



## ارایه شاخصی جدید برای ارزیابی تردی سنگ

صالح قادرنژاد<sup>۱</sup>، سعید الله گانی دزکی<sup>۱</sup>، حمیدرضا نجاتی<sup>۲\*</sup>، بهنام علی پنهانی<sup>۱</sup>

۱- دانش‌آموخته کارشناسی ارشد مهندسی معدن، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، تهران  
۲- استادیار گروه مهندسی مکانیک سنگ، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

(دریافت ۱۳۹۷/۰۵/۱۴، پذیرش ۱۳۹۷/۰۹/۰۵)

### چکیده

در چند دهه اخیر مطالعه تردی سنگ در پروژه‌های مکانیک سنگ به صورت جدی مورد توجه محققان قرار گرفته است. با این وجود، متاسفانه تاکنون تعریف کامل و جامعی برای این پارامتر ارایه نشده است و بدین ترتیب شاخصی استاندارد برای تعیین شکنندگی سنگ‌های مختلف ارایه نشده است. شاخص‌های ارایه شده برای ارزیابی تردی را می‌توان بر اساس پارامترهای به کار رفته در توسعه این شاخص‌ها به گروه‌های مختلفی دسته‌بندی کرد. شاخص‌های تردی بر اساس پارامترهای مقاومتی، یکی از مهم‌ترین این گروه‌ها است که به طور گسترده در موارد مختلف مورد استفاده قرار گرفته‌اند. هدف اصلی این تحقیق ارایه یک شاخص جدید بر اساس پارامترهای مقاومت فشاری تک محوری و مقاومت کششی برای ارزیابی تردی سنگ است. به این منظور در ابتدا با مرور شاخص‌های مقاومتی موجود برای ارزیابی تردی سنگ، یک رابطه کلی برای شاخص جدید پیشنهاد شد، سپس با استفاده از روش‌های تحلیل آماری و تحلیل احتمالاتی بر روی نتایج به دست آمده برای تردی سنگ در آزمون نفوذ پانچ، ضرایب رابطه پیشنهاد شده، محاسبه شدند. با توجه به نتایج به دست آمده، مقادیر  $0.807$  و  $-0.458$  به ترتیب برای ضرایب مقاومت فشاری تک محوری و مقاومت کششی پیشنهاد شدند. با استفاده از رابطه پیشنهادی می‌توان تردی سنگ را با مقدار  $R^2$  برابر  $0.878$  پیش‌بینی کرد.

### کلمات کلیدی

تردی سنگ، آزمون نفوذ پانچ، مقاومت فشاری تک محوری، مقاومت کششی.

## ۱- مقدمه

جدید برای ارزیابی تردی سنگ است. در این تحقیق ابتدا تعاریف، روش‌های ارزیابی تردی سنگ و کاربردهای آن مرور شده و در ادامه شاخص جدید تردی بر اساس پارامترهای مقاومتی سنگ و با استفاده از تحلیل‌های آماری و احتمالاتی ارائه شده است.

## ۲- تردی سنگ

## ۱-۲- تعریف تردی سنگ

در مکانیک سنگ، شکست ترد به شکستی اطلاق می‌شود که در طی آن تغییر شکل دائمی وجود نداشته باشد و یا مقدار آن بسیار کم باشد. این تعریف دقیقاً برخلاف شکست نرم است که در آن قبل از شکست، تغییر شکل‌های پلاستیک قابل توجه اتفاق می‌افتد. فرایند شکست ترد سنگ تحت بارگذاری فشاری چند محوری شامل موارد زیر می‌باشد [۳]:

- ۱- بسته شدن ترک‌ها
- ۲- تغییر شکل الاستیک خطی
- ۳- رشد پایدار شکستگی
- ۴- رشد ناپایدار شکستگی
- ۵- بهم پیوستن شکستگی‌ها

از طرفی، تردی را می‌توان به‌عنوان عدم شکل‌پذیری سنگ معرفی کرد. در این حالت، تردی به صورت یک مقدار نسبی در نظر گرفته شده می‌شود که نشان‌دهنده نبود کمیت مشخصی (تغییر شکل‌پذیری) می‌باشد [۴]. در این تعریف، شکل‌پذیری به ویژگی از ماده اطلاق می‌شود که تحت کشش امکان ایجاد مقطع کوچکتر را فراهم می‌کند [۵]. همچنین موادی مانند چدن و بسیاری از سنگ‌ها که در سطوح تنش معادل یا نزدیک به تنش تسلیم دچار شکست می‌شوند، نمونه‌های بارزی از مواد با رفتار ترد هستند [۶]. از جمله مهم‌ترین تعاریف موجود برای شاخص تردی می‌توان به تعریف ارائه شده براساس چسبندگی اشاره کرد. در این تعریف، هنگامی که چسبندگی داخلی مواد سنگی که در محدوده الاستیک تغییر شکل می‌دهند از بین برود، بیان می‌شود که سنگ رفتار ترد دارد [۷].

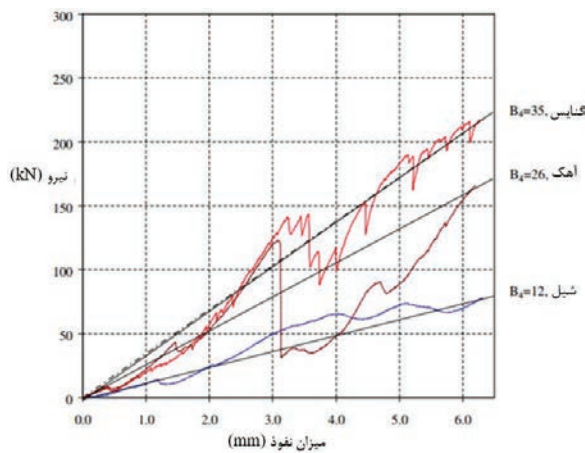
در فرهنگ لغات زمین‌شناسی، تردی به صورت خاصیتی از ماده که شکست یا پارگی در آن، بدون ایجاد تغییر شکل دائمی یا مقادیر کم آن رخ می‌دهد، معرفی شده است [۸، ۹].

علاوه بر تعاریف ارائه شده، تردی را می‌توان به‌عنوان یکی از ویژگی‌های مصالح ژئوتکنیکی که ناهمگونی بین خواص مکانیکی و خواص هندسی مواد تشکیل‌دهنده آن‌ها وجود دارد

تردی یکی از مهم‌ترین ویژگی‌های مکانیکی ماده سنگ است که تاثیر قابل توجهی بر روی فرآیند شکست سنگ بکر و پاسخ توده سنگ به فعالیت‌های تونلی و عمرانی دارد. در واقع تردی نه تنها به عنوان یک ویژگی بلکه ترکیبی از خصوصیات ماده سنگ مطرح است که نقش مهمی در کنترل فرآیند شکست سنگ ایفا می‌کند. تاکنون روش‌های مختلفی توسط محققان برای توصیف و ارزیابی تردی سنگ مورد استفاده قرار گرفته‌اند. به عنوان یک قانون کلی، سنگ با خاصیت تردی بیشتر در مقایسه با سنگ‌های نرم‌تر در هنگام شکست، مقادیر تغییر شکل پلاستیک کمتری از خود نشان می‌دهد [۱]. از طرفی از بین رفتن یکپارچگی سنگ در سطوح تنش بالاتر از حد تسلیم سنگ نیز یکی دیگر از تعاریف تردی سنگ است که به صورت گسترده مورد توجه محققان قرار گرفته است [۲].

خاصیت تردی سنگ تاثیر قابل توجهی بر روی فرآیند شکست سنگ‌ها دارد. برای مثال در استخراج نفت از سنگ شیل به روش شکست هیدرولیکی، درجه شکستگی سنگ که بر روی میزان تولید نفت تاثیرگذار است، با فشار تزریق و تردی سنگ کنترل می‌شود. به طور مشابه، پدیده انفجار سنگ که به طور عمده در پروژه‌های معدنی و تونلی که در عمق زیاد انجام می‌شوند، رخ می‌دهد نمونه بارز فرآیند شکست ترد است که در آن مقادیر زیادی انرژی آزاد می‌شود [۲]. تاکنون مطالعات گسترده‌ای برای توصیف تردی سنگ و ایجاد ارتباط بین تردی سنگ و مسایل مورد نظر در زمینه‌های مختلف انجام شده است. با این وجود، به دلیل نبود یک تعریف جامع و یکتا برای مفهوم تردی، محققان روش‌های مختلفی را برای ارزیابی میزان تردی سنگ‌ها به کار گرفته‌اند.

یاقیز بر اساس نتایج آزمون نفوذ پانچ بر روی ۴۸ نمونه سنگ، شاخصی را برای ارزیابی تردی سنگ پیشنهاد کرد. در این روش، تردی به صورت نسبت حداکثر نیروی وارده بر نمونه سنگ به میزان نفوذ متناظر با آن بیان می‌شود [۱]. از طرفی به دلیل در دسترس نبودن تجهیزات و همچنین پیچیدگی و زمان‌بر بودن فرآیندهای آماده‌سازی و انجام آزمون نفوذ پانچ، روش پیشنهادی به طور جدی مورد استفاده قرار نگرفته است و بیشتر تحقیقات انجام شده بر اساس سایر شاخص‌های تردی انجام گرفته‌اند. از طرفی شاخص‌های تردی موجود نیز اغلب برای اهداف خاص و برای پروژه‌های ویژه‌ای توسعه داده شده‌اند. از این رو هدف اصلی این تحقیق ارائه یک شاخص



شکل ۲: منحنی "میزان نفوذ - نیرو" در آزمون نفوذ پانچ [۱]

ارزیابی خاصیت تردی سنگ با استفاده از روش پیشنهادی یاگیز نیازمند تجهیزات ویژه‌ای است که به طور معمول همیشه در دسترس نیست. از طرفی نبود استاندارد منسجم در این زمینه منجر به ایجاد طیف گسترده‌ای از شاخص‌ها برای ارزیابی این پارامتر شده است. در ادامه به معرفی روش‌های متداول و شاخص‌های کاربرد از تردی که توسط محققان قبلی ارایه شده‌اند پرداخته می‌شود. مینگ و همکاران بر اساس پارامترهای به کار رفته در شاخص‌های تردی ارایه شده، این شاخص‌ها را در ۹ گروه دسته‌بندی کردند [۲]. دسته‌بندی ارایه شده در جدول ۱ نشان داده شده است.

از میان شاخص‌های تردی ارایه شده، با توجه به سهولت و در دسترس بودن تجهیزات آزمایش و روش اندازه‌گیری، شاخص‌های مقاومتی بیشتر از شاخص‌های دیگر مورد توجه محققان در زمینه‌های مختلف مکانیک سنگ قرار گرفته‌اند. پارامترهای موجود در این دسته از شاخص‌ها، مقاومت فشاری تک محوره و مقاومت کششی ماده سنگ‌اند که به طور کلی در اکثر پروژه‌های مکانیک سنگی در دسترس‌اند. تاکنون روابط مختلفی بر اساس پارامترهای مقاومت فشاری تک محوره و مقاومت کششی ماده سنگ ارایه شده است که از جمله مهم‌ترین این رابطه‌ها می‌توان به روابط ۲ تا ۵ اشاره کرد [۸].

$$BI_1 = (\sigma_c / \sigma_t) \quad (2)$$

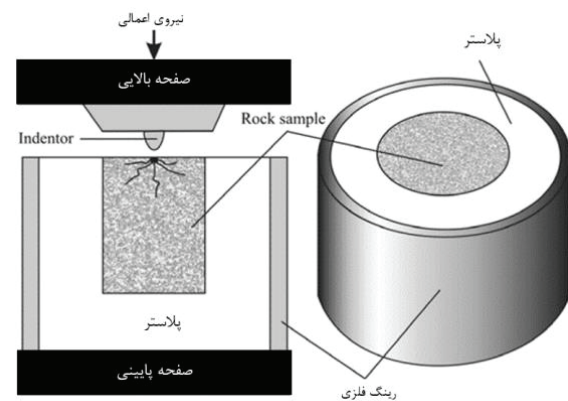
$$BI_2 = (\sigma_c - \sigma_t) / (\sigma_c + \sigma_t) \quad (3)$$

$$BI_3 = (\sigma_c \times \sigma_t) / 2 \quad (4)$$

معرفی کرد که شرایط بارگذاری باعث ایجاد توزیع غیرهمگن تنش در توده سنگ می‌شود و در نهایت شکست در امتداد صفحه با پتانسیل شکست رخ خواهد داد [۱۰].

## ۲-۲- روش‌های ارزیابی شاخص تردی

تاکنون روش‌های مختلفی برای بررسی کمی و کیفی تردی در سنگ‌ها ارایه شده است. یکی از روش‌های متداول ارزیابی تردی سنگ، روش پیشنهادی یاگیز است. یاگیز برای ارزیابی تردی سنگ، شاخص جدیدی را بر اساس نتایج آزمون نفوذ پانچ ارایه کرد. فرآیند انجام آزمون و شرایط قرارگیری نمونه در شکل ۱ نشان داده شده است. در روش پیشنهادی یاگیز، تردی سنگ با استفاده از شیب رابطه "میزان نفوذ- نیرو" به دست آمده از آزمون نفوذ پانچ، محاسبه می‌شود. در شکل ۲ رابطه "میزان نفوذ- نیرو" برای سه نمونه سنگ مختلف، شامل سنگ‌های گنایس، آهک و شیل نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود شیب رابطه "میزان نفوذ- نیرو" با ترسیم یک خط از مبدا نمودار به حداکثر مقدار نیروی اعمالی به دست می‌آید. در واقع در روش پیشنهادی یاگیز، تردی سنگ به صورت نسبت حداکثر نیروی اعمالی بر نمونه به میزان نفوذ متناظر با آن تعریف می‌شود (رابطه ۱).



شکل ۱: تجهیزات آزمون نفوذ پانچ [۱]

$$BI_m = \frac{F_{max}}{P} \quad (1)$$

که در آن:

$BI_m$ : مقدار تردی سنگ (KN/mm)

$F_{max}$ : حداکثر نیروی اعمالی بر روی نمونه (KN)

$P$ : میزان نفوذ متناظر با نیروی اعمالی (mm) است.

قوی و معناداری بین پارامتر چقرمگی شکست و شاخص  $BI_1$  می‌باشد [۱۵]. از جمله پارامترهای مهم در بررسی عملکرد ناخن‌های حفاری در سنگ می‌توان به انرژی ویژه حفاری اشاره کرد. تاکنون مطالعات متعددی جهت بررسی تاثیر تردی سنگ بر انرژی ویژه انجام شده است. نتایج بدست آمده نشان داد که با استفاده از شاخص‌های  $BI_1$  و  $BI_2$  می‌توان انرژی ویژه حفاری را با دقت مناسبی پیش‌بینی کرد [۱۶]. استفاده از مفهوم انرژی ویژه، یکی از روش‌های متداول در ارزیابی عملکرد ابزارهای حفاری و برش سنگ است. تاکنون تحقیقات گسترده‌ای جهت بررسی ارتباط انرژی ویژه با شاخص‌های تردی صورت پذیرفته است. نتایج این تحقیقات نشان‌دهنده وجود ارتباط قوی بین انرژی ویژه حفاری و انرژی ویژه برش با شاخص‌های تردی سنگ است [۱۷]. تخمین صحیح آهنگ نفوذ و آهنگ نفوذ نرمال شده در فرایند حفاری نقش قابل توجهی در برنامه‌ریزی و بهره‌وری کل پروژه دارد. اطلاعات بدست آمده از بررسی ارتباط بین شاخص‌های تردی و آهنگ نفوذ و آهنگ نفوذ نرمال شده گویایی این مسئله است که با استفاده از دو شاخص  $BI_3$  و  $BI_4$  می‌توان این دو پارامتر را با دقت خوبی پیش‌بینی کرد [۱۸].

یکی از پارامترهای موثر در هزینه تمام‌شده هر متر مربع سنگ ساختمانی، پارامتر شدت جریان مصرفی در فرایند برش سنگ می‌باشد. نتایج بررسی ارتباط بین شاخص‌های تردی با شدت جریان مصرفی در فرایند برش سنگ نشان داد که بین پارامتر شدت جریان مصرفی و شاخص‌های  $BI_1$  و  $BI_2$  در سنگ‌های کربناته، رابطه قوی وجود ندارد. این در حالی است که یک رابطه قوی و معنادار بین شاخص  $BI_3$  و شدت جریان مصرفی در این دسته از سنگ‌ها مشاهده شد [۱۹، ۲۰]. ارتباط بین آهنگ حفاری و شاخص‌های تردی مورد توجه بسیاری از محققین واقع شده است. مطالعات اخیر جهت بررسی ارتباط بین شاخص‌های تردی موجود و آهنگ حفاری نشان داد که شاخص‌های  $BI_1$  و  $BI_2$  همبستگی خوبی با آهنگ حفاری ندارند ولی شاخص‌های  $BI_3$  و  $BI_4$  دارای همبستگی مناسب‌اند و روابط آن‌ها از نظر آماری کاملاً معنی‌دار است [۲۱]. یکی از پارامترهای تاثیرگذار در فرایند برش سنگ ساختمانی، میزان لرزش دستگاه برش است. مطالعات گسترده‌ای جهت بررسی ارتباط بین شاخص‌های تردی و میزان لرزش سیستم در شرایط عملیاتی مختلف (عمق برش و آهنگ پیشروی) فرایند برش انجام شده است. نتایج این مطالعات نشان داد که از میان شاخص‌های موجود شاخص‌های تردی  $BI_3$  و  $BI_4$  شاخص‌های

$$BI_4 = (\sigma_c \times \sigma_t)^{0.72} \quad (5)$$

که در این روابط:

$\sigma_c$ : مقاومت فشاری تک محوری

$\sigma_t$ : مقاومت کششی نمونه سنگ است.

### ۲-۳- کاربرد شاخص‌های تردی در مسایل مکانیک سنگ

شاخص‌های تردی سنگ به شکل وسیعی در بررسی مسایل مکانیک سنگ مورد استفاده قرار گرفته‌اند. یکی از پارامترهای مهم در حفاری سنگ، انرژی ویژه حفاری است. مطالعات انجام شده نشان داد که ارتباط قابل توجهی بین شاخص  $BI_2$  و انرژی ویژه حفاری وجود ندارد. در واقع با توجه به اینکه انرژی ویژه برش به صورت تئوری قابل اندازه‌گیری است و همچنین تردی یک تابع از انرژی ویژه است، می‌توان نتیجه گرفت که پذیرفتن تنها یک مفهوم از تردی ممکن است درست نباشد [۱۱]. دستیابی به شرایط مطلوب حفاری در سنگ نیازمند شناخت و بررسی میزان تاثیر فاکتورهای موثر در فرایند مذکور می‌باشد. مطالعه ارتباط بین شاخص‌های تردی و فاکتورهای موثر در فرایند حفاری حاکی از وجود ارتباط قوی و قابل اطمینانی بین شاخص تردی  $BI_3$  و مشخصات مکانیکی سنگ مانند شاخص بار نقطه‌ای، عدد چکش اشمیت، دانسیته و سرعت موج است [۱۲]. از جمله مهم‌ترین پارامترهای موجود برای بررسی عملکرد ماشین حفر تونل و همچنین ماشین چالزنی سنگ می‌توان به پارامتر آهنگ نفوذ اشاره کرد. نتایج بررسی ارتباط بین آهنگ نفوذ ماشین حفر تونل و شاخص‌های تردی بیانگر وجود یک رابطه نمایی قوی بین آهنگ نفوذ ماشین حفر تونل و شاخص‌های تردی می‌باشد. همچنین رابطه مشابهی بین آهنگ نفوذ ابزار حفاری الماسه و شاخص‌های تردی  $BI_1$  و  $BI_2$  مشاهده شد [۱۳]. یکی از پارامترهای مهم در فرایند برش سنگ، انرژی ویژه برش می‌باشد. بررسی نتایج بدست آمده از مطالعات آزمایشگاهی نشان داد که با استفاده از شاخص  $BI_3$  برخلاف دو شاخص  $BI_1$  و  $BI_2$ ، به شکل بهتری می‌توان بهره‌وری برش و انرژی ویژه را پیش‌بینی کرد [۱۴].

بررسی ارتباط بین شاخص‌های تردی و شاخص چقرمگی شکست از جمله مباحث مورد توجه محققین در چند دهه اخیر می‌باشد. شاخص چقرمگی شکست را می‌توان به صورت توانایی سنگ در مقابل شکست و انتشار شکاف‌های از پیش موجود تعریف کرد. بررسی‌های انجام شده حاکی از وجود ارتباط

جدول ۱: روش‌های تعیین شاخص تردی [۲]

روابط ارایه شده	شاخص‌های تردی
$BI_1 = \frac{\sigma_c}{\sigma_t}, BI_2 = \frac{\sigma_c - \sigma_t}{\sigma_c + \sigma_t}, BI_3 = \frac{\sigma_c \times \sigma_t}{2}, BI_4 = (\sigma_c \times \sigma_t)^{0.72}, BI_5 = \frac{\tau_p - \tau_r}{\tau_p}$	بر اساس پارامترهای مقاومتی سنگ
$BI_6 = \varepsilon_{it} \times 100, BI_7 = \frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_t}, BI_8 = \frac{\varepsilon_f^p - \varepsilon_c^p}{\varepsilon_c^p}$	بر اساس تغییر شکل
$BI_9 = \frac{W_r}{W_t}, BI_{10} = \frac{M - E}{M}, BI_{11} = \frac{E}{M}$	بر اساس انرژی
$BI_{12} = \frac{HE}{K_{IC}^2}, BI_{13} = \frac{H}{K_{IC}}, BI_{14} = \frac{H_{\mu} - H}{K}$	بر اساس سختی
$BI_{15} = S_{20}, BI_{16} = q\sigma_c$	بر اساس درصد ذرات ریز
$BI_{17} = \frac{F_{max}}{P}, BI_{18} = \frac{P_{dec}}{P_{inc}}$	بر اساس آزمون نفوذ
$BI_{19} = K_b$	بر اساس آزمون بار نقطه‌ای
$BI_{20} = \frac{Qrtz}{Qrtz + Carb + Clay}, BI_{21} = RTRI = S_F G_F F_F$	بر اساس ترکیبات کانی شناسی
$BI_{22} = \sin \varphi, BI_{23} = 45^\circ + \frac{\varphi}{2}$	بر اساس زاویه اصطکاک
<p>که در این روابط:</p> <p><math>\sigma_c</math>: مقاومت فشاری تک محوری</p> <p><math>\sigma_t</math>: مقاومت کششی</p> <p><math>\tau_p</math>: مقاومت پیک</p> <p><math>\tau_r</math>: مقاومت باقیمانده</p> <p><math>\varepsilon_t</math>: کرنش حجمی در لحظه شکست</p> <p><math>\varepsilon_r</math>: کرنش برگشت پذیر</p> <p><math>\varepsilon_f^p</math>: کرنش پلاستیک مورد نیاز برای سخت‌شوندگی اصطکاک</p> <p><math>\varepsilon_c^p</math>: کرنش پلاستیک مورد نیاز برای از بین رفتن چسبندگی</p> <p><math>W_t</math>: انرژی کل در لحظه شکست</p> <p><math>W_r</math>: انرژی برگشت پذیر</p> <p><math>M</math>: مدول پس از شکست</p> <p><math>E</math>: مدول الاستیک</p> <p><math>K_{IC}</math>: چقرمگی شکست</p> <p><math>H</math>: عدد سختی سنگ</p> <p><math>K</math>: ضریب ثابت</p> <p><math>S_{20}</math>: درصد ذرات ریزتر از ۱۱/۲ میلی‌متر</p> <p><math>q_c</math>: درصد ذرات ریزتر از ۲۸ میکرون پروتودیانکوف</p> <p><math>F_{max}</math>: حداکثر نیروی اعمالی</p> <p><math>P</math>: میزان نفوذ متناظر با حداکثر نیروی اعمالی در آزمون نفوذ پانچ</p> <p><math>P_{dec}</math>: متوسط بازه گام کاهش نیرو</p> <p><math>P_{inc}</math>: متوسط باز افزایش نیرو</p> <p><math>K_b</math>: شاخص تردی نسبی</p> <p><math>Qrtz</math>: درصد کوارتز نمونه</p> <p><math>Carb</math>: درصد کانی‌های کربناته نمونه</p> <p><math>Clay</math>: درصد کانی‌های رسی نمونه</p> <p><math>RTRI</math>: شاخص امتیازدهی مقاومت سنگ</p> <p><math>\varphi</math>: زاویه اصطکاک داخلی نمونه در تنش نرمال صفر است.</p>	

ترکیب روش‌های تحلیل آماری و شبیه‌سازی احتمالاتی برای تعیین  $\alpha$  و  $\beta$  استفاده شده است. برای این منظور در ابتدا از روش تحلیل رگرسیون خطی چندمتغیره برای توسعه یک رابطه خطی برای تخمین مقادیر پارامتر هدف استفاده شد. در این تحقیق پارامتر هدف مقدار تردی به دست آمده از روش پیشنهادی یاگیز و پارامترهای مستقل شامل مقاومت فشاری تک محوری و مقاومت کششی‌اند. رابطه به دست آمده از روش رگرسیون خطی چند متغیره به صورت رابطه ۱۰ است.

$$BI_m = a + b\sigma_c + c\sigma_t \quad (10)$$

که در آن:

$a$ ، ضریب ثابت رابطه

$b$  ضریب مقاومت فشاری تک محوری

$c$  ضریب مقاومت کششی است.

در ادامه بر اساس رابطه به دست آمده از تحلیل آماری و با استفاده از روش تحلیل احتمالاتی تاثیر هر یک از پارامترهای مقاومت فشاری تک محوری و مقاومت کششی بر روی مقادیر اندازه‌گیری شده تردی مورد بررسی قرار خواهند گرفت.

تحلیل احتمالاتی بر اساس تولید تلاش‌های چندباره برای تعیین مقادیر مورد نظر از یک متغیر تصادفی است [۲۶]. در این روش از توابع توزیع برای بیان ورودی و خروجی‌های مدل استفاده می‌شود. توابع توزیع استفاده شده برای متغیرهای ورودی بر اساس تغییرات در پارامترها به دست می‌آیند، این در حالی است که توزیع خروجی بر اساس شبیه‌سازی مونت کارلو محاسبه می‌شود. در واقع در این تحقیق از روش تحلیل احتمالاتی برای ارزیابی تاثیر پارامترهای ورودی بر روی خروجی مساله استفاده شده است. پارامترهای ورودی شامل مقاومت فشاری تک محوری و مقاومت کششی و خروجی مساله مقدار تردی به دست آمده از روش پیشنهادی یاگیز است. در این تحقیق، مقادیر به دست آمده از تحلیل احتمالاتی به عنوان ضرایب  $\alpha$  و  $\beta$  استفاده خواهند شد.

#### ۴- محاسبه ضرایب $\alpha$ و $\beta$

در این بخش از تحقیق، با استفاده از اطلاعات منتشر شده توسط یاگیز سعی شد تا مقادیر ضرایب  $\alpha$  و  $\beta$  محاسبه شوند. از اینرو در ابتدا شرح مختصری از نتایج آزمون نفوذ پانچ و روش پیشنهادی یاگیز برای ارزیابی تردی ارائه خواهد شد.

قابل اعتمادتری برای تخمین لرزش سیستم در فرآیند برش سنگ‌اند [۲۲]. نتایج مطالعات آزمایشگاهی اخیر بر روی ارتباط چقرمگی شکست مود I و II با شاخص‌های تردی نشان داد که از میان شاخص‌های تردی موجود، شاخص  $BI_3$  عملکرد مناسب‌تری جهت پیش‌بینی چقرمگی شکست برای هر دو مود مذکور دارد [۲۳]. یکی از پارامترهای مهم در فرایند حفر تونل، میزان سایش ابزار برش دهنده می‌باشد. مطالعات اخیر نشان داد که با استفاده از شاخص  $BI_3$  می‌توان میزان سایش ابزار برش‌دهنده هنگام حفر سنگ‌های دگرگونی را با دقت مناسب پیش‌بینی کرد [۲۴]. همچنین ارتباط بین چقرمگی شکست مود I و شاخص‌های تردی نیز مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج این تحقیق نشان داد از میان شاخص‌های تردی موجود شاخص  $BI_3$  ارتباط بهتری با چقرمگی شکست مود I دارد [۲۵].

#### ۳- توسعه شاخص جدید تردی

مقاومت فشاری تک‌محوری و مقاومت کششی در تحقیقات مختلف برای توسعه شاخص‌های تردی مورد استفاده قرار گرفته‌اند. از جمله مهم‌ترین و پرکاربردترین این شاخص‌ها می‌توان به روابط ۲ تا ۵ اشاره کرد. همانطور که مشاهده می‌شود از میان این روابط، رابطه‌های ۲، ۳ و ۵ فرم مشابهی دارند. در واقع روابط یاد شده را می‌توان به صورت روابط ۶ تا ۸ بازنویسی کرد.

$$BI_1 = (\sigma_c / \sigma_t) = \sigma_c^1 \times \sigma_t^{-1} \quad (6)$$

$$BI_3 = \frac{(\sigma_c \times \sigma_t)}{2} = \frac{1}{2} (\sigma_c)^1 \times (\sigma_t)^1 \quad (7)$$

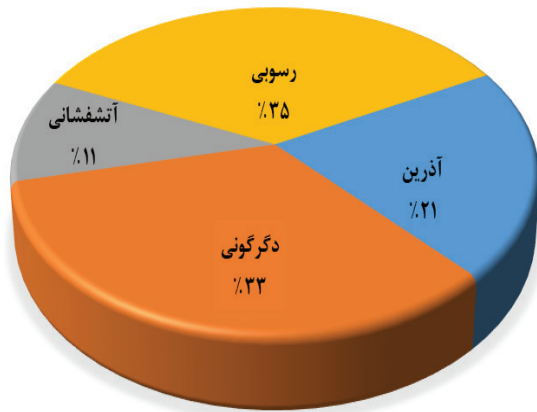
$$BI_4 = (\sigma_c \times \sigma_t)^{0.72} = \sigma_c^{0.72} \times \sigma_t^{0.72} \quad (8)$$

همانطور که مشاهده می‌شود روابط ۶، ۷ و ۸ فرم مشابهی مانند رابطه ۹ دارند که مقادیر  $\alpha$  و  $\beta$  در این روابط متفاوت است.

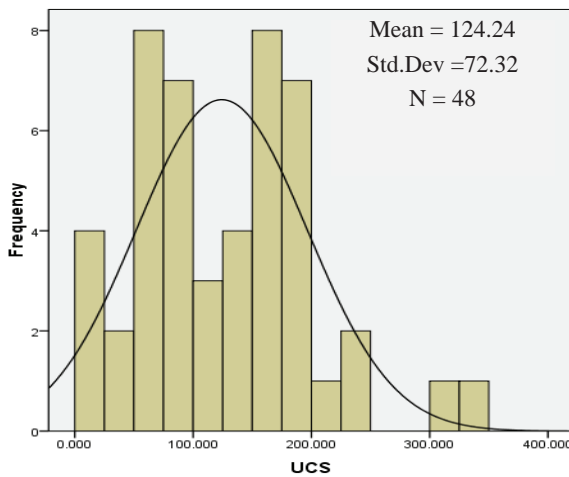
$$BI = \sigma_c^\alpha \times \sigma_t^\beta \quad (9)$$

در این تحقیق سعی می‌شود تا ضرایب  $\alpha$  و  $\beta$  با استفاده از نتایج روش پیشنهادی یاگیز تعیین شوند. در این تحقیق از

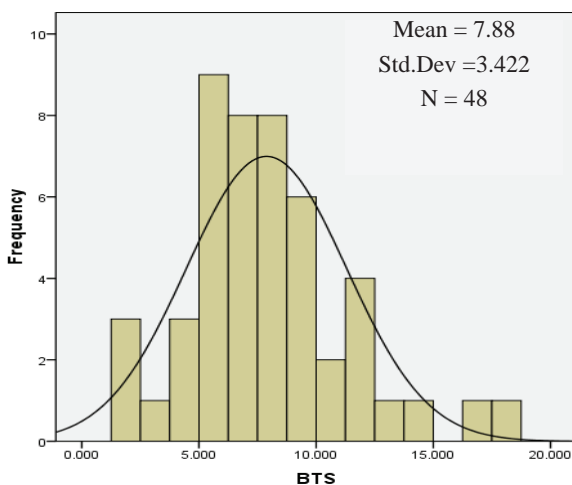




شکل ۳: توزیع نوع سنگ‌های به کار رفته توسط یانگیز (۲۰۰۹)



شکل ۴: منحنی توزیع و نمودار هیستوگرام مقاومت فشاری تک محوری



شکل ۵: منحنی توزیع و نمودار هیستوگرام مقاومت کششی

در ادامه از تحلیل‌های آماری و احتمالاتی برای محاسبه ضرایب یاد شده استفاده می‌شود.

#### ۴-۱- مطالعات آزمایشگاهی

یاگیز برای توسعه یک رابطه جدید به منظور ارزیابی تردی سنگ، از نتایج آزمون نفوذ پانچ استفاده کرد. نمونه سنگ‌های به کار گرفته شده در تحقیق فوق شامل انواع سنگ‌های آذرین، آتشفشانی، رسوبی و دگرگونی‌اند. نمونه سنگ‌های استفاده شده مربوط به پروژه‌های تونلی از مناطق مختلف زمین‌اند. در شکل ۳ توزیع نوع سنگ‌های استفاده شده در تحقیق یاد شده نشان داده شده است. همچنین در شکل‌های ۴ تا ۶ منحنی توزیع و نمودار هیستوگرام داده‌های استفاده شده نشان داده شده‌اند. در جدول ۲ خلاصه‌ای از اطلاعات منتشر شده مربوط به آزمون نفوذ پانچ، مقاومت فشاری تک محوری و مقاومت کششی نمونه سنگ‌های مختلف ارایه شده است.

#### ۴-۲- تحلیل آماری

در این مرحله از تحقیق، مطالعات آماری برای ارایه یک رابطه خطی بین تردی سنگ به عنوان پارامتر وابسته و مقاومت فشاری تک محوری و مقاومت کششی به عنوان پارامترهای مستقل با استفاده از نرم‌افزار SPSS انجام شده است. برای این منظور در ابتدا با استفاده از آزمون کولموگروف-اسمیرنوف، نرمال بودن توزیع پارامترهای مستقل بررسی شده است. نتایج آزمون کولموگروف-اسمیرنوف در جدول ۳ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود عدد معنی‌داری به دست آمده برای مقاومت فشاری تک محوره و مقاومت کششی از مقدار ۰٫۰۵ بیشتر است. در نتیجه فرض صفر مساله (نرمال بودن آماره‌های مقاومت فشاری تک محوری و مقاومت کششی) رد نخواهد شد و می‌توان گفت که توزیع پارامترهای مقاومت فشاری تک محوری و مقاومت کششی نرمال‌اند. پس از بررسی نرمال بودن توزیع پارامترهای ورودی، با استفاده از نرم‌افزار SPSS یک رابطه خطی (رابطه ۱۱) برای پیش‌بینی مقدار تردی سنگ توسعه داده شده است.

$$BI_m = 0.201UCS - 1.942BTS + 17.05 \quad R^2 = 0.86 \quad (11)$$

که در آن:

$BI_m$ : مقدار تردی سنگ ( $kN/mm$ )

مستقل آن (مقاومت فشاری تک‌محوری و مقاومت کششی) وجود ندارد را رد کرد. در نهایت با توجه به مطالب بیان شده می‌توان گفت که حداقل یکی از ضرایب برازش انجام شده صفر نیست. پس از کنترل معنی‌داری با استفاده از آزمون  $F$ ، معنی‌داری هر یک از متغیرهای مستقل با استفاده از آزمون  $t$  کنترل می‌شوند. با استفاده از این آزمون می‌توان صفر بودن هر یک از ضرایب متغیرهای مستقل را مورد بررسی قرار داد. از آنجا که مقدار  $t$  حاصل از جدول توزیع مربوطه با سطح اعتماد ۹۹ درصد بزرگتر از مقدار  $t$ های به دست آمده برای متغیرهای مستقل است، بنابراین می‌توان فرض صفر بودن ضرایب متغیرهای مستقل را رد کرد. در ادامه با استفاده از روش تحلیل احتمالاتی و بر اساس رابطه ۱۱ تاثیر پارامترهای مقاومت فشاری تک‌محوری و مقاومت کششی بر روی تردی

$UCS$ : مقاومت فشاری تک‌محوری برحسب (مگاپاسکال)  
 $BTS$ : مقاومت کششی به دست آمده از آزمون برزیلی (مگاپاسکال) است.

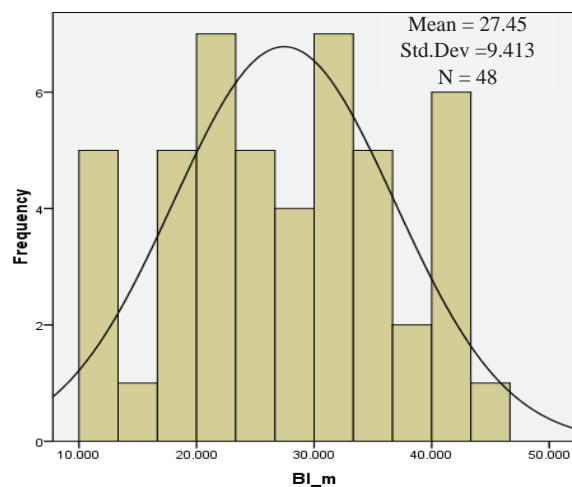
برای کنترل معنی‌داری مدل آماری از آزمون  $F$  و برای کنترل معنی‌داری هر یک از متغیرهای مستقل مدل از آزمون  $t$  استفاده شده است. مقادیر هر یک از آزمون‌های یاد شده برای رابطه ۱۱ با استفاده از نرم‌افزار آماری SPSS تعیین شده‌اند. نتایج حاصل از بررسی‌های آماری (ضریب همبستگی مدل و آزمون‌های  $F$  و  $t$ ) در جدول ۴ ارائه شده‌اند. با توجه به این که مقدار  $F$  به دست آمده از جدول توزیع با سطح اعتماد ۹۹ درصد بزرگتر از مقدار  $F$  به دست آمده از رابطه است، بنابراین می‌توان فرض صفر را که بیان می‌کند رابطه خطی بین متغیر وابسته رابطه (تردی سنگ) و متغیرهای

جدول ۲: خلاصه اطلاعات استفاده شده برای توسعه شاخص جدید [۱]

نمونه	نام پروژه	نوع سنگ	نام سنگ	$\sigma_c (MPa)$	$\sigma_t (MPa)$	$BI_m (KN / mm)$
۱	معدن سنگ کلورادو	رسوبی	ماسه‌سنگ	۱۲۰	۶۲	۳۰٫۵
۲	معدن سنگ کلورادو	رسوبی	سنگ‌آهک	۱۴۲	۶۷	۳۵٫۰
۳	معدن سنگ کلورادو	رسوبی	ماسه‌سنگ	۲۱	۲۳	۱۰٫۷
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
۴۶	تونل میلانگ کره جنوبی	آذرین	گرانیت	۳۱۵	۱۷٫۸	۴۱٫۰
۴۷	تونل برگن آمریکا	آذرین	گرانیتوئید	۳۲۷	۱۷٫۲	۴۵٫۰
۴۸	معدن سنگ آمریکا	آذرین	گرانیت	۱۶۵	۸٫۹	۳۲٫۰

جدول ۳: نتایج آزمون کولموگروف - اسمیرنوف

پارامتر ورودی	مقاومت فشاری تک محوری	مقاومت کششی
تعداد نمونه	۴۸	۴۸
مقدار $Z$ آزمون	۰٫۹۱۵	۰٫۷۳۴
عدد معنی‌داری	۰٫۳۷۲	۰٫۶۵۵



شکل ۶: منحنی توزیع و نمودار هیستوگرام تردی سنگ



سنگ مورد بررسی قرار خواهند گرفت.

۳-۴- تحلیل احتمالاتی

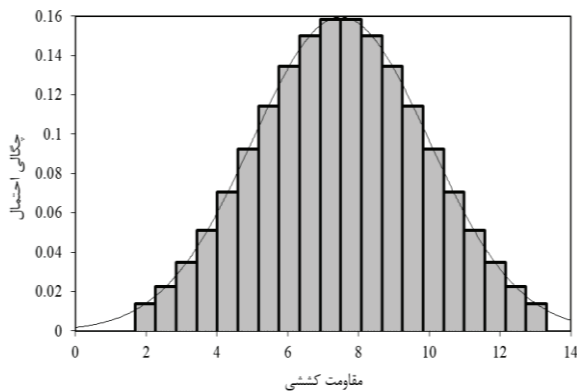
در این بخش، از روش تحلیل احتمالاتی برای بررسی تاثیر پارامترهای مقاومت فشاری تک محوری و مقاومت کششی بر روی تردی سنگ استفاده می‌شود. در واقع از نتایج آزمون تحلیل حساسیت حاصل از تحلیل احتمالاتی برای تعیین ضرایب  $\alpha$  و  $\beta$  استفاده می‌شود. همانطور که در بخش قبل نیز اشاره شد، ورودی‌های تحلیل احتمالاتی توابع توزیع‌اند.

در این پژوهش با توجه به داده‌های موجود، از دو تابع توزیع نرمال برای پارامترهای مقاومت فشاری تک محوری و مقاومت کششی استفاده شده است. توابع توزیع استفاده شده در این تحقیق برای پارامترهای مقاومت فشاری تک محوری و مقاومت کششی به ترتیب در شکل‌های ۷ و ۸ نشان داده شده‌اند.

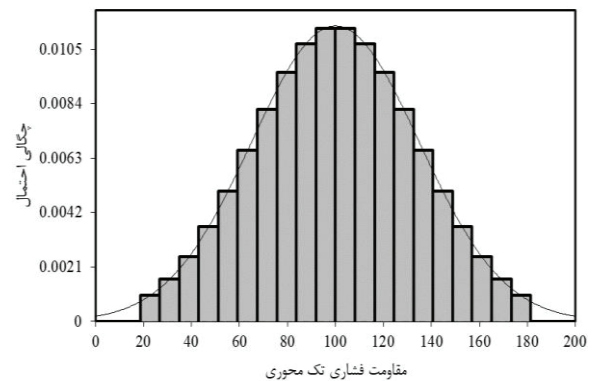
در ادامه با در نظر گرفتن رابطه ۱۱ و با استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو تحلیل احتمالاتی برای بررسی تاثیر پارامترهای ورودی بر تردی سنگ انجام شده است. نتایج به دست آمده در شکل ۹ نشان داده شده‌اند، بنابراین با توجه

جدول ۴: نتایج حاصل از بررسی‌های آماری برای پیش‌بینی تردی سنگ

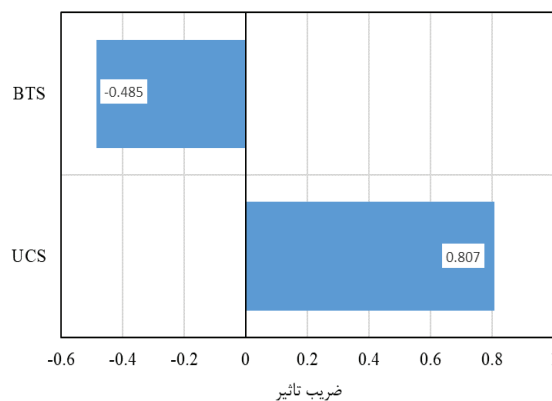
مدل	پارامترها	ضرایب رابطه	خطای معیار	F	F جدول	T	t جدول	R
خطی	عدد ثابت	۱۷,۰۵۶	۱,۳۶۹	۱۳۴,۳	۵,۱۸	۱۲,۴۵۸	۲,۷۴	۰,۹۲۷
	UCS	۰,۲۰۱	۰,۰۱۷			۱۱,۷۳۵		
	BTS	-۱,۹۴۲	۰,۳۵۴			-۵,۴۸۸		



شکل ۸: تابع توزیع مقاومت کششی



شکل ۷: تابع توزیع مقاومت فشاری تک محوری



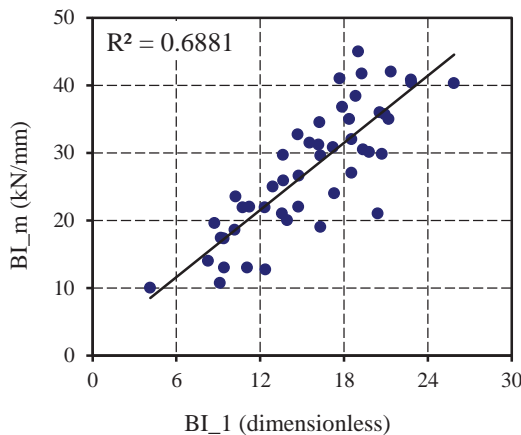
شکل ۹: ضرایب تاثیر پارامترهای ورودی بر روی تردی سنگ

از نظر تئوری رابطه‌ای ایده‌آل است که مقادیر ضریب تعیین، ارزش حساب و ریشه میانگین مربع خطا به دست آمده به ترتیب ۱، ۱۰۰ درصد و صفر باشند.

نتایج به دست آمده برای نشانگرهای مورد استفاده در این تحقیق در جدول ۵ ارائه شده است. همانطور که مشاهده می‌شود نتایج به دست آمده برای شاخص پیشنهادی در این پژوهش در مقایسه با شاخص‌های موجود، دارای همبستگی بهتری‌اند. همچنین ارتباط شاخص پیشنهاد شده و شاخص‌های موجود با مقدار تردی به دست آمده از روش پیشنهادی یا گیز در شکل ۱۰ تا ۱۴ نشان داده شده است.

### ۵- نتیجه‌گیری

در این تحقیق با استفاده از نتایج آزمون نفوذ پانچ سعی شده است تا بر اساس دو پارامتر مقاومت فشاری تک محوری و مقاومت کششی، یک رابطه جدید برای ارزیابی تردی سنگ ارائه شود. برای این منظور در ابتدا با مرور شاخص‌های موجود برای ارزیابی تردی سنگ، یک رابطه کلی برای شاخص جدید



شکل ۱۰: ارتباط بین شاخص  $BI_1$  و مقادیر به دست آمده برای تردی در آزمون نفوذ پانچ

به نتایج به دست آمده، مقادیر  $0.807$  و  $-0.485$  به ترتیب برای ضرایب  $\alpha$  و  $\beta$  به دست می‌آید. بدین ترتیب رابطه پیشنهادی نهایی به صورت رابطه ۱۲ است.

$$BI_n = \sigma_c^{0.807} \times \sigma_t^{-0.485} \quad (12)$$

### ۵- ارزیابی عملکرد شاخص ارائه شده

در ادامه با استفاده از نشانگرهای مختلف به بررسی توانایی دقت شاخص پیشنهادی (رابطه ۱۲) و مقایسه نتایج عملکرد آن با عملکرد سایر شاخص‌های موجود در پیش‌بینی تردی سنگ پرداخته شده است. ضریب تعیین ( $R^2$ ) بین مقادیر واقعی و مقادیر پیش‌بینی شده یک نشانگر مناسب برای ارزیابی عملکرد مدل مورد مطالعه است.

در این تحقیق علاوه بر ضریب تعیین از دو نشانگر ارزش حساب ( $VAF(\%)$ ) و ریشه میانگین مربع خطا ( $RMSE$ ) برای بررسی و مقایسه عملکرد شاخص پیشنهادی در مقابل شاخص‌های تردی موجود استفاده شده است. مقادیر ارزش حساب و ریشه میانگین مربع خطا با استفاده از روابط ۱۳ و ۱۴ محاسبه می‌شوند [۲۷].

$$VAF(\%) = \left[ 1 - \frac{\text{var}(A_i - P_i)}{\text{var}(A_i)} \right] \times 100 \quad (13)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (A_i - P_i)^2} \quad (14)$$

که در این روابط:

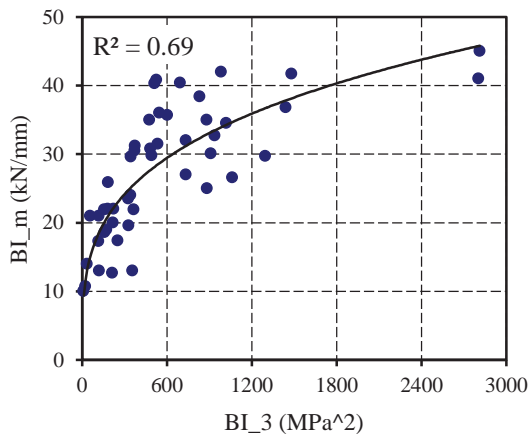
$A_i$ : مقدار واقعی تردی

$P_i$ : مقدار پیش‌بینی شده

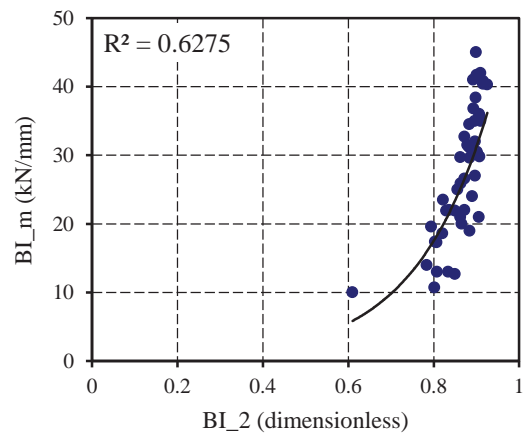
$N$ : تعداد نمونه‌ها است.

جدول ۵: مقایسه عملکرد شاخص پیشنهادی با شاخص‌های تردی موجود

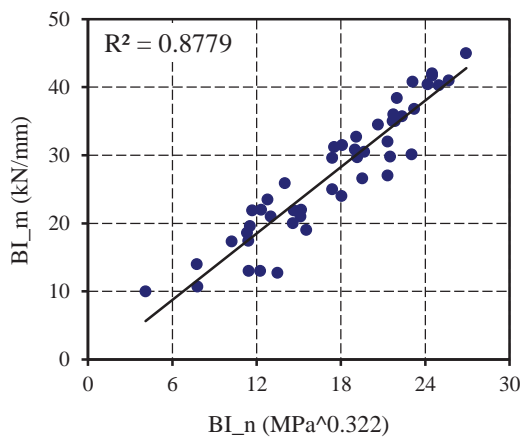
RMSE	VAF(%)	$R^2$	معادله	نوع رابطه	شاخص تردی
۵,۲۳	۶۸,۸۳	۰,۶۸۸	$BI_m = 1.6572BI_1 + 1.6488$	خطی	$BI_1$
۵,۶۲	۶۴,۳۵	۰,۶۲۷	$BI_m = 0.1725 \exp(5.7761BI_2)$	نمایی	$BI_2$
۵,۴۳	۶۶,۳۹	۰,۶۹۰	$BI_m = 4.7316BI_3^{0.2858}$	توانی	$BI_3$
۵,۴۳	۶۶,۳۹	۰,۶۹۰	$BI_m = 3.8812BI_4^{0.397}$	توانی	$BI_4$
۳,۲۵	۸۷,۷۹۱	۰,۸۷۸	$BI_m = 1.6287BI_n - 1.0452$	خطی	$BI_n$



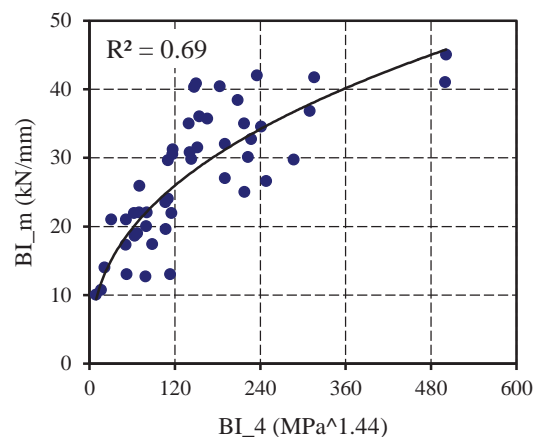
شکل ۱۲: ارتباط بین شاخص  $BI_3$  و مقادیر به دست آمده برای تردی در آزمون نفوذ پانچ



شکل ۱۱: ارتباط بین شاخص  $BI_2$  و مقادیر به دست آمده برای تردی در آزمون نفوذ پانچ



شکل ۱۴: ارتباط بین شاخص  $BI_n$  و مقادیر به دست آمده برای تردی در آزمون نفوذ پانچ



شکل ۱۳: ارتباط بین شاخص  $BI_4$  و مقادیر به دست آمده برای تردی در آزمون نفوذ پانچ

پیشنهاد شده است. سپس با استفاده از روش‌های تحلیل آماری و تحلیل احتمالاتی ضرایب رابطه پیشنهاد شده محاسبه شده است. در واقع از روش تحلیل آماری برای بررسی ارتباط خطی بین پارامترهای مقاومت فشاری تک محوری و مقاومت کششی به عنوان پارامترهای مستقل با مقادیر تردی سنگ به دست آمده در آزمون نفوذ پانچ، استفاده شده است. در ادامه با تعریف توابع توزیع نرمال برای پارامترهای مقاومت فشاری تک محوری و مقاومت کششی به عنوان پارامترهای ورودی تحلیل احتمالاتی و با استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو، تاثیر این دو پارامتر بر روی تردی سنگ مطالعه شده است. از نتایج به دست آمده در تحلیل احتمالاتی به عنوان ضرایب دو پارامتر ورودی استفاده شده است. با توجه به نتایج به دست آمده، مقادیر

پیشنهاد شده است. سپس با استفاده از روش‌های تحلیل آماری و تحلیل احتمالاتی ضرایب رابطه پیشنهاد شده محاسبه شده است. در واقع از روش تحلیل آماری برای بررسی ارتباط خطی بین پارامترهای مقاومت فشاری تک محوری و مقاومت کششی به عنوان پارامترهای مستقل با مقادیر تردی سنگ به دست آمده در آزمون نفوذ پانچ، استفاده شده است. در ادامه با تعریف توابع توزیع نرمال برای پارامترهای مقاومت فشاری تک محوری و مقاومت کششی به عنوان پارامترهای ورودی تحلیل احتمالاتی و با استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو، تاثیر این دو پارامتر بر روی تردی سنگ مطالعه شده است. از نتایج به دست آمده در تحلیل احتمالاتی به عنوان ضرایب دو پارامتر ورودی استفاده شده است. با توجه به نتایج به دست آمده، مقادیر

of Engineering Geology, 65: 269-283.

- [14] Altindag, R. (2003). "Correlation of Specific Energy with Rock Brittleness Concepts on Rock Cutting". Journal of South African Institute of Mining and Metallurgy, 103: 163-172.
- [15] Kahraman, S., and Altindag, R. (2004). "A Brittleness Index to Estimate Fracture Toughness". International Journal of Rock mechanic & Mining Science, 41: 343-348.
- [16] Goktan, R. M., and Yilmaz, N. G. (2005). "A New Methodology for the Analysis of the Relationship Between Rock Brittleness Index and Drag Pick Cutting Efficiency". Journal of South African Institute of Mining and Metallurgy, 105: 727-734.
- [17] Atici, U., and Ersoy, A. (2009). "Correlation of Specific Energy of Cutting Saws and Drilling Bits with Rock Brittleness and Destruction Energy". Journal of Material Processing Technology, 209: 2602-2612.
- [18] Altindag, R. (2010). "Assessment of Some Brittleness Indexes in Rock-Drilling Efficiency". Journal of Rock Mechanic and Rock Engineering, 43: 361-370.
- [19] Mikaeil, R., Ozcelik, Y., Ataei, M., and Yousefi, R. (2011). "Correlation of Specific Ampere Draw with Rock Brittleness Indexes in Rock Sawing Process". Archives of Mining Science, 56: 777-788.
- [20] Mikaeil, R., Ghadernejad, S., Ataei, M., Esmailvandi, M., and Daneshvar, A. (2017). "Investigation the Relationship between Various Brittleness Indexes with Specific Ampere Draw in Rock Sawing Process". International Journal of Mining and Geo-Engineering, 51: 125-132.
- [21] Ghadernejad, S., Mikaeil, R., Hoseinie, S. H., Ataei M., and Sadegheslam, G. (2013). "Investigation the Relationship Between Drilling Rate with Rock Brittleness Index (in Persian)". 8th Conference Iranian Society Engineering Geology Environmental, 2391-2398.
- [22] Mikaeil, R., Ataei, M., Ghadernejad, S., and Sadegheslam, G. (2014). "Predicting the Relationship Between System Vibration with Rock Brittleness Indexes in Rock Sawing Process". Archives of Mining Science, 59: 139-153.
- [23] Nejati, H. R., and Moosavi, S. A. (2017). "A New Brittleness Index for Estimation of Rock Fracture Toughness". Journal of Mining and Environment, 8: 83-91.
- [24] Ko, T. Y., Kim, T. K., Son, Y., and Jeon, S. (2016). "Effect of Geomechanical Properties on Cerchar

ایده‌ال است. در نهایت می‌توان بیان کرد در صورت در دسترس نبودن آزمون نفوذ پانچ می‌توان از شاخص تردی پیشنهاد شده برای ارزیابی تردی در مسایل مختلف استفاده کرد.

## ۶- مراجع

- [1] Yagiz, S. (2009). "Assessment of Brittleness Using Rock Strength and Density with Punch Penetration Test". Journal of Tunneling and Underground Space Technology, 24: 66-74.
- [2] Meng, F., Zhou, H., Zhang, Ch., Xu, R., and Lu, J. (2015). "Evaluation Methodology of Brittleness of Rock Based on Post-Peak Stress-Strain Curves". Journal of Rock Mechanic and Rock Engineering, 48: 1787-1805.
- [3] Bieniawski, Z. T. (1967). "Mechanism of Brittle Fracture of Rocks". International Journal of Rock mechanic & Mining Science, 4: 395-406.
- [4] Hetényi, M. (1966). "Handbook of Experimental Stress Analysis". A John Wiley & Sons Publication, New York, pp. 15.
- [5] Morley, A. (1944). "Strength of Materials". Longman Publication, Green, London, pp. 35.
- [6] Obert, L., and Duvall, W. I. (1967). "Rock Mechanics and the Design of Structures in Rock". A John Wiley & Sons Publication, New York, pp. 278.
- [7] Ramsay, J. G. (1967). "Folding and Fracturing of Rocks". McGraw-Hill Publication, London, pp. 278.
- [8] Hucka, V., and Das, B. (1974). "Brittleness Determination of Rocks by Different Methods". International Journal of Rock mechanic and Mining Science, 11: 389-392.
- [9] Howell, J. V. (1960). "Glossary of Geology and Related Sciences". American Geological Institute, Washington D.C., pp. 325.
- [10] Hajiabdolmajid, V., and Kaiser, P. (2003). "Brittleness of Rock and Stability Assessment in Hard Rock Tunneling". Journal of Tunneling and Underground Space Technology, 18: 35-48.
- [11] Gökten, R. M. (1991). "Brittleness and Micro-Scale Cutting Efficiency". Journal of Mining Science and Technology, 13: 237-241.
- [12] Altindag, R. (2002). "The Evaluation of Rock Brittleness Concept on Rotary Blast Hole Drills". Journal of South African Institute of Mining and Metallurgy, 102: 61-66.
- [13] Kahraman, S. (2002). "Correlation of TBM and Drilling Machine Performances with Rock Brittleness". Journal

- [26] Rubinstein, R. Y., and Kroese, D. P. (2007). "Simulation and the Monte Carlo Method". A John Wiley & Sons Publication, New York, pp. 372.
- [27] Kmenta, Jan. (1986). "Elements of Econometrics- Second edition". New York: Macmillan, pp. 253.
- [25] Hosseini, M., and Hezareh, A. (2018). "The Estimation of the Mode I Fracture Toughness of Rocks Using Brittleness Index". Amirkabir Journal of Civil Engineering, 50: 391-400.
- Abrasivity Index (CAI) and its Application to TBM Tunnelling*". Journal of Tunneling and Underground Space Technology, 57: 99-111.



## A New Index For Evaluation Of Rock Brittleness

Ghadernejad S.<sup>1</sup>, Lalegani Dezaki S.<sup>2</sup>, Nejati H.R.<sup>3\*</sup>, Alipenhani B.<sup>4</sup>

1- M.Sc, Dept. of Mining Engineering, University of Tehran, Tehran  
saleh.ghadernejad@ut.ac.ir

2- M.Sc, Dept. of Mining Engineering, University of Tehran, Tehran  
saeed.lalegani@ut.ac.ir

3- Assistant Professor, Dept. of Rock Mechanics Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran  
h.nejati@modares.ac.ir

4- M.Sc, Dept. of Mining Engineering, University of Tehran, Tehran  
b.alipenhani@ut.ac.ir

(Received: 05 Aug. 2018, Accepted: 26 Nov. 2018)

**Abstract:** In the recent decades, the study of rock brittleness in infrastructure projects was addressed by different researchers. Unfortunately, a universally accepted definition of rock brittleness has not been presented yet. Furthermore, due to the lack of access to the equipment required and complexity and time consuming of the preparation and testing procedures of direct measuring of rock brittleness, indirect indices were mainly carried out. One of the most important Brittleness Indices, which has been widely used in various rock mechanic projects, is strength based brittleness index. The main objective of this study is to provide a new index on the basis of uniaxial compressive strength (UCS) and Brazilian tensile strength (BTS) for evaluating the rock brittleness. For this purpose, by reviewing the existing strength-based indices, a general equation was firstly suggested for the new index. Then, an integrated approach based on the statistical analysis and probabilistic simulation was applied in order to calculate the coefficients of suggested index. According to the obtained results, the values of 0.807 and 0.485 were proposed for UCS and BTS coefficients, respectively. Using the suggested index, it is possible to predict the rock brittleness with the value of R<sup>2</sup> equal to 0.88.

**Keywords:** Rock brittleness, Punch penetration test, Uniaxial compressive strength (UCS), Tensile strength (BTS).

### INTRODUCTION

Brittleness is one of the most important properties of rocks, which plays a significant role in the failure process of the intact rock. In the past half-century, various researchers have attempted to provide a clear and concise definition of rock brittleness. Morely defined brittleness as the lack of ductility [1]. Obert and Duval defined brittleness as a property of materials like cast iron and many rocks, which are fractured in just a little



higher stress than their yield stress level [2]. Ramsay defined brittleness as “when the internal cohesion of rock materials which are deforming in their elastic range is broken, the rocks are said to be brittle” [3]. In addition, a wide range of definitions, less and more similar to the above-discussed definitions, have been suggested by different researchers.

Nowadays, due to the lack of a universally accepted definition for rock brittleness, a wide range of methods have been developed. The existing methods can be categorized into two distinct groups, including direct and indirect rock brittleness measurement methods. Yagiz introduced a new direct method based on the punch penetration test. He defined brittleness as the ratio of maximum applied force on the rock in kN to the corresponding penetration in mm [4]. This method has not been widely used that is due to not only the complexity and time consuming of rock preparations and test procedure but also the lack of access to the requiring equipment.

For the sake of simplicity, a wide range of indirect methods have been suggested by different researchers. Meng et al. classified the existing brittleness indices into two different groups, including indices derived from strain – stress curve and from physical-mechanical properties of rock [5]. Literature review revealed that among different indices, strength-based ones have been widely applied in different geo-engineering issues. The used brittleness indexes in this study are given below:

$$BI_1 = (\sigma_c / \sigma_t) \tag{1}$$

$$BI_2 = (\sigma_c - \sigma_t) / (\sigma_c + \sigma_t) \tag{2}$$

$$BI_3 = (\sigma_c \times \sigma_t) / 2 \tag{3}$$

$$BI_4 = (\sigma_c \times \sigma_t)^{0.72} \tag{4}$$

where  $\sigma_c$  is uniaxial compressive strength and  $\sigma_t$  is Brazilian tensile strength of rocks.

Strength-based indices have been widely utilized for assessment of different geo-engineering problems. In what follows, a brief review on the recent application of rock brittleness is presented. Ghadernejad et al. claimed that the rate of drilling has a significant and meaningful correlation with B4 [6]. Heidari et al. showed that there is no correlation between rock brittleness and porosity in both dry and saturated rocks [7]. Nejati and Moosavi stated that the rock fracture toughness can be predicted by B4 with high accuracy [8]. Young Ko et al. studied the effects of rock brittleness index on Cerchar abrasiveness index (CAI). They claimed that B3 and B1 have the highest impact on the CAI in metamorphic and igneous rocks, respectively [9]. Mikaeil et al. investigated the relationship between various strength-based brittleness indices and energy consumption in rock sawing process. The results showed that, B4 has the highest ability in prediction of the amount of used energy [10]. More recently, Mikaeil et al. utilized rock brittleness in order to predict the rate of penetration of tunnel boring machines [11].

### NEW BRITTLENESS INDEX

To develop a new brittleness index, an open access dataset presented by Yagiz [4] was applied. The summary of dataset utilized is given in Table 1. After reviewing different indices (Equations 1-4), the below form was selected as the new brittleness index.

**Table 1.** Summary of open access dataset [4]

No	Rock type	Rock name	UCS (MPa)	BTS (MPa)	BI (KN/mm)
1	Sedimentary	Sandstone	120	6.2	30.5
2	Sedimentary	Limestone	141	6.7	35.0
3	Sedimentary	Sandstone	21	2.3	10.7
...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...
46	Igneous	Granite	315	17.8	41.0
47	Igneous	Granitoid	327	17.2	45.0
48	Igneous	Granite	165	8.9	32.0

In equation 5,  $a$  and  $b$  are the coefficients of UCS and BTS of rocks, respectively. In fact, the main aim of this study was to find the optimum coefficient for the proposed equation. In order to reach this goal, an integrated approach based on statistical analysis and probabilistic simulation has been applied. In what follows, the main procedure of utilized approach is discussed.

$$BI_n = \sigma_c^a \times \sigma_t^b \tag{5}$$

In the first step, multiple linear regression analysis between measured brittleness index (BI<sub>m</sub>) and UCS and BTS, was performed. The validation of the equation 6 was carried out by considering the determination coefficient, the t-test and F-test. The statistical results of the model are given in Table 2. Based on the multiple linear regression analysis, equation 6 can be suggested for the estimation of measured brittleness index:

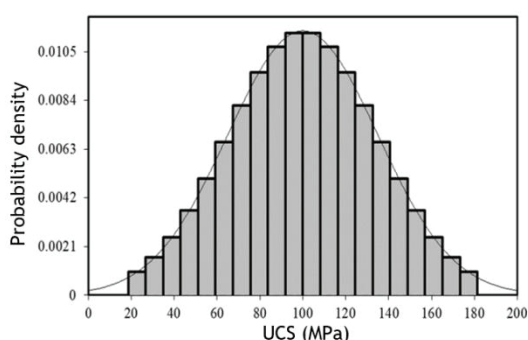
$$BI_m = 0.201 \times UCS - 1.942 \times BTS + 17.05 \quad R^2 = 0.86 \tag{6}$$

**Table 2.** Statistical result of the multiple regression model

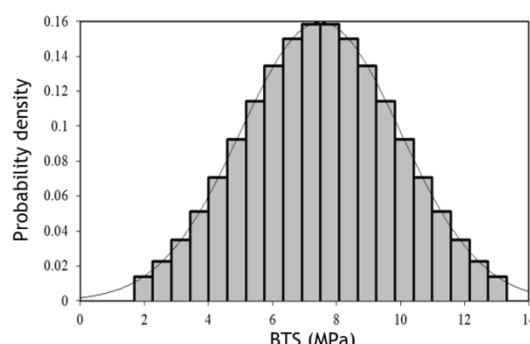
Model	parameter	Coefficient	Std error	F-ratio	tab F-ratio	t-value	tab t-value
Eq. (6)	Constant	17.05	1.369	134.3	5.18	12.458	2.74
	UCS	0.201	0.017			11.735	
	BTS	-1.942	0.354			-5.488	

The statistical analysis has been carried out on a limited dataset, and generalization of the obtained results to other data may lay in unreliable estimations. To overcome this problem, the application of probabilistic simulation can be useful. In the second step, in order to determine the coefficient of proposed brittleness equation (equation 5), probabilistic analysis was utilized. In other words, this approach is applied in order to assess the impact of the input parameters on the output.

The probabilistic analysis is based on the generation of multiple attempts to calculate the expected values for a random variable. In this method, unlike the statistical analysis, distribution functions are utilized in order to define the input and output parameters. The distribution functions for input parameters were obtained based on the variation in parameters and Monte Carlo simulation was utilized to define the output distribution function. In this research, by utilizing the Monte Carlo simulation the impact of two normal distribution function (representing UCS and BTS) on measured rock brittleness has been determined. The input distribution functions are illustrated in Figures 1 and 2.



**Figure 1.** Probabilistic distribution function for UCS



**Figure 2.** Probabilistic distribution function for BTS

The result of probabilistic analysis has been demonstrated through figure 3. As can be seen from figure 3, UCS has direct impact on measured rock brittleness, while an inverse effect of BTS on measures brittleness index is observed. The constants 0.807 and -0.485 were obtained on the basis of the probabilistic analysis

results for the  $a$  and  $b$ , respectively. After substituting obtained coefficients, the final form of proposed brittleness index was achieved as follow (equation 7):

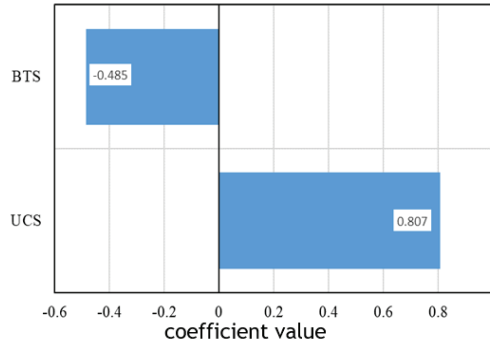


Figure 3. Impacts of input parameters of probabilistic analysis on measured rock brittleness

$$BI_n = \sigma_c^{0.807} \times \sigma_t^{-0.485} \tag{7}$$

**MODEL VALIDATION AND DISCUSSION**

In order to evaluate the performance of the index proposed, three indicators, including coefficient of determination (R2), root mean square error (RMSE), and variance account for (VAF) between measured and predicted value (MD) were used. A model is considered to be properly developed when R2 is 1, RMSE is 0 and VAF is 100. Equations 8 and 9 were applied in order calculate the RMSE and VAF.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (M_i - P_i)^2} \tag{8}$$

$$VAF(\%) = \left[ 1 - \frac{\text{var}(M_i - P_i)}{\text{var}(M_i)} \right] \times 100 \tag{9}$$

where  $M_i$  and  $P_i$  are correspondingly measured and predicted values of brittleness and  $N$  is the number of testing sample. The obtained values of each indicator for each index are listed in table 3.

Table 3. Performance prediction indicators values for each brittleness index

Brittleness index	Equation number	R2	RMSE	VAF (%)
BI <sub>1</sub>	(1)	0.69	5.23	68.83
BI <sub>2</sub>	(2)	0.63	5.62	64.35
BI <sub>3</sub>	(3)	0.69	5.43	66.39
BI <sub>4</sub>	(4)	0.69	5.43	66.39
BI <sub>5</sub>	(7)	0.88	3.25	87.79

**CONCLUSION**

The main aim of this study was to develop a new brittleness index based on punch penetration test. For this purpose, by reviewing the existing strength-based brittleness, a general equation was suggested for the new index. In the next step, the coefficients of the proposed equation were calculated using an integrated approach based on the statistical analysis and probabilistic simulation. Consequently, the performance prediction of proposed index was compared with the existing brittleness indices. According to the obtained results, the values of 0.807 and 0.485 were proposed for UCS and BTS coefficients, respectively. For this

aim, three indicators including coefficient of determination ( $R^2$ ), root mean square error (RMSE) and variance account for (VAF) between measured and predicted value (MD) were applied. When  $R^2$  is 1, VAF is 100% and MD is 0 the model would be an ideal one. It was found that, among different brittleness index, the index proposed in this study has the best  $R^2$ , RMSE and VAF as 0.88, 3.25 and 87.79, respectively. Finally, it could be concluded that using the suggested index, rock brittleness can be predicted with high level of accuracy,

## REFERENCES

- [1] Morley, A. (1944). "Strength of materials". Longman, London.
- [2] Leonard, O., and Duvall, W. I. (1967). "Rock mechanics and the design of structures in rock". Wiley, New York.
- [3] John Graham, R. (1967). "Folding and fracturing of rocks". McGraw-Hill, London.
- [4] Saffet, Y. (2009). "Assessment of brittleness using rock strength and density with punch penetration test". Tunnelling and Underground Space Technology, 24(1): 66–74. <https://doi.org/10.1016/j.tust.2008.04.002>.
- [5] Fanzhen, M., Zhou, H., Zhang, Ch., Xu, R., and Lu, J. (2015). "Evaluation methodology of brittleness of rock based on post-peak stress-strain curves". Rock Mechanics and Rock Engineering, 48(5):1787–1805. <https://doi.org/10.1007/s00603-014-0694-6>.
- [6] Ghadernejad, S., Reza, M., Hoseinie, S. H., Ataei, M., and Sadegheslam, G. (2013). "Investigation the Relationship Between Drilling Rate with Rock Brittleness Index (in Persian)". 8th conference on Iranian Society of Engineering Geology and Environment. <https://doi.org/10.13140/RG.2.1.1702.6083>.
- [7] Heidari, M., Khanlari, G. R., Torabi-Kaveh, M., Kargarian, S., and Saneie, S. (2014). "Effect of porosity on rock brittleness". Rock Mechanics and Rock Engineering, 47: 785–790. <https://doi.org/10.1007/s00603-013-0400-0>.
- [8] Nejati, H., and Moosavi, S. A. (2017). "A New Brittleness Index for Estimation of Rock Fracture Toughness". Journal of Mining and Environment, 8(1): 83-91. <http://dx.doi.org/10.22044/jme.2016.579>.
- [9] Tae Young, K., Kon Kim, T., Son, Y., and Jeon, S. (2016). "Effect of Geomechanical Properties on Cerchar Abrasivity Index (CAI) and its Application to TBM Tunneling". Tunnelling and Underground Space Technology, 57: 99-111. <https://doi.org/10.1016/j.tust.2016.02.006>.
- [10] Reza, M., Ghadernejad, S., Ataei, M., Esmailvandi, M., and Daneshvar, A. (2017). "Investigation the Relationship between Various Brittleness Indexes with Specific Ampere Draw in Rock Sawing Process". International Journal of Mining and Geo-engineering 51(2): 125-132. <http://dx.doi.org/10.22059/ijmge.2017.214404.594626>.
- [11] Reza, M., Zare Naghadehi, M., and Ghadernejad, S. (2018). "An Extended Multifactorial Fuzzy Prediction of Hard Rock TBM Penetrability". Geotechnical and Geological Engineering 36(3): 1779-1804. <https://doi.org/10.1007/s10706-017-0432-4>.