Archive of SID

بررسی دقت روش‌های غیردائم تحلیلی و شبه‌دائم در فرکانس کاسته مختلف و اثر تراکم‌پذیری و تصحیح آن بر این روش‌ها

مهدی هاشم‌آبادی[۱]، مصطفی هادی‌دولابی[۲]

۱ دکتری هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک‌اشتر، مجتمع دانشگاهی هوافضا، ایران، hashemabadi@mut.ac.ir

۲ دانشیار، دانشگاه صنعتی مالک‌اشتر، مجتمع دانشگاهی هوافضا، ایران

تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۰۸/۱۲

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۱۲/۰۵

چکیده

پاسخ غیردائم ائرودینامیکی مقاطع بال دوبعدی نوسانی کاربردهای فراوانی در حوزه‌های دانشی ائرودینامیک بالگرد و ائروالاستیسیته دارد. با توجه به زمان‌بر بودن انجام تحلیل‌های عددی غیردائم، به‌کارگیری پاسخ‌های تحلیلی غیردائم یا شبه‌دائم از نظر مهندسان مطلوب‌ترند که البته بسته به نوع مسئله درصدی خطا دارد. در این پژوهش پاسخ‌های روش غیردائم تحلیلی و شبه‌دائم برای ایرفویل نوسانی دارای حرکت پلانج و تاب در فرکانس کاسته مختلف و دو ماخ تراکم‌ناپذیر و تراکم‌پذیر به‌دست آمده و تصحیح تراکم‌پذیری بر این روش‌ها انجام شده است. یک کد عددی غیرلزج نیز برای حل مسائل غیردائم مرز متحرک مبتنی بر روش حجم محدود اختلاف مرکزی و استفاده از فرمولاسیون لاگرانژی - اویلری دلخواه توسعه داده شده است تا نتایج تحلیل غیردائم و شبه‌دائم با این روش مقایسه شود. انتگرال‌گیری زمانی تحلیل عددی با استفاده از یک روش ضمنی کارآمد دوزمانه انجام شده است. روش تحلیلی تئودرسن به‌عنوان روش تحلیلی غیردائم در نظر گرفته شده است. نتایج نشان می‌دهد که روش عددی حجم محدود حل دقیقی ارائه می‌کند و در میان روش‌های شبه‌دائم و تحلیلی غیردائم، روش تحلیلی غیردائم دقت مناسبی دارد و در جریان‌های تراکم‌پذیر با اصلاح تراکم‌پذیری دقت روش تحلیلی غیردائم تا حدی بهبود می‌یابد.

واژگان کلیدی

حل غیردائم عددی، روش شبه‌دائم، روش تحلیلی، معادلات اویلر، نوسان پلانج، نوسان تاب

۱. مقدمه

به‌دلیل عدم وابستگی حل جریان دائم نسبت به زمان و استفاده گسترده از آن، دانش کافی پیرامون حل جریان‌های دائم حاصل شده است. اما حل جریان‌های غیردائم به‌دلیل وابستگی به زمان، آثار حرکتی و دنبالهٔ ایجادشده بر میدان جریان با مشکلات خاص خود همراه‌اند. در حقیقت تغییراتی که در هندسهٔ جسم یا شرایط جریان نسبت به زمان پیش می‌آید باعث می‌شود خواص جریان

www.SID.ir

Archive of SID

حول جسم نسبت به زمان تغییر کند. غیردائم بودن جریان و نیروهای ائرودینامیکی می‌تواند ناشی از عوامل متعددی باشد. گاهی حرکات نوسانی جسم در طول مسیر پروازی خود سبب غیردائم شدن جریان می‌شود که به‌عنوان مثال می‌توان به حرکت نوسانی تاب[۱] که نوسان زاویه‌ای حول یک محور خاص است و یا حرکت نوسانی پلانج[۲] که نوسانات جابه‌جایی جسم در راستای عمود بر جریان است اشاره کرد. در دو دههٔ اخیر، علاقهٔ فراوانی به شبیه‌سازی غیردائم جریان‌های تراکم‌پذیر و تراکم‌ناپذیر که دارای حرکت نوسانی هستند، به‌وجود آمده است. پیش‌بینی و بررسی دقیق جریان غیردائم می‌تواند در مراحل طراحی و تحلیل عملکرد بسیار کارآمد باشد. در محدودهٔ مابین جریان دائم و جریان غیردائم، بسته به نوع و میزان غیردائم بودن جریان و میزان عوامل غیردائم بودن، می‌توان جریان را به جریان‌های شبه‌غیردائم[۳] و شبه‌دائم[۴] نیز تقسیم‌بندی کرد.

در کل سه عامل اصلی بیانگر و ایجادکنندهٔ جریان غیردائم هستند. این عوامل شامل الف) تغییر شکل مرز جریان و حرکت آن؛ ب) تغییر الگوی گردابه پشت جسم و ج) آثار ناشی از شتاب‌گیری توده هوای مجاور جسم که به جرم ظاهری[۵] معروف است، هستند [۱]. اگر همهٔ این عوامل در تحلیل بررسی شوند یک تحلیل غیردائم خواهیم داشت و اگر فقط از آثار جرم ظاهری صرف‌نظر شود یک جریان شبه‌غیردائم خواهیم داشت و چنانچه علاوه بر جرم ظاهری از آثار گردابه نیز صرف‌نظر شود یک تحلیل شبه‌دائم خواهیم داشت [۲]. پارامتر فرکانس کاسته[۶] در حقیقت نشان‌دهندهٔ شدت غیردائم بودن جریان است. اگر فرکانس کاسته صفر باشد، جریان دائم است و برای مقادیر کوچک فرکانس کاسته (تقریباً کمتر از ۰/۰۵) آثار غیردائم بودن جریان کم بوده و برای برخی موارد می‌توان از نتایج پاسخ‌های شبه‌دائم استفاده کرد. مسائلی که دارای فرکانس کاسته حدوداً بالای ۰/۲ هستند، تحت عنوان مسائل با میزان غیردائم بودن بالا شناخته می‌شوند. در مسائل دارای فرکانس کاستهٔ بالای ۱، ترم‌های غیردائم نظیر ترم‌های ناشی از شتاب جریان بر رفتار ائرودینامیکی جسم غالب می‌شوند [۳]. در زمینهٔ ائرودینامیک، روش‌های عددی با موفقیت برای حل جریان‌های غیردائم دارای حرکت تاب توسط محققان مختلف استفاده شده است [۴-۱۲]. طی چند سال اخیر، محققانی که در زمینهٔ تحلیل سازه‌ای و ائروالاستیسته فعالیت دارند در برخی موارد از حل شبه‌دائم بهره برده‌اند [۱۳-۱۷]. مک‌فارلین (۲۰۱۵) به مقایسهٔ حل غیردائم روش پانل که یک روش پتانسیل است و روش شبه‌دائم برای ایرفویل‌های مختلف که در توربین باد استفاده می‌شود، پرداخته است [۱۸]. سلیمی و فخار به تحلیل ائروالاستیک بال هواپیما و فلپ‌های انتهایی بال با استفاده از معادلات تیر اویلر - برنولی پرداخته‌اند و نیروهای سیال را با تئوری تئودرسن[۷] محاسبه کرده‌اند [۱۹]. از پژوهش‌های پیشین انجام‌شده مشخص می‌شود که حل شبه‌دائم و روش تحلیلی غیردائم (تئوری تئودرسن) حتی در سال‌های اخیر در برخی حوزه‌های هوافضا (عموماً سازه) مورد استفاده قرار گرفته‌اند. اما بررسی میزان دقت این روش‌ها در سرعت‌ها و فرکانس کاسته مختلف به‌طور دقیق انجام نشده است. در این پژوهش سعی شده است به‌نحو مناسبی دقت روش‌های تحلیلی غیردائم و شبه‌دائم ارزیابی شود تا محققان در مسائل ائروالاستیسیته بتوانند با دانش بیشتری نسبت به استفاده از روش‌های تحلیلی غیردائم و شبه‌دائم در مسایل خود اقدام کنند. برای رسیدن به این منظور نیاز است که بتوان داده‌های روش‌های تحلیلی غیردائم و شبه‌دائم را بتوان با یک روش دقیق که مورد اعتبارسنجی قرار گرفته است، مقایسه کرد. به‌همین دلیل یک کد دینامیک سیالات محاسباتی غیردائم مبتنی بر روش حجم محدود اختلاف مرکزی با حل معادلات اویلر به فرم اویلری - لاگرانژی دلخواه توسعه داده شده است. نتایج حل دائم، شبه‌دائم و روش تحلیلی غیردائم (تئوری تئودرسن) با حل غیردائم عددی حجم محدود مقایسه شده است. همچنین اثر فرکانس کاسته و تراکم‌پذیری نیز در این حل‌ها برای حرکت‌های نوسانی پلانج و تاب مورد بررسی قرار گرفته است.

۲. روابط حاکم

معادلات حاکم بر جریان‌های غیرلزج دوبعدی به شکل انتگرالی به‌صورت زیر است:

$$\frac{\partial}{\partial t}\iint_{\Omega} \mathbf{W}dA + \int_{\partial\Omega} \boldsymbol{H}(\boldsymbol{W}).\,ds = 0 \qquad (۱)$$

که در آن $\boldsymbol{H} = \boldsymbol{F}i + \boldsymbol{G}j$ و شکل لاگرانژی - اویلری دلخواه[۸] معادلات حاکم در حالت بقایی به‌صورت زیر است:

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} = 0 \qquad (۲)$$

و متغیرهای بقایی و شارهای جابه‌جایی عبارت‌اند از:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ E \end{bmatrix}, \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho u U + p \\ \rho v U \\ EU + pu \end{bmatrix}, \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V \\ \rho v V + p \\ EV + pv \end{bmatrix} \qquad (۳)$$

www.SID.ir

Archive of SID

و کمیت‌های p، u و v به ترتیب معرف فشار و مؤلفه‌های سرعت جریان هستند. U و V به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} U &= u - \dot{x} \\ V &= v - \dot{y} \end{aligned} \tag{۴}$$

جایی‌که $\dot{x}$ و $\dot{y}$ مؤلفه‌های سرعت نقاط داخل میدان ناشی از حرکت شبکه هستند. اگر شبکه حرکت نداشته باشد ($\dot{x} = \dot{y} = 0$) شکل اویلرین معادلات و اگر شبکه با سرعت جریان آزاد حرکت کند شکل لاگرانژین معادلات به‌دست می‌آید. برای تکمیل معادلات فوق از معادله حالت بی‌بعد شده استفاده می‌شود. در روابط فوق کلیه سرعت‌ها با $a_\infty/\sqrt{\gamma}$ که در آن a_∞ سرعت صوت جریان آزاد است و کلیهٔ طول‌ها با طول وتر ایرفویل بی‌بعد شده‌اند. با توجه به اینکه در این پژوهش از روش اختلاف مرکزی در گسسته‌سازی مکانی استفاده شده است، نیازی به استفاده از پیش‌شرطی[9] در معادلات نیست، اما اگر از روش‌های بالادست[10] استفاده می‌شد باید از پیش‌شرطی نیز در معادلات استفاده می‌شد.

۳. گسسته‌سازی مکانی

با توجه به گسسته‌سازی میدان جریان با استفاده از شبکهٔ بی‌سازمان، برای گسسته‌سازی معادلات حاکم از روش حجم محدود که دارای انعطاف‌پذیری خوبی روی این‌گونه شبکه‌ها است، استفاده شده است. اولین قدم در این روش انتگرال‌گیری از معادلات حاکم روی حجم کنترل است. با در نظر گرفتن یک حجم کنترل مثلثی و بـا ثابـت در نظر گرفتن خواص داخل هر حجم کنترل، معادلهٔ انتگرالی ۱ به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$\frac{d}{dt}(QA) + \sum_{l=1}^{3}(F\Delta y - G\Delta x)_l = 0 \tag{۵}$$

که در آن A مساحت حجم کنترل و l نشان‌دهندهٔ هر یک از وجوه آن است. برای محاسبهٔ مقادیر شار روی اضلاع المان‌ها از روش متوسط‌گیری مرکزی استفاده شده است. با نوشتن معادلهٔ فوق برای کلیهٔ المان‌های شبکه، ترم‌های زمانی و مکانی معادلات حاکم کاملاً از هم جدا می‌شوند. با توجه به ماهیت روش‌های اختلاف مرکزی، استفاده از این روش برای تخمین شار، باعث ایجاد نوساناتی در میدان جریان می‌شود که روند همگرایی را دچار اختلال می‌کند و در برخی موارد سبب واگرایی حل می‌شود. برای حل این مشکل ترم‌های اتلافات عددی[11] به معادلات افزوده می‌شود. پس از اضافه‌کردن ترم اتلافات عددی، یک مجموعه از معادلات دیفرانسیل معمولی به‌صورت زیر خواهد شد:

$$\frac{d}{dt}(Q_i A_i) + R_i(Q) - D_i(Q) = 0 \tag{۶}$$

که در آن، A_i مساحت المان بوده که با توجه به متحرک بودن شبکه مقدار آن وابسته به زمان بوده و هنگام انتگرال‌گیری زمانی از دستگاه معادلات فوق تغییرات آن باید در نظر گرفته شود. $R_i(Q)$ بردار انتگرال شارهای جابجایی و $D_i(Q)$ ترم اتلافات عددی است که به‌صورت زیر تعریف می‌شوند [۲۰]:

$$\begin{aligned} D_i(Q) &= \sum_{k=1}^{3} \mathbf{d}_{ik} \\ \mathbf{d}_{ik} &= \left(\frac{A_i}{\Delta t_i} + \frac{A_k}{\Delta t_k}\right)\left[\frac{\epsilon_{ik}^{(4)}}{2}(\nabla^2\mathbf{W}_i - \nabla^2\mathbf{W}_k) \right. \\ &\qquad \left. + \frac{\epsilon_{ik}^{(2)}}{2}(\mathbf{W}_i - \mathbf{W}_k)\right] \\ \epsilon_{ik}^{(2)} &= K^{(2)} \max(\nu_{ik}) \\ \epsilon_{ik}^{(4)} &= \max\left[0, K^{(4)} - \epsilon_{ik}^{(2)}\right] \\ \nabla^2\mathbf{W}_i &= \sum_{k=1}^{3}(\mathbf{W}_k - \mathbf{W}_i) \\ \nu_{ik} &= \frac{|p_k - p_i|}{|p_k + p_i|} \end{aligned} \tag{۷}$$

که d_{ik} مقدار ترم اتلاف عددی روی وجه مشترک بین المان i و همسایه k است. $K^{(2)}$ و $K^{(4)}$ ضرایب ثابتی هستند. با توجه به ذات روش اختلاف مرکزی و نحوهٔ گسسته‌سازی‌های مکانی و زمانی انجام‌شده در این پژوهش، دقت کُد عددی دارای مرتبه دوم است.

٤. گسسته‌سازی زمانی

برای گسسته‌سازی زمانی معادلات می‌توان از روش‌های صریح[12] و ضمنی[13] بهره برد. مشکل عمدهٔ روش صریح، محدودبودن دامنهٔ پایداری و در نتیجه کوچک‌بودن گام زمانی قابل استفاده در آن است. برای برطرف کردن این مشکل می‌توان از گسسته‌سازی کاملاً ضمنی بهره برد. در این پژوهش از روش ضمنی دو زمانه استفاده شده است که توضیحات کامل این روش ضمنی در مرجع [۷] آورده شده است.

۵. شرایط مرزی

اعمال شرایط مرزی پایدار روی دیواره و مرز دوردست، گسسته‌سازی معادلات را تکمیل خواهد کرد و انتخاب شرایط مرزی که کمترین میزان انعکاس امواج را داشته باشد از اهمیت خاصی برخوردار است. برای این منظور، شرط مرزی روی سطح ایرفویل برای حالت غیرلزج شرط عدم ورود شار به سطح ایرفویل است که به‌همین دلیل مؤلفهٔ سرعت عمود بر سطح برابر صفر

www.SID.ir

Archive of SID

خواهد بود. برای تخمین فشار روی اضلاع مرزی در تحلیل عددی می‌توان از برون‌یابی مقدار فشارِ سلول‌های مجاور استفاده کرد. برای مرز خارجی نیز از مشخصه‌های مبتنی بر متغیرهای ریمان استفاده شده است [۲۱].

۶. الگوریتم حرکت شبکه

روش حرکت شبکه یک نکتهٔ کلیدی و مهم در حل جریان‌های دارای مرز متحرک است. تکنیک‌های حرکت شبکهٔ مختلفی وجود دارند. مشهورترین روش‌های حرکت نقاط، روش فنری و روش نگاشت دلانی[۱۴] هستند. روش فنری به دو روش فنری گره‌ای و فنری ضلعی تقسیم می‌شود. روش فنری گره‌ای بیشتر برای هموارسازی استفاده می‌شود. روش فنری ضلعی برای حرکت نقاط و شبکه استفاده می‌شود و بنابراین این روش برای حرکت نقاط درون میدان مناسب‌تر است [۲۲]. به‌همین دلیل در این پژوهش از الگوریتم فنری ضلعی برای حرکت شبکه در تحلیل‌های عددی استفاده شده است و جزئیات این روش در مرجع [۲۲] آورده شده است.

۷. روابط شبه‌دائم تئوری ایرفویل نازک

برای بیان این تئوری که بر فرض کوچک‌بودن اغتشاشات و نازک بودن ایرفویل استوار است، یک ایرفویل خمیده را مطابق شکل ۱ در نظر بگیرید. مطابق تئوری اغتشاشات کوچک، شرط مرزی حاکم بر ایرفویل عبارت است از [۲۳]:

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = w = Q_\infty\left(\frac{d\eta_c}{dx} - \alpha\right) \qquad (۸)$$
$$\frac{d\eta_c}{dx} = \frac{w}{Q_\infty} + \alpha$$

اگر یک ایرفویل نازک دارای حرکت تاب و پلانج باشد با توجه به شکل ۲ خواهیم داشت:

$$\frac{w}{Q} = -\alpha - \frac{\dot{\alpha}}{Q}(x-a) + \frac{\dot{h}}{Q} \qquad (۹)$$

بنابراین با توجه به روابط ۸ و ۹ خواهیم داشت:

$$\frac{d\eta_c}{dx} = -\frac{\dot{\alpha}}{Q}(x-a) + \frac{\dot{h}}{Q} \qquad (۱۰)$$

از طرفی $x = \frac{c}{2}(1-\cos\theta)$ بنابراین خواهیم داشت:

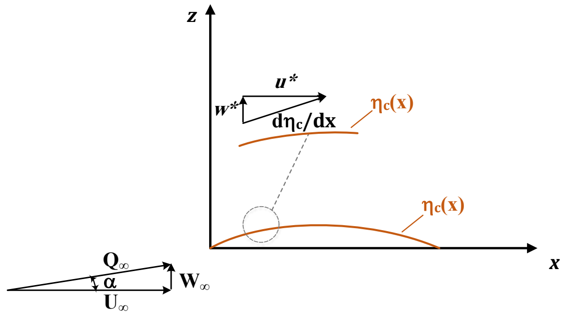
$$\frac{d\eta_c}{dx} = \frac{w}{Q} + \alpha = -\frac{\dot{\alpha}}{Q}\left(\frac{c}{2}(1-\cos\theta) - a\right) + \frac{\dot{h}}{Q} \qquad (۱۱)$$

با توجه به روابط توزیع گردابه و سرعت‌های القایی گردابه و مقایسه آن با رابطهٔ بسط سری فوریه، ضرایب A_0 تا A_n بدین‌صورت می‌شوند:

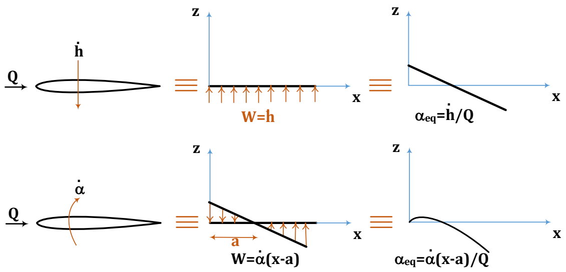
$$A_0 = \alpha - \frac{1}{\pi}\int_0^\pi \frac{d\eta_c(\theta)}{dx}d\theta \qquad (۱۲)$$

$$A_n = \frac{2}{\pi}\int_0^\pi \frac{d\eta_c(\theta)}{dx}\cos n\theta\, d\theta \quad , n = 1,2,3,\ldots \qquad (۱۳)$$

$$-A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos n\theta = \frac{d\eta_c(\theta)}{dx} - \alpha = \frac{w}{Q_\infty} \qquad (۱۴)$$



شکل ۱. ایرفویل نازک انحنادار در زاویه حملهٔ α



شکل ۲. سرعت عمودی اغتشاشی و زاویه حمله مؤثر در حرکت تاب و پلانج

با جایگذاری رابطهٔ ۱۱ در روابط ۱۲ و ۱۳ برای ایرفویل نازکی که دارای حرکت تاب و پلانج است، خواهیم داشت:

$$A_0 = \alpha - \frac{\dot{h}}{Q} + \frac{a\dot{\alpha}}{Q} + \frac{c\dot{\alpha}}{2Q};\ A_1 = \frac{c\dot{\alpha}}{2Q};\ A_2 = 0 \qquad (۱۵)$$

با توجه به ضرایب A_0 تا A_n مقدار ضرایب اثرودینامیکی به‌صورت زیر خواهند شد:

$$C_l = 2\pi\left(A_0 + \frac{A_1}{2}\right) = 2\pi\left[\alpha - \frac{\dot{h}}{Q} + \frac{\dot{\alpha}}{Q}\left(\frac{3c}{4} - a\right)\right]$$
$$C_{m_{LE}} = -\frac{\pi}{2}\left[A_0 + A_1 - \frac{A_2}{2}\right] \qquad (۱۶)$$
$$= -\frac{\pi}{2}\left[\alpha - \frac{\dot{h}}{Q} + \frac{\dot{\alpha}}{Q}(c-a)\right]$$
$$C_{m_{c/4}} = \frac{\pi}{4}(A_2 - A_1) = -\frac{\pi}{8}\frac{c\dot{\alpha}}{Q}$$

برای حالت تاب خالص، با توجه به اینکه $\alpha = \alpha_A \sin\omega t$ بنابراین $\dot{\alpha} = \alpha_A\omega\cos\omega t$ با جایگذاری این α و $\dot{\alpha}$ در رابطهٔ ۱۶، ضرایب اثرودینامیکی برای حالت تاب خالص به‌صورت زیر می‌شوند:

$$C_l = 2\pi\left[\alpha_A \sin\omega t + \frac{\alpha_A\omega\cos\omega t}{Q}\left(\frac{3c}{4} - a\right)\right] \qquad (۱۷)$$

www.SID.ir

Archive of SID

$$C_{m_{LE}} = -\frac{\pi}{2}\left[\alpha_A \sin\omega t + \frac{\alpha_A \omega \cos\omega t}{Q}(c-a)\right]$$
$$C_{m_{c/4}} = -\frac{\pi}{8}\frac{c\,\alpha_A \omega \cos\omega t}{Q}$$

برای حالت پلانج خالص، با توجه به اینکه $h = h_A \sin\omega t$ بنابراین $\dot{h} = h_A \omega \cos\omega t$ با جایگذاری h و $\dot{h}$ در رابطهٔ ۱۶، ضرایب ائرودینامیکی برای حالت پلانج خالص به‌صورت زیر می‌شوند:

$$C_l = 2\pi\left(\alpha - \frac{h_A \omega \cos\omega t}{Q}\right)$$
$$C_{m_{LE}} = -\frac{\pi}{2}\left[\alpha - \frac{h_A \omega \cos\omega t}{Q}\right] \qquad (۱۸)$$
$$C_{m_{c/4}} = 0$$

از طرفی حل حالت دائم برای یک ایرفویل نازک نیز به‌صورت زیر است:

$$C_l = 2\pi\alpha;\ C_{m_{LE}} = -\frac{\pi}{2}\,\alpha \qquad (۱۹)$$

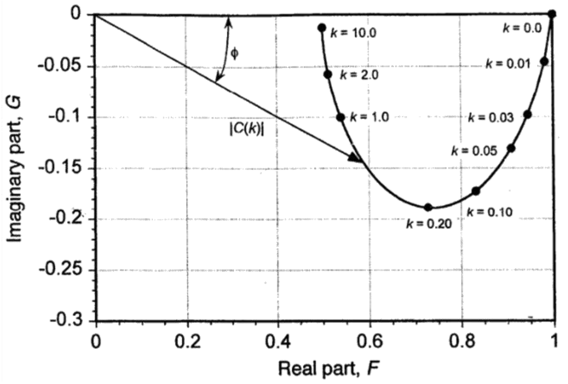
۸. روش تحلیلی غیردائم (تئوری تئودرسن)

تقریب تئودرسن یک حل برای بارگذاری غیردائم روی یک ایرفویل دارای نوسان هارمونیک در جریان غیرلزج و غیرقابل تراکم با فرض اغتشاشات کوچک ارائه می‌کند. در این تقریب، ایرفویل و دنباله با گردابه مدلسازی شده‌اند و دنباله به‌صورت خطی از لبهٔ فرار تا بی‌نهایت پایین‌دست در نظر گرفته شده است. فرض دنبالهٔ خطی در صورتی ارضا می‌شود که زاویهٔ حمله اغتشاشات کوچک باقی بماند. تئودرسن با این فرضیات یک حل برای توزیع گردابهٔ γ روی سطح ایرفویل تحت شرایط حرکت هارمونیک به‌دست آورد. با توزیع گردابه به‌دست آمده، ضریب برآ و گشتاور ایرفویل در حرکت‌های نوسانی کامل شاملِ حرکت‌های تاب و پلانج به‌صورت زیر تعیین شد:

$$C_l = \left\{\frac{\pi}{2}\frac{c\dot{\alpha}}{Q} - \frac{\pi}{2}\frac{c\ddot{h}}{Q^2} + \frac{\pi}{2}\frac{c^2}{Q^2}\left(\frac{1}{2}-\frac{a}{c}\right)\ddot{\alpha}\right\} + \left\{2\pi\alpha - 2\pi\frac{\dot{h}}{Q} + 2\pi\left(\frac{3}{4}-\frac{a}{c}\right)\frac{c\dot{\alpha}}{Q}\right\}C(k) \qquad (۲۰)$$

$$C_m = -\pi\left\{\frac{c\ddot{h}}{2Q^2}\left(\frac{a}{c}-\frac{1}{2}\right) + \frac{c\dot{\alpha}}{2Q}\left(\frac{3}{4}-\frac{a}{c}\right) + \frac{c^2\ddot{\alpha}}{8Q^2}\left(\frac{9}{8}+\frac{4a^2}{c^2}-\frac{4a}{c}\right) - \left(\frac{4a}{c}-1\right)C(k)\left[-\frac{\dot{h}}{2Q}+\frac{\alpha}{2}+\frac{c\dot{\alpha}}{2Q}\left(\frac{3}{4}-\frac{a}{c}\right)\right]\right\} \qquad (۲۱)$$

جایی که a موقعیت محور تاب ایرفویل است. اولین عبارت‌ها در رابطهٔ ۲۰ و ۲۱ ناشی از اثرات شتاب‌گیری سیال است و دومین عبارت‌ها در این دو رابطهٔ ناشی از ایجاد گردش هستند. با مقایسهٔ رابطهٔ ۲۰ با رابطه ضریب برآ برای حالت شبه دائم (رابطهٔ ۱۶) مشاهده می‌شود که در عبارت ناشی از اثرات گردش تغییری حاصل نشده است و تنها این عبارت در $C(k)$ که بیانگر تابع تئودرسن است، ضرب شده است و آثار جرم ظاهری نیز به روابط افزوده شده است. $C(k)$ یک تابع مختلط برحسب فرکانس کاسته است که براساس توابع هنکل محاسبه می‌شود و این تابع برحسب بخش‌های حقیقی و مجازی آن در شکل ۳ نشان داده شده است [۳].



شکل ۳. تابع تئودرسن رسم‌شده برحسب بخش حقیقی و مجازی آن

۹. نتایج

در این بخش نتایج به‌دست آمده از حل عددی معادلات غیردائم اویلر با نتایج دائم، شبه‌دائم و تئوری تئودرسن که تئوری‌های آنها در بخش قبل ارائه شد در دو حرکت پلانج خالص و تاب خالص و در فرکانس کاسته‌های مختلف مورد مقایسه و سنجش قرار گرفته است. نتایج در دو ماخ ۰/۱۷۶ و ۰/۵ مورد تحلیل قرار گرفته‌اند تا تأثیر تراکم‌پذیری و تصحیح تراکم‌پذیری بر نتایج نیز مورد بررسی قرار گیرد. ایرفویل در نظر گرفته شده برای این تحلیل‌ها یک ایرفویل NACA0009 است. نتایج در حالت پلانج خالص در سرعت ۶۰ متر بر ثانیه (معادل با ماخ ۰/۱۷۶) و ۱۷۰ متر بر ثانیه (معادل ماخ ۰/۵)، فرکانس کاسته ۰/۲۵ و ۰/۵، دامنهٔ نوسان پلانج ۰/۱ وتر و زوایای حملهٔ متوسط صفر و پنج درجه محاسبه شده‌اند. نتایج در حالت تاب خالص در سرعت ۶۰ متر بر ثانیه (معادل با ماخ ۰/۱۷۶) و ۱۷۰ متربرثانیه (معادل ماخ ۰/۵)، فرکانس کاسته ۰/۲۵ و ۰/۵، دامنه نوسان تابِ پنج درجه‌ای ($\alpha_A = 5deg$) و موقعیت نوسان صفر و یک‌چهارم وتر ($a = 0, \frac{1}{4}$) محاسبه شده‌اند. با توجه به اینکه فرکانس کاسته به‌صورت $k = \frac{\omega c}{2Q_\infty}$ تعریف می‌شود، بنابراین برای فرکانس کاسته ۰/۲۵ و ۰/۵، مقدار فرکانس زاویه‌ای (ω) برابر ۳۰ و ۶۰ رادیان بر ثانیه به‌دست می‌آید. دلیل استفاده از دو فرکانس کاسته ذکر شده این است که حادترین

www.SID.ir

Archive of SID

مسائل، مسائلی هستند که میزان غیردائم بودن جریان بالاست؛ زیرا در مسائلی که میزان غیردائم بودن پایین باشد شرایط جریان به حل شبه‌دائم و دائم نزدیک می‌شود و همان‌طور که در بخش مقدمه اشاره شد، فرکانس کاسته بالای ۰/۲ معمولا برای مسائلی با میزان غیردائم بودن بالا استفاده می‌شود. به‌همین دلیل در این پژوهش از فرکانس کاسته‌های ۰/۲۵ و ۰/۵ استفاده شده است. برای بررسی تأثیر تراکم‌پذیری، برخی نتایج در ماخ ۰/۵ (که یک ماخ تراکم‌پذیر است) نیز استخراج شده است تا اثر تراکم‌پذیری و تصحیح تراکم‌پذیری بر نتایج مورد بررسی قرار گیرد. همچنین برای بررسی دقیق‌تر، در فرکانس کاسته شدید ۱ نتایج نوسان تاب برای ایرفویل NACA0012 در دو ماخ مختلف به‌دست آمده و تحلیل نتایج ارائه شده است.

۹-۱ اعتبارسنجی

قبل از ارائه نتایج لازم است که کد عددی حجم محدود مورد اعتبارسنجی قرار گیرد، برای اعتبارسنجی حل عددی غیردائم، تغییرات ضریب برآ با زمان و توزیع فشار ایرفویل در یک موقعیت حرکتی برای ایرفویل NACA0012 که دارای حرکت نوسانی پلانج با دامنهٔ نوسان ۰/۱ و فرکانس کاسته ۱/۵ است در ماخ ۰/۳ با نتایج مرجع [۲۴] مقایسه شده است. در شکل ۴ تغییرات ضریب برآ با زمان که از حل عددی غیردائم معادلات اویلر به‌دست آمده است با نتایج مرجع [۲۴] مقایسه شده‌اند. شکل ۵ نیز توزیع ضریب فشار به‌دست آمده از حل عددی این پژوهش در موقعیتی که ایرفویل در متوسط حرکت روبه‌پایین خود قرار دارد را نشان می‌دهد و نتایج با مرجع [۲۴] مقایسه شده‌اند. همان‌طور که از نتایج مشخص است حل عددی غیردائم این پژوهش که از روش حجم محدود اختلاف مرکزی بهره می‌برد، دارای انطباق خوبی با حل عددی مرجع [۲۴] است. بنابراین کُد ایجادشده برای تحلیل غیردائم در فرکانس کاسته بسیار بالا نیز دارای نتایج مناسبی است. نمونه‌ای از حرکت شبکه در حل این حرکت نوسانی در شکل ۶ نشان داده شده است.

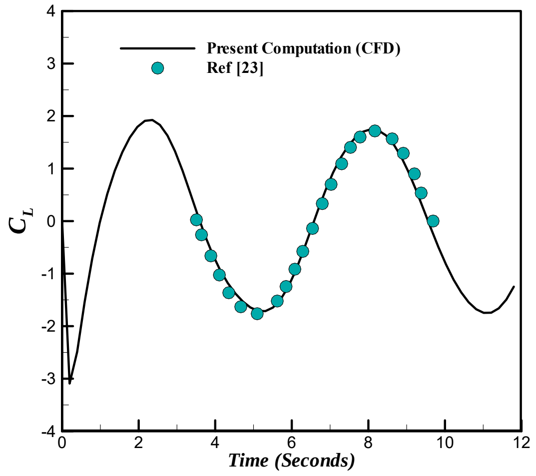
۹-۲. نتایج پلانج خالص در ماخ ۰/۱۷۶

نتایج برای حالت پلانج خالص در سرعت جریان آزاد ۶۰ متر بر ثانیه، فرکانس کاستهٔ ۰/۲۵ و ۰/۵، دامنهٔ پلانج ۰/۱ وتر و در دو زاویهٔ حملهٔ متوسط صفر و پنج درجه برای حل عددی غیردائم، حل غیردائم تحلیلی (تئوری تئودرسن)، حل شبه‌دائم و حل دائم مبتنی بر تئوری ایرفویل نازک به‌دست آمده و با هم مقایسه شده‌اند. در شکل‌های ۷ و ۸ تغییرات ضریب برآ با جابه‌جایی عمودی در زاویهٔ حملهٔ صفر به‌ترتیب با فرکانس کاستهٔ ۰/۲۵ و ۰/۵ نمایش داده شده است. در شکل‌های ۹ و ۱۰ تغییرات ضریب برآ با جابه‌جایی عمودی در زاویهٔ حملهٔ پنج درجه به‌ترتیب با فرکانس کاستهٔ ۰/۲۵ و ۰/۵ نمایش داده شده است. شکل‌های ۱۱ تا ۱۴ نیز تغییرات ضریب گشتاور حول لبهٔ حمله را در زوایای حمله صفر و پنج درجه و در فرکانس‌های کاستهٔ ۰/۲۵ و ۰/۵ نشان می‌دهند. همان‌گونه که از این شکل‌های پیداست، با افزایش فرکانس کاسته به‌دلیل افزایش سرعت نسبی ایرفویل دامنهٔ نوسان ضریب برآ بیشتر می‌شود و بیشترین مقدار برآ زمانی اتفاق می‌افتد که ایرفویل در موقعیت مکانی $h = 0$ قرار می‌گیرد. حل غیردائم به‌دلیل در نظر گرفتن آثار گردابه و جرم ظاهری علاوه بر حرکت نسبی سبب می‌شود که دامنهٔ ضرایب کاهش یابد و تغییر فاز نیز حاصل شود. این در حالی است که حل شبه‌دائم به‌دلیل صرف‌نظر از آثار جرم ظاهری و گردابه، دامنهٔ ضرایب را کاهش نمی‌دهد و در مقایسه با روش عددی، نتایج تغییر زیادی دارند. در واقع همان‌طور که مشاهده می‌شود، در تحلیل غیردائم آثار گردابه ریخته‌شده در دنبالهٔ ایرفویل به‌صورت کاهش نیروی برآ در یک موقعیت مکانی مشخص نسبت به تحلیل شبه‌دائم می‌باشد. همچنین نتیجه جالب توجه دیگری که از این منحنی‌ها به‌دست می‌آید آن است که آثار حرکتی ایرفویل که در تحلیل شبه‌دائم در نظر گرفته می‌شود در ایجاد اختلاف فاز در نتایج و تشکیل حلقهٔ تاریخچه‌ای برآ نقش مهمی را ایفا می‌کند. این در حالی است که حل حالت دائم برای حرکت پلانج خالص به‌دلیل در نظر نگرفتن آثار حرکتی، گردابه و جرم ظاهری دارای یک مقدار ثابت بوده که تنها وابسته به زاویهٔ حملهٔ متوسط ایرفویل می‌باشد. از نتایج مشخص است تئوری تئودرسن که یک روش تحلیلی غیردائم است، در حرکت پلانج نتایج بسیار مناسبی در مقایسه با حل عددی نشان می‌دهد. اگرچه با افزایش زاویهٔ حمله دقت نتایج اندکی نسبت به روش عددی کاهش می‌یابد، اما حل تحلیلی غیردائم در مقایسه با روش عددی فاز و دامنه یکسانی را نشان می‌دهد که بیانگر دقت این روش تحلیلی در سرعت تراکم‌ناپذیر و در حرکت پلانج است. البته باید توجه داشت که اختلاف ایجاد شده بین نتایج تئوری تئودرسن و نتایج عددی در زوایای حملهٔ

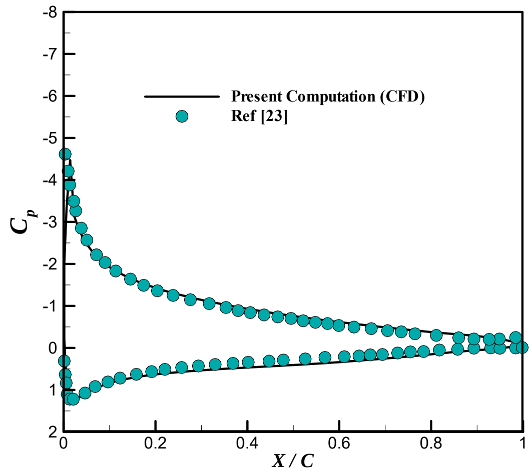
www.SID.ir

Archive of SID

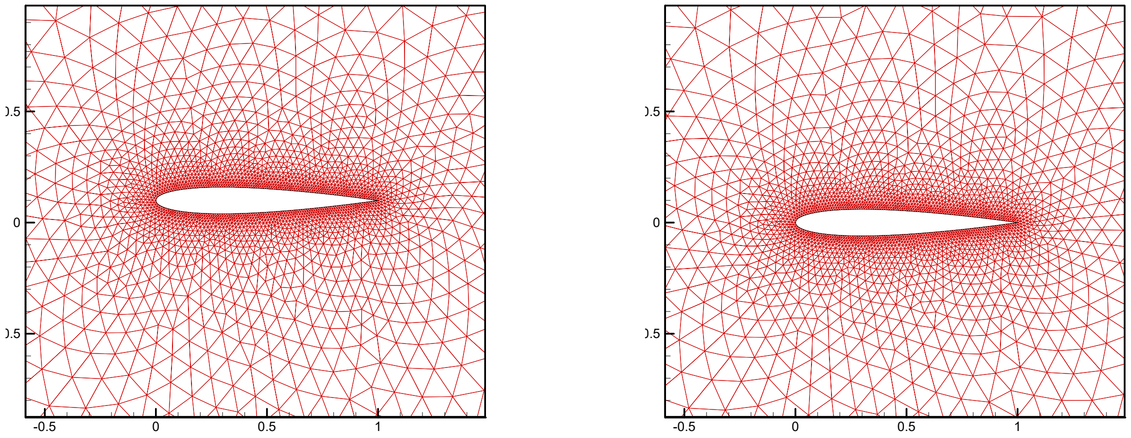
بالا به‌دلیل دورشدن مسئله از فرضیات حاکم بر تئوری تئودرسن که همان فرض خطی بودن شرایط جریان است، می‌باشد. لذا پیش‌بینی می‌شود با افزایش بیشتر زاویهٔ حملهٔ متوسط جریان و نیز افزایش ضخامت ایرفویل اختلاف نتایج این دو تحلیل افزایش پیدا کند که این مسئله باید هنگام به‌کارگیری تئوری تئودرسون در مسائل غیردایم مد نظر قرار گیرد.



شکل ۴. تغییرات ضریب برآ با زمان برای حرکت پلانج ایرفویل NACA0012 با فرکانس کاستهٔ ۱/۵



شکل ۵. توزیع ضریب فشار در راستای وتر برای حرکت پلانج ایرفویل NACA0012 با فرکانس کاسته ۱/۵



(الف) (ب)

شکل ۶. حرکت شبکه در حل عددی برای نوسان پلانج؛ الف) شبکه قبل حرکت، ب) شبکه بعد حرکت پلانج با دامنه ۰/۱

۹-۳. نتایج پلانج خالص در ماخ ۰/۵

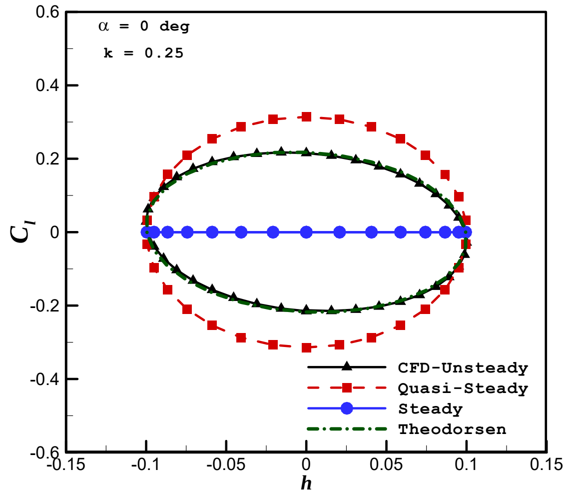
با توجه به اینکه نتایج تئودرسن به نتایج حل عددی نزدیکتر است، به‌همین دلیل در ماخ ۰/۵ نتایج این روش تحلیلی با نتایج حل عددی مقایسه شده است. با توجه به فرضیات روش تئودرسن، این روش برای جریان‌های تراکم‌ناپذیر صادق است، لذا برای ماخ ۰/۵، که جریان تراکم‌پذیر است، اثر تصحیح تراکم‌پذیری بهتر است مد نظر قرار گیرد. برای این منظور تصحیح تراکم‌پذیری پرانتل - گلارت[15] به‌صورت زیر برای ضریب برآ و ضریب گشتاور اعمال شده است:

$$C_l = \frac{C_{l_0}}{\sqrt{1-M_\infty^2}}, \quad C_m = \frac{C_{m_0}}{\sqrt{1-M_\infty^2}} \qquad (۲۲)$$

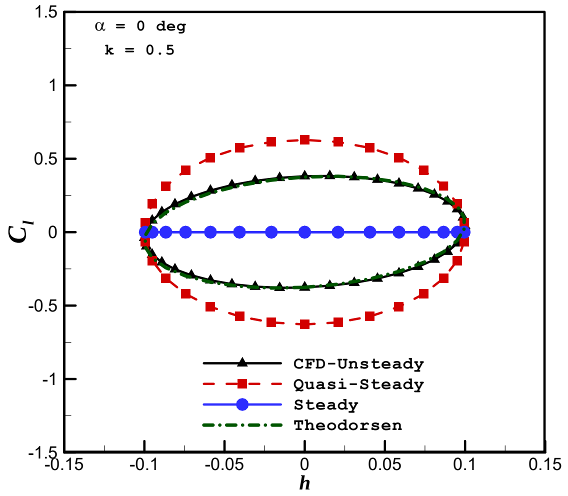
اندیس 0 بیانگر مقادیر تراکم‌ناپذیر است. در شکل‌های ۱۵ و ۱۶ تغییرات ضریب برآ با جابه‌جایی عمودی در زاویهٔ حملهٔ صفر به‌ترتیب در دو فرکانس کاستهٔ ۰/۲۵ و ۰/۵ نشان داده شده است. در شکل‌های ۱۷ و ۱۸ تغییرات ضریب برآ با جابه‌جایی عمودی در زاویهٔ حملهٔ پنج درجه به‌ترتیب در دو فرکانس کاستهٔ ۰/۲۵ و ۰/۵ نمایش داده شده است. شکل‌های ۱۹ و ۲۰ نیز تغییرات ضریب گشتاور حول لبهٔ حمله را به‌ترتیب در زوایای حمله صفر درجه و به‌ترتیب در دو فرکانس کاستهٔ ۰/۲۵ و ۰/۵ نشان می‌دهند.

www.SID.ir

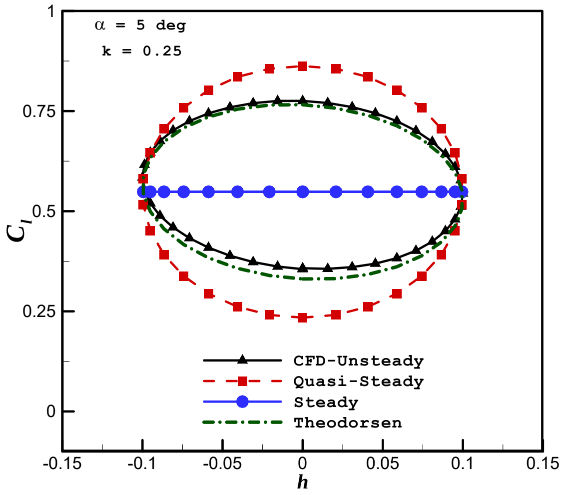
Archive of SID



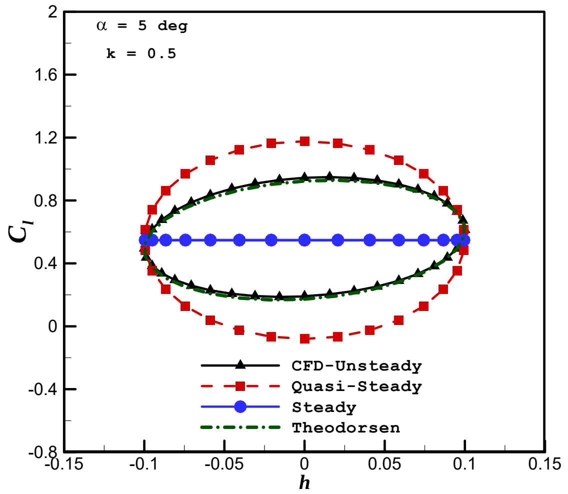
شکل ۷. تغییرات ضریب برآ با جابه‌جایی عمودی برای حالت پلانج خالص در زاویهٔ حملهٔ صفر و فرکانس کاستهٔ ۰/۲۵



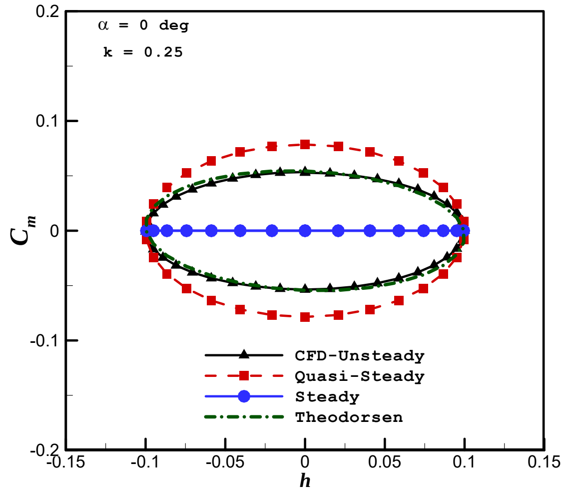
شکل ۸. تغییرات ضریب برآ با جابه‌جایی عمودی برای حالت پلانج خالص در زاویهٔ حملهٔ صفر و فرکانس کاستهٔ ۰/۵



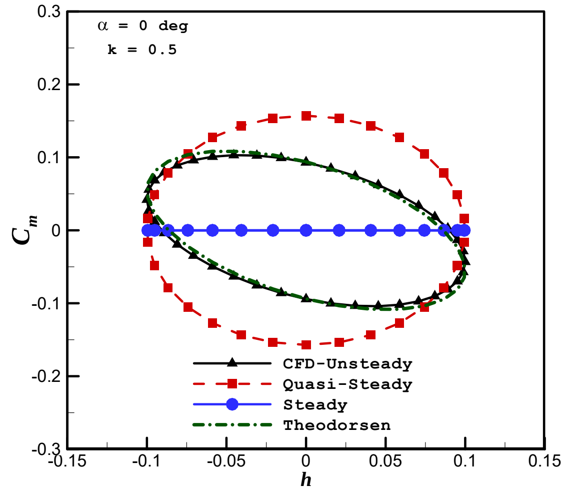
شکل ۹. تغییرات ضریب برآ با جابه‌جایی عمودی برای حالت پلانج خالص در زاویهٔ حملهٔ پنج درجه و فرکانس کاستهٔ ۰/۲۵



شکل ۱۰. تغییرات ضریب برآ با جابه‌جایی عمودی برای حالت پلانج خالص در زاویهٔ حملهٔ پنج و فرکانس کاستهٔ ۰/۵



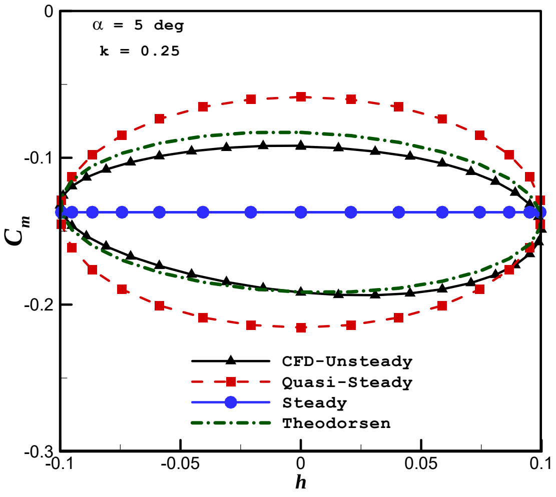
شکل ۱۱. تغییرات ضریب گشتاور با جابه‌جایی عمودی برای حالت پلانج خالص در زاویهٔ حملهٔ صفر و فرکانس کاسته ۰/۲۵



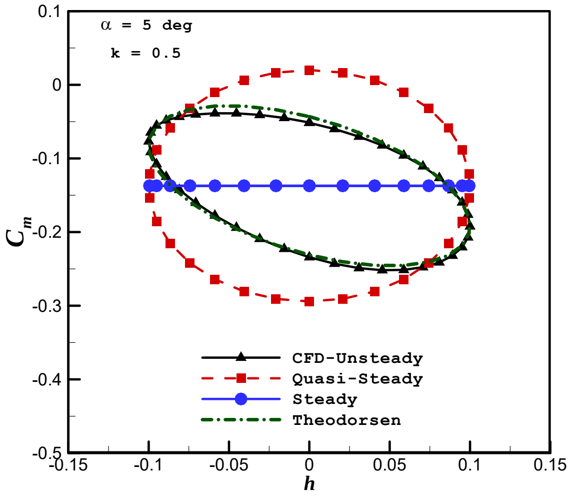
شکل ۱۲. تغییرات ضریب گشتاور با جابه‌جایی عمودی برای حالت پلانج خالص در زاویهٔ حملهٔ صفر و فرکانس کاسته

www.SID.ir

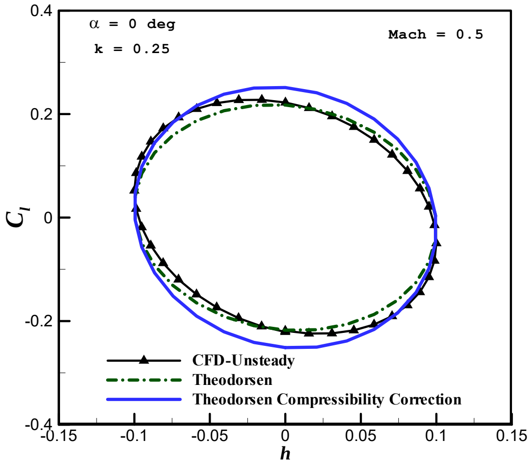
Archive of SID



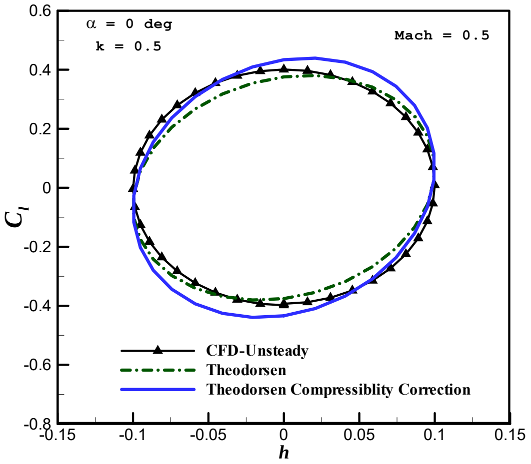
شکل ۱۳. تغییرات ضریب گشتاور با جابه‌جایی عمودی برای حالت پلانج خالص در زاویهٔ حملهٔ پنج درجه و فرکانس کاستهٔ ۰/۲۵



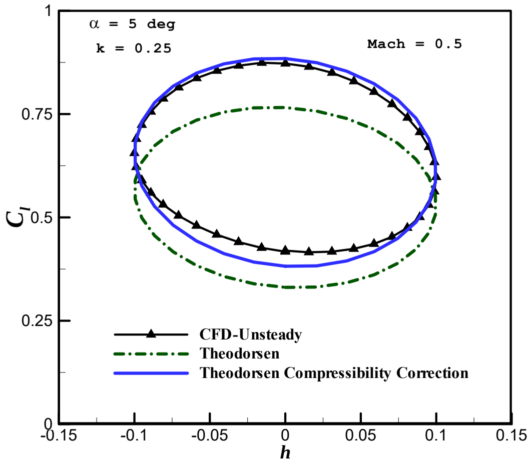
شکل ۱۴. تغییرات ضریب گشتاور با جابجایی عمودی برای حالت پلانج خالص در زاویهٔ حملهٔ پنج درجه و فرکانس کاستهٔ ۰/۵



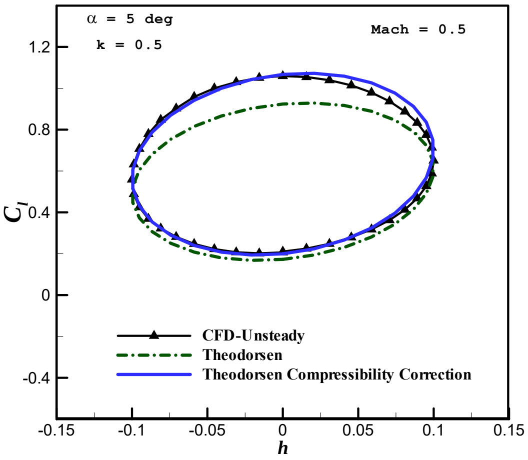
شکل ۱۵. تغییرات ضریب برآ با جابه‌جایی عمودی برای حالت پلانج خالص در زاویهٔ حملهٔ صفر و فرکانس کاستهٔ ۰/۲۵ در ماخ ۰/۵



شکل ۱۶. تغییرات ضریب برآ با جابه‌جایی عمودی برای حالت پلانج خالص در زاویهٔ حملهٔ صفر و فرکانس کاستهٔ ۰/۵ در ماخ ۰/۵



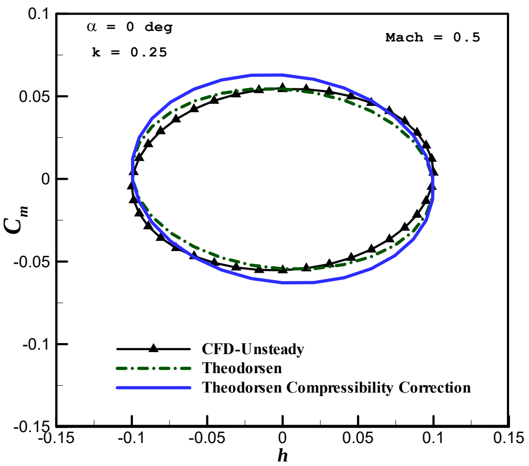
شکل ۱۷. تغییرات ضریب برآ با جابه‌جایی عمودی برای حالت پلانج خالص در زاویهٔ حملهٔ ۵ درجه و فرکانس کاستهٔ ۰/۲۵ در ماخ ۰/۵



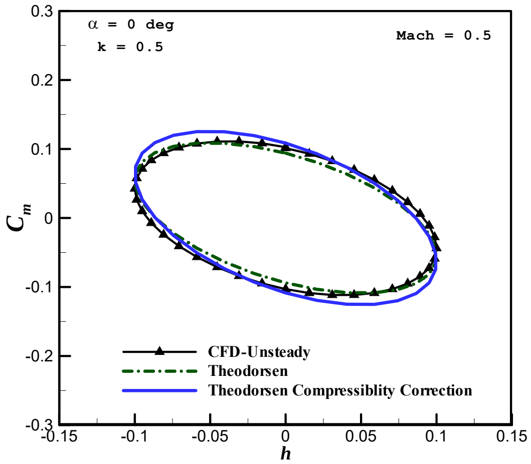
شکل ۱۸. تغییرات ضریب برآ با جابه‌جایی عمودی برای حالت پلانج خالص در زاویهٔ حملهٔ ۵ درجه و فرکانس کاستهٔ ۰/۵ در ماخ ۰/۵

www.SID.ir

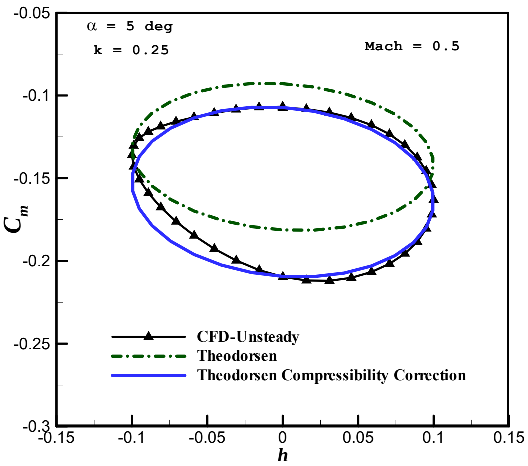
Archive of SID



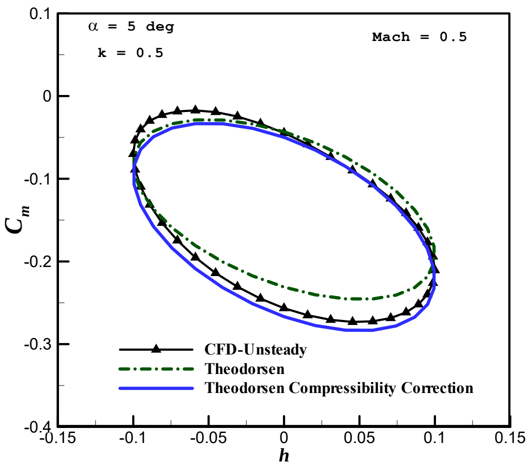
شکل ۱۹. تغییرات ضریب گشتاور با جابجایی عمودی برای حالت پلانج خالص در زاویهٔ حملهٔ صفر و فرکانس کاستهٔ ۰/۲۵ در ماخ ۰/۵



شکل ۲۰. تغییرات ضریب گشتاور با جابه‌جایی عمودی برای حالت پلانج خالص در زاویهٔ حملهٔ صفر و فرکانس کاستهٔ ۰/۵ در ماخ ۰/۵



شکل ۲۱. تغییرات ضریب گشتاور با جابه‌جایی عمودی برای حالت پلانج خالص در زاویهٔ حملهٔ ۵ درجه و فرکانس کاستهٔ ۰/۲۵ در ماخ ۰/۵



شکل ۲۲. تغییرات ضریب گشتاور با جابه‌جایی عمودی برای حالت پلانج خالص در زاویهٔ حملهٔ ۵ درجه و فرکانس کاستهٔ ۰/۵ در ماخ ۰/۵

شکل‌های ۲۱ و شکل ۲۲ نیز تغییرات ضریب گشتاور حول لبهٔ حمله را به‌ترتیب در زوایای حملهٔ ۵ درجه و در دو فرکانس کاستهٔ ۰/۲۵ و ۰/۵ نشان می‌دهند. همان‌طور که از شکل‌های این بخش مشخص است، در زاویهٔ حملهٔ صفر درجه، تئوری تئودرسن برای جریان تراکم‌پذیر بدون تصحیح تراکم‌پذیری پرانتل - گلارت در مقایسه با داده‌های حاصل از حل عددی غیردائم دارای دقت مناسبی است و نیازی به تصحیح تراکم‌پذیری نیست. اما در زاویهٔ حملهٔ ۵ درجه استفاده از تصحیح تراکم‌پذیری سبب افزایش دقت حل تئوری تئودرسن می‌شود و نتایج را بسیار بهبود می‌بخشد. بنابراین تئوری تئودرسن برای ماخ‌های تراکم‌پذیر در حرکت پلانج خالص در زاویهٔ حملهٔ صفر درجه نیازی به تصحیح تراکم‌پذیری ندارد، اما در زاویهٔ حمله بالاتر استفاده از تصحیح تراکم‌پذیری سبب بهبود چشمگیر نتایج می‌شود. در زاویهٔ حملهٔ صفر درجه در حرکت پلانج چون زاویهٔ حملهٔ القایی ناشی از حرکت پلانج کم است و زاویهٔ حملهٔ اولیهٔ ایرفویل نیز صفر درجه است، به‌دلیل پایین‌بودن زاویهٔ حملهٔ موثر، ضریب برآ مقادیر کمتری نسبت به حالتی دارد که ایرفویل دارای زاویهٔ حملهٔ اولیه است و یا ایرفویل دارای حرکت نوسانی تاب است. وقتی ضریب برآ دارای مقدار کمی باشد، تصحیح تراکم‌پذیری تأثیر چندانی بر تصحیح این ضریب ندارد. به‌همین دلیل تئوری تئودرسن برای ماخ‌های تراکم‌پذیر در حرکت پلانج خالص در زاویهٔ حملهٔ صفر درجه نیازی به تصحیح تراکم‌پذیری ندارد.

۹-٤. نتایج تاب خالص در ماخ ۰/۱۷٦

نتایج برای حالت تاب خالص در ماخ ۰/۱۷۶ (سرعت جریان آزاد ۶۰ متر بر ثانیه)، فرکانس کاستهٔ ۰/۲۵ و ۰/۵، دامنهٔ حرکت تاب ۵

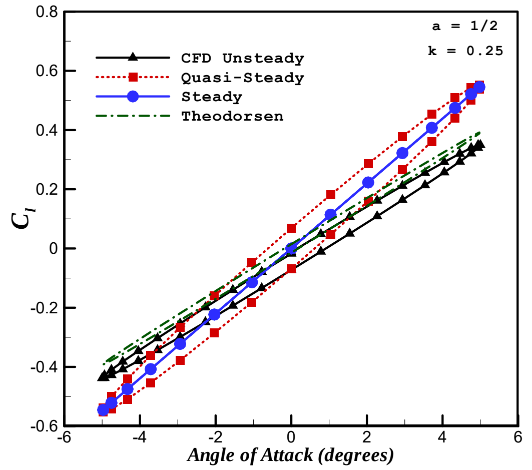
www.SID.ir

Archive of SID

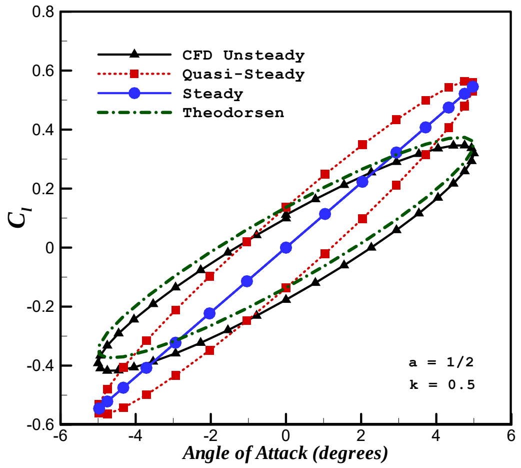
درجه‌ای و در دو موقعیت دوران یکی حول یک‌چهارم و یکی حول یک‌دوم وتر برای حل عددی غیردائم، حل تحلیلی غیردائم (تئوری تئودرسن)، حل شبه‌دائم و حل دائم مبتنی بر تئوری ایرفویل نازک به‌دست آمده و با هم مقایسه شده‌اند. در شکل‌های ۲۳ و ۲۴ تغییرات ضریب برآ با زاویهٔ حمله برای حالتی که دوران تاب حول $a=\frac{1}{2}$ انجام می‌شود را به‌ترتیب در فرکانس کاستهٔ ۰/۲۵ و ۰/۵ نشان می‌دهند. در شکل‌های ۲۵ و ۲۶ تغییرات ضریب برآ با زاویهٔ حمله برای حالتی که دوران تاب حول $a=\frac{1}{4}$ انجام می‌شود را به‌ترتیب در فرکانس کاستهٔ ۰/۲۵ و ۰/۵ نشان می‌دهند. تغییرات ضریب گشتاور با زاویه حمله نیز در شکل‌های ۲۷ تا ۳۰ آورده شده‌اند. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، نتایج حالت دائم که حاصل تحلیل دائم جریان حول ایرفویل در زاویه حمله لحظه‌ای می‌باشد رفتار کاملاً خطی از خود نشان می‌دهد، زیرا در این تحلیل از آثار حرکتی ایرفویل، گردابه‌های ریخته‌شده در دنباله و جرم ظاهری به‌طور کامل صرف‌نظر می‌شود. با اضافه شدن آثار حرکتی ایرفویل در تحلیل شبه‌دائم، همان‌طور که مشاهده می‌شود، یک اختلاف فاز در نتایج مربوط به هر زاویهٔ حمله مشاهده می‌شود که ناشی از اختلاف در زاویهٔ حملهٔ القایی در حرکات روبه بالا و پایین است. با وجود این موضوع، همان‌طور که مشاهده می‌شود، دامنهٔ تغییرات ضریب برآ تغییر نکرده و مقادیر برآ در حداکثر و حداقل زاویهٔ حمله با مقادیر حالت دائم یکسان می‌باشند. در نتایج حاصل از تحلیل غیردائم همان‌طور که مشاهده می‌شود، علاوه بر دربرداشتن اختلاف فاز که ناشی از آثار حرکتی ایرفویل و جرم ظاهری است، کاهش دامنهٔ تغییرات ضریب برآ نیز وجود دارد که حاصل آثار گردابه‌های ریخته‌شده در دنباله و جرم ظاهری است. نتایج عددی و نیز تحلیلی مبتنی بر تئوری تئودرسن نشان‌دهندهٔ آن هستند که با افزایش فرکانس کاسته میزان کاهش دامنه بیشتر می‌شود. این موضوع به‌خوبی در شکل ۲۳ مشاهده می‌شود. تطابق خوب نتایج حاصل از تحلیل عددی با نتایج به‌دست آمده از تئوری تئودرسن بیانگر آن است که روابط تحلیلی به‌دست آمده در این تئوری، با وجود فرضیات ساده‌کننده به‌کار رفته در آن، توانسته آثار مربوط به پدیده‌های تأثیرگذار در رفتارهای غیردائم را به‌خوبی در این مسئله لحاظ نماید. از شکل‌ها مشخص است که تئوری تئودرسن (روش تحلیلی غیردائم)، در حرکت تاب خالص نتایج مناسبی در مقایسه با حل عددی نشان می‌دهد و موقعیت دوران تاب نیز تاثیر چندانی در دقت نتایج ندارد.

۹-۵. نتایج تاب خالص در ماخ ۰/۵

مشابه حالت پلانج خالص، اثر تراکم‌پذیری و تصحیح تراکم‌پذیری پرانتل - گلارت در ماخ ۰/۵ برای حرکت تاب خالص نیز مورد بررسی قرار گرفته است. در شکل‌های ۳۱ و ۳۲ تغییرات ضریب برآ با حرکت تاب خالص در ماخ ۰/۵ در حالی‌که حرکت تاب حول $a=\frac{1}{2}$ انجام می‌شود به‌ترتیب در دو فرکانس کاستهٔ ۰/۲۵ و ۰/۵ نشان داده شده است. در شکل‌های ۳۳ و ۳۴ تغییرات ضریب برآ با حرکت تاب خالص در ماخ ۰/۵ در حالی‌که حرکت تاب حول $a=\frac{1}{4}$ انجام می‌شود به‌ترتیب در دو فرکانس کاسته ۰/۲۵ و ۰/۵ نشان داده شده است. در شکل‌های ۳۵ و ۳۶ تغییرات ضریب گشتاور با حرکت تاب خالص در ماخ ۰/۵ در حالی‌که حرکت تاب حول $a=\frac{1}{2}$ انجام می‌شود به‌ترتیب در دو فرکانس کاسته ۰/۲۵ و ۰/۵ نشان داده شده است.



شکل ۲۳. تغییرات ضریب برآ با زاویهٔ حمله برای حالت تاب خالص در $a=\frac{1}{2}$ و فرکانس کاستهٔ ۰/۲۵



شکل ۲۴. تغییرات ضریب برآ با زاویه حمله برای حالت تاب خالص در $a=\frac{1}{2}$ و فرکانس کاستهٔ ۰/۵

www.SID.ir

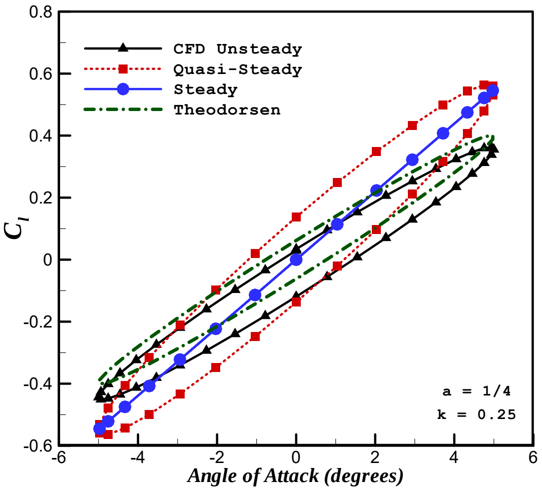
Archive of SID

در شکل‌های ۳۷ و ۳۸ تغییرات ضریب گشتاور با حرکت تاب خالص در ماخ ۰/۵ در حالی‌که حرکت تاب حول $a = \frac{1}{4}$ انجام می‌شود به‌ترتیب در دو فرکانس کاستهٔ ۰/۲۵ و ۰/۵ نشان داده شده است. همان‌گونه که از شکل‌ها مشخص است، در جریان تراکم‌پذیر، تصحیح تراکم‌پذیری سبب بهبود فاز جریان در مقایسه با حل عددی جریان می‌شود. هنگام استفاده از تصحیح تراکم‌پذیری نتایج در هنگامی که ایرفویل به‌سمت بالا حرکت می‌کند با نتایج حل عددی مطابقت عالی دارد، اما وقتی‌که ایرفویل به‌سمت پایین حرکت می‌کند خطای نتایج در مقایسه با نتایج حل عددی بیشتر می‌شود.

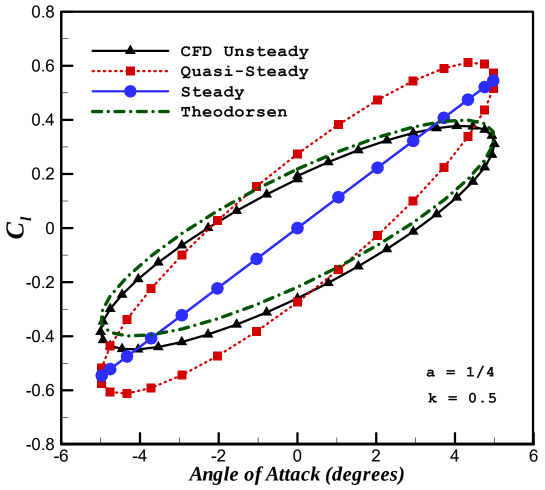
۹-٦. نتایج تاب خالص برای ایرفویل NACA0012 در فرکانس کاسته بسیار بالا

با توجه به اینکه تئوری تئودرسن دارای محدودیت‌هایی از قبیل ایرفویل نازک و جریان تراکم‌ناپذیر می‌باشد، به‌همین دلیل به‌منظور بررسی تئوری تئودرسن در فرکانس کاستهٔ بسیار بالا و برای ایرفویلی که نسبت به ایرفویل انتخاب قبلی (NACA0009) دارای ضخامت بیشتری باشد، ایرفویل NACA0012 انتخاب شد و این ایرفویل در فرکانس کاستهٔ ۱ که جزء فرکانس کاسته بسیار بالا محسوب می‌شود و میزان غیردائم بودن جریان بسیار شدید است در دو ماخ ۰/۳ و ۰/۵ مورد تحلیل قرار گرفته است و نتایج تئوری تئودرسن با نتایج عددی حجم محدود مقایسه شده است. نوسان تاب برای این ایرفویل حول 1/4 وتر انجام شده است.

تغییرات ضریب برآ و گشتاور با زاویهٔ حمله در ماخ ۰/۳ و فرکانس کاسته ۱ برای ایرفویل NACA0012 به‌ترتیب در شکل‌های ۳۹ و شکل ۴۰ آورده شده‌اند. همان‌طور که از این شکل‌ها مشخص است، در ماخ ۰/۳ که یک ماخ تراکم‌ناپذیر محسوب می‌شود، با وجود غیردائم بودن شدید جریان، تئوری تئودرسن نتایج مطلوبی در مقایسه با نتایج عددی ارائه می‌کند. بنابراین تئوری تئودرسن حتی در فرکانس کاستهٔ بسیار بالا نیز در جریان تراکم‌ناپذیر دقت مناسبی دارد. نتایج ضریب برآ و گشتاور در ماخ ۰/۵ که جریان تراکم‌پذیر محسوب می‌شود و فرکانس کاسته ۱ برای ایرفویل NACA0012 به‌ترتیب در شکل‌های ۴۱ و ۴۲ نشان داده شده‌اند. در این شکل‌ها نتایج تصحیح تراکم‌پذیری نیز آورده شده است. همان‌طور که از شکل‌ها پیداست، اختلاف تئوری تئودرسن با نتایج عددی بیشتر شده است و حتی تصحیح تراکم‌پذیری نیز نتوانسته است نتایج را خیلی اصلاح کند که این بدان دلیل است که در فرکانس کاستهٔ بسیار بالا به‌خاطر غالب شدن ترم‌های غیردائم نظیر ترم‌های ناشی از شتاب جریان، رفتار ائرودینامیکی تحت تأثیر قرارگرفته و تراکم‌پذیری جریان را تشدید کرده است و عملاً محدودیت‌های تئوری تئودرسن را زیر سئوال برده و سبب شده است اختلاف نتایج بیشتر شود و حتی تصحیح تراکم‌پذیری نتواند کارآمدی مناسبی مشابه آنچه در قبل از آن انتظار داشتیم، داشته باشد. بنابراین بهتر است در فرکانس‌های کاسته بسیار بالا قید جریان تراکم‌ناپذیر حتما رعایت شود تا نتایج تئوری تئودرسن قابل استناد باشند.



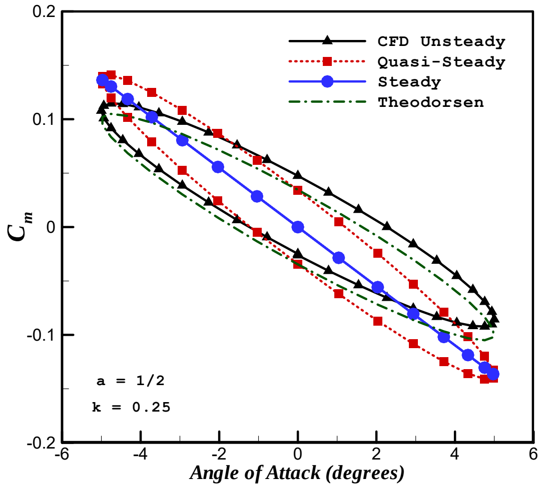
شکل ۲۵. تغییرات ضریب برآ با زاویهٔ حملهٔ برای حالت تاب خالص در $a = \frac{1}{4}$ و فرکانس کاستهٔ ۰/۲۵



شکل ۲۶. تغییرات ضریب برآ با زاویهٔ حمله برای حالت تاب خالص در $a = \frac{1}{4}$ و فرکانس کاستهٔ ۰/۵

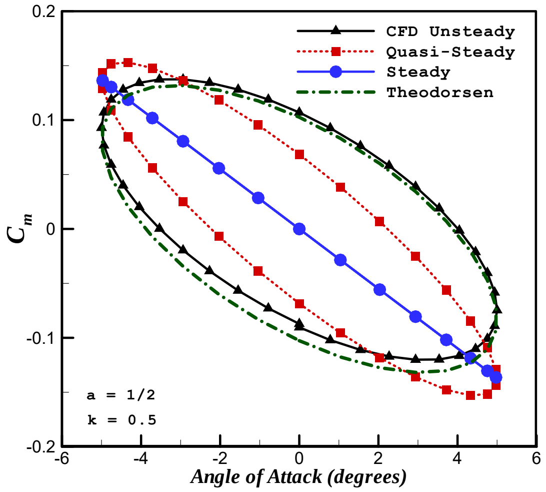
www.SID.ir

Archive of SID



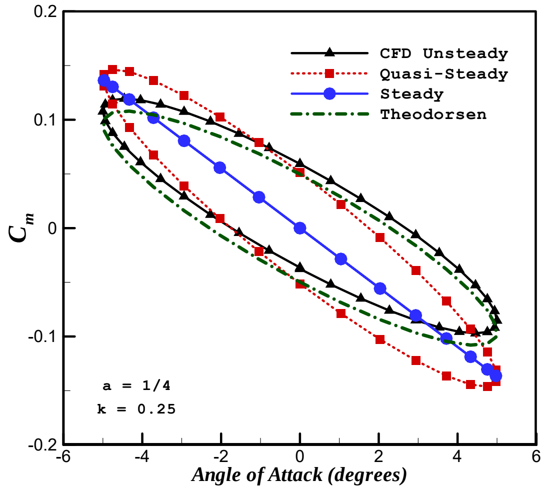
شکل ۲۷. تغییرات ضریب گشتاور با زاویهٔ حمله برای حالت تاب خالص

در $\frac{1}{2} = \boldsymbol{a}$ و فرکانس کاستهٔ ۰/۲۵



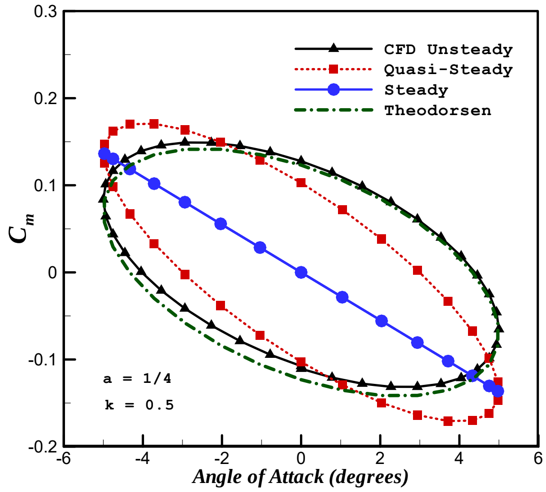
شکل ۲۸. تغییرات ضریب گشتاور با زاویهٔ حمله برای حالت تاب خالص

در $\frac{1}{2} = \boldsymbol{a}$ و فرکانس کاستهٔ ۰/۵



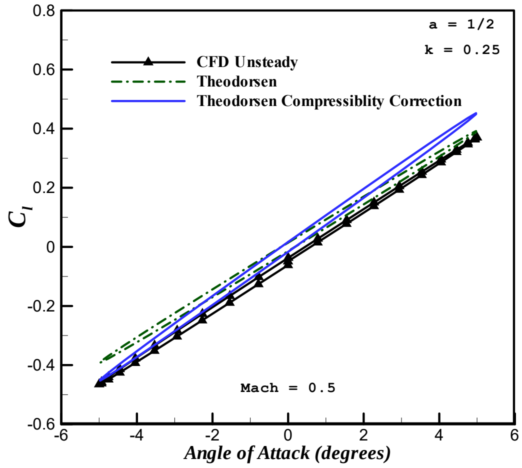
شکل ۲۹. تغییرات ضریب گشتاور با زاویهٔ حمله برای حالت تاب خالص

در $\frac{1}{4} = \boldsymbol{a}$ و فرکانس کاستهٔ ۰/۲۵



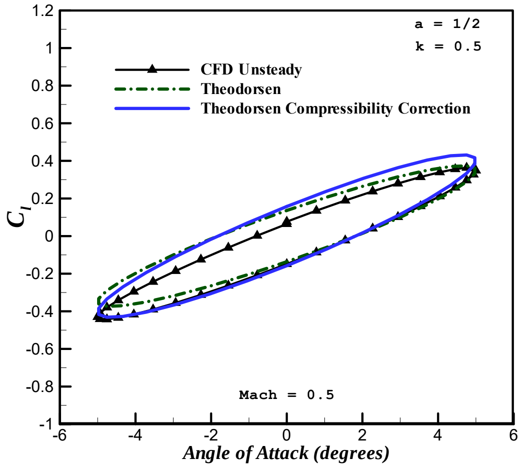
شکل ۳۰. تغییرات ضریب گشتاور با زاویهٔ حمله برای حالت تاب خالص

در $\frac{1}{4} = \boldsymbol{a}$ و فرکانس کاستهٔ ۰/۵



شکل ۳۱. تغییرات ضریب برآ با زاویهٔ حمله برای حالت تاب خالص

در $\frac{1}{2} = \boldsymbol{a}$ و فرکانس کاستهٔ ۰/۲۵ در ماخ ۰/۵

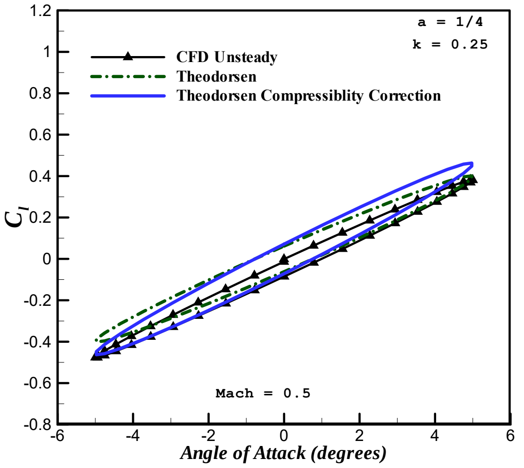


شکل ۳۲. تغییرات ضریب برآ با زاویهٔ حمله برای حالت تاب خالص

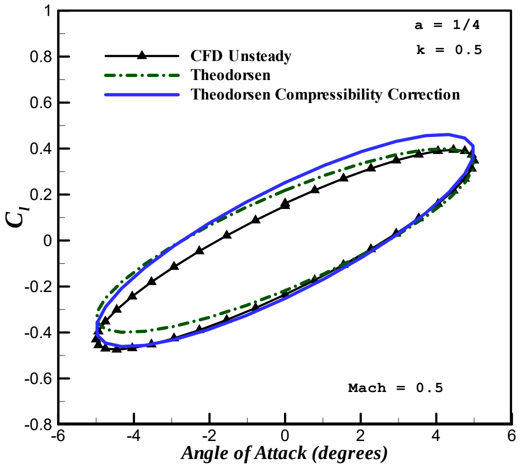
در $\frac{1}{2} = \boldsymbol{a}$ و فرکانس کاستهٔ ۰/۵ در ماخ ۰/۵

www.SID.ir

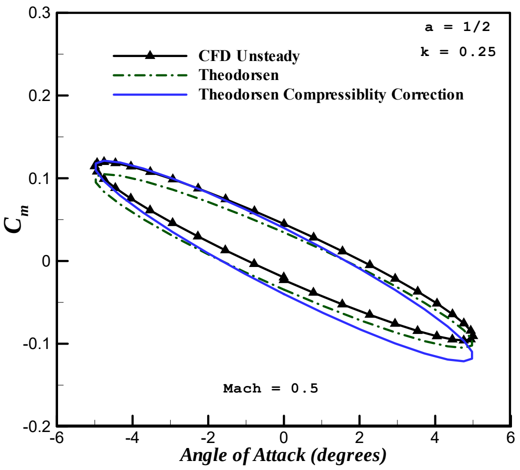
Archive of SID



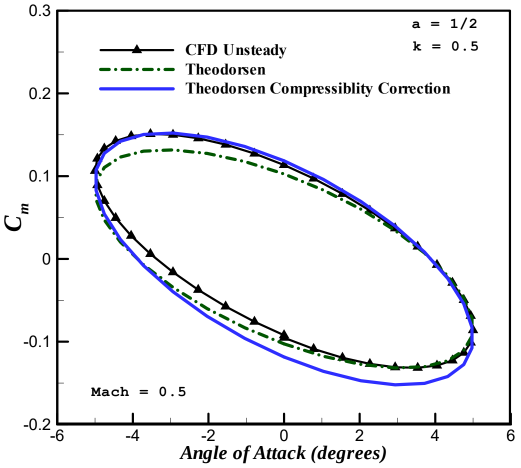
شکل ۳۳. تغییرات ضریب برآ با زاویهٔ حمله برای حالت تاب خالص در $a=\frac{1}{4}$ و فرکانس کاستهٔ ۰/۲۵ در ماخ ۰/۵



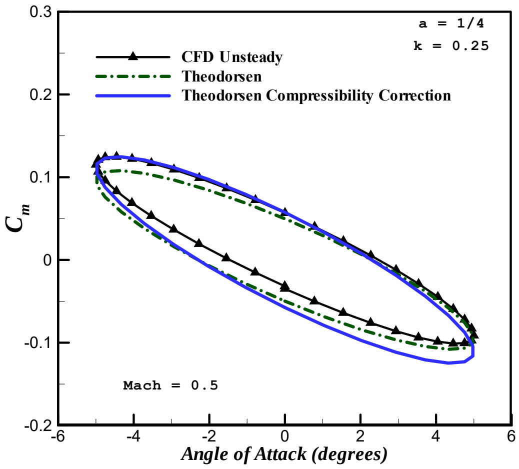
شکل ۳۴. تغییرات ضریب برآ با زاویهٔ حمله برای حالت تاب خالص در $a=\frac{1}{4}$ و فرکانس کاستهٔ ۰/۵ در ماخ ۰/۵



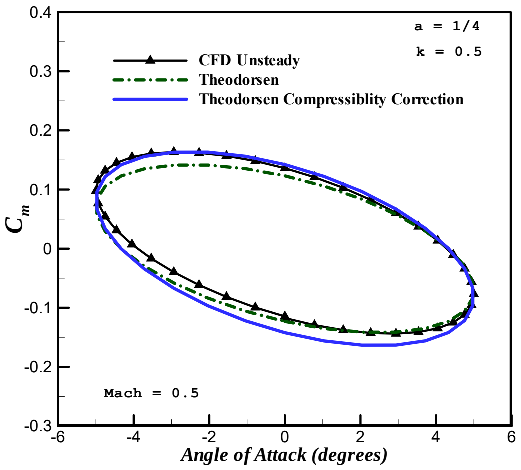
شکل ۳۵. تغییرات ضریب گشتاور با زاویهٔ حمله برای حالت تاب خالص در $a=\frac{1}{2}$ و فرکانس کاستهٔ ۰/۲۵ در ماخ ۰/۵



شکل ۳۶. تغییرات ضریب گشتاور با زاویهٔ حمله برای حالت تاب خالص در $a=\frac{1}{2}$ و فرکانس کاستهٔ ۰/۵ در ماخ ۰/۵



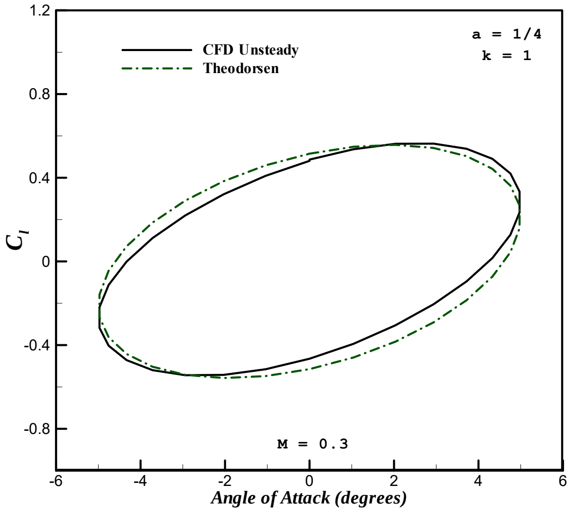
شکل ۳۷. تغییرات ضریب گشتاور با زاویهٔ حمله برای حالت تاب خالص در $a=\frac{1}{4}$ و فرکانس کاستهٔ ۰/۲۵ در ماخ ۰/۵



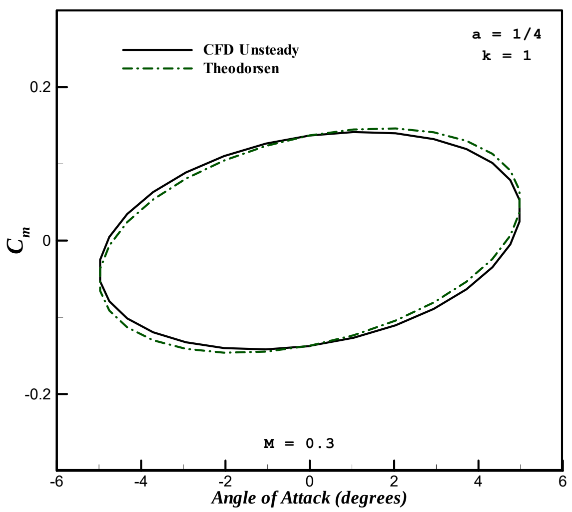
شکل ۳۸. تغییرات ضریب گشتاور با زاویهٔ حمله برای حالت تاب خالص در $a=\frac{1}{4}$ و فرکانس کاستهٔ ۰/۵ در ماخ ۰/۵

www.SID.ir

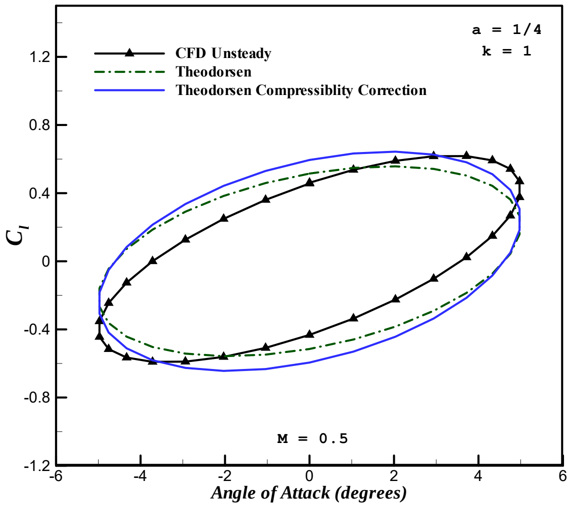
Archive of SID



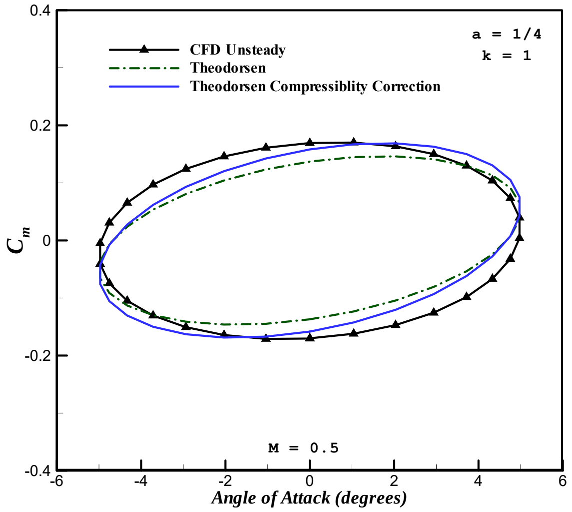
شکل ۳۹. تغییرات ضریب برآ با زاویۀ حمله برای حالت تاب خالص ایرفویل NACA0012 در فرکانس کاستۀ ۱ و ماخ ۰/۳



شکل ۴۰. تغییرات ضریب گشتاور با زاویۀ حمله برای حالت تاب خالص ایرفویل NACA0012 در فرکانس کاستۀ ۱ و ماخ ۰/۳



شکل ۴۱. تغییرات ضریب برآ با زاویۀ حمله برای حالت تاب خالص ایرفویل NACA0012 در فرکانس کاستۀ ۱ و ماخ ۰/۵



شکل ۴۲. تغییرات ضریب گشتاور با زاویۀ حمله برای حالت تاب خالص ایرفویل NACA0012 در فرکانس کاستۀ ۱ و ماخ ۰/۵

۱۰. نتیجه‌گیری

حل جریان‌های دارای مرز متحرک با استفاده از روش غیردائم به‌صورت عددی و تحلیلی، روش شبه‌دائم و دائم ارائه شد. در حل عددی غیردائم از روش حجم محدود اختلاف مرکزی استفاده شده است. حرکت شبکه در حل ناپایا با استفاده از الگوریتم فنری ضلعی انجام شده است. برای حل غیردائم تحلیلی از تئوری تئودرسن استفاده شده است. در حل شبه‌دائم و دائم نیز تئوری ایرفویل نازک به‌کار گرفته شده است. نتایج برای این سه روش مختلف روی یک ایرفویلی که دارای حرکت‌های نوسانی پلانج خالص و تاب خالص است در دو فرکانس کاستۀ مختلف مقایسه شده است. برای بررسی تأثیر تراکم‌پذیری بر این روش‌ها نتایج در دو ماخ ۰/۱۷۶ و ۰/۵ انجام شده است و تأثیر تصحیح تراکم‌پذیری نیز بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد حل غیردائم تحلیلی در جریان تراکم‌ناپذیر برای نوسان پلانج خالص نتایج بسیار مناسبی در مقایسه با حل عددی غیردائم می‌دهد و در جریان تراکم‌پذیر در زاویۀ حملۀ متوسط صفر درجه نوسان پلانج دارای دقت خوبی است و نیازی به تصحیح تراکم‌پذیری نیست، اما در زوایای حمله بالاتر، تصحیح تراکم‌پذیری سبب بهبود چشمگیر نتایج می‌شود. در نوسان تاب خالص، برای جریان تراکم‌ناپذیر حل غیردائم تحلیلی در مقایسه با حل غیردائم عددی دارای دقت مناسبی است و در جریان تراکم‌پذیر تصحیح تراکم‌پذیری پرانتل - گلارت سبب

www.SID.ir

Archive of SID

دقت عالی نتایج در حرکت به‌سمت بالا ایرفویل می‌شود اما در حرکت به‌سمت پایین نتایج از دقت کمتری برخوردارند. همچنین در فرکانس‌های کاستهٔ بسیار شدید قید جریان تراکم‌ناپذیر حتماً باید رعایت شود تا نتایج تئوری تئودرسن قابل استناد باشند.

۱۱. مآخذ

[1] W. P. Walker, *Unsteady Aerodynamics of Deformable Thin Airfoils*, University Libraries, Virginia Polytechnic Institute and State University, 2009.

[2] Ü. Gülçat, Fundamentals *of modern unsteady aerodynamics*, Springer; 2016.

[3] J. G. Leishman, *Principles of Helicopter Aerodynamics*, Cambridge university press; 2006.

[4] J. T. Batina, Unsteady Euler airfoil solutions using unstructured dynamic meshes, *AIAA journal*, Vol. 28, No. 8, pp. 1381-1388, 1990.

[5] L. Dubuc, F. Cantariti, M. Woodgate, B. Gribben, K. Badcock, B. Richards, Solution of the unsteady Euler equations using an implicit dual-time method, *AIAA journal*, Vol. 36, No. 8, pp. 1417-1424, 1998.

[6] M. Hashemabadi, M. Hadidoolabi, Efficient Gridless Method Using Constrained Weights Optimization for Two-Dimensional Unsteady Inviscid Flows at Low Angles of Attack, *Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 30, No. 5, 2017.

[7] A. Patel, B. Leonard, M. Delanaye, C. Hirsch, Unstructured unsteady adaptive simulations for external aerodynamics, Proceedings of the ECCOMAS Conference, Barcelona, Spain, September 11-14, 2000.

[8] A. Jahangirian, M. Hadidoolabi, Unstructured moving grids for implicit calculation of unsteady compressible viscous flows, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 47, No. 10-11, pp. 1107-1113, 2005.

[9] Z. H. Ma, H. Wang, S. H. Pu, A parallel meshless dynamic cloud method on graphic processing units for unsteady compressible flows past moving boundaries, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 285, pp. 146-165, 2015.

[10] V. G. Asouti, X. S. Trompoukis, I. C. Kampolis, K. C. Giannakoglou, Unsteady CFD computations using vertex centered finite volumes for unstructured grids on Graphics Processing Units, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 67, No. 2, pp. 232-246, 2011.

[11] A. Guardone, D. Isola, G. Quaranta, Arbitrary Lagrangian Eulerian formulation for two-dimensional flows using dynamic meshes with edge swapping, *Journal of Computational Physics*, Vol. 230, No. 20, pp. 7706-7722, 2011.

[12] T. D. Economon, F. Palacios, J. J. Alonso, Unsteady aerodynamic design on unstructured meshes with sliding interfaces, 51st AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, Texas, USA, January 7-10, 2013.

[13] D. Isola, A. Guardone, G. Quaranta, Finite-volume solution of two-dimensional compressible flows over dynamic adaptive grids, *Journal of Computational Physics*, Vol. 285, pp. 1-23, 2015.

[14] A. Abdelkefi, R. Vasconcellos, A. H. Nayfeh, M. R. Hajj, An analytical and experimental investigation into limit-cycle oscillations of an aeroelastic system, *Nonlinear Dynamics*, Vol. 71, No. 1-2, pp. 159-173, 2013.

[15] C. Yang, C. Song, Z. Wu, C. Xie, Application of output feedback sliding mode control to active flutter suppression of two-dimensional airfoil, *Science China Technological Sciences*, Vol. 53, No. 5, pp. 1338-1348, 2010.

[16] H. Haddadpour, R. Firouz-Abadi, Evaluation of quasi-steady aerodynamic modeling for flutter prediction of aircraft wings in incompressible flow, *Thin-walled structures*, Vol. 44, No. 9, pp. 931-936, 2006.

[17] M. R. Nabawy, Crowther WJ. On the quasi-steady aerodynamics of normal hovering flight part II: model implementation and evaluation. *Journal of The Royal Society Interface*, Vol. 11, No. 94, 2014.

[18] S. Fazelzadeh, A. Rasti, H. Sadat-Hoseini, Optimal Flutter Suppression of Nonlinear Typical Wing Section Using Time-Domain Finite

www.SID.ir

Archive of SID

Elements Method, *Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 27, No. 5, 2013.

[19] A. McFarlane, *An Algorithm for Preliminary Aeroelastic Analysis of Composite Wind Turbine Blades*, Carleton University Ottawa, 2015.

[20] M. S. Sartakhti, A. Fakhar, Aeroelasitc analysis of aircraft wing and its flaps using Euler-Bernouli beam function, 2nd conference of mechanical engineering, Islamic Azad University, Natanz, 2015 (in Persian)

[21] A. Jameson, D. Mavriplis, Finite volume solution of the two-dimensional Euler equations on a regular triangular mesh, *AIAA journal*, Vol. 24, No. 4, pp. 611-618, 1986.

[22] J. Blazek, *Computational fluid dynamics: principles and applications*, Butterworth-Heinemann, 2015.

[23] F. J. Blom, Considerations on the spring analogy, *International journal for numerical methods in fluids*, Vol. 32, No. 6, pp. 647-668, 2000.

[24] J. Katz, A. Plotkin, *Low-speed aerodynamics*, Cambridge University Press, 2001.

[25] I. H. Tuncer, M. F. Platzer, Thrust generation due to airfoil flapping, *AIAA journal*, Vol. 34, No. 2, pp. 324-331, 1996.

پی‌نوشت

1. pitch
2. plunge
3. quasi unsteady
4. quasi steady
5. apparent mass
6. reduced frequency
7. theodorsen theory
8. arbitrary lagrangian-eulerian
9. precondition
10. upwind
11. artificial dissipation
12. explicit
13. implicit
14. delaunay
15. prandtl-glauert

www.SID.ir