

## تحلیل المان مرزی غیر مستقیم اندرکنش شکست هیدرولیکی و شکست

### طبیعی در مخازن هیدروکربنی درزه‌دار

ابوالفضل مرادی\*<sup>۱</sup>، بهزاد تخم‌چی<sup>۲</sup>، وامق رسولی<sup>۳</sup>، محمد فاتحی مرجی<sup>۴</sup>

۱- دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود

۲- دانشیار، دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود

۳- استاد، دانشکده مهندسی نفت، دانشگاه داکوتای شمالی، ایالات متحده آمریکا

۴- دانشیار، دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه بزد

(دریافت: اسفند ۱۳۹۴، پذیرش: خرداد ۱۳۹۵)

#### چکیده

شکست هیدرولیکی به عنوان یکی از مهمترین روش‌های تحریک و ازدیاد برداشت مخازن نفت و گاز شناخته می‌شود. تعیین راستای گسترش شکست و هندسه شبکه شکست ایجاد شده توسط فرآیند شکست هیدرولیکی در افزایش نفوذپذیری مخزن نقش بسزایی دارد. محیط مخزن حاوی شکستگی‌های طبیعی است و اندرکنش شکست هیدرولیکی با این شکستگی‌ها در تعیین هندسه شبکه شکستگی‌های ایجاد شده اهمیت زیادی دارد. توقف، عبور و بازشدگی، شرایط ممکن در برخورد شکست هیدرولیکی با شکستگی‌های طبیعی است. در این پژوهش روش عددی ناپیوستگی جابه‌جایی با المان‌های درجه بالا برای مدلسازی عددی استفاده شد. این روش توسط چند راه حل تحلیلی از مسائل متداول در مکانیک شکست سنگ اعتبارسنجی شد. دو معیار تحلیلی اندرکنش شکست هیدرولیکی و شکست طبیعی معرفی شد. سپس یک الگوریتم برای تعیین رفتار در اندرکنش شکست هیدرولیکی و طبیعی ارائه شد. مقایسه نتایج حاصل از حل تحلیلی و روش عددی (با بهره‌گیری از الگوریتم پیشنهادی) با نتایج آزمایشگاهی موجود، درستی و دقت الگوریتم را به اثبات رساند. این الگوریتم در غالب روش عددی جهت مدلسازی شرایط مختلف اندرکنش شکستگی‌های هیدرولیکی و طبیعی مورد استفاده قرار گرفت. نتایج تحلیل اندرکنش شکست هیدرولیکی و شکست طبیعی در حالات مختلف نشان داد که در زوایای برخورد بزرگتر، احتمال عبور شکست هیدرولیکی از شکست طبیعی بیشتر است. همچنین با هر بار عبور شکست هیدرولیکی از شکستگی‌های طبیعی، از انرژی آن کاسته می‌شود و احتمال عبور آن از شکستگی‌های طبیعی بعدی کاهش می‌یابد.

#### کلید واژه‌ها

شکست هیدرولیکی، شکست طبیعی، اندرکنش شکست هیدرولیکی و طبیعی، روش ناپیوستگی جابه‌جایی، المان‌های مرتبه بالا

ارجاع به این مقاله:

مرادی، الف.، تخم‌چی، ب.، رسولی، و.، فاتحی مرجی، م.، (۱۳۹۵)، تحلیل المان مرزی غیر مستقیم اندرکنش شکست هیدرولیکی و شکست طبیعی در مخازن هیدروکربنی درزه‌دار، روش‌های تحلیلی و عددی در مهندسی معدن، ۶(۱۱)، ۷۸-۸۸.

## ۱- مقدمه

(۲۰۱۲) با توسعه مدل رنشاو و پولارد، معیاری برای سطوح چسبندگی و زاویه برخورد غیر متعامد ارائه کرد [۹].

در معیار رنشاو و پولارد مفهوم عبور تحت فشار شکست هیدرولیکی از ناپیوستگی‌ها بر اساس تئوری الاستیک توسعه یافته است. در این معیار وقتی مقاومت برشی سطح مشترک شکستگی‌ها کمتر از تنش کششی القایی باشد، سطح دچار لغزش شده و شکست هیدرولیکی به محض رسیدن به نقطه تقاطع با ترک طبیعی متوقف می‌شود. معیار رنشاو و پولارد فقط برای برخورد شکستگی‌های هیدرولیکی و طبیعی با زاویه قائم ارائه شده است. مطابق با این تحقیق عبور شکستگی زمانی رخ می‌دهد که میزان تنش فشاری عمود بر فصل مشترک اصطکاکی برای جلوگیری از لغزش در امتداد فصل مشترک کافی باشد و یا به مفهوم دیگر زمانی که تنش در نوک شکستگی برای آغاز شکست در آن سوی فصل مشترک کافی باشد. مدل اصلاح شده رنشاو توسط گو و ونگ برای حالتی که زاویه برخورد شکست هیدرولیکی با سطح مشترک چسبنده غیر متعامد بوده ارائه شده است.

در مطالعات آزمایشگاهی، ژنگ و همکاران (۲۰۰۸) با انجام آزمایش‌هایی بر روی بلوک‌های سنگی یکی از کامل‌ترین مطالعات را در این زمینه به تمام رساندند. نتایج تحقیق ایشان در بسیاری از موارد جهت اعتبارسنجی روش‌های تحلیلی و عددی جدید استفاده شده است. آنها گسترش شکست هیدرولیکی و اندرکنش آن با شکستگی‌های طبیعی (شکستگی‌های ایجاد شده در راستاهای خاص و بدون فشار سیال درونی) در نمونه‌های آزمایشگاهی را بررسی نمودند [۵].

مطالعات عددی متعددی نیز بر روی اندرکنش شکستگی‌های طبیعی و هیدرولیکی، انجام شده است. از آن جمله کشاورز و همکاران (۲۰۱۶) و چنگ و همکاران (۲۰۱۵) به نحوه تحریک شکست طبیعی توسط شکست هیدرولیکی پرداختند [۱۱-۱۰]. طالقانی و همکاران (۲۰۱۶) نیز انواع روش‌های عددی در زمینه اندرکنش شکست هیدرولیکی و طبیعی را مورد بررسی و تجزیه و تحلیل قرار داده‌اند [۱۲]. سرمدی واله با استفاده از کد *PFC* اندرکنش شکست هیدرولیکی و طبیعی را مطالعه نمود [۹].

تعیین راستای رشد و هندسه شکست هیدرولیکی در تحریک مخازن نفت و گاز از اهمیت بالایی برخوردار است. وجود ناپیوستگی‌های طبیعی در محیط مخزن، تأثیر بسزایی بر گسترش شکست هیدرولیکی دارد. ناپیوستگی‌ها به صورت شکست طبیعی، درزه، لایه‌بندی و ... در این محیط دیده می‌شوند. لذا دستیابی به مکانیزم تعیین‌کننده رفتار اندرکنش شکست هیدرولیکی و طبیعی در تامين شبکه شکستگی مورد نیاز برای افزایش نفوذپذیری و در نتیجه آن، افزایش تولید از اهمیت زیادی برخوردار است. برخورد شکست هیدرولیکی با شکستگی‌های طبیعی در توده‌سنگ، موضوع مطالعات و پژوهش‌های تحلیلی، آزمایشگاهی و عددی متعددی بوده است [۵-۱].

به دلیل محدودیت در دسترسی به زیر زمین، بررسی اندرکنش شکست هیدرولیکی و شکستگی طبیعی به صورت مستقیم ممکن نیست. حتی روش‌های بسیار معمول مانند ریزلرزه نگاری تأثیر شکست طبیعی بر رشد شکست هیدرولیکی را به صورت کمی و نه کیفی نشان می‌دهد [۶، ۷].

در شاخص‌ترین مطالعات تحلیلی در این زمینه، وارپینسکی و توفل (۱۹۸۷) تأثیر ناپیوستگی‌ها بر هندسه شکست هیدرولیکی به دلیل توقف گسترش شکست و کاهش طول کل شکست هیدرولیکی را بررسی نمودند. براساس یافته‌های آنها، اندرکنش میان شکست هیدرولیکی و شکست طبیعی در زمان برخورد این دو نوع شکستگی تأثیر عمده‌ای بر نحوه گسترش شکست هیدرولیکی دارد. آنها وجود نواحی حاوی شکستگی‌های چندگانه در اطراف شکستگی‌های القایی را گزارش داده‌اند [۱]. بلانتون (۱۹۸۲، ۱۹۸۶)، وارپینسکی و توفل (۱۹۸۷) معیارهایی برای پیش‌بینی اندرکنش شکستگی‌ها بر اساس اختلاف تنش‌ها و زاویه‌ی برخورد پیشنهاد نمودند [۳-۱]. رنشاو و پولارد (۱۹۸۵) نیز معیاری برای عبور شکست هیدرولیکی از شکستگی طبیعی با سطح دارای قابلیت لغزش و تحت زاویه برخورد قائم ارائه کرده‌اند. طی سال‌های اخیر گو و ونگ (۲۰۱۰) مدل پیشنهادی رنشاو را برای استفاده در شرایط زاویه برخورد غیر متعامد اصلاح نمودند. ضمناً سرمدی واله

آزمایشگاهی مورد اعتبارسنجی قرار می‌گیرند. در مرحله بعد به مدلسازی حالات مختلف برخورد شکست هیدرولیکی و طبیعی پرداخته می‌شود. در نهایت نتایج حاصل از مدلسازی‌های عددی مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد.

## ۲-۱- الگوریتم گسترش ترک در روش عددی

روش عددی مورد استفاده در این پژوهش، روش ناپیوستگی جابه‌جایی با المان درجه دو است. این روش به صورت مرحله‌ای ترک‌ها را توسعه می‌دهد و در هر مرحله گسترش شکست، المان جدیدی به مدل اضافه می‌شود. گام‌های زیر در هر مرحله برای شبیه‌سازی گسترش ترک در روش عددی استفاده شده است.

- ۱- مدل اولیه تحلیل می‌شود.
  - ۲- با استفاده از معیار حداکثر تنش مماسی احتمال گسترش ترک بررسی می‌شود [۲۶].
  - ۳- در صورت گسترش ترک، راستای گسترش مشخص می‌شود.
  - ۴- یک المان به انتهای المان‌های مشخص کننده ترک و در راستای به دست آمده در قسمت قبل افزوده می‌شود.
  - ۵- مدل از گام اول دوباره تحلیل می‌شود.
- در این مدلسازی حداکثر ۳۰ مرحله گسترش شکست در نظر گرفته شده است. جعبه اول در فلچوارت در حقیقت ۴ مرحله نخست بیان شده در بالا را نشان می‌دهد. طول هر گام افزایش شکست یک سانتی‌متر در نظر گرفته شده است و مدل تا زمان اجرای ۳۰ مرحله گسترش ترک و یا توقف تمامی ترک‌های موجود در مسئله به تحلیل خواهد پرداخت.

## ۲-۲- روش ناپیوستگی جابه‌جایی با المان‌های درجه دو

روش ناپیوستگی جابه‌جایی یکی از زیر مجموعه‌های روش غیرمستقیم از روش کلی‌تر المان مرزی است که در مدلسازی شکست و گسترش ترک به دلیل توانایی بالای آن در مدلسازی ناپیوستگی‌ها و شکستگی‌ها مورد توجه محققین قرار گرفته است [۱۳، ۱۴]. در این روش ناپیوستگی در جابه‌جایی برای هر المان که یک ترک خطی با طول  $2a$  در نظر گرفته می‌شود به صورت زیر است:

$$D_i = u_i(x, 0_-) - u_i(x, 0_+) \quad (1)$$

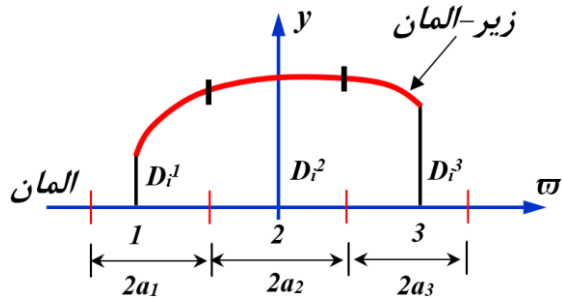
در اکثر مطالعات انجام شده معیارهای معرفی شده برای اندرکنش شکستگی‌ها، به صورت تحلیلی و برای شرایط ساده بررسی شده‌اند. از طرفی هر سه احتمال در اندرکنش شکستگی‌ها (توقف، عبور و بازشدگی و در نتیجه احتمال گسترش شکست طبیعی) به‌طور همزمان بررسی نشده است. علاوه بر این اثر مرزها و نوک ترک در تغییر میدان تنش در زمان اندرکنش شکستگی‌ها در هیچ یک از معیارها لحاظ نشده است. در تحقیق حاضر این کمبودها برطرف خواهد شد.

در این پژوهش از نتایج مطالعات تحلیلی وارپینسکی و توفل (۱۹۸۷) جهت بررسی شرایط توقف برخورد شکست هیدرولیکی در مواجهه با شکستگی‌های مخزن استفاده شده است. همچنین احتمال باز شدن ترک طبیعی در اثر برخورد با شکست هیدرولیکی توسط مدل اصلاح شده سرمدی واله بررسی می‌شود [۹]. علاوه بر این احتمال گسترش شکست طبیعی پس از باز شدن و ورود سیال تحت فشار به درون آن نیز مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این مقاله با استفاده از روش عددی ناپیوستگی جابه‌جایی با المان‌های مرتبه بالا (درجه دو) به بررسی اندرکنش شکستگی‌های طبیعی و هیدرولیکی پرداخته می‌شود. بدین منظور از دو معیار تحلیلی اندرکنش برای بررسی رفتار این شکستگی‌ها در لحظه برخورد استفاده می‌شود، که در آنها اثر تغییرات میدان تنشی به دلیل وجود شکست هیدرولیکی در حال گسترش لحاظ نشده است که این کمبود با استفاده از حل عددی مسئله برطرف می‌شود و میدان تنش‌ها با در نظر گرفتن تمامی اثرات ایجاد شده ناشی از نوک ترک و نزدیک شدن شکست هیدرولیکی به شکستگی طبیعی مد نظر قرار می‌گیرد.

## ۲- روش مطالعه

در این پژوهش روش ناپیوستگی جابه‌جایی برای مدلسازی‌های عددی استفاده شده است. ابتدا الگوریتم کلی جهت شبیه‌سازی رشد ترک به اختصار در چند گام بیان می‌شود. سپس فرمولاسیون این روش بیان می‌شود. در ادامه اعتبارسنجی این روش عددی با چندین حل تحلیلی موجود مورد سنجش قرار می‌گیرد. در ادامه دو روش تحلیلی اندرکنش شکستگی‌های طبیعی و هیدرولیکی مورد استفاده شرح داده می‌شود. این روش‌ها نیز در برابر نتایج

ایزوتروپیک با رفتار الاستیک خطی، به صورت زیر ارائه می‌شود [۱۳].



شکل ۲: توزیع جابه‌جایی در المان ناپیوستگی جابه‌جایی درجه دو [۱۷]

جابه‌جایی‌ها در این روش به صورت زیر ارائه می‌شود.

$$\begin{aligned} u_x &= [2(1-\nu)f_{,y} - yf_{,xx}] + [-(1-2\nu)g_{,x} - yg_{,xy}], \\ u_y &= [(1-2\nu)f_{,x} - yf_{,xy}] + [2(1-\nu)g_{,y} - yg_{,yy}] \end{aligned} \quad (4)$$

و تنش‌ها عبارتند از:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= 2G[2f_{,xy} + yf_{,xyy}] + 2G[g_{,yy} + yg_{,yyy}], \\ \sigma_{yy} &= 2G[-yf_{,xyy}] + 2G[g_{,yy} - yg_{,yyy}], \\ \sigma_{xy} &= 2G[2f_{,yy} + yf_{,yyy}] + 2G[-yg_{,xyy}] \end{aligned} \quad (5)$$

که در آنها  $G$  به عنوان مدول برشی  $f_{,x}$  و  $g_{,y}$  و  $f_{,y}$  و  $g_{,x}$  و غیره مشتق‌های جزئی توابع هارمونی  $f(x,y)$  و  $g(x,y)$  بر حسب  $x$  و  $y$  هستند که می‌توان این توابع را برای المان‌های درجه دو بر حسب تابع مشترک زیر نوشت [۱۷-۱۵].

$$F(x, y) = \frac{-1}{4\pi(1-\nu)} \sum_{i=1}^3 D_i^j F_j(I_0, I_1, I_2) \quad i = x, y \quad (6)$$

که در آن تابع مشترک  $F_j(I_0, I_1, I_2)$  به صورت زیر قابل تعریف است:

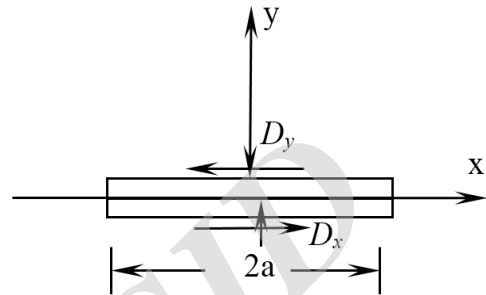
$$F_j(I_0, I_1, I_2) = \int N_i(\varpi) \ln[(x-\varpi) + y^2]^{1/2} d\varpi, \quad j = 0 \text{ to } 2 \quad (7)$$

و انتگرال‌های  $I_2$  و  $I_1$  و  $I_0$  عبارتند از:

شکل ۱ راستای مثبت ناپیوستگی جابه‌جایی در طول یک المان را نشان می‌دهد. ناپیوستگی در جابه‌جایی‌ها در طول المان درجه دو به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$D_i(\varpi) = N_1(\varpi)D_i^1 + N_2(\varpi)D_i^2 + N_3(\varpi)D_i^3 \quad i = x, y \quad (2)$$

پارامترهای  $N_1$  تا  $N_3$  توابع شکل برای المان درجه دو هستند. که توسط روابط معادله (۳) تعریف می‌شوند.



شکل ۱: راستای مثبت ناپیوستگی جابه‌جایی نرمال و برشی [۱۶]

$$\begin{aligned} N_1(\varpi) &= \frac{\varpi(\varpi - a_2 - a_3)}{[(a_1 + a_2)(a_1 + 2a_2 + a_3)]}, \\ N_2(\varpi) &= \frac{-(\varpi + a_1 + a_2)(\varpi - a_2 - a_3)}{[(a_2 + a_3)(a_2 + a_3)]}, \\ N_3(\varpi) &= \frac{\varpi(\varpi + a_2 + a_3)}{[(a_2 + a_3)(a_1 + 2a_2 + a_3)]} \end{aligned} \quad (3)$$

شکل ۲ توزیع جابه‌جایی در المان درجه دو را نشان می‌دهد. ضمناً طول المان‌ها با هم مساوی در نظر گرفته شده است ( $a_1 = a_2 = a_3$ ).

آنالیز تنش و جابه‌جایی در مکانیک جامدات با استفاده از روش عددی ناپیوستگی جابه‌جایی در سال ۱۹۷۶ توسط کروچ ارائه شد [۱۳]. به ترتیب فرمولاسیون مربوط به جابه‌جایی‌ها و تنش‌ها بر حسب ناپیوستگی جابه‌جایی‌ها در صفحه  $x$  و  $y$  و برای حالت کرنش صفحه‌ای و در یک محیط

$$I_0(x, y) = \int_{-a}^a \ln[(x - \varpi)^2 + y^2]^{\frac{1}{2}} d\varpi = y(\theta_1 - \theta_2) - (x - a) \ln(r_1) + (x + a) \ln(r_2) - 2a,$$

$$I_1(x, y) = \int_{-a}^a \varpi \ln[(x - \varpi)^2 + y^2]^{\frac{1}{2}} d\varpi = xy(\theta_1 - \theta_2) + 0.5(y^2 - x^2 + a^2) \ln \frac{r_1}{r_2} - ax,$$

$$I_2(x, y) = \int_{-a}^a \varpi^2 \ln[(x - \varpi)^2 + y^2]^{\frac{1}{2}} d\varpi = \frac{y}{3} (3xy^2 - y^2)(\theta_1 - \theta_2) + \frac{1}{3} (3xy^2 - x^3 + a^3) \ln(r_2) - \frac{2a}{3} (x^2 - y^2 + \frac{a^2}{3})$$

که در آن پارامترهای  $r_1$ ،  $\theta_1$ ،  $\theta_2$  و  $r_2$  به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$\theta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x-a}\right), \quad \theta_2 = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x+a}\right),$$

$$r_1 = \sqrt{(x-a)^2 + y^2}, \quad \text{and} \quad r_2 = \sqrt{(x+a)^2 + y^2}$$

محاسباتی تأثیر می‌گذارند. روش‌های عددی برای نشان دادن میزان دقت خود در محاسبه فاکتور شدت تنش از این مسئله استفاده می‌نمایند. نسبت طول ترک به عرض صفحه بر مقدار نتایج تأثیر گذار است و روشی که برای نسبت‌های بالاتر بتواند با دقت مناسب فاکتور شدت تنش را محاسبه نماید از دقت و کارایی بالاتری در هندسه‌های محدود برخوردار است.

این مسئله در صفحه محدود با عرض  $W=1m$  و نسبت‌های متفاوت طول ترک به عرض صفحه  $(d/W)$  و تنش نرمال کششی  $60MPa$  و ضریب پوآسون  $0.2$  مدلسازی می‌شود. شکل ۳ (الف) مسئله ترک لبه‌ای در صفحه محدود را نشان می‌دهد. مقدار فاکتور شدت تنش مود یک با خطای کمتر از  $0.5\%$  به ازای  $d/w \leq 0.16$  برابر است با  $K_I = F(d/w)\sigma\sqrt{\pi d}$  که  $F(d/w)$  ضریب تأثیر شکل هندسی و برابر است با:

$$F(d/w) = 1.122 - 0.231(d/w) + 10.550(d/w)^2 - 21.710(d/w)^3 + 30.382(d/w)^4 \quad (10)$$

دقت در مقادیر نسبت بزرگتر، ظاهر شدن اثر مرز بر روی نوک ترک است.

#### ۲-۱-۲-۲ - مسئله ترک مایل

این مسئله نیز از مثال‌های معروف بررسی میزان دقت و کارآمدی روش‌های عددی است. بنا به هندسه نامحدود این

#### ۲-۲-۱-۱ - اعتبارسنجی روش ناپیوستگی جابه‌جایی

دو مسئله مهم و معروف در ادبیات مکانیک شکست (ترک مرکزی مایل و ترک لبه‌ای در شکل ۳) که دارای حل‌های تحلیلی هستند، برای اعتبارسنجی فرمولاسیون روش ناپیوستگی جابه‌جایی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

#### ۲-۲-۱-۲ - مسئله ترک لبه‌ای

مسئله ترک لبه‌ای از مسائل معروف در صفحه محدود در مکانیک شکست است. در این روش تنها یک نوک ترک وجود دارد و سمت دیگر ترک بر روی مرز قرار گرفته است. با توجه به عمود بودن میدان بارگذاری به راستای اولیه ترک، این مسئله تحت بارگذاری خالص مود یک است و تنها مقدار فاکتور شدت تنش مود یک از آن حاصل می‌شود. از موضوعات قابل توجه در این مسئله وجود مرزهای هندسی است که بر مقدار فاکتور شدت تنش

شکل ۴ میزان خطای پیش‌بینی مقدار فاکتور شدت تنش مود یک به ازای نسبت‌های مختلف  $(d/W)$  را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود خطا در مقدار  $K_I$  به ازای نسبت‌های  $d/W < 0.3$  پایین و کمتر از ۱ درصد است که نشان‌دهنده دقت مناسب مدل است. دلیل کاهش

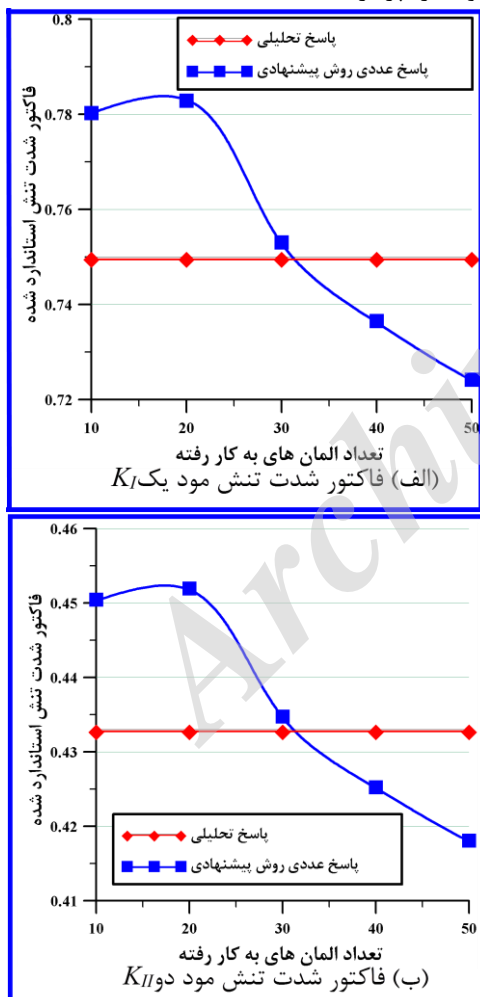
شده است. از نسبت المان نوک ترک به نصف طول ترک  $0/1$  در حل عددی استفاده شده است.

حل تحلیلی ترک مرکزی مقادیر فاکتور شدت تنش  $K_I$  و  $K_{II}$  را به صورت زیر پیش‌بینی می‌کند [۱۵، ۱۶].

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \sin^2 \gamma \quad (11)$$

$$K_{II} = \sigma \sqrt{\pi a} \sin \gamma \cos \gamma$$

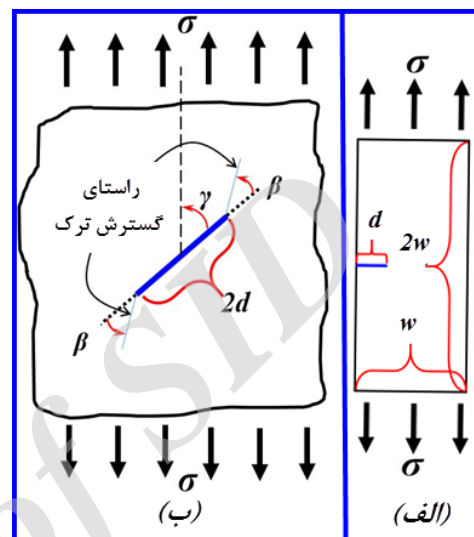
شکل ۵ مقادیر استاندارد شده فاکتور شدت تنش  $(K_{I,II}/\sigma\sqrt{\pi a})$  به دست آمده از حل تحلیلی و عددی را برای این مسئله نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود، فرمولاسیون پیشنهادی توانست با دقت بالا به پیش‌بینی مقادیر فاکتور شدت تنش در یک مسئله نامحدود نیز بپردازد.



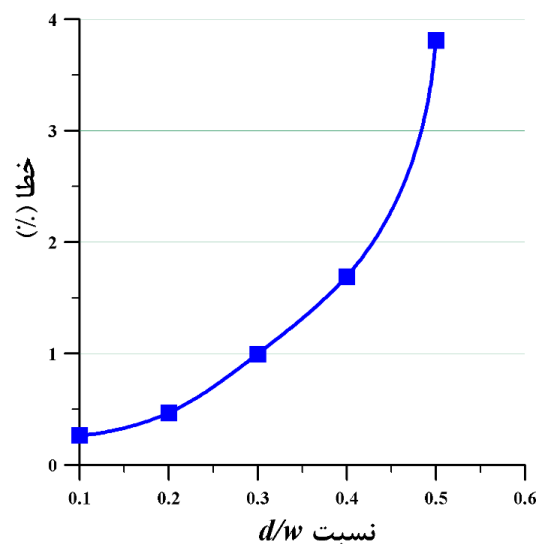
شکل ۵: پیش‌بینی مقادیر فاکتورهای شدت تنش استاندارد شده برای مسئله ترک مرکزی مایل با  $\gamma = 60^\circ$

از شکل ۵ می‌توان نتیجه گرفت که طول المان حدود یک سانتی‌متر موجب افزایش دقت در مسئله با هندسه

مسئله، معمولاً روش‌های المان مرزی از مزیت نسبی در مقایسه با دیگر روش‌ها برخوردار هستند. بر خلاف ترک لبه‌ای در قسمت قبل، در این مسئله به دلیل مایل بودن ترک هر دو نوع فاکتور شدت تنش مود یک و دو در حل ظاهر می‌شوند که موجب بررسی دقیق‌تر پاسخ روش عددی در مقایسه با پاسخ‌های تحلیلی می‌شود.



شکل ۳: مسئله استفاده شده برای اعتبار سنجی برنامه الف) صفحه محدود دارای ترک لبه‌ای (ب) ترک مایل مرکزی در صفحه نامحدود [۱۹ و ۱۸]



شکل ۴: خطای پیش‌بینی مقدار فاکتور شدت تنش مود یک در مسئله ترک لبه‌ای محدود

برای بررسی فرمولاسیون پیشنهادی در فضای نامتناهی، مسئله ترک مرکزی مایل در صفحه نامحدود نشان داده شده در شکل ۳ (ب) بررسی می‌شود. زاویه میل  $\gamma = 60^\circ$  و نصف طول  $0/5$  متر در تحلیل در نظر گرفته

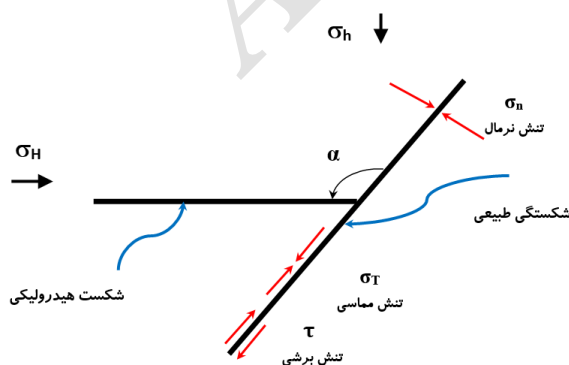
این حالت نیز چسبندگی، زاویه برخورد، ضریب اصطکاک و تنش القایی نرمال، در مقاومت برشی سطح مشترک مؤثر هستند. بهنیا و همکاران تاثیر پارمترهای الاستیک لایه بندی را بر گسترش شکست هیدرولیکی بررسی نمودند [۲۴].

به طور کلی شکستگی مسیر حرکت خود را بر اساس جهتی که انرژی کمتری برای رشد لازم دارد، تصحیح می‌نماید. لذا در صورتی که مقاومت برشی فصل مشترک بالا باشد، گسترش ترک بدون انحراف انجام می‌شود، در غیر این صورت شکستگی منحرف و توسط فصل مشترک متوقف می‌شود.

بر این اساس، در این پژوهش، رفتار شکست هیدرولیکی در مواجهه با شکستگی‌های طبیعی مخزن به صورت زیر مدلسازی می‌شود:

احتمال عبور و یا توقف رشد ترک با استفاده از معیار اصلاح شده رنشا و پولارد بررسی می‌شود. در معیار اصلاح شده رنشا و پولارد شکست هیدرولیکی و شکست طبیعی می‌توانند در زاویه‌ای غیر از زاویه عمود برخورد کنند. بر اساس این معیار در صورت برآورده شدن رابطه (۱۲) شکست هیدرولیکی از شکست طبیعی عبور می‌کند و در غیر این صورت، توقف روی می‌دهد.

$$\frac{\sigma_n}{T_0 - T_n} > \frac{\left(1 - \sin \alpha \sin \frac{3\alpha}{2}\right) + \frac{1}{\mu_f \cos \frac{\alpha}{2}} \left(\sin \alpha \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{3\alpha}{2} + \omega\right)}{\left(1 + \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{3\alpha}{2}\right)} \quad (12)$$



شکل ۶: پارمترهای مختلف در مدل اصلاح شده رنشا و پولارد [۹]

نامحدود می‌شود (در مسئله ترک مرکزی در صفحه نامحدود، استفاده از ۳۰ المان بهترین نتیجه را ارائه داده است). علت کاهش دقت در استفاده از تعداد المان بالاتر را می‌توان به کاهش اهمیت المان نوک ترک با افزایش تعداد المان‌های مرزی دانست [۱۷، ۲۰-۲۲].

پس از تایید روش عددی مورد استفاده در قسمت بعد حل‌های تحلیلی برای تعیین رفتار اندرکنش شکست هیدرولیکی و طبیعی معرفی می‌شود.

### ۳-۲- فرمولاسیون اندرکنش شکست هیدرولیکی و شکست طبیعی

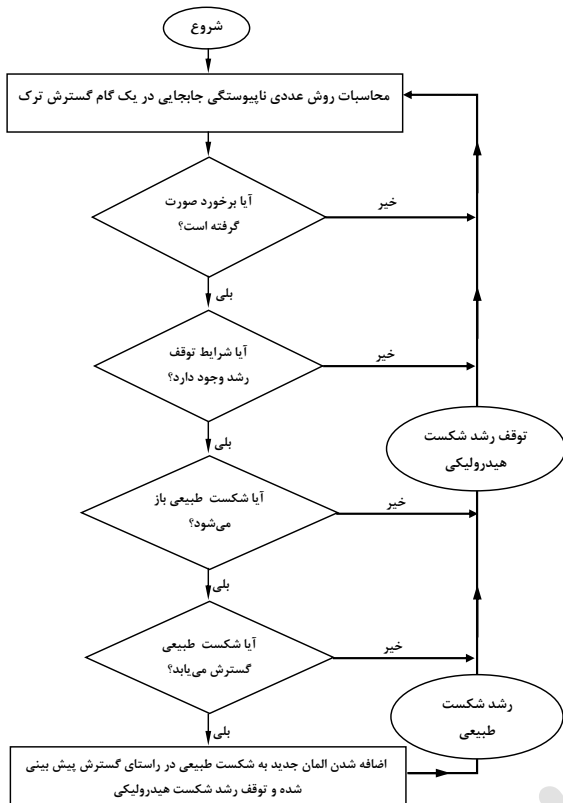
از پارمترهای مهم تاثیرگذار بر رفتار شکست هیدرولیکی در مواجهه با شکستگی طبیعی، می‌توان به مقاومت برشی، راستاهای برخورد، میدان تنشی و تنش‌های محلی اشاره نمود. به طوری که اگر مقاومت برشی ناشی از چسبندگی صفحه شکستگی طبیعی، زاویه برخورد، اصطکاک و یا تنش القایی نرمال در اطراف نقطه برخورد به اندازه کافی بالا باشد، هیچگونه لغزشی رخ نمی‌دهد. در این حالت با حفظ تقارن میدان تنشی نوک ترک، شکست هیدرولیکی در طرف دیگر شکست طبیعی ادامه می‌یابد.

اگر مقاومت برشی فصل مشترک طبیعی کمتر از تنش اعمال شده توسط شکستگی هیدرولیکی باشد، لغزش اتفاق می‌افتد و میدان تنش نوک ترک نامتقارن می‌شود [۲۳]. در

که در آن  $T_0$  مقاومت کششی ذاتی صفحه شکستگی طبیعی است و  $\omega$  به صورت رابطه (۱۳) تعریف می‌شود. پارمترهای دیگر نیز در شکل نشان داده شده‌اند.

$$\omega = \frac{\tau}{T_0 - \sigma_T} \left( \cos \frac{\alpha}{2} \left( 1 + \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{3\alpha}{2} \right) \right) \quad (13)$$

ابتدا الگوریتم اضافه شده به روش عددی به همراه پاسخ‌های روش تحلیلی توسط نتایج آزمایشگاهی اعتبارسنجی می‌شود.



شکل ۷: فلوچارت بررسی اندرکنش شکست هیدرولیکی و شکست طبیعی

ژو و همکاران (۲۰۰۸) با استفاده از دستگاه بارگذاری سه‌محوره شرایط اندرکنش شکست هیدرولیکی و طبیعی را در آزمایشگاه مدل‌سازی نمودند. نتایج این تحلیل‌ها به همراه پیش‌بینی معیارهای تحلیلی و روش عددی پیشنهادی در ادامه با یکدیگر مقایسه می‌شود [۵]. در این تحلیل، مدول یانگ  $81/4 \text{ GPa}$ ، ضریب پواسون  $0/۳۳$ ، مقاومت فشاری تک محوره  $28/۳۴ \text{ MPa}$  و چقرمگی سنگ  $۱/۵ \text{ MPa}\sqrt{m}$  در نظر گرفته شده است. در تمامی مدل‌ها تنش قائم برابر  $20 \text{ MPa}$  فرض می‌شود. جدول ۱ نتایج حاصل از مقایسه معیارهای تحلیلی و نتایج آزمایشگاهی و عددی را نشان می‌دهد. همانطور که دیده می‌شود در اکثر موارد معیارهای تحلیلی به خوبی با نتایج آزمایشگاهی تطابق دارند و البته تطابق بهتری میان نتایج آزمایشگاهی و عددی وجود دارد. روش عددی به دلیل در نظر گرفتن تأثیر مرز و نوک ترک بر تغییر میدان تنش و در نتیجه محاسبه دقیق‌تر مقدار

شایان ذکر است در شکل ۶ زاویه برخورد شکست هیدرولیکی و شکست طبیعی در حقیقت  $\alpha$  و  $(\pi - \alpha)$  است و باید هر دو زاویه جهت بررسی احتمال عبور و یا توقف رشد شکست هیدرولیکی مورد بررسی قرار گیرد.

اگر نتیجه اندرکنش شکست هیدرولیکی با شکستگی‌های مخزن مؤید عبور باشد، نیازی به بررسی سایر معیارها نخواهد بود، اما در صورتی که طبق این معیار توقف صورت گیرد، تنش نوک ترک توسط بازشدگی و یا لغزش کاهش می‌یابد و حالت توقف برای لحظه‌ای رخ خواهد داد. این بدین معنی است که برای عبور فشار بیشتری در نقطه برخورد لازم است [۲۵]. بنابراین در صورت پیش‌بینی احتمال توقف در این معیار، احتمال بازشدگی شکستگی طبیعی وجود دارد. در این مقاله، جهت بررسی دقیق‌تر فرآیند اندرکنش شکست هیدرولیکی و شکست طبیعی از معیار وارپینسکی و توفل (برای حالت بازشدگی ترک) استفاده می‌شود. بر اساس این معیار بازشدگی زمانی رخ می‌دهد که فشار شکستگی  $P_f$  (تفاضل فشار درون شکست هیدرولیکی و تنش افقی حداقل) بیش از مولفه تنش نرمال برجا بر روی صفحه شکست طبیعی شود. شرایط بازشدگی شکستگی طبیعی در این معیار به صورت رابطه (۱۴) بیان می‌شود:

$$\sigma_H - \sigma_h < \frac{2P_f}{(1 - \cos 2\alpha)} \quad (14)$$

بر اساس همین معیار توقف رشد شکست هیدرولیکی پس از برخورد به صورت رابطه (۱۳) قابل بررسی است.

$$\sigma_H - \sigma_h \geq \frac{2(\tau_0 - P_f \tan \varphi)}{\sin 2\alpha + \tan \varphi \cos 2\alpha - \tan \varphi} \quad (15)$$

در این رابطه  $\tau_0$  مقاومت برشی صفحه شکستگی طبیعی است. شکل ۷ الگوریتم چگونگی بررسی اندرکنش شکست هیدرولیکی و شکست طبیعی در روش عددی مورد استفاده را نمایش می‌دهد.

### ۳- اعتبارسنجی روش تحلیلی و روش عددی برای اندرکنش شکستگی‌ها

پس از اضافه شدن فرمولاسیون معیار اندرکنش شکست هیدرولیکی و طبیعی به روش عددی ناپیوستگی جابه‌جایی،



تنشی پایین ( $\sigma_H=8 MPa$ ,  $\sigma_h=5MPa$ ) روش عددی و تحلیلی نتایج یکسان ایجاد کرده اند ولی با افزایش اختلاف تنشی نتایج روش عددی با نتایج آزمایشگاهی سازگار شده است.

تنش های برشی و مماسی روی سطح شکست طبیعی موفق به ارائه نتایج سازگارتری با نتایج آزمایشگاهی شده است. به نظر می رسد که با افزایش تفاضل تنش های افقی، روش عددی با نتایج آزمایشگاهی هماهنگ تر می شود. در تفاضل

جدول ۱: مقایسه نتایج روش تحلیلی، تجربی و عددی

نتایج عددی	نتایج آزمایشگاهی	حل تحلیلی	$\tan \varphi$	$\sigma_h$	$\sigma_H$	$\alpha$
عبور	عبور	عبور	۰/۸۹	۵	۱۰	۹۰
عبور	عبور	عبور	۰/۸۹	۳	۱۰	۹۰
عبور	عبور	عبور	۰/۸۹	۳	۱۰	۶۰
عبور	عبور	عبور	۰/۸۹	۳	۱۳	۶۰
عبور	بازشدگی	عبور	۰/۸۹	۵	۸	۶۰
بازشدگی	بازشدگی	بازشدگی	۰/۸۹	۵	۱۰	۳۰
بازشدگی	بازشدگی	بازشدگی	۰/۸۹	۵	۸	۳۰
توقف	توقف	توقف	۰/۸۹	۳	۱۳	۳۰
عبور	عبور	عبور	۰/۳۸	۳	۸	۹۰
توقف	عبور	توقف	۰/۳۸	۵	۸	۹۰
عبور	عبور	عبور	۰/۳۸	۳	۱۰	۶۰
رشد شکست طبیعی	بازشدگی	عبور	۰/۳۸	۳	۸	۶۰
توقف	توقف	توقف	۰/۳۸	۳	۱۰	۳۰
بازشدگی	بازشدگی	بازشدگی	۰/۳۸	۳	۸	۳۰
بازشدگی	بازشدگی	بازشدگی	۱/۲۱	۳	۸	۹۰
عبور	عبور	عبور	۱/۲۱	۳	۱۳	۹۰
رشد شکست طبیعی	بازشدگی	عبور	۱/۲۱	۳	۱۳	۶۰
بازشدگی	بازشدگی	عبور	۱/۲۱	۳	۱۰	۶۰
بازشدگی	بازشدگی	توقف	۱/۲۱	۳	۱۳	۳۰
بازشدگی	بازشدگی	توقف	۱/۲۱	۳	۸	۳۰

هیدرولیکی در تمامی مدل ها ۲۰ سانتی متر و فاصله نوک شکست هیدرولیکی از مرکز شکستگی های طبیعی ۱۰ سانتی متر لحاظ شده است.

گسترش شکست هیدرولیکی و اندرکنش آن با شکستگی های طبیعی در شکل ۹ نشان داده شده است. همانطور که در شکل دیده می شود در راستای ۹۰ درجه وقتی شکست هیدرولیکی بین دو شکست طبیعی قرار گیرد، هر دو شکستگی طبیعی را قطع نموده و از آنها عبور می کند و در حالتی که شکست هیدرولیکی در یک سمت شکستگی های طبیعی باشد، تنها شکستگی طبیعی اول را قطع نموده و سپس از مسیر اولیه منحرف شده و شکست طبیعی دوم را قطع نمی کند. در حالات دیگر برخورد شکست هیدرولیکی با شکست طبیعی موجب توقف

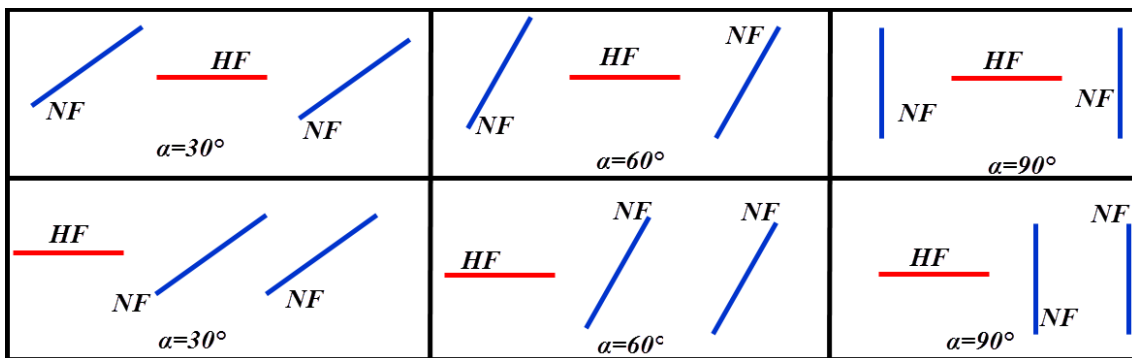
با توجه به همخوانی قابل قبول روش تحلیلی با نتایج آزمایشگاهی و همچنین همخوانی بهتر روش عددی با نتایج آزمایشگاهی، در قسمت بعد می توان از نتایج مدلسازی های عددی جهت بررسی رفتار اندرکنش شکست هیدرولیکی و طبیعی در شرایط مختلف استفاده نمود.

#### ۴- مدلسازی عددی اندرکنش شکست هیدرولیکی و طبیعی در شرایط مختلف

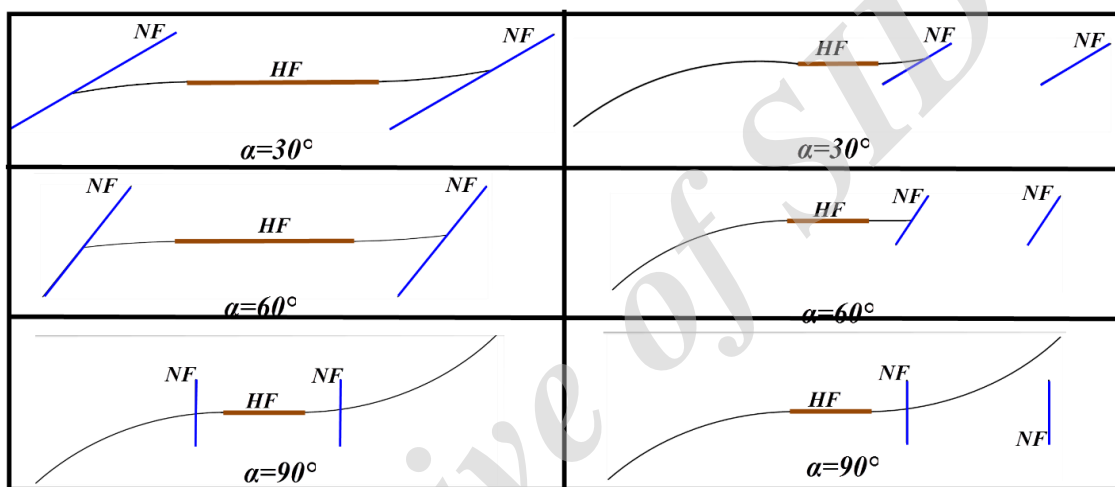
برخورد شکست هیدرولیکی ( $HF$ ) و طبیعی ( $NF$ ) در این قسمت برای شرایط مختلف مورد بررسی قرار می گیرد. شکل ۸ هندسه مدل های استفاده شده در تحلیل عددی را نشان می دهد. طول اولیه شکستگی های طبیعی و

طبیعی را برای فاصله‌داری ۵ سانتی‌متر نشان می‌دهد.

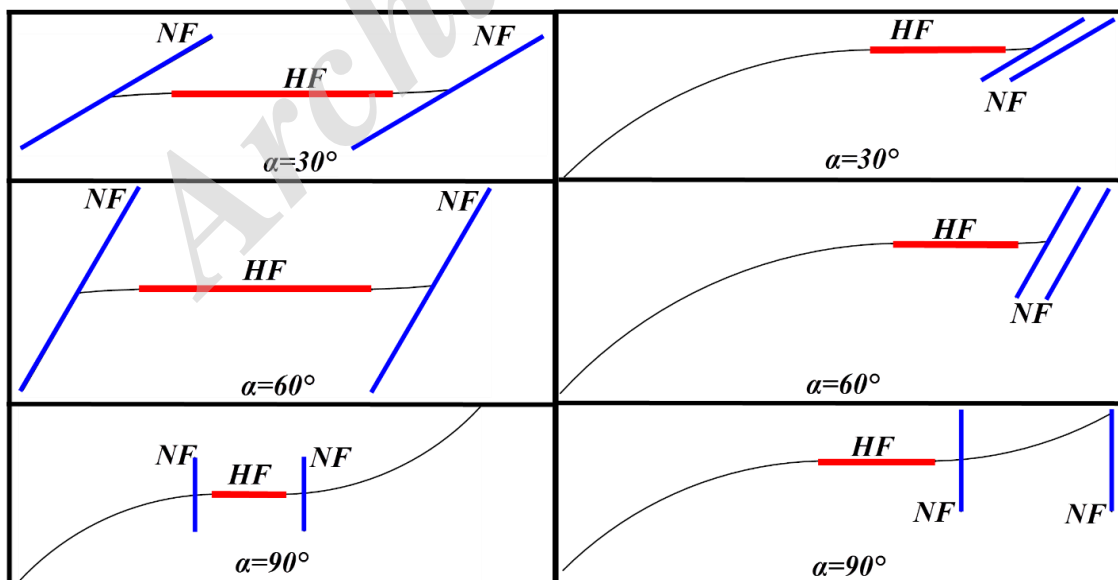
شکست هیدرولیکی شده است. شکل ۱۰ نیز گسترش شکست هیدرولیکی و اندرکنش آن با شکستگی‌های



شکل ۸: هندسه مدل‌های عددی بررسی شده



شکل ۹: گسترش شکست هیدرولیکی و اندرکنش آن با شکستگی‌های طبیعی در زاویه‌های برخورد متفاوت (فاصله ۱۰ cm)



شکل ۱۰: گسترش شکست هیدرولیکی و اندرکنش آن با شکستگی‌های طبیعی در زاویه‌های برخورد متفاوت (فاصله ۵ cm)

از عبور از شکستگی طبیعی اول به شکستگی دوم برخورد نموده و متوقف شده است. با توجه به این تحلیل‌ها کاهش

تنها تفاوت این شکل با قسمت قبلی در گسترش شکست هیدرولیکی برای زاویه متعامد است که در آن پس

[3] Blanton, T., 1986. Propagation of Hydraulically and Dynamically Induced Fractures in Naturally Fractured Reservoirs (Paper presented at SPE Unconventional Gas Technology Symposium, Society of Petroleum Engineers).

[4] Beugelsdijk, L., De Pater, C., Sato, K., 2000. Experimental Hydraulic Fracture Propagation in a Multi-fractured Medium (Paper presented at SPE Asia Pacific Conference on Integrated Modelling for Asset Management, Society of Petroleum Engineers).

[5] Zhou, J., Chen, M., Jin, Y., Zhang, G.-q, 2008, Analysis of fracture propagation behavior and fracture geometry using a tri-axial fracturing system in naturally fractured reservoirs, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* 45 (7), 1143-1152.

[6] Dahi Taleghani A, Lorenzo JM. An Alternative interpretation of microseismic events during hydraulic fracturing. In: SPE 140468-PP, presentation at the SPE hydraulic fracturing technology conference and exhibition held in The Woodlands, Texas; 2011.

[7] Waters G, Heinze J, Jackson R, Ketter A, Daniels J, Bentley D. Use of horizontal well image tools to optimize barnett shale reservoir exploitation. In: SPE 103202, presented at the SPE annual technical conference; 2006.

[8] Renshaw, C.E., and Pollard D.D. 1995, An experimentally verified criterion for propagation across unbonded frictional interfaces in brittle, linear elastic materials: *International Journal of Rock Mechanics Mining Science and Geomechanics* 32, v.3.

[9] Sarmadivaleh, M., 2012, Experimental and Numerical Study of Interaction of a Pre- Existing Natural Interface and an Induced Hydraulic Fracture, PhD thesis, Curtin University, Perth, Australia.

[10] Cheng, W., Jin, Y., Chen, M., 2015. Reactivation mechanism of natural fractures by hydraulic fracturing in naturally fractured shale reservoirs. *J. Nat. Gas Sci. Eng.* 27, 1357-1365. doi:10.1016/j.jngse.2015.11.018

[11] Keshavarz, A., Badalyan, A., Johnson, R., Bedrikovetsky, P., 2016. Productivity enhancement by stimulation of natural fractures around a hydraulic fracture using micro-sized proppant placement. *J. Nat. Gas Sci. Eng.*

[12] Dahi Taleghani, A., Gonzalez, M., Shojaei, A., 2016. Overview of numerical models for interactions between hydraulic fractures and natural fractures: Challenges and limitations. *Comput. Geotech.* 71, 361-368.

[13] Crouch, S.L., 1976, Solution of Plane Elasticity Problems by the Displacement Discontinuity

فاصله‌داری شکستگی‌های طبیعی، احتمال برخورد شکستگی طبیعی و هیدرولیکی را افزایش می‌دهد. اما به نظر می‌رسد که انرژی شکست هیدرولیکی پس از اولین برخورد به شکستگی طبیعی، کاهش می‌یابد. لذا احتمال عبور شکست هیدرولیکی از شکستگی‌های طبیعی دیگر کاهش می‌یابد.

## ۵- نتیجه‌گیری

پیش بینی رفتار شکست هیدرولیکی در مخازن نفت و گاز در زمان برخورد با شکستگی‌های طبیعی از اهمیت بالایی برخوردار است. پیش بینی صحیح این اندرکنش، درک صحیحی از شبکه شکستگی تشکیل شده طی عملیات شکست هیدرولیکی به پژوهشگران و متخصصین ارائه می‌دهد. در این تحقیق با استفاده از روش عددی ناپیوستگی جابه‌جایی و معیارهای موجود، رفتار شکست هیدرولیکی در شرایط مختلف در زمان اندرکنش با شکستگی‌های طبیعی مورد بررسی قرار گرفت. ابتدا دقت روش عددی در برابر چند حل تحلیلی اعتبارسنجی شد و سپس دو معیار اندرکنش به روش عددی اضافه شد. در ادامه دقت معیارهای استفاده شده در برابر یک کار آزمایشگاهی بررسی شد. سپس یک شکست هیدرولیکی در مقابل دو شکست طبیعی در شرایط مختلف مدل‌سازی گردید و گسترش و اندرکنش آن مورد بررسی قرار گرفت. در برخورد متعامد شکست هیدرولیکی و شکستگی‌های طبیعی همیشه شکست هیدرولیکی از شکست طبیعی عبور نموده است. نتایج این تحلیل‌ها نشان داد که احتمال عبور شکست هیدرولیکی از شکستگی‌های طبیعی پس از هر برخورد و عبور کاهش می‌یابد.

## مراجع

[1] Warpinski, N., Teufel, L., 1987. Influence of geologic discontinuities on hydraulic fracture propagation (includes associated papers 17011 and 17074). *J. Pet. Technol.* 39 (02), 209-220.

[2] Blanton, T.L., 1982. An Experimental Study of Interaction between Hydraulically Induced and Pre-existing Fractures (Paper presented at SPE Unconventional Gas Recovery Symposium, Society of Petroleum Engineers).

- [25] Dollar, A. and Steif, P.S., 1989, A Tension Crack Impinging Upon Frictional Interfaces. *J. Appl. Mech.* 56, 291-298.
- [26] Erdogan, F., Sih, G.C., 1963. On the crack extension in plates under plate loading and transverse shear. *J. Basic Eng.* 85, 519-27.
- Method: *Int. J. Num. Methods Eng.* v. 10, p. 301-343.
- [14] Shou, K.J., Crouch, S.L., 1995. A higher order displacement discontinuity method for analysis of crack problems. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr.* 32, 49-55.
- [15] Fatehi Marji, M., 2013. On the Use of Power Series Solution Method in the Crack Analysis of Brittle Materials by Indirect Boundary Element Method. *Eng. Fract. Mech.* 365-382.
- [16] Fatehi Marji, M., 1997, Modeling of cracks in rock fragmentation with a higher order displacement discontinuity method, Middle East technical university.
- [17] Fatehi Marji, M., Hosseini Nasab, H., Kohsari, A.H., 2007. A new cubic element formulation of the displacement discontinuity method using three special crack tip elements for crack analysis. *J. Solids Struct.* 1, 61-91.
- [18] Guo, H., Aziz, N.I., Schmitt, L.C., 1990. Linear elastic crack tip modeling by displacement discontinuity method. *Engin. Fract. Mech.* 36, 933-943.
- [19] Whittaker, B.N., Singh, R.N., Sun, G., 1992. *Rock fracture mechanics, principles design and applications.* Netherland.
- [20] Abdollahipour, A., 2015. Crack propagation mechanism in hydraulic fracturing procedure in oil reservoirs, Yazd University.
- [21] Abdollahipour, A., Fatehi Marji, M., Yarahmadi-Bafghi, A., Gholamnejad, J., 2016. Numerical investigation on the effect of crack geometrical parameters in hydraulic fracturing process of hydrocarbon reservoirs. *J. Min. Environ.*
- [22] Abdollahipour, A., Fatehi Marji, M., Yarahmadi-Bafghi, A., Gholamnejad, J., 2015. Simulating the propagation of hydraulic fractures from a circular wellbore using the Displacement Discontinuity Method. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* 80, 281-291.
- [23] Lash, G.G., and Engelder, T., 2009, Tracking the Burial and Tectonic History of Devonian Shale of the Appalachian Basin by Analysis of Joint Intersection Style: *Geological Society of America Bulletin*, v. 121, p. 265-277.
- [24] Behnia, M., Goshtasbi, K., FatehiMarji, M., Golshani, A.A., The Effect of Layers Elastic Parameters on Hydraulic Fracturing Propagation Utilizing Displacement Discontinuity Method. *Journal of analytical and numerical methods in mining engineering.* V. 2. Issue 3, 2013.