

## روشی جدید برای نهان‌نگاری تصاویر با استفاده از تبدیل کانتورلت، مقادیر تکین و آشوب

لیلا الهیاری<sup>۱</sup>، سعید سهرابی<sup>۲</sup>، اسماعیل نجفی<sup>۳</sup>

### چکیده

هدف اصلی این مقاله ارائه‌ی یک الگوریتم نهان‌نگاری در حوزه کانتورلت است که در آن نهان‌نگاره از طریق الگوریتم آشوبناک در ضرایب کانتورلت انتخابی درج می‌شود. ایده‌ی اصلی این روش درج داده در زیر باندهایی است که مقاومت بالا به همراه گسترش طیفی بهتر نسبت به سایر زیر باندها داشته باشد. روش پیشنهادی در این مقاله که مبتنی بر تبدیل کانتورلت است، روشی سریع و مقاوم در برابر انواع حملات متداول نهان‌نگاری از قبیل فشردن سازی، افزودن نویز، عبور از فیلتر و تغییر اندازه تصویر ارائه می‌دهد. نتایج تجربی، برتری عملکرد آن نسبت به روش مشابه در حوزه‌ی موجک و برخی نتایج حاصله از کارهای انجام شده در حوزه کانتورلت را نشان می‌دهد.

### کلیدواژه‌ها

نهان‌نگاری، کانتورلت، نگاشت آشوبناک، مقادیر تکین

### ۱ مقدمه

یاری رساندن به محصولات چندرسانه‌ای توسعه یافته است تا از استفاده غیرمجاز آنها در دنیای دیجیتال جلوگیری کند. این تکنولوژی می‌تواند در زمینه‌های حفاظت از کپی و حق کپی، تشخیص و اثبات مالکیت، ارتباط و انتقال نامحسوس اطلاعات و داده نقش عمده‌ای ایفا کند [۲۶] و [۲۷].

اکثر زمینه‌های پردازش تصویر از جمله نهان‌نگاری به نوعی با تبدیلات سروکار دارند. یک تبدیل مناسب، سیگنال (تابع) را به فضایی انتقال می‌دهد که پردازش را ساده‌تر می‌کند [۱].

از تبدیلات مؤثری که به وفور برای پردازش تصویر بکار می‌روند می‌توان تبدیل فوریه و تبدیل کسینوسی را نام برد که ابزار قدرتمندی برای نمایش تُنک<sup>۱</sup> سیگنال‌ها هستند و ماهیت تناوبی دارند. اما سیگنال‌ها در حالت کلی ماهیت غیرتناوبی دارند. در این موارد این تبدیل‌ها دیگر قادر به نمایش سیگنال‌ها با کمترین تعداد ضرایب (تنک) نیستند. در این موارد به تبدیل جدیدی نیازمندیم که انرژی پایه‌های آن تنها در بازه محدودی متمرکز باشند. این تبدیل‌ها به دلیل شباهت پایه‌های آن‌ها با سیگنال‌هایی با طول محدود، با تعداد ضرایب کمتر قادر به نمایش بهتر سیگنال‌ها هستند.

امروزه تهیه و توزیع محصولات چندرسانه‌ای در حالت دیجیتال انجام می‌پذیرند. بنابراین این محصولات می‌توانند به آسانی توسط نرم افزارها مورد سوء استفاده قرار گیرند که در مقایسه با حالت سنتی غیردیجیتال کپی و پخش آنها به راحتی انجام می‌گیرد. از طرفی مزیت عمده محصولات دیجیتال کپی نامحدود آنها بدون افت کیفیت است. در نتیجه هر چند حوزه دیجیتال به پدیدآوردندگان محصولات چندرسانه‌ای خدمت شایانی می‌کند ولی تهدیدات موجود در این حوزه می‌تواند ضرر جبران‌ناپذیری برای آنها به همراه داشته باشد. علم نهان‌نگاری دیجیتال در جهت

این مقاله در بهمن‌ماه ۱۳۹۶ دریافت، در مهرماه ۱۳۹۷ دومین بازنگری و در همان ماه پذیرفته شد.

<sup>۱</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد ریاضی کاربردی گرایش پردازش تصویر، دانشگاه ارومیه  
رایانامه: [l.allahyari2014@gmail.com](mailto:l.allahyari2014@gmail.com)

<sup>۲</sup> گروه ریاضی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه ارومیه

رایانامه: [s.sohrabi@urmia.ac.ir](mailto:s.sohrabi@urmia.ac.ir)

<sup>۳</sup> گروه ریاضی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه ارومیه

رایانامه: [e.najafi@urmia.ac.ir](mailto:e.najafi@urmia.ac.ir)

کوچکترین اختلال می‌تواند به سرعت به تغییر بزرگی منجر شود و نشانه آن یک مرحله کوتاه قابل پیش بینی و به دنبال آن یک مرحله بلند غیر قابل پیش بینی است [۱۰]، زیرا خطای خروجی در طول زمان آنقدر زیاد می‌شود که عملاً پیش بینی غیر ممکن است. بی‌نظمی موجود در آشوب در مفهوم علمی یک مفهوم ریاضی محسوب می‌شود که شاید نتوان آن را دقیق تعریف کرد، اما می‌توان آن را نوعی اتفاقی بودن که با قطعیت همراه است، دانست.

آشوب در یک سیستم قطعی یک رفتار طولانی مدت غیرتناوبی است که از وابستگی حساس آن به شرایط اولیه اش نتیجه می‌شود [۱۱]. این رفتار طولانی مدت غیرتناوبی در سیستم‌های دینامیکی بیانگر این است که وقتی  $t \rightarrow \infty$ ، مسیر این سیستم‌ها به نقاط ثابت، مدارهای تناوبی و یا شبه تناوبی منتهی نمی‌شوند.

منظور از سیستم‌های قطعی این است که سیستم دارای ورودی‌های تصادفی نیست و رفتار نامنظم این سیستم‌ها از غیرخطی بودن ناشی می‌شود. جالب‌ترین نحوه برخورد با رفتارهای آشوبی بکارگیری آنها در تولید اعداد تصادفی و ارسال اطلاعات بسیار محرمانه می‌باشد. در این پژوهش ما از یک نوع خاص آن به نام نگاشت کوانتومی آشوبناک در رمز کردن نهان نگاره بهره خواهیم برد. در نتیجه روش نهان نگاری پیشنهادی ما از ترکیب سه تبدیل کانتورلت، تجزیه مقادیر تکین و نگاشت آشوبناک بهره می‌برد و این ترکیب برای رسیدن به معیارهای ممتاز ویژگی‌های یک روش نهان نگاری از جمله شفافیت، مقاومت خوب و امنیت بهتر در مقایسه با روش‌های دیگر مورد استفاده قرار گرفته است.

## ۲ تجزیه مقادیر تکین

تجزیه مقادیر منفرد<sup>۲</sup> برای اولین بار توسط اکهارت و یانگ<sup>۳</sup> معرفی شد و به یکی از روش‌های مورد استفاده جبر محاسباتی و تجزیه و تحلیل آمار کاربردی چند متغیره برای تقریب داده‌ها، کاهش و تجسم تبدیل شد [۱۵]. یکی از مهم‌ترین ابزارهای تفکیک و تجزیه در تسهیل حل دستگاه‌های بزرگ خطی، روش تجزیه مقادیر منفرد است. این روش خود تعمیمی از روش تجزیه مقادیر ویژه اپراتورهای مربعی است، با این تفاوت که در این روش هر ماتریس با هر بعد را می‌توان به حاصل ضرب سه ماتریس که یکی از آن‌ها قطری و دو ماتریس دیگر نیز ماتریس‌های معکوس‌پذیری می‌باشند، تبدیل نمود [۱۵]. تجزیه مقادیر تکین ماتریسی مانند  $A$  را می‌توان به صورت رابطه زیر معرفی کرد [۱۶] تا [۱۸]:

$$A = U \Sigma V^* \quad (1)$$

که در آن  $U$  و  $V$  ماتریس‌های یکانی هستند و  $\Sigma$  یک ماتریس شبه قطری است. اگر  $A$  حقیقی باشد،  $U$  و  $V$  متعامد حقیقی هستند (شکل ۱).

در این میان تبدیل موجک در چند سال اخیر، به دلیل داشتن پایه‌هایی با سازگاری بیشتر با سیگنال‌های واقعی، کاربردهای زیادی در پردازش سیگنال و تصویر پیدا کرده است [۲] تا [۵]. این تبدیل قادر است ناپوستگی‌های سیگنال‌های یک بعدی را با تعداد کمی ضریب نمایش دهد. همچنین سرعت بالا و پیچیدگی محاسباتی پایین، این تبدیل را برای کارهای بلادرنگ بسیار کارا نموده است؛ اما موفقیت تبدیل موجک تنها در نمایش مناسب ناپوستگی‌ها در سیگنال‌های یک بعدی است. اساساً موجک‌ها در تسخیر نقاط تکین یا همان ناپوستگی صفر بعدی "نقطه‌ای" و تغییرات تند، خوب هستند؛ اما در سیگنال‌های با ابعاد بالاتر مانند تصاویر غیر از ناپوستگی‌های صفر بعدی، ناپوستگی یک بعدی را نیز داریم. چون موجک‌های دوبعدی توسط حاصل ضرب تانسوری موجک‌های یک بعدی به دست می‌آیند، یعنی به صورت تبدیلات جداشدنی و تفکیک‌پذیر می‌باشند، تنها قادر به نمایش مناسب ناپوستگی‌های عمودی، افقی و مورب هستند؛ اما تبدیل‌هایی نیز وجود دارند که از این ضرب تانسوری حاصل نشده و تنها در فضاهای بالاتر قابل تعریف هستند. از جمله این تبدیل‌ها، تبدیل کانتورلت است که به دلیل ویژگی جهت‌دار بودن و اینکه قادر است تا ناپوستگی‌های به شکل خطوط راست و یا منحنی‌ها را به خوبی نمایش دهد، بسیار مورد توجه قرار گرفته است [۶] تا [۸].

روش‌های نهان نگاری متعددی بر پایه تبدیل کانتورلت ارائه شده است [۶] تا [۷] و [۲۸] تا [۲۹]. اما اخیراً ترکیب چندین تبدیل برای رسیدن به خصوصیات بهتر نهان نگاری مورد توجه قرار گرفته است. یکی از این تبدیل‌ها تجزیه مقادیر تکین است که با هدف افزایش شفافیت تصویر نهان نگاری شده و افزایش مقاومت روش نهان نگاری استفاده شده است [۲۸] تا [۳۱]. اما در استفاده از تبدیل تجزیه مقادیر تکین باید محتاط بود زیرا روش‌های نهان نگاری بر پایه آن ویژگی امنیت یک سیستم نهان نگاری را ندارند و اگر در آن از ماتریس‌های منفرد جعلی استفاده کنیم می‌توانیم نهان نگاره جعلی از تصویر نهان نگاری شده استخراج کنیم که مکرراً در تحقیقات به آن اشاره شده است [۳۲] و [۳۳]. لذا در این مقاله ما استفاده از آن را به صورت دیگری بکار برده ایم تا با مشکل نبود امنیت نهان نگاری روبرو نشویم. در اغلب روش‌ها از مقادیر تکین برای درج نهان نگاره استفاده می‌کنند ولی در روش پیشنهادی ما یکی از ماتریس‌های منفرد را برای درج نهان نگاری استفاده می‌کنیم تا ویژگی امنیت روش نهان نگاری حفظ شود.

از طرفی نظریه آشوب در دهه‌های اخیر مورد توجه تحقیقات گوناگون در رشته‌های مختلف قرار گرفته است. این نظریه اولین بار توسط لورنس<sup>۱</sup> در [۹] مورد مطالعه قرار گرفته است. نظریه آشوب، دانش نوینی است که برای توصیف بسیاری از پدیده‌ها با موفقیت بکار گرفته شده است و در علوم مهندسی، اقتصاد و مدیریت کاربرد دارد [۹] تا [۱۴]. آشوب وقتی رخ می‌دهد که سیستم نسبت به اختلال، بسیار حساس باشد به طوری که

<sup>2</sup> Singular Value Decomposition

<sup>3</sup> Eckhart and Young

<sup>1</sup> Edward Norton Lorenz

$$\begin{matrix}
 & & \text{Embedding \& Extraction place} \\
 & & \downarrow \\
 \begin{matrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} & A_{1,4} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} & A_{2,4} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} & A_{3,4} \\ A_{4,1} & A_{4,2} & A_{4,3} & A_{4,4} \end{matrix} & = & \begin{matrix} U_{1,1} & U_{1,2} & U_{1,3} & U_{1,4} \\ U_{2,1} & U_{2,2} & U_{2,3} & U_{2,4} \\ U_{3,1} & U_{3,2} & U_{3,3} & U_{3,4} \\ U_{4,1} & U_{4,2} & U_{4,3} & U_{4,4} \end{matrix} & \times & \begin{matrix} S_{1,1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_{2,2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_{3,3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{4,4} \end{matrix} & \times & \begin{matrix} V_{1,1} & V_{1,2} & V_{1,3} & V_{1,4} \\ V_{2,1} & V_{2,2} & V_{2,3} & V_{2,4} \\ V_{3,1} & V_{3,2} & V_{3,3} & V_{3,4} \\ V_{4,1} & V_{4,2} & V_{4,3} & V_{4,4} \end{matrix} & \mathbf{T}
 \end{matrix}$$

شکل ۱: تجزیه مقادیر تکین در بلوک  $4 \times 4$ .

شده است و در قسمت (b) یک فیلتر بانک جهت دار آورده شده است که روی زیرباندهای بالاگذر در هر سطح تجزیه اعمال می شود.

تبدیل کانتورلت که توسط مینه دو و ویتزلی<sup>۲</sup> بیان شده است، دارای خواص اساسی زیر است [۱۹]:

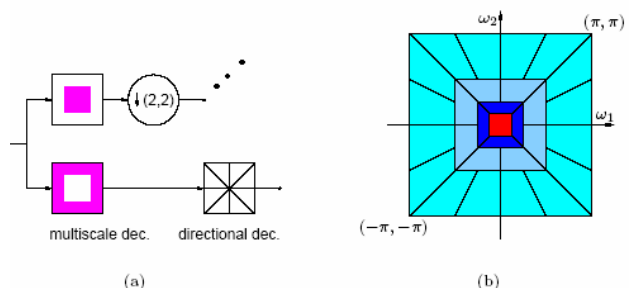
- **چند دقتی:** نمایش تصویر به طور پشت سرهم از یک نسخه خشن شروع می شود و به یک نسخه ظریف می رسد.
- **موضعی سازی:** توابع پایه ای در هر دو حوزه مکان و فرکانس خوب متمرکز شده اند.
- **نمونه برداری بحرانی:** نمایش شامل یک پایه یا یک فریم با (افزونگی کم) است.
- **جهت داری:** نمایش تصویر شامل توابع پایه ای می باشد که در تمام جهات مختلف جهت دار شده است. یعنی خیلی بیشتر از سه جهتی که توسط موجک های جداشدنی پیشنهاد شده است.
- **ناهمسانگردی:** برای تسخیر کانتورهای هموار در تصاویر، نمایش شامل توابع پایه ای با اشکال مختلف و جنبه های مختلفی از نسبت است.

سه خاصیت اول توسط سیستم موجک جداشدنی هم بدست می آمد، ولی دو خاصیت آخر برای رفع نقص های تبدیل موجک بیان شده است. شکل ۳ تفاوت در تجزیه یک تصویر با تبدیل های موجک و کانتورلت را نمایش می دهد. همان طور که در شکل مشخص است با دو ویژگی اضافی جهت داری و ناهمسانگردی در دو سطح تجزیه کانتورلت، با تغییر عمق تجزیه فیلتربانک جهت دار و حرکت در سطوح مختلف تجزیه هرمی، می توانیم مجموعه ای گوناگون از لبه های تصویر را در اندازه ها و جهت های مختلف داشته باشیم و این خاصیت در تجزیه موجک امکان پذیر نیست. برخلاف دیگر تبدیلات که ابتدا در یک حوزه پیوسته ساخته می شوند و سپس با نمونه برداری داده گسسته می شوند، تبدیل کانتورلت ابتدا با یک ساختار دامنه گسسته که برای الگوریتم های کارا قابل جواب گوئی است، شروع می شود و سپس همگرایی اش به یک بسط در حوزه پیوسته بررسی می شود.

تجزیه مقدار تکین به طور نزدیکی به مقادیر ویژه وابسته می باشد و دارای یک تاریخچه طولانی و جذاب است. در سال های اخیر تجزیه مقدار تکین یک وسیله محاسباتی کارا برای حل طیف وسیعی از مسائل مطرح در بسیاری از کاربردهای عملی شده است. راز استفاده از تجزیه مقدار تکین در این کاربردها در این حقیقت است که این کاربردها نیاز به شناخت رتبه های یک ماتریس، تقریب های یک ماتریس با استفاده از ماتریس های با رتبه های کمتر، پایه های یک متعامد برای فضاها سطری و ستونی یک ماتریس همچنین برای متمم های متعامد آن ها و تصویرهای متعامد بر روی زیر فضاها دارند.

### ۳ تبدیل کانتورلت

تبدیل کانتورلت یک تبدیل چند مقیاسه است که بخش های کانتور آن موضعی و جهت دار است. از لحاظ مفهومی، تبدیل کانتورلت ابتدا از یک تبدیل موجک مانند به نام هرم لاپلاسی<sup>۱</sup> [۲۰] برای کشف لبه ها و سپس از یک تبدیل جهت دار موضعی برای کشف قسمت های کانتور مثل فیلتر بانک جهت دار برای ارتباط نقاط ناپیوستگی با ساختار خطی استفاده می کند. به همین خاطر کانتورلت، که تمام خواص و الگوریتم های تئوری موجک را به ارث می برد، ایده اصلی یک تجزیه جهت دار چند مقیاسه است [۱۹].



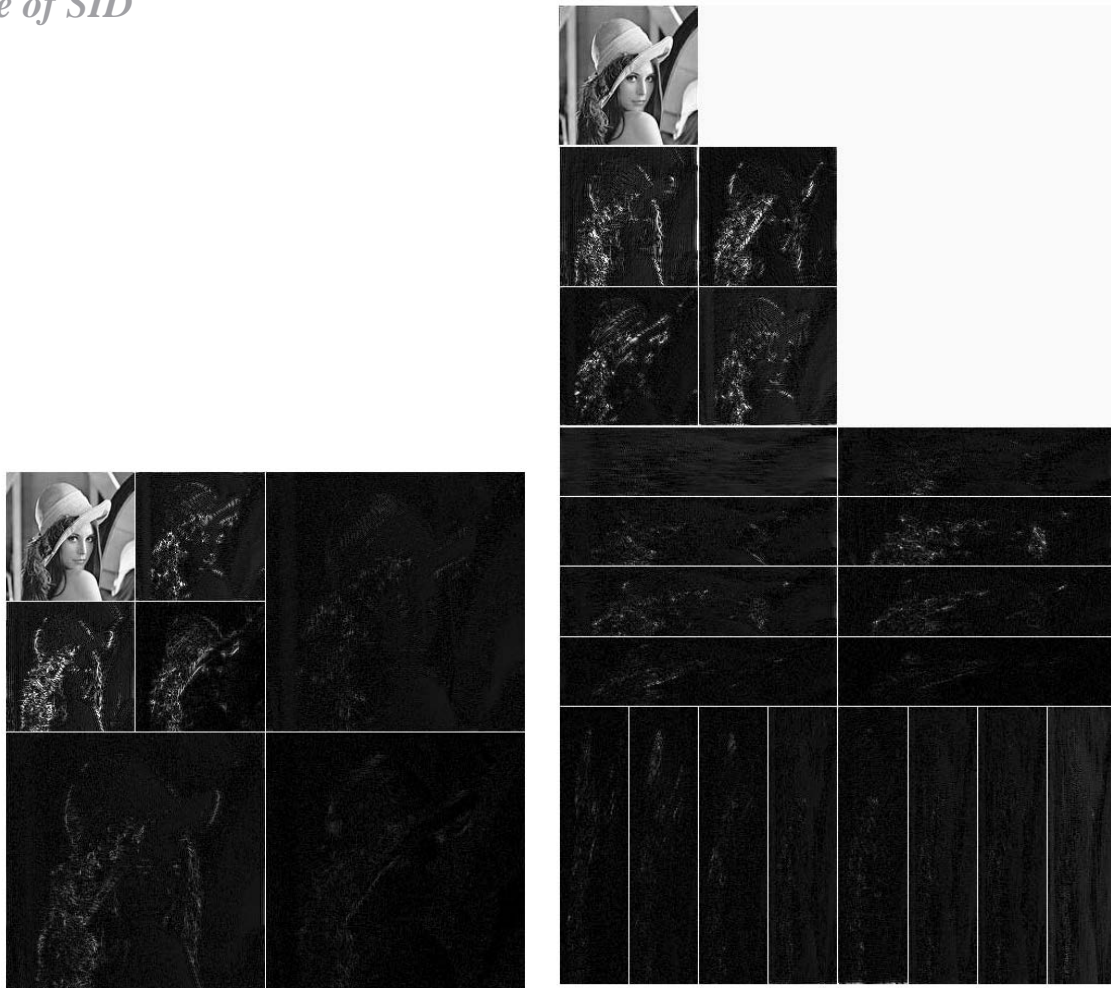
شکل ۲: نمودار تجزیه کانتورلت و یک فیلتر بانک جهت دار هرمی [۱۹]

شکل ۲ فیلتر بانک جهت دار هرمی را به تصویر می کشد. در این شکل در قسمت (a) تجزیه به زیرباندهای بالا و پایین نشان داده

<sup>2</sup> Minh Do and Vetterli

<sup>1</sup> Laplacian Pyramid

## Archive of SID



شکل ۳: تفاوت در تجزیه یک تصویر با تبدیل های موجک و کانتورلت. دو ویژگی اضافی جهت داری و ناهمسانگردی در تجزیه کانتورلت امکان تسخیر لبه های تصویر در جهات و اندازه های مختلف را می دهد.

#### ۴ نگاشت کوانتومی

در الگوریتم پیشنهادی به منظور بهبود امنیت نهان نگاره از نگاشت کوانتومی آشوبناک استفاده شده است. نگاشت های آشوب به دلیل شبه تصادفی بودن و وابستگی خیلی حساس به شرایط اولیه و پارامترها امکان کد کردن نهان نگاره با امنیت بالا را فراهم می سازند. از انواع نگاشت های آشوب به نگاشت خطی، نگاشت لورنس<sup>۱</sup> [۹]، نگاشت تنت<sup>۲</sup>، نگاشت لجستیک<sup>۳</sup> [۱۲] و نگاشت هنون<sup>۴</sup> [۱۳] می توان اشاره کرد. اما در بین این نگاشتها نگاشت کوانتومی آشوبناک زیر

$$x_{n+1} = r(x_n - x_n^2) \cos^k \left( -\lambda \frac{e^{-mb}}{b} \right) \quad (2)$$

که توسط بهنیا و ایوبی پیشنهاد و ارایه شده است [۱۴] دارای پارامترهای کنترلی زیاد می باشد که همین امر بالا بودن امنیت نهان

نگاره کد شده با این نگاشت را فراهم می سازد. فرآیند رمزنگاری لوگوی نهان نگاره در این مقاله به شرح زیر است:

- شرط اولیه و پارامترهای نگاشت مشخص می شوند.
- با مقدار معلوم  $\mu$  تابع مشخصه زیر را تعریف می کنیم:

$$\pi(x) = \begin{cases} 1 & x \geq \mu \\ 0 & o.w. \end{cases}$$

- با استفاده از نگاشت کوانتومی مقادیر  $\pi(x_n)$ ،  $n = 1, \dots, M \times N$  محاسبه می شوند که در آن  $M \times N$  اندازه نهان نگاره است.
- لوگوی  $X$  هم اندازه با نهان نگاره با مقادیر  $\pi(x_n)$  ساخته می شود.
- با رابطه زیر نهان نگاره رمزگذاری می شود:

$$W_{encrypt}(i, j) = X(i, j) \oplus w(i, j)$$

که در آن  $\oplus$  عملگر XOR است.

در مرحله استخراج نهان نگاره نیز همین مراحل به صورت عکس اجرا می شود تا نهان نگاره رمز گشایی شود.

<sup>1</sup> Lorenz map

<sup>2</sup> Tent map

<sup>3</sup> Logistic map

<sup>4</sup> Henon map

## ۵-۱ فرآیند درج نهان نگاره

## ۵ الگوریتم پیشنهادی

طبق بلوک دیاگرام شکل ۶، لوگوی نهان نگاره در ضرایب زیر باند سطح اول از تبدیل کانتورلت بر روی تصویر پوششی درج می‌شود. قرار دادن نهان نگاره در سطوح تجزیه بالاتر هر چند مقاومت آن را در برابر حملات افزایش می‌دهد ولی شفافیت تصویر نهان نگاری شده را به شدت پایین می‌آورد [۳۵]. بنابراین برای حفظ شفافیت از زیرباند های سطح اول برای درج نهان نگاره استفاده می‌کنیم و برای افزایش مقاومت روش از تکنیک های دیگری از جمله تجزیه مقادیر تکین بهره می‌بریم.

در فرآیند درج نهان نگاره مقدار آستانه  $T$  نقش خیلی مهمی را در تعیین ویژگی های شفافیت و مقاومت روش نهان نگاری دارد. به این صورت که با افزایش مقدار  $T$  شفافیت تصویر نهان نگاری شده کاهش یافته از طرف دیگر مقاومت روش در مقابل حملات افزایش می‌یابد و اگر مقدار آن را کاهش دهیم عکس این رویه اتفاق می‌افتد. لذا لازم است یک حالت بهینه برای مقدار  $T$  انتخاب شود. انتخاب مقدار بهینه  $T=0.02$  به این صورت بدست آمد که برای مقادیر مختلف آن شفافیت و مقاومت روش تحت حملات را محاسبه کردیم و مشاهده شد که شفافیت قابل قبول در مقابل مقاومت رضایت بخش برای مقدار  $T=0.02$  اتفاق می‌افتد. فرآیند درج نهان نگاره به شرح زیر است:

**گام ۱:** تصویر پوششی دریافت می‌شود.

**گام ۲:** تصویر پوششی با استفاده از تبدیل کانتورلت به حوزه فرکانس برده می‌شود.

**گام ۳:** ضرایب مربوط به زیرباند درج نهان نگاره در سطح اول انتخاب می‌شود.

**گام ۴:** لوگوی نهان نگاره دریافت می‌شود و عمل رمزنگاری با استفاده از نگاشت کوانتومی بر روی آن انجام می‌گیرد.

**گام ۵:** اندازه لوگوی نهان نگاره در متغیرهای  $(m, n)$  ذخیره می‌شود،  $i$  و  $j$  با یک و مقدار آستانه  $(T)$  با  $0.02$  جایگزین می‌شود.

**گام ۶:** محل بلوک در تصویر پوششی برای فرآیند درج با استفاده از نگاشت کوانتومی انتخاب شده و در متغیر Block ذخیره می‌شود.

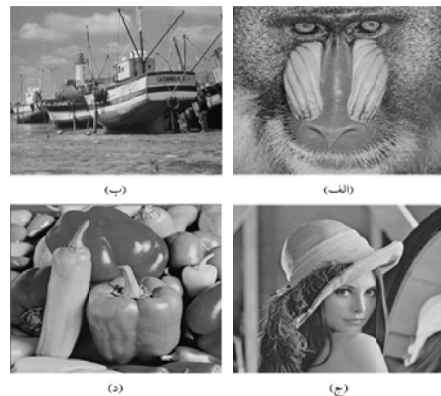
**گام ۷:** تجزیه SVD بر روی بلوک های ضرایب با اندازه  $4 \times 4$  انجام می‌شود که  $U, S, V$  ضرایب تجزیه شده است.

**گام ۸:** اگر  $w(i, j) = 0$  باشد آنگاه رابطه ۳ و در غیر این صورت رابطه ۴ برقرار است:

$$U(1,1) = \text{sign}(U(1,1)) \times U(2,1) + T \quad (3)$$

$$U(1,1) = \text{sign}(U(1,1)) \times U(2,1) - T \quad (4)$$

در این مقاله یک طرح نهان نگاری جدید کور برای تصاویر مقیاس خاکستری براساس تبدیل کانتورلت، تجزیه مقدار تکین و نگاشت آشوبناک جهت تولید اعداد شبه تصادفی را پیشنهاد می‌کنیم. با توجه به اینکه کانتورلت تبدیلی از خانواده‌ی موجک‌ها و چند مقیاسه جهت دار است، در این مقاله نگاشت آشوبناک برای بهبود امنیت نهان نگاره و نیز برای تعیین موقعیت بلوک تصویر برای درج نهان نگاره استفاده می‌شود. الگوریتم پیشنهادی با تبدیل تصویر اصلی و اعمال تجزیه مقادیر تکین و سپس درج نهان نگاره بدون استفاده از مقادیر منفرد، بر مشکل امنیت ضعیف روش های مبتنی بر تجزیه مقدار تکین غلبه می‌کند. نهان نگاره به وسیله تغییر در ضرایب تبدیل درج می‌شود و این نوع از نهان نگاری های تولید شده به دو مقدار (مقدار اولیه و رشته تابع) برای باز تولید همان نهان نگاره در مرحله استخراج نیاز دارند. برای تست استحکام و اثربخشی درج، ابتدا روش را روی تصاویر تست پیاده سازی کرده، سپس حملات هندسی و پردازش تصویر را روی تصویر نهان نگاری شده اعمال کرده و نتایج بدست آمده برای مقاومت روش را گزارش می‌کنیم. برای شبیه سازی الگوریتم پیشنهادی از تصاویر استاندارد مطرح در پژوهش های پردازش تصویر استفاده خواهیم کرد. برای این منظور ما به پایگاه داده عمومی [۳۴] مراجعه کرده ایم. شکل ۴ چهار نمونه از تصاویر تست پایگاه داده مزبور را نشان می‌دهد، این تصاویر از نوع خاکستری و دارای اندازه  $512 \times 512$  می‌باشند.



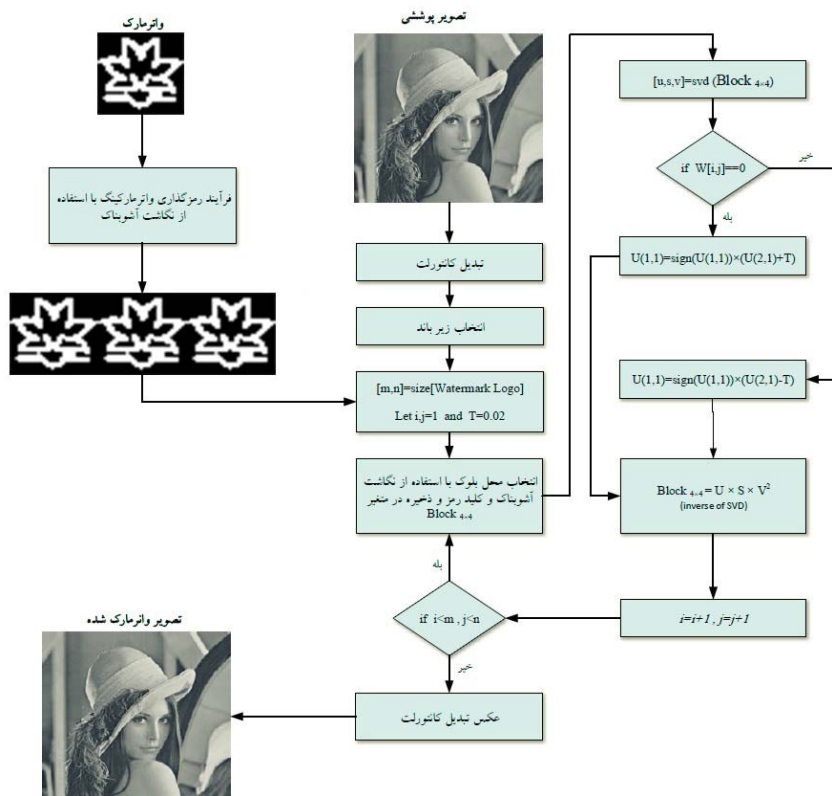
شکل ۴: تصاویر استاندارد استفاده شده: الف) Baboon، ب) Boat،

ج) Lena، د) Peppers [۳۴].

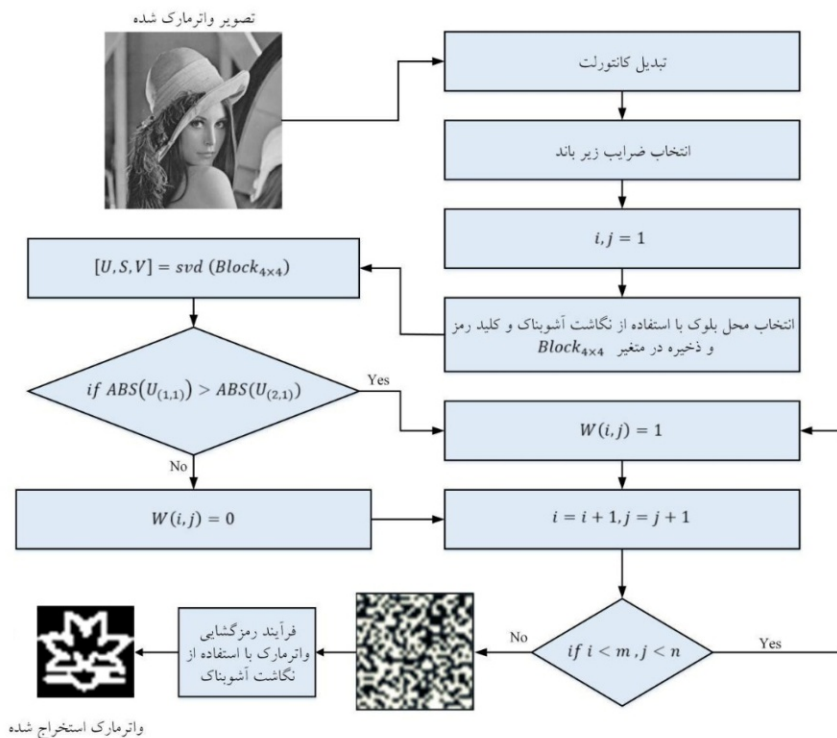
داده نهان نگاره که بر تصویر پوششی قرار می‌گیرد یک لوگوی باینری است. در این مقاله ما از الگوی آرم دانشگاه ارومیه به عنوان لوگوی اصلی بهره خواهیم برد که اندازه آن  $32 \times 32$  خواهد بود. شکل ۵ لوگوی نهان نگاره پیشنهادی که در الگوریتم آشوبناک مورد استفاده قرار می‌گیرد را نشان می‌دهد.



شکل ۵: لوگوی نهان نگاره دانشگاه ارومیه



شکل ۶: فرآیند درج نهان‌نگاره

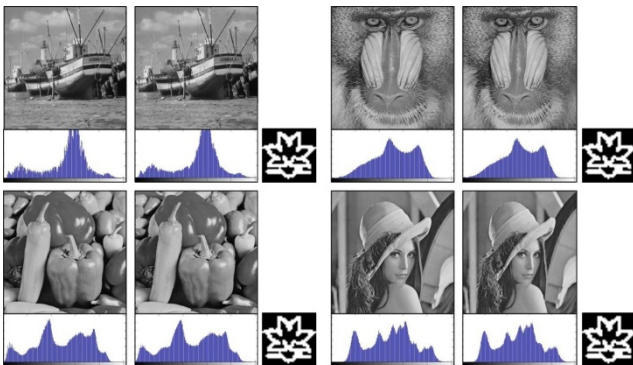


شکل ۷: فرآیند استخراج نهان‌نگاره

الگوریتم بر روی تصاویر استاندارد را نشان می‌دهد. همان طور که در شکل ۸ دیده می‌شود، بعد از فرآیند استخراج هیچ خطایی در نهان‌نگاره دیده نمی‌شود. هیستوگرام تصویر اصلی و تصویر نهان‌نگاری شده در پایین هر تصویر نشان داده شده است.

## ۶-۲ شفافیت

ویژگی بعدی شفافیت است که به شباهت‌های ادراکی بین نسخه اصلی و نسخه نهان‌نگاری شده می‌پردازد. با توجه به شکل ۸ وجود نهان‌نگاره در تصاویر نهان‌نگاری شده غیر قابل مشاهده است و این ویژگی است که مورد نظر ماست. هیستوگرام‌های نمایش داده شده نیز غیر قابل مشاهده بودن را بیان می‌کنند.



شکل ۸: هیستوگرام تصویر اصلی و تصویر نهان‌نگاری شده.

اما برای ارزیابی کارایی الگوریتم پیشنهادی در این ویژگی باید معیار عددی ارائه شود که اکثر پژوهشگران از معیار نسبت پیک سیگنال به نویز (PSNR) که به صورت رابطه ۶ تعریف می‌شود، استفاده می‌کنند [۲۱, ۲۲]:

$$PSNR = 10 \times \log \frac{255^2}{MSE} \quad (6)$$

که  $MSE$ ، میانگین مربع خطا در آمار است که به صورت رابطه ۷ تعریف می‌شود:

$$MSE = \frac{1}{M \times N} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (H_{ij} - H'_{ij}) \quad (7)$$

جدول ۱ نتایج حاصل از این معیار را در تصاویر نهان‌نگاری شده نشان می‌دهد. در پژوهش‌ها حداقل مقدار قابل قبول برای PSNR برای سامانه‌های نهان‌نگاری ۳۸ ذکر شده است [۳۶] و اعداد جدول نشان می‌دهد که مقادیر محاسبه شده به این عدد نزدیک‌تر است.

جدول ۱: نتایج حاصل از معیار PSNR

مقدار PSNR	تصاویر استاندارد
۳۴/۶۷	Baboon
۳۶/۱۲	Boat
۳۹/۳۳	Lena
۳۵/۶۶	Peppers

گام ۹: معکوس SVD انجام و نتایج در بلوک ذخیره می‌شود.

$$Block_{4 \times 4} = U \times S \times V^T \quad (8)$$

گام ۱۰: مقادیر  $i$  و  $j$  یک واحد افزایش می‌یابد.

گام ۱۱: اگر  $i < m$  و  $j < n$  باشد برو به گام ۷ و در غیر

اینصورت برو به گام ۱۲.

گام ۱۲: عکس تبدیل کانتورلت بر روی ضرایب زیر باند اعمال می‌شود.

گام ۱۳: نتیجه نهایی تصویر نهان‌نگاری شده است.

## ۵-۲ فرآیند استخراج نهان‌نگاره

فرآیند استخراج نهان‌نگاره به شرح زیر و مطابق دیاگرام شکل ۷ است:

گام ۱: تصویر نهان‌نگاری شده دریافت می‌شود.

گام ۲: اندازه لوگو تعیین می‌شود.

گام ۳: تبدیل کانتورلت بر روی تصویر نهان‌نگاره شده انجام می‌شود.

گام ۴: ضرایب مربوط به زیرباند درج شده انتخاب می‌شود.

گام ۵: مقدار اولیه  $i$  و  $j$  برابر یک قرار داده می‌شود.

گام ۶: محل بلوک در تصویر با استفاده از نگاهت کوانتومی انتخاب شده و در متغیر Block ذخیره می‌شود.

گام ۷: تجزیه SVD بر روی بلوک‌های ضرایب با اندازه  $4 \times 4$  انجام می‌شود.

گام ۸: اگر  $|U(1,1)| > |U(2,1)|$  باشد، آنگاه مقدار  $w(i, j)$  برابر یک و در غیر اینصورت برابر صفر است.

گام ۹: مقادیر  $i$  و  $j$  یک واحد افزایش می‌یابد.

گام ۱۰: اگر  $i < m$  و  $j < n$  باشد برو به گام ۶ و در غیر اینصورت برو به گام ۱۱.

گام ۱۱: نهان‌نگاره استخراج شده با استفاده از نگاهت کوانتومی رمزگشایی می‌شود.

گام ۱۲: لوگوی نهایی ایجاد می‌شود.

## ۶ نتایج آزمایش‌ها

در این بخش نتایج حاصل از درج و استخراج نهان‌نگاره در الگوریتم پیشنهادی را مشاهده و بررسی خواهیم کرد. یک سیستم نهان‌نگاری دارای خصوصیتی است که در ادامه به بررسی این خصوصیات می‌پردازیم تا کارایی الگوریتم پیشنهادی بررسی و مقایسه شود.

### ۶-۱ اثربخشی درج

بنا به تعریف ذکر شده، اثربخشی یک سیستم نهان‌نگاری میزان احتمال خروجی از سیستم درج کننده خواهد بود. برای نمایش اثربخشی الگوریتم  $32 \times 32$  پیشنهادی از لوگوی دانشگاه ارومیه و نمونه‌های تصاویر استاندارد استفاده شد. شکل ۸ نتایج حاصل از

## ۳-۶ استخراج آگاهانه و کور

در استخراج آگاهانه نیاز به تصویر اصلی جهت استخراج نهان‌نگاره وجود دارد که این نوعی محدودیت محسوب می‌شود و برای سامانه‌های نهان‌نگاری خصوصی خوب است. یکی از ویژگی‌های سامانه‌های نهان‌نگاری عمومی استفاده از روش‌های کور است. الگوریتم پیشنهادی در این پژوهش از نوع کور بوده و نیازی به تصویر اصلی جهت استخراج نیست.

## ۴-۶ مقاومت روش نهان‌نگاری پیشنهادی

مقاوم بودن نهان‌نگاره در مقابل عملیات مشترک پردازش سیگنال است که گاهی به این عملیات حملات گفته می‌شود. چون این عملیات اکثراً توسط مهاجمین جهت از بین بردن نهان‌نگاره اعمال می‌شود، بررسی این حملات بسیار مورد تأکید پژوهشگران است. برای بررسی مقاومت الگوریتم‌های پیشنهادی حملات مختلفی از قبیل حملات هندسی و حملات غیر هندسی به سامانه‌های نهان‌نگاری افزوده شد. حملات عبارت‌اند از:

- **فشرده سازی JPEG:** این استاندارد از مشهورترین استانداردهای استفاده‌شده در فشرده‌سازی با اتلاف است که در نرخ‌های مختلف ۷۵٪ و ۵۰٪ و ۲۵٪ به نهان‌نگاری افزوده شده است.
- **فیلتر کردن میانه:** در فیلتر میانه پیکسل ورودی با میانه پیکسل‌های همسایه جایگزین می‌شود. پنجره‌های استفاده در این فیلتر به صورت  $3 \times 3$  و  $5 \times 5$  بر روی سیستم نهان‌نگاری اعمال شده است.
- **فیلتر پایین گذر:** فیلتر پایین گذر در حقیقت تضعیف سیگنال‌های بالا و یکپارچه‌سازی سیگنال است. فیلتر پایین گذر در یک تصویر در حقیقت عمل میانگین‌گیری در حوزه فضا است، تصویر تولید شده از این فیلتر نسخه ایی صاف‌شده از تصویر اصلی است که عددی از اجزای فرکانس بالا در تصویر است.
- **تصحیح گاما:** تصحیح گاما، گامای غیرخطی، کدگذاری گاما یا گامای ساده نام یک عملیات ساده غیرخطی است که برای کدگذاری یا کدگشایی مقادیر روشنایی یک تصویر بکار می‌رود.
- **مات کردن:** مات کردن مرحله‌ای از پیش پردازش است که باعث حذف جزئیاتی از تصویر می‌شود که در تصویر اولیه اشیای بزرگتر قابل استخراج بودند یا شبیه به پل زدن شکاف‌های کوچک در خط یا منحنی است. حذف نویز را می‌توان با روش‌های مات کردن با یک فیلتر غیرخطی انجام داد.
- **تیز کردن:** هدف اصلی شامل برجسته کردن جزئیات تصویر یا بهبود جزئیات در تصاویری است که مات شده است.

## Archive of SID

• **یکسان کردن هیستوگرام:** یکسان کردن هیستوگرام فنی است که شامل تنظیم کردن مقادیر خاکستری یک تصویر است، به شکلی که سطح خاکستری هیستوگرام یک تصویر ورودی به یک هیستوگرام یکنواخت نگاشت می‌شود.

• **چرخش:** چرخش یک تصویر ورودی مربوط به یک نقطه محور اختیاری که با برگرداندن تصویر اصلی حول نقطه محوری اعمال می‌شود.

• **نویز گوسی:** نویز آماری است که دارای توزیع احتمال نرمال است. به عبارت دیگر مقادیر نویز دارای آماری گوسی است. به همین دلیل اغلب به عنوان نویز سفید افزودنی بکار می‌رود.

• **نویز فلفل و نمک:** این نویز اغلب در تصویر قابل مشاهده است. این نویز خودش را به شکل پیکسل‌های تصادفی سیاه و سفید در تصاویر خاکستری نشان می‌دهد و در تصاویر رنگی به شکل سفید و قرمز است.

• **برش:** برش به برداشتن بخش‌های بیرونی از یک تصویر برای بهبود بخشیدن به تصویر، یا تکیه کردن بر بخش مهمی از تصویر یا تغییر نسبت ابعاد تصویر بکار می‌رود.

• **مکمل تصویر:** مکمل یک تصویر از جایگزینی مقدار پیکسل‌های آن با اختلافش از عدد ۲۵۵ بدست می‌آید. اگر  $X$  مقدار پیکسل یک تصویر و  $X'$  مقدار پیکسل نظیرش در تصویر مکمل باشد، رابطه  $X' = 255 - X$  بین آنها برقرار است.

پس از ذکر حملات هندسی و غیر هندسی وقت آن است که این حملات به تصویر نهان‌نگاره شده افزوده شود تا نتیجه استخراج معلوم گردد.

در این مطالعه برای بررسی قابلیت اعتماد لوگوی استخراج شده از نرخ بیت‌های خطا (BER)<sup>۱</sup> استفاده شده است که به صورت رابطه ۸ تعریف می‌شود [۲۳]:

$$BER = \frac{B}{M \times N} \times 100 \quad (۸)$$

در رابطه ۸،  $B$  نشان دهنده بیت‌های خطای بین نهان‌نگاره اصلی ( $w_{ij}$ ) و استخراج شده ( $w'_{ij}$ ) است که توسط رابطه ۹ تعیین می‌شود:

$$B = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N |w_{ij} - w'_{ij}| \quad (۹)$$

و  $M \times N$  اندازه لوگوی نهان‌نگاره است.

در اکثر پژوهش‌ها علاوه بر معیار BER، معیار دیگری نیز به منظور بررسی مقاومت و قابلیت اعتماد لوگوی استخراج شده در برابر حملات برای ارزیابی کمی روش پیشنهادی مورد استفاده قرار می‌گیرد. این معیار، معیار همبستگی نرمال (NC)<sup>۲</sup> نام دارد که به صورت رابطه ۱۰ توصیف می‌شود:

<sup>۱</sup> Bit Error Rate

<sup>۲</sup> Normal correlation



جدول ۳: بررسی مقاومت نهان نگاره در مقابله حملات برای تصویر لنا با آستانه ۰/۰۳

لوگوی نهان نگاره استخراج شده	BER	حمله
	۱/۸۵۵۵	Salt & Pepper Noise (10%)
	۴۶/۴۸۴۴	Rotation (+6d)
	۱۰۰	Image Complement
	۵۷/۶۱۷۲	Blurring
	۵/۰۷۸۱	Cropping
	.	JPEG Compression
	.	Gaussian Noise
	.	Median Filter (3x3)
	.	Sharpening
	.	Histogram Equalization
	۱/۵۶۲۵	Gamma Correction
	.	Low Pass Filter

جدول ۲: بررسی مقاومت نهان نگاره در مقابله حملات برای تصویر لنا با آستانه ۰/۰۲

لوگوی نهان نگاره استخراج شده	BER	حمله
	۴/۷۸۵۲	Salt & Pepper Noise (10%)
	۴۸/۴۳۷۵	Rotation (+6d)
	۱۰۰	Image Complement
	۵۷/۲۲۶۶	Blurring
	۵/۵۶۶۴	Cropping
	.	JPEG Compression
	.	Gaussian Noise
	۰/۰۹۷۶	Median Filter (3x3)
	.	Sharpening
	.	Histogram Equalization
	۲/۷۳۴۴	Gamma Correction
	.	Low Pass Filter

که در آن

$$\bar{w} = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N w_{ij}}{M \times N}, \quad \bar{w}' = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N w'_{ij}}{M \times N}.$$

$$NC = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (w_{ij} - \bar{w})(w'_{ij} - \bar{w}')}{\sqrt{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (w_{ij} - \bar{w})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (w'_{ij} - \bar{w}')^2}} \quad (10)$$

## Archive of SID

تصادفی تولید شده دارای امنیت بیشتری خواهد بود. همچنین از تجزیه مقادیر تکین طوری به‌زده ایم که از نقص آن یعنی نداشتن امنیت اجتناب کرده و در عین حال از مزیت آن یعنی بالا بردن شفافیت روش نهان‌نگاری استفاده کرده ایم.

بر اساس نتایج بدست آمده از الگوریتم پیشنهادی و مشاهده مقادیر جدول می‌بینیم الگوریتم پیشنهادی الگوریتمی کامل، دارای شفافیت قابل قبول و مقاوم در برابر اکثر حملات در حوزه پردازش تصویر و سیگنال است. ولی زمان پردازش بیشتر برای تبدیل و معکوس آن از معایب این روش می‌باشد. برای پژوهش‌های آینده، برای بالا بردن سرعت محاسباتی می‌توان از تبدیل‌های دیگر مانند تبدیل QR استفاده نمود و نیز برای افزایش بیشتر مقاومت نهان‌نگاری در برابر حملات می‌توان روی ابعاد بلوک انتخابی و نیز نحوه درج نهان‌نگاره کد شده کار کرد طوری که با کاهش مقدار آستانه T شفافیت روش را بالا برد و در کنار آن مقاومت را نیز حفظ نمود.

جدول ۴: مقایسه BER برای تصویر لنا در مقابل حملات انجام شده در روشهای [۲۴] و [۲۵] و روش پیشنهادی

حمله	پارامتر	[۲۴]	[۲۵]	روش پیشنهادی
JPEG Compression	%۷۵	۹/۴۶	۰/۰۶	۰
Median filter	۳×۳	۳۰/۱۳	۱۳/۳۷	۰/۰۹۷
Salt and pepper noise	%۲۰	۱۰/۱۷	۱۱/۷۱	۴/۷۸
Gaussian filter	%۱۰	۱۲/۴۶	۱۱/۷۱	۰
Cropping	%۲۵	۲۸/۱۵	۰	۵/۵۶
Sharpening	-	۱/۴۳	۰	۰

## ۷ نتایج تجربی

برای تست عملکرد روش پیشنهادی از چهار تصویر استاندارد با اندازه پیکسل  $512 \times 512$  مانند لنا، کشتی، بابون، لفلل از پایگاه داده [۳۴] استفاده می‌کنیم. برای آزمون اصلی از تصویر لنا با اندازه  $512 \times 512$  و آرم دانشگاه ارومیه با اندازه  $32 \times 32$  استفاده کردیم. جداول ۲ و ۳ به ترتیب مقاومت نهان‌نگاره را در مقابل حملات برای تصویر لنا با آستانه  $0.2$  و  $0.3$  نمایش می‌دهند. مقایسه نتایج جدول ۲ و جدول ۳ نشان می‌دهد که با افزایش مقدار آستانه T مقاومت نهان‌نگاره نیز در برابر حملات با کاهش مقدار BER افزایش یافته است. همانطور که قبلاً هم اشاره کردیم با توجه به مقدار قابل قبول نسبت سیگنال به نویز، مقدار آستانه T را برابر  $0.2$  در نظر گرفته ایم که نتایج مقاومت روش نهان‌نگاری در جدول ۲ رضایت بخش می‌باشد. در مورد حمله مکمل تصویر<sup>۱</sup> ذکر این نکته ضروری است که نهان‌نگاره استخراج شده به صورت تصویر نگاتیو بازیابی می‌شود که با توجه به نوع حمله این امر طبیعی می‌باشد.

برای مقایسه روش پیشنهادی با روش‌های مشابه مطرح شده، ما دو روش ذکر شده در [۲۴] و [۲۵] را انتخاب کردیم. در [۲۴] روش نهان‌نگاری بر پایه تبدیل چندموجک<sup>۲</sup> مطرح شده که در آن نهان‌نگاره باینری با اندازه  $32 \times 32$  است. همچنین در [۲۵] روش نهان‌نگاری مطرح شده بر پایه تبدیل کانتورلت است که نهان‌نگاره با اندازه  $32 \times 32$  در آن دو مرتبه در تصویر درج می‌شود و از تبدیل‌های دیگر همانند تجزیه مقادیر تکین در آن استفاده نشده است. در جدول ۴ نتایج مربوط به مقادیر BER برای تصویر لنا با هر دو روش پیشنهادی در [۲۴] و [۲۵] مقایسه شده است. همچنین در جدول ۵ مقادیر NC را برای سه تصویر قایق، بابون و لفلل به همراه نتایج روش [۲۵] آورده ایم که مقایسه آنها بیانگر برتری روش پیشنهادی در این مقاله است.

## ۸ نتیجه‌گیری و پیشنهادات

در این تحقیق یک روش نهان‌نگاری تصویر ارائه شده است که در آن نهان‌نگاره در زیر باندها با استفاده از ترکیب تبدیلات کانتورلت، تجزیه مقادیر تکین و نگاشت آشوبناک درج شده است. در طرح پیشنهادی نهان‌نگاری مقاوم در برابر عملیات پردازش سیگنال و تحریف‌های هندسی همانند فیلتر پایین‌گذر، فشرده‌سازی، نویز، تیز کردن و غیره می‌باشد.

در طرح نهان‌نگاری که در این پژوهش ارائه دادیم از نگاشت آشوبناک برای کد کردن نهان‌نگاره باینری استفاده کردیم. مهمترین خصوصیت آشوب حساسیت آن نسبت به شرایط اولیه است بدین صورت که با انتخاب شرایط اولیه متفاوت اما بسیار مشابه، خروجی سیستم مقادیر کاملاً متفاوت است، بنابراین رشته شبه

<sup>1</sup> Image complement

<sup>2</sup> Multiwavelet transform

جدول ۵: مقایسه مقادیر NC برای تصاویر تست روش پیشنهادی با روش [۲۵]

فلفل		بابون		قایتی		تصویر
روش پیشنهادی	روش [۲۵]	روش پیشنهادی	روش [۲۵]	روش پیشنهادی	روش [۲۵]	حمله
۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۰/۹۹۲	Jpeg compression 75%
۱/۰۰	۰/۷۰	۱/۰۰	۰/۱۵	۱/۰۰	۰/۳۸	Median filter 3×3
۰/۹۸	۰/۹۹	۰/۹۹	۰/۹۲	۰/۹۸	۰/۹۹	Salt&peppers 20%
۰/۹۷	۰/۹۰	۱/۰۰	۰/۸۶	۰/۹۹	۰/۹۶	Gaussian noise 10%
۰/۹۰	۰/۸۵	۰/۹۰	۰/۸۹	۰/۹۱	۱/۰۰	Cropping 25%
۱/۰۰	۰/۹۸	۱/۰۰	۰/۸۷	۱/۰۰	۰/۹۷	Histogram equalization

## مراجع

- [10] S. H. Strogatz, *Nonlinear dynamics and chaos: with applications to physics, biology, chemistry, and engineering*: Hachette UK, 2014.
- [11] S. Banerjee, *Chaos Synchronization and Cryptography for Secure Communications: Applications for Encryption: Applications for Encryption*: IGI Global, 2010.
- [12] R. M. May, "Simple mathematical models with very complicated dynamics," *Nature*, vol. 261, pp. 459-467, 1976.
- [13] M. Hénon, A two-dimensional mapping with a strange attractor, in *The Theory of Chaotic Attractors*, Springer, pp. 94-102, 1976.
- [14] S. Behnia, P. Ayubi, and W. Soltanpoor, Image encryption based on quantum chaotic map and FSM transforms, in *XVth International Symposium Telecommunications Network Strategy and Planning (NETWORKS)*, pp. 1-6, 2012.
- [15] B. N. Datta, *Numerical linear algebra and applications*: Siam, 2010.
- [16] C.-C. Chang, P. Tsai, and C.-C. Lin, "SVD-based digital image watermarking scheme," *Pattern Recognition Letters*, vol. 26, pp. 1577-1586, 2005.
- [17] D. Vaishnavi and T. Subashini, "Robust and invisible image watermarking in RGB color space using SVD," *Procedia Computer Science*, vol. 46, pp. 1770-1777, 2015.
- [18] M. Ali, C. W. Ahn, and M. Pant, "A robust image watermarking technique using SVD and differential evolution in DCT domain," *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*, vol. 125, pp. 428-434, 2014.
- [19] M. N. Do and M. Vetterli, "The contourlet transform: an efficient directional multiresolution image representation," *IEEE Transactions on image processing*, vol. 14, pp. 2091-2106, 2005.
- [1] الله یاری، لیلا، روشی جدید بر نهماننگاری طیف گسترده تصاویر با استفاده از تبدیل کانتورلت، پایان نامه کارشناسی ارشد ریاضی دانشگاه ارومیه، ۱۳۹۵.
- [2] R. M. Rao, *Wavelet transforms: Introduction to theory and applications*: Pearson Education India, 1998.
- [3] M. Amini, M. O. Ahmad, M. N. S. Swamy, A robust multibit multiplicative watermark decoder using vector-based hidden Markov model in wavelet Domain, *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, 2018.
- [4] E. Najafi, A robust embedding and blind extraction of image watermarking based on discrete wavelet transform, *Mathematical Sciences*, Vol. 11, 4, pp. 307-318, 2017.
- [5] A.-N. Yahya, H. A. Jalab, A. Wahid, and R. M. Noor, "Robust watermarking algorithm for digital images using discrete wavelet and probabilistic neural network," *Journal of King Saud University-Computer and Information Sciences*, vol. 27, pp. 393-401, 2015.
- [6] S. R. Chalamala, K. R. Kakkirala, and R. G. B. Mallikarjuna, "Analysis of wavelet and contourlet transform based image watermarking techniques," in *IEEE International Conference Advance Computing (IACC)*, pp. 1122-1126, 2014.
- [7] M. Jayalakshmi, S. N. Merchant, and U. B. Desai, "Digital watermarking in contourlet domain," in *18th International Conference on Pattern Recognition, ICPR*, pp. 861-864, 2006.
- [8] S. Xiao, H. Ling, F. Zou, and Z. Lu, "Adaptive image watermarking algorithm in contourlet domain," in *Japan-China Joint Workshop on Frontier of Computer Science and Technology(FCST)*, pp. 125-130, 2007.
- [9] E. N. Lorenz, "Deterministic nonperiodic flow," *Journal of the atmospheric sciences*, vol. 20, pp. 130-141, 1963.

- [33] L. Xiao, Z. Wei, J. Ye, Comments on "Robust embedding of visual watermarks using discrete wavelet transform and singular value decomposition and theoretical analysis", J. Electron. Imaging 17, 4, 2008. 040501.
- [34] The USC-SIPI Image Database, Viterbi School of Engineering, 1981. Retrieved 2013-12-31.
- [35] S. Agreste, L. Puccio, Wavelet-based watermarking algorithms: theory, applications and critical aspects, International Journal of Computer Mathematics, Vol. 88, No. 9, 1885-1895, June 2011.
- [36] Y. P. Lee, J. C. Lee, W. K. Chen, K. C. Chang, I. J. Su, C. P. Chang, High-payload image hiding with quality recovery using tri-way pixel-value differencing, Inf. Sci., 191 pp. 214-225, 2012.
- [20] P. Burt and E. Adelson, "The Laplacian pyramid as a compact image code," IEEE Transactions on communications, vol. 31, pp. 532-540, 1983.
- [21] Y. Liu, S. Tang, R. Liu, L. Zhang, and Z. Ma, "Secure and robust digital image watermarking scheme using logistic and RSA encryption," Expert Systems with Applications, vol. 97, pp. 95-105, 2018.
- [22] S. Fazli and M. Moeini, "A robust image watermarking method based on DWT, DCT, and SVD using a new technique for correction of main geometric attacks," Optik-International Journal for Light and Electron Optics, vol. 127, pp. 964-972, 2016.
- [23] F. N. Thakkar and V. K. Srivastava, "A blind medical image watermarking: DWT-SVD based robust and secure approach for telemedicine applications," Multimedia Tools and Applications, vol. 76, pp. 3669-3697, 2017.
- [24] H. Peng, J. Wang, and W. Wang, "Image watermarking method in multiwavelet domain based on support vector machines," Journal of Systems and Software, vol. 83, pp. 1470-1477, 2010.
- [25] S. Ranjbar, F. Zargari, and M. Ghanbari, "A highly robust two-stage contourlet-based digital image watermarking method," Signal Processing: Image Communication, vol. 28, pp. 1526-1536, 2013.
- [26] N. Morimoto, Digital watermarking technology with practical applications, Multimedia Informing Technologies, Vol. 4, No. 2, pp. 107-111, 1999.
- [27] H. T. Wu and Y. M. Cheung, Reversible watermarking by modulation and security enhancement, IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. 59, no. 1, pp. 221-228, Jan. 2010.
- [28] H. Sadreazami and M. Amini, Highly robust image watermarking in contourlet domain using singular value decomposition, IEEE International Conference on Signal Processing (ICSP), pp. 628-631, 2012.
- [29] H. Sadreazami, M. O. Ahmad, M. N. S. Swamy, Multiplicative watermark decoder in contourlet domain using the normal inverse Gaussian distribution, IEEE Transactions on Multimedia, 2016.
- [30] N. M. Makbol, B. E. Khoo, Robust blind image watermarking scheme based on redundant discrete wavelet transform and singular value decomposition, AEU, Int. J. Electron. Commun., Vol. 67, 2, pp. 102-112, 2013.
- [31] P. Mitra, R. Gunjan, M. S. Gaur, A multi-resolution watermarking based on contourlet transform using SVD and QR decomposition, International Conference on Recent Advances in Computing and Software Systems, Chennai, pp. 135-140, 25-27 April 2012.
- [32] X. P. Zhang, K. Li, Comments on "An SVD-based watermarking scheme for protecting rightful ownership", IEEE Trans. Multimed. 7, 3, pp. 593-594, 2005.



**لیلی الهیاری** مدارک کارشناسی (سال ۱۳۹۳) و کارشناسی ارشد (سال ۱۳۹۵) ریاضی کاربردی را از دانشگاه ارومیه کسب نمود. ایشان هم اکنون مشغول به ادامه فعالیت‌های پژوهشی در زمینه پردازش تصویر (نهان نگاری تصاویر) در دانشگاه ارومیه است. زمینه‌های تحقیقاتی ایشان پردازش تصویر و موجک‌ها است.



**سعید سهرابی** مدرک کارشناسی ریاضی را در سال ۱۳۷۶ از دانشگاه تبریز و مدارک کارشناسی ارشد و دکتری در رشته ریاضی کاربردی را به ترتیب در سال‌های ۱۳۷۹ و ۱۳۸۸ از دانشگاه علم و صنعت ایران اخذ نمود. ایشان هم اکنون دانشیار گروه ریاضی دانشگاه ارومیه است و زمینه‌های پژوهشی مورد علاقه ایشان، نظریه موجک‌ها و روش‌های ریاضی در پردازش تصاویر است.



**اسماعیل نجفی** مدرک کارشناسی ریاضی کاربردی را در سال ۱۳۸۵ از دانشگاه پیام نور تبریز و مدارک کارشناسی ارشد و دکتری در رشته ریاضی کاربردی را در سال‌های ۱۳۸۷ و ۱۳۹۰ از دانشگاه علم و صنعت ایران دریافت نمود. ایشان از سال ۱۳۹۱ تاکنون استادیار گروه ریاضی دانشگاه ارومیه است و از زمینه‌های تحقیقاتی مورد علاقه بکارگیری تبدیلات و عملگرهای ریاضی در نهان نگاری و نهان کاوی تصاویر است.