

### چکیده

انرژی لرزه‌ای حاصل از یک منبع زیرزمینی به شکل امواج لرزه‌ای در سازه‌های سطحی پخش می‌شود. این امواج که امواج حجمی نامیده شده‌اند، تغییر شکل‌های حجمی بوسیله امواج فشاری، یا تغییر شکل‌های برشی بوسیله موج برشی و یا با توجه به شرایط مرزی خاص در فصل مشترک لایه‌ها و یا در سطح زمین تغییر شکل‌های دیگری به وجود می‌آورند. شرایط مرزی مربوط به سطح آزاد اجازه می‌دهد علاوه بر معادلات حرکت، پاسخهای اضافی دیگری نیز در نظر گرفته شود. مهندسی زلزله تأثیر امواج لرزه‌ای بر سازه‌های سطح زمین یا نزدیک به سطح زمین را مورد بررسی قرار می‌دهد و با توجه به میرایی کمتر امواج سطحی از امواج حجمی، اهمیت امواج سطحی نسبت به امواج حجمی بیشتر است. مسائل انتشار امواج در محیط متخلخل اشباع نیم قرن پیش توسط بيو (Biot) پس از تدوین نظریه محیط متخلخل اشباع مورد بحث و بررسی قرار گرفت. گسترش نظریه انتشار امواج کشسان در خاکهای غیراشباع که از یک اسکلت جامد متخلخل که فضاهای خالی آن با آب و هوا پر شده است، اساس حل مسائل پیچیده انتشار امواج در خاکهای غیراشباع می‌باشد. مشخص شده است که سه موج فشاری و یک موج برشی در محیط متخلخل غیراشباع منتشر می‌شوند. علاوه بر این، موج رایلی، حاصل انطباق امواج فشاری و برشی هنگام رسیدن به سطح آزاد است. در نتیجه، در محیط غیر اشباع با رسیدن امواج حجمی به سطح آزاد سه موج رایلی حاصل می‌شود. هدف این تحقیق به دست آوردن خصوصیات و معادلات حاکم بر امواج رایلی با توجه به امواج فشاری و برشی است. در پایان نتایج نظری به صورت یک مثال عددی آورده شده‌اند.

**کلمات کلیدی:** محیط متخلخل غیر اشباع، انتشار موج، امواج سطحی، موج رایلی، سرعت، میرایی

## استخراج معادلات انتشار امواج رایلی در سطح محیط نیمه بی‌نهایت غیر اشباع

ایمان عشایری (نویسنده مسؤل)

استادیار گروه مهندسی عمران، دانشگاه رازی  
[lashaveri@razi.ac.ir](mailto:lashaveri@razi.ac.ir)

مهنوش بیگری

استادیار گروه مهندسی عمران، دانشگاه رازی

مجید رضایی صفت

دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی عمران، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه رازی

### 1- مقدمه

تغییر شکل‌های برشی بوسیله موج برشی به وجود می‌آورند. با این حال، امواج حجمی با توجه به شرایط مرزی خاص در فصل مشترک لایه‌ها و یا در سطح زمین تغییر شکل‌های دیگری را نیز ایجاد می‌کنند. موج رایلی به عنوان موجی که همواره در سطح آزاد زمین به وجود می‌آید، باعث حرکت سطح زمین در دو جهت عمود بر هم، جهت قائم و یک جهت افقی می‌شود؛ بنابراین حرکت ذرات خاک در صفحه موج به شکل بیضی‌هایی است که قطر اصلی و فرعی آنها با افزایش عمق، کاهش می‌یابد. نسبت محور افقی به محور عمودی،

مطالعه بر روی انتشار امواج لرزه‌ای در زمینه‌های مختلفی مانند لرزه‌شناسی، مهندسی ژئوتکنیک و ژئوفیزیک حائز اهمیت است. در این میان، امواج رایلی علاوه بر تأثیر بر سازه‌های سطحی، می‌تواند اطلاعاتی درباره خصوصیات و مشخصات لایه‌های نزدیک به سطح زمین به ما بدهد. در نتیجه، مطالعه این امواج اهمیت بیشتری دارد. انرژی لرزه‌ای حاصل از یک منبع زیرزمینی به شکل امواج لرزه‌ای در سازه‌های سطحی پخش می‌شود. این امواج که امواج حجمی نامیده شده‌اند، تغییر شکل‌های حجمی بوسیله امواج فشاری یا

و 2004 [14 و 15] گسترش یافته، معادلات امواج حجمی را در خاک غیر اشیاعی که ترکیبی از دانه‌های جامد تراکم‌ناپذیر و دو سیال که قابل مخلوط شدن با هم نیستند، بر حسب تنش خالص و مکش بافتی ارائه دادند. در هر دو تحقیق ذکر شده نتایج، بسیار مشابه با مثال عددی توسط بریمان در سال 1988 [16] است. به طور مشابه تحقیقات دیگری توسط لو و همکاران (2005)، لو (2008)، لیو و هانینگ (2005) و آلبرز (2009) نشان داده‌اند که سه موج فشاری و یک موج برشی در خاکهای غیراشیاع منتشر می‌شود [17، 18، 19 و 20]. پس از گسترش معادلات امواج حجمی برای خاکهای غیراشیاع، گسترش معادلات امواج سطحی ممکن شد. چن و همکاران در سال 2011 [21] از نظریه مخلوط برای توصیف امواج سطحی در خاکهای غیراشیاع استفاده کردند. هدف این تحقیق گسترش معادلات امواج سطحی با استفاده از یک رویکرد مکانیک در محیط‌های متخلخل است. نتایج به دست آمده با نتایج تحقیق چن و همکاران در سال 2011 تطابق دارند؛ درحالی که در معادلات ارائه شده در این تحقیق می‌توان نسبت آب نگهداری را به شکل دلخواه در نظر گرفت. نتایج این تحقیق به صورت یک مثال عددی نشان داده شده‌اند که در این مثال سرعت و میرایی سه موج ریلی برای ماسه سنگ مسیلون در درجات مختلف اشباع محاسبه شده‌اند.

## 2- معادلات موج کشان در خاکهای غیراشیاع

به دنبال یک رویکرد مکانیک محیط متخلخل برای خاکهای غیراشیاع که به صورت یک محیط پیوسته عمل می‌کنند و متشکل از سه جزء اسکلت جامد متخلخل، مایع و گاز می‌باشند، معادلات دیفرانسیل جزئی به صورت جامع توسط عشایری و همکاران در سالهای 2009 و 2014 ارائه شده‌اند [12 و 13]. این معادلات به شکل نهایی در روابط (1) تا (3) نشان داده شده‌اند.

$$\begin{aligned} \pi_{11} \nabla \operatorname{div} u^s - \mu \operatorname{curl} \operatorname{curl} u^s + \pi_{12} \nabla \operatorname{div} u^l + \\ \pi_{13} \nabla \operatorname{div} u^g = \rho_{11} \ddot{u}^s + \rho_{12} \ddot{u}^l + \rho_{13} \ddot{u}^g + \\ \eta_{11} \dot{u}^s + \eta_{12} \dot{u}^l + \eta_{13} \dot{u}^g \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \pi_{12} \nabla \operatorname{div} u^s + \pi_{22} \nabla \operatorname{div} u^l + \pi_{23} \nabla \operatorname{div} u^g = \\ \rho_{12} \ddot{u}^s + \rho_{22} \ddot{u}^l + \eta_{12} \dot{u}^s + \eta_{22} \dot{u}^l \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \pi_{13} \nabla \operatorname{div} u^s + \pi_{23} \nabla \operatorname{div} u^l + \pi_{33} \nabla \operatorname{div} u^g = \\ \rho_{13} \ddot{u}^s + \rho_{33} \ddot{u}^l + \eta_{13} \dot{u}^s + \eta_{33} \dot{u}^l \end{aligned} \quad (3)$$

بیضویت امواج ریلی نامیده می‌شود. بیضویت امواج ریلی تابعی از فرکانس است که با خصوصیات لایه‌های زیرین زمین مانند سختی و ضخامت در ارتباط می‌باشد. این امواج اولین بار توسط جان استرات لرد ریلی در سال 1885 در سطح آزاد از محیط نیم فضای کشسان جامد معرفی شد. بر اساس نظریه پیشگامانه ییو در سال 1956 درباره انتشار امواج کشسان در محیط متخلخل اشباع [1]، درزیویچ در سالهای 1961 و 1962 [2 و 3] اولین بار از نظریه ییو برای یافتن معادلات پراکندگی امواج سطحی در محیط متخلخل استفاده کرد. تحقیقات بیشتری توسط لیو و دی‌بور در سال 1997 [4] در زمینه پراکندگی و میرایی امواج سطحی در محیط متخلخل اشباع که شامل یک اسکلت جامد تراکم‌ناپذیر و مایع منفذی است بر روی نظریه مخلوط ارائه شده توسط حسنی‌زاده و گرای در سال 1990 [5] انجام شد. نظریه‌های زیادی توسط محققان دیگر از جمله می و فودا (1981)، وانگ و ژانگ (1998) و آلبرز (2006) برای امواج سطحی در محیط متخلخل اشباع ارائه شده است [6، 7 و 8].

این یک واقعیت انکار ناپذیر است که در بیشتر موارد، لایه‌های بالایی محیط خاکی غیراشیاع می‌باشند. در نتیجه، ضروری است که معادلات امواج سطحی برای خاکهای غیراشیاع توسعه داده شوند. اخیراً نظریه‌هایی در زمینه امواج ریلی در خاکهای غیراشیاع سطحی با دخالت درجه اشباع به عنوان یک عامل مؤثر بر منحنی‌های پراکندگی گسترش یافته است. یانگ در سال 2005 اثر مایعات منفذی همگن را با احتساب اثر نسبی اشباع در نظر گرفت [9]. به همین نحو وابستگی سرعت و میرایی امواج سطحی به درجه اشباع و فرکانس توسط چو و همکاران در سال 2006 با استفاده از نظریه اصلاح شده ییو که وابستگی فرکانسی مدول جرمی مخلوط را بیان می‌کند اجرا شد [10]. بسیاری از این تحولات بر اساس نظریه ییو برای امواج حجمی در خاکهای غیر اشباع گسترش یافته‌اند.

در این میان وی و مورالیتهاران در سال 2002 نظریه مخلوط با فازهای میانجی (Mixture Theory with Interfaces) برای یک محیط متخلخل غیراشیاع که تعادل دینامیکی در فصل مشترک بین فازهای فیزیکی آن در معادلات حرکت برقرار شده است را ارائه دادند [11]. عشایری و همکاران در سالهای 2009 و 2014 [12 و 13] با استفاده از نظریه مکانیک محیط‌های متخلخل که توسط کاوسی در سالهای 1995

در این روابط،  $u^a$  بردار جابه‌جایی برای اسکلت جامد و سیال

می‌باشد که  $\alpha = s, l, g$ ، "s"، "l" و "g" به ترتیب نشان‌دهنده فاز جامد، مایع و گاز می‌باشند. پارامترهای دیگری که در روابط (1، 2 و 3) به کار رفته‌اند در معادله‌های (4 تا 17) تعریف شده‌اند:

$$\sum_{\beta=l,g} N^{\beta} = \frac{b^l - \phi^l}{D^m} + \frac{\phi^l}{D^l} \quad (19)$$

$$\sum_{\beta=l,g} N^{g\beta} = \frac{b^g - \phi^g}{D^m} + \frac{\phi^g}{D^s} \quad (20)$$

کار رفته‌اند در معادله‌های (4 تا 17) تعریف شده‌اند:

$$\pi_{11} = \lambda + 2\mu + \sum_{\alpha} \sum_{\beta} (b^{\alpha} - \phi^{\alpha}) M^{\alpha\beta} (b^{\beta} - \phi^{\beta}) \quad (4)$$

$$\pi_{12} = \sum_{\alpha} (b^{\alpha} - \phi^{\alpha}) M^{\alpha l} \phi^l \quad (5)$$

$$\pi_{13} = \sum_{\alpha} (b^{\alpha} - \phi^{\alpha}) M^{\alpha g} \phi^g \quad (6)$$

$$\pi_{22} = M^{ll} (\phi^l)^2 \quad (7)$$

$$\pi_{23} = \phi^l M^{lg} \phi^g \quad (8)$$

$$\pi_{33} = M^{gg} (\phi^g)^2 \quad (9)$$

$$\rho_{11} = \rho + \sum_{\alpha} (\hat{\rho}^{\alpha} \phi^{\alpha} - 2\rho^{\alpha} \phi^{\alpha}) \quad (10)$$

$$\rho_{22} = \hat{\rho}^l \phi^l \quad (11)$$

$$\rho_{33} = \hat{\rho}^g \phi^g \quad (12)$$

$$\rho_{12} = (\rho^l - \hat{\rho}^l) \phi^l \quad (13)$$

$$\rho_{13} = (\rho^g - \hat{\rho}^g) \phi^g \quad (14)$$

$$\eta_{11} = \sum_{\alpha} \frac{(\phi^{\alpha})^2}{k^{\alpha}} \quad (15)$$

$$\eta_{12} = -\eta_{22} = -\frac{(\phi^l)^2}{k^l} \quad (16)$$

$$\eta_{13} = -\eta_{33} = -\frac{(\phi^g)^2}{k^g} \quad (17)$$

در این معادله‌ها،  $\lambda$  و  $\mu$  ضرایب لامه،  $\rho$  چگالی کل مخلوط،  $b^{\alpha}$  ضرایب ییو،  $\phi^{\alpha}$  کسری از حجم متناظر با فازهای جامد، مایع و گاز،  $\rho^{\alpha}$  چگالی ذاتی،  $\hat{\rho}^{\alpha}$  چگالی جرمی اضافی محیط،  $k^{\alpha}$  نفوذپذیری و ضرایب  $M^{\alpha\beta}$  با استفاده از معادله (18)، که مربوط به مقدار نگهداری آب است، به دست می‌آیند:

$$dS^l = \frac{b^l - S^l}{\phi} d\varepsilon_v + \left( \frac{S^l}{D^l} - \frac{N^{ll}}{\phi} \right) dp_c \quad (18)$$

در معادله (18)،  $\phi_o$  ضریب تخلخل،  $S^l$  درجه اشباع مایع،  $\varepsilon_v$  کرنش حجمی،  $p_c$  فشار موینگی مایع و گاز منفذی و

### 3- امواج رایلی

نحوه حرکت موج رایلی مفروض در جهت  $+x$  در دستگاه مختصات دکارتی در شکل (1) نشان داده شده است. جابه‌جایی‌های هر جزء خاک بوسیله تابع پتانسیل اسکالر ( $F^{\alpha}$ ) و برداری ( $\Psi^{\alpha}$ ) ارائه می‌شوند (رابطه 21):

$$\mathbf{u}^{\alpha} = \nabla F^{\alpha} + \text{curl} \Psi^{\alpha} \quad (21)$$

که

$$F^{\alpha} = A_{\alpha} e^{-qz} [e^{i(\omega t - l_r x)}] \quad (22)$$

$$\Psi^{\alpha} = \mathbf{B}_{\alpha} e^{-sz} [e^{i(\omega t - l_r x)}] \quad (23)$$

$$q = \sqrt{l_r^2 - l_p^2}, s = \sqrt{l_r^2 - l_s^2} \quad (24)$$

در روابط (22، 23 و 24)  $A_{\alpha}$  و  $B_{\alpha}$  به ترتیب دامنه‌های اسکالر و برداری،  $\omega$  زاویه فرکانسی و  $i^2 = -1$ ،  $l_s, l_p, l_r$  به ترتیب عدد موج، موج رایلی، فشاری و برشی می‌باشند.

با توجه به شرایط مرزی و ترکیبات تنش در سطح آزاد یا  $z=0$  داریم:

$$\sigma_{zz} = \lambda \varepsilon_v^s + 2\mu \varepsilon_z^s - b^l p^l - b^g p^g = 0 \quad (25)$$

$$\tau_{xz} = 2\mu \varepsilon_{xz} = 0 \quad (26)$$

$$p^l = M^{ll} \left( -(b^l - \phi^l) \varepsilon_v^s - \phi^l \text{div} u^l \right) + M^{lg} \left( -(b^g - \phi^g) \varepsilon_v^s - \phi^g \text{div} u^g \right) = 0 \quad (27)$$

$$p^g = M^{lg} \left( -(b^l - \phi^l) \varepsilon_v^s - \phi^l \text{div} u^l \right) + M^{gg} \left( -(b^g - \phi^g) \varepsilon_v^s - \phi^g \text{div} u^g \right) = 0 \quad (28)$$

با جایگذاری روابط (21) تا (24) در روابط (25) تا (28) و با

$$Z_2 = l_p^2(4K_1^2 l_p^2 - 16K_2^2 l_s^2 - 16K_1 K_2 l_s^2) + 4K_2^2 l_s^4 \quad (45)$$

$$Z_3 = 4K_1 l_p^2 l_s^2 (K_2 l_s^2 - K_1 l_p^2) \quad (46)$$

$$Z_4 = K_1^2 l_p^4 l_s^4 \quad (47)$$

$$K_1 = aA + 2\mu A - aB - 2\mu B - C + D + E - F \quad (48)$$

$$K_2 = \mu(B - A) \quad (49)$$

$$A = (M^{lg})^2 \phi^l \phi^g, B = M^{ll} M^{gg} \phi^l \phi^g, \quad (50)$$

$$C = bcM^{lg} \phi^g$$

$$D = bdM^{gg} \phi^g, E = ecM^{ll} \phi^l, \quad (51)$$

$$F = edM^{lg} \phi^l$$

$$a = \begin{pmatrix} \lambda + b^l M^{ll} (b^l - \phi^l) + b^l M^{lg} (b^g - \phi^g) \\ + b^g M^{lg} (b^l - \phi^l) + b^g M^{gg} (b^g - \phi^g) \end{pmatrix} \quad (52)$$

$$b = (b^l M^{ll} \phi^l + b^g M^{lg} \phi^l) \quad (53)$$

$$c = (M^{lg} (b^l - \phi^l) + M^{gg} (b^g - \phi^g)) \quad (54)$$

$$d = (M^{ll} (b^l - \phi^l) + M^{lg} (b^g - \phi^g)) \quad (55)$$

$$e = (b^l M^{lg} \phi^g + b^g M^{gg} \phi^g) \quad (56)$$

به ازای هر عدد موج فشاری، سه جواب برای رابطه (43) به دست می‌آید که تنها یکی از این سه جواب به صورت فیزیکی معنادار است. در نتیجه، متناظر با سه موج فشاری، سه موج ریلی از رابطه (43) حاصل می‌شود.

#### 4- بررسی عددی روابط تحلیلی

در این قسمت بر اساس معادله (43)، سرعت و میرایی امواج ریلی در ماسه‌سنگ مسیلون (Massillon Sandstone) که امواج فشاری و برشی در این محیط خاکی توسط بریمان و همکاران (1988)، وی و مورالیتهاران (2002) و عشایری و همکاران (2014) مورد تحقیق قرار گرفته‌اند، ارائه شده است.

خواص مواد و پارامترهای این محیط خاکی توسط مورفی (1982) ارائه و در جدول (1) آورده شده است [22]. تغییرات سرعت امواج ریلی در شکل‌های (2 تا 4) نشان داده شده‌اند.

بازنویسی به شکل ماتریسی، رابطه (29) به دست می‌آید:

$$\begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} & l_{13} & l_{14} \\ l_{21} & l_{22} & l_{23} & l_{24} \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} & l_{34} \\ l_{41} & l_{42} & l_{43} & l_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_s \\ A_l \\ A_g \\ B_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (29)$$

که

$$l_{11} = -l_p^2 \{ \lambda + b^l M^{ll} (b^l - \phi^l) + b^l M^{lg} (b^g - \phi^g) + b^g M^{lg} (b^l - \phi^l) + b^g M^{gg} (b^g - \phi^g) \} + 2\mu(l_r^2 - l_p^2) \quad (30)$$

$$l_{12} = -l_p^2 (b^l M^{ll} \phi^l + b^g M^{lg} \phi^l) \quad (31)$$

$$l_{13} = -l_p^2 (b^l M^{lg} \phi^g + b^g M^{gg} \phi^g) \quad (32)$$

$$l_{14} = -2i\mu l_r \sqrt{l_r^2 - l_s^2} \quad (33)$$

$$l_{21} = 2il_r \sqrt{l_r^2 - l_p^2} \quad (34)$$

$$l_{22} = l_{23} = l_{34} = l_{44} = 0 \quad (35)$$

$$l_{24} = (2l_r^2 - l_s^2) \quad (36)$$

$$l_{31} = (M^{lg} (b^l - \phi^l) + M^{gg} (b^g - \phi^g)) \quad (37)$$

$$l_{32} = (M^{lg} \phi^l) \quad (38)$$

$$l_{33} = (M^{gg} \phi^g) \quad (39)$$

$$l_{41} = (M^{ll} (b^g - b^l) + M^{lg} (b^g - \phi^g)) \quad (40)$$

$$l_{42} = (M^{ll} \phi^l) \quad (41)$$

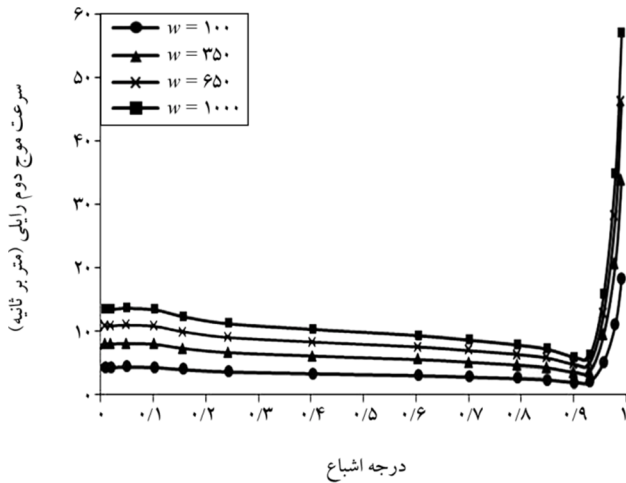
$$l_{43} = (M^{lg} \phi^g) \quad (42)$$

برای برقراری رابطه (29) باید دترمینان ماتریس ضرایب  $[L]$  برابر با صفر شود که در نتیجه با محاسبه دترمینان ماتریس ضرایب معادله درجه سه (رابطه 43) برای موج ریلی حاصل می‌شود:

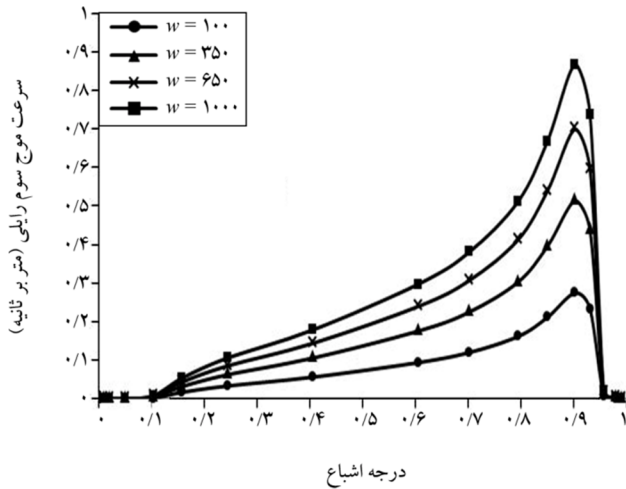
$$Z_1(l_r^2)^3 + Z_2(l_r^2)^2 + Z_3 l_r^2 + Z_4 = 0 \quad (43)$$

که

$$Z_1 = 16l_p^2 (K_1 + K_2) K_2 \quad (44)$$



شکل (3): تغییرات سرعت موج دوم رایلی در درجات اشباع مختلف

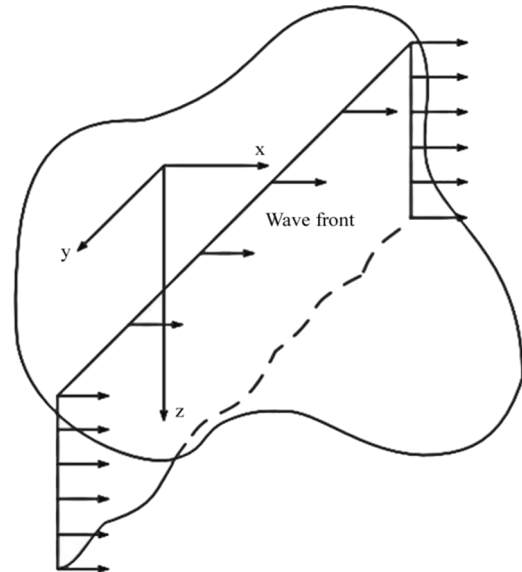


شکل (4): تغییرات سرعت موج سوم رایلی در درجات اشباع مختلف

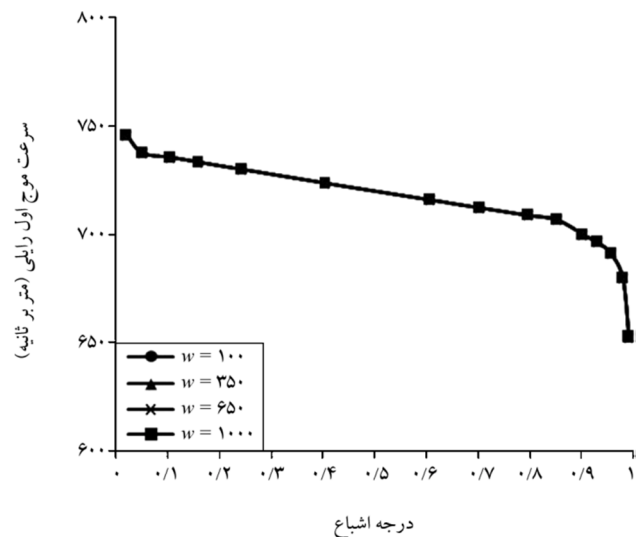
- امواج رایلی اول، دوم و سوم به ترتیب متناظر با موج فشاری اول، دوم و سوم می‌باشند.
- مانند اولین موج فشاری که سرعت آن مستقل از فرکانس است، سرعت موج اول رایلی نیز مستقل از فرکانس می‌باشد.
- سرعت امواج دوم و سوم رایلی متأثر و وابسته به فرکانس می‌باشند.
- سرعت سریعترین موج رایلی (موج اول)، با افزایش درجه اشباع کاهش می‌یابد و در این موج بیشترین کاهش سرعت در درجات اشباع بزرگتر از 95% است.
- سرعتهای کندتر امواج رایلی، بیشتر تحت تأثیر درجه اشباع قرار می‌گیرند و کندترین موج رایلی (موج سوم)، در درجات اشباع

جدول (1): خصوصیات و پارامترهای ماسه سنگ مسیلون ارائه شده توسط مورفی در سال 1982 [22]

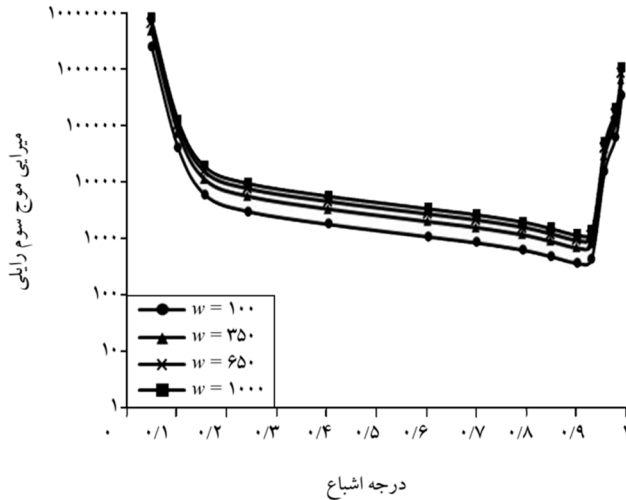
واحد	مقدار	نماد	تعریف
Pa	$3/5 \times 10^{10}$	$D^m$	مدول جرمی قالب جامد
Pa	$2/25 \times 10^9$	$D^l$	مدول جرمی آب
Pa	$1/45 \times 10^5$	$D^g$	مدول جرمی هوا
Kg/m <sup>3</sup>	2650	$\rho^m$	چگالی قالب جامد
Kg/m <sup>3</sup>	997	$\rho^l$	چگالی آب
Kg/m <sup>3</sup>	1/1	$\rho^g$	چگالی هوا
-	0/23	$f$	ضریب تخلخل
m <sup>2</sup>	$2/5 \times 10^{-12}$	$K$	نفوذپذیری ذاتی
Pa.s	$1 \times 10^{-3}$	$n^l$	ویسکوزیته مطلق آب
Pa.s	$1/8 \times 10^{-5}$	$n^g$	ویسکوزیته مطلق هوا



شکل (1): انتشار موج رایلی در سیستم مختصات دکارتی



شکل (2): تغییرات سرعت موج اول رایلی در درجات اشباع مختلف



شکل (7): تغییرات میرایی موج سوم رایلی در درجات اشباع مختلف

## 5- نتیجه گیری

مطالعه امواج رایلی در بسیاری از زمینه‌ها مانند زلزله‌شناسی و ژئوتکنیک لرزه‌ای حائز اهمیت است. با این حال، با توسعه مکانیک خاکهای غیر اشباع و وجود لایه‌هایی سطحی به عنوان خاکهای غیر اشباع، نیاز به گسترش نظریه‌های انتشار امواج سطحی در خاکهای غیر اشباع احساس می‌شود. هدف از این تحقیق ارائه یک چهارچوب قوی نشأت گرفته از مکانیک محیط‌های متخلخل برای امواج رایلی در خاکهای غیر اشباع است که در نهایت به معادله انتشار امواج رایلی در خاک غیر اشباع و یک مثال عددی برای بیان تغییرات سرعت و میرایی موج رایلی در درجات اشباع و فرکانس‌های مختلف منجر می‌شود و می‌توان این نتایج را برای توسعه منحنی‌های پراکندگی و یا بیضویت امواج رایلی در خاکهای غیر اشباع مورد استفاده قرار داد.

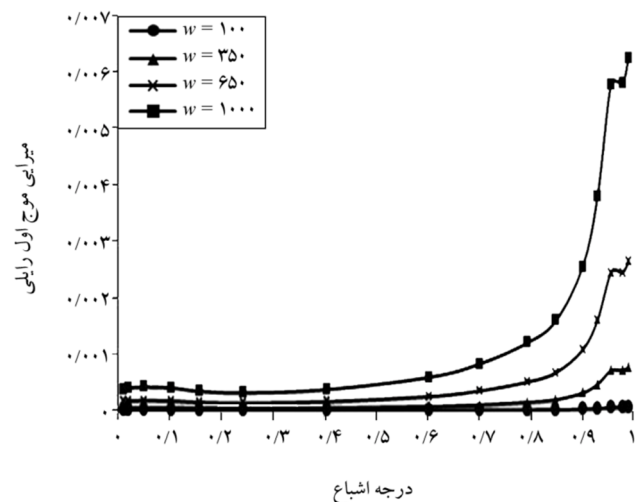
## 6- مراجع

1. Biot, M.A. (1956). The theory of propagation of elastic waves in a fluid saturated porous solid: I. Low frequency range. *Journal of the Acoustical Society of America*, 28, p. 168-178.
2. Deresiewicz, H. (1961). The effect of boundaries on wave propagation in a liquid filled porous solid: II. Love waves in a porous layer. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 51, p. 51-59.
3. Deresiewicz, H. (1962). The effect of boundaries on

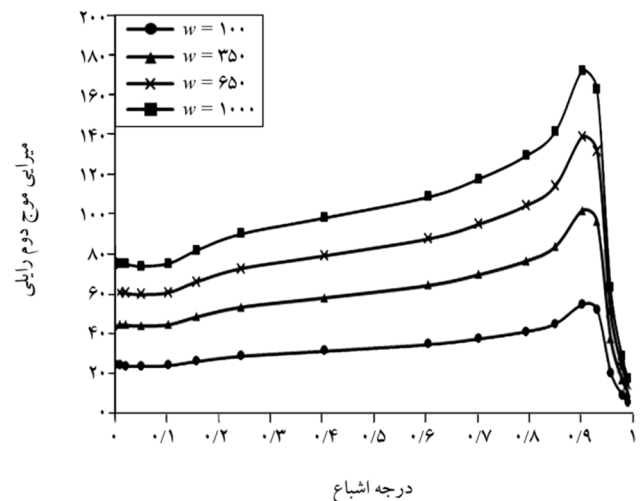
کتر از 1 و بزرگتر از 95% ناپدید می‌شود. به عبارت دیگر، در این درجات از اشباع این موج منتشر نمی‌شود. در شکل‌های (5 تا 7) به ترتیب میرایی موج اول، دوم و سوم رایلی نشان داده شده است.

- مطابق با موج اول فشاری، میرایی موج اول رایلی به طور قابل توجهی کم است و در درجه اشباع 0/9 به بعد میرایی این موج زیاد می‌شود.

- تأثیر درجه اشباع، بر روی میرایی موج اول و دوم رایلی ملموس تر است. با این حال، میرایی موج سوم رایلی از میرایی موج اول و دوم رایلی بزرگتر و در درجات اشباع صفر و یک به سمت بی نهایت میل می‌کند.



شکل (5): تغییرات میرایی موج اول رایلی در درجات اشباع مختلف



شکل (6): تغییرات میرایی موج دوم رایلی در درجات اشباع مختلف



16. Berryman, J.G., Thigpen, L., and Chin, R.C.Y. (1988). Bulk elastic wave propagation in partially saturated porous solids. *Journal of the Acoustical Society of America*, 84, p. 360-373.
17. Lo, W.C., Majer, E., and Sposito, G. (2005). Wave propagation through elastic porous media containing two immiscible fluids. *Water Resources Research*, 41, p. 1-20.
18. Lu, J.F. and Hanyga, A. (2005). Linear dynamic model for porous media saturated by two immiscible fluids. *International Journal of Solids and Structures*, 42, p. 2689-2709.
19. Lo, W.C. (2008). Propagation and attenuation of Rayleigh waves in a semi-infinite unsaturated poroelastic medium. *Advances in Water Resources*, 31, p. 1399-1410.
20. Albers, B. (2009). Analysis of the propagation of sound waves in partially saturated soils by means of a macroscopic linear poroelastic model. *Transport in Porous Media*, 80, p. 173-192.
21. Chen, W., Xia, T., and Hu, W. (2011). A mixture theory analysis for the surface-wave propagation in an unsaturated porous medium. *International Journal of Solids and Structures*, 48, p. 2402-2412.
22. Murphy, W.F. (1982). Effect of partial water saturation on attenuation in Massillon sandstone and Vycor porous glass. *Journal of the Acoustical Society of America*, 71, p. 1458-1468.
4. Liu, Z. and de Boer, R. (1997). Dispersion and attenuation of surface waves in a fluid saturated porous medium. *Transport Porous Media*, 29, p. 207-223.
5. Hassanizadeh, S.M. and Gray, W.G. (1990). Mechanics and thermodynamics of multiphase flow in porous media including interphase boundaries. *International Journal of Engineering Science*, 13, p. 169-186.
6. Mei, C.C. and Foda, M.A. (1981). Wave-induced responses in a fluid-filled poroelastic solid with a free surface: a boundary layer theory. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, 66, p. 597-631.
7. Wang, Y.S. and Zhang, Z.M. (1998). Propagation of the Love waves in a transversely isotropic fluid-saturated porous layered half-space. *Journal of the Acoustical Society of America*, 103, p. 695-701.
8. Albers, B. (2006). On results of the surface wave analyses in poroelastic media by means of the simple mixture model and the Biot model. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 26, p. 537-547.
9. Yang, J. (2005). Rayleigh surface waves in an idealised partially saturated soil. *Geotechnique*, 55, p. 409-414.
10. Chao, G., Smeulders, D., and Van Dongen, M. (2006). Dispersive surface waves along partially saturated porous media. *Journal of the Acoustical Society of America*, 119, p. 1347-1355.
11. Wei, C. and Muraleetharan, K.K. (2002). A continuum theory of porous media saturated by multiple immiscible fluids; I. Linear poroelasticity. *International Journal of Engineering Science*, 40, p. 1807-1833.
12. Ashayeri, I., Kamalian, M., and Jafari, M.K. (2009). Elastic wave propagation in unsaturated soils; Theoretical extensions, O. Buzzi (Ed.). *Unsaturated Soils; Theoretical and Numerical Advances in Unsaturated Soil Mechanics (745-751)*, Newcastle, Australia.
13. Ashayeri, I., Biglari, M., and Kamalian, M. (2014). Theory of seismic wave propagation for unsaturated soils, L. Rocha and M. Gomes (Eds.). *Wave Propagation (504-530)*, Academy Publish.
14. Coussy, O. (1995). *Mechanics of porous continua*. John Wiley & Sons.
15. Coussy, O. (2004). *Poromechanics*. John Wiley & Sons.

## Deriving Rayleigh Wave Velocity Equation at Surface of Semi-Infinite Unsaturated Media

**Iman Ashayeri**

Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Razi University, Daneshgah Blvd., Kermanshah, Iran.

(Corresponding Autor)

Email: [i.ashayeri@razi.ac.ir](mailto:i.ashayeri@razi.ac.ir)

**Mahnoosh Biglari**

Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Razi University, Daneshgah Blvd., Kermanshah, Iran.

**Majid Rezaie Sefat**

Graduate Student, Department of Civil Engineering, Razi University, Daneshgah Blvd., Kermanshah, Iran.

Seismic energy is scattered in the form of seismic waves from the underground source to the surficial structures. These waves are known as body waves and will generate volumetric deformations by compressional waves and distortional deformations generated by rotational or shear waves. However, the body waves will generate other deformations at the interface of layers or the ground surface due to specific boundary conditions. Boundary conditions corresponding to the free surface allow additional answers to the equations of motion be obtained. Since the earthquake engineering examines effects of seismic waves on the structures which are in or near ground surface and because surface waves are attenuated slower than body waves with distance, the surface waves are more important. Problem of wave propagation in saturated porous media was discussed first by Biot in the mid-twentieth century, after the formulation of the theory of saturated porous medium. Extension of the theory of elastic wave propagation in unsaturated soils which are made of a solid porous skeleton that the empty space is filled with water and air, founded the basis for solving the most complex problems of waves propagation in unsaturated soils. It was found that three compression waves (P1, P2 and P3) and a shear wave propagate in unsaturated porous media. Furthermore, Rayleigh wave are identified as the superposition of P and S-waves at the free surface. This results in propagation of three Rayleigh waves (R1, R2 and R3) at the free surface. The purpose of this research is to obtain the Rayleigh wave characteristics and the governing equations, according to the compression and shear waves. The theoretical results are demonstrated through some examples at the end.

**Keywords:** Unsaturated Porous Media, Wave Propagation, Surface Waves, Rayleigh Wave, Velocity, Attenuation