three-dimensional ablation and thermal response simulation system, 38th AIAA Thermophysics Conference, 2005.
- [10] J. P. Holman, *Heat transfer*, McGraw-Hill, 2002.
- [11] H. N. Kelly, M. L. Blosser, Active cooling from the sixties to NASP, NASA STI/Recon Technical Report N, vol. 94, p. 37541, Jul. 1994.
- [12] E. P. Scala, A Brief History of Composites in the U.S. The Dream and the Success, *The Journal of The Minerals, Metals & Materials Society (TMS)*, vol. 48, no. 2, pp. 45–48, 1996.
- [13] W. A. Brooks, Temperature and Thermal-Stress Distributions in Some Structural Elements Heated at a Constant Rate, NACA TN 4306, 1958.
- [14] R. Gosse, S. Gogineni, S. Roy, Graphite Ablation Experiments in the LHMEI Laser Facility, 43rd AIAA Thermophysics Conference, pp 25-28, June 2012.
- [15] P. Reynier, Numerical rebuilding of graphite ablative test case using kcma, the Sixth European Workshop on Thermal Protection Systems and Hot Structures, University Stuttgart, Germany, 2009.

پی‌نوشت

-
1. recession
 2. ablation cooling
 3. charring material ablator (CMA)
 4. fully implicit ablation and thermal response (FIAT)
 5. two-dimensional implicit thermal response and ablation (TITAN)
 6. DFIAT