

شبیه‌سازی عددی مدل ماسکینگام چندخطی در مقاطع نعل اسبی

سعید کاظمی محسن‌آبادی*^۱

چکیده

روش‌های روندیابی به دو دسته هیدرولیکی و هیدرولوژیکی تقسیم می‌شوند. روش‌های هیدرولیکی مبتنی بر حل معادلات سنت-ونانت بوده و از دقت بالایی نیز برخوردارند. در حالی که روش‌های هیدرولوژیکی دقت کمتری داشته، اما به دلیل سهولت در کاربرد، این روش‌ها مورد توجه محققین و کارشناسان قرار دارد. در این تحقیق، پارامترهای مربوط به روش ماسکینگام چندخطی با توجه به مقطع مورد مطالعه استخراج گردید. سپس ضرایب دبی مبنا از مقایسه هیدروگراف‌های روندیابی شده با مدل ماسکینگام چندخطی و مدل سنت-ونانت بهینه شد که این ضرایب در مقطع نعل اسبی، برابر یک به دست آمد. در ادامه بر اساس این ضرایب، هیدروگراف‌های مختلفی با توجه به معادله پیوستگی، روندیابی شد. متوسط خطای دبی بیشینه شبیه‌سازی شده در مقطع نعل اسبی، ۰/۷ درصد و زمان رسیدن به این دبی نیز در هر دو روش تقریباً یکسان تخمین زده شد.

واژه‌های کلیدی

روندیابی سیلاب، روش ماسکینگام چندخطی، سنت-ونانت، مقطع نعل اسبی.

*^۱ استادیار گروه مهندسی عمران، واحد بوئین زهرا، دانشگاه آزاد اسلامی، بوئین زهرا، ایران، saeed.kazemi61@gmail.com

مقدمه

به منظور پیش بینی سیلاب، طراحی، ساخت و مدیریت سازه های کنترل سیل، طراحی شبکه ای از کانال ها، پیش بینی رفتار یک رودخانه پس از وقوع سیلاب، استخراج هیدروگراف مصنوعی، پیگیری مسائل و مشکلات زیست محیطی و ... روندیابی سیل از اهمیت فوق العاده ای برخوردار است. به همین منظور، دو روش هیدرولیکی و هیدرولوژیکی در روندیابی سیلاب وجود دارد. در روش های هیدرولیکی از اصول و قوانین جریان های غیرماندگار و حل معادلات سنت-نانت و نانت، معادله پیوستگی (معادله (۱)) و معادله اندازه حرکت (معادله (۲))، بر اساس روش های مختلف عددی استفاده می شود. به همین دلیل مدل های عددی زیادی در دهه های اخیر توسعه یافته اند. (آمین^۱ (۱۹۶۸)، آمین و فانگ^۲ (۱۹۷۰)، فرد^۳ (۱۹۷۳)، آمین و چو^۴ (۱۹۷۵)، ابوت و کونز^۵ (۱۹۸۲)، فارگ و لاکارا^۶ (۱۹۸۸)، نوین و کوانا^۷ (۱۹۹۵)، سانجای و راویندرا^۸ (۲۰۱۲)، کالیتا و سارما^۹ (۲۰۱۲)). در این مدل ها عمق و دبی جریان در طول کانال و لوله، با گذشت زمان محاسبه می شوند که به کمک این داده ها می توان مقطع مورد نظر را نیز طراحی نمود.

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

$$S_f = S_0 - \frac{dy}{dx} - \left(\frac{u}{g}\right) \frac{du}{dx} - \frac{1}{g} \frac{du}{dt} \quad (2)$$

در روابط فوق، Q = دبی جریان، A = سطح مقطع عمود بر جریان، S_f = شیب خط انرژی، S_0 = شیب کف، u = سرعت در جهت جریان، g = شتاب ثقل، x = مسافت طی شده جریان، t = زمان و y = عمق جریان.

روش های هیدرولیکی غالباً سخت، پیچیده و زمان بر بوده و در برخی مواقع ناپایدار هستند. بر همین اساس بیشتر متخصصین ترجیح می دهند که از روش های هیدرولوژیکی استفاده نمایند. روندیابی هیدرولوژیکی ترکیب معادله پیوستگی با یک معادله خطی یا غیرخطی ذخیره - حجم در یک بازه از مسیر جریان است. در این روش، حجم ذخیره و شدت جریان خروجی در

بازه زمانی مورد نظر، مجهول است. بنابراین نیاز به معادله ای دیگر اجتناب ناپذیر است. این معادله می تواند رابطه ای بین میزان ذخیره و مقادیر دبی ورودی و خروجی باشد. دقت روش های هیدرولوژیکی نسبت به روش های هیدرولیکی کمتر بوده ولی به دلیل سادگی، این روش ها بیشتر مورد نظر طراحان و کارشناسان است. یکی از روش های مرسوم در روندیابی هیدرولوژیکی، روش ماسکینگام است. در این روش در هر بازه - ای از کانال و یا رودخانه رابطه (۳) بین جریان ورودی، خروجی و حجم ذخیره برقرار است (دوگ^{۱۰} و همکاران ۱۹۸۲):

$$S = k[xI + (1-x)O] \quad (3)$$

در این رابطه I = جریان ورودی به بازه، O = جریان خروجی از بازه، S = حجم ذخیره شده در بازه مورد نظر، k و x = پارامترهای ثابت معادله. در روندیابی هیدرولوژیکی از معادله اندازه حرکت صرف نظر نموده و از معادله پیوستگی به صورت زیر استفاده می شود.

$$O_{i+1} = C_1 I_{i+1} + C_2 I_i + C_3 O_i \quad (4)$$

در رابطه (۴) داریم:

$$C_1 = \frac{0.5\Delta t - kx}{0.5\Delta t + (1-x)k} \quad (5)$$

$$C_2 = \frac{0.5\Delta t + kx}{0.5\Delta t + (1-x)k} \quad (6)$$

$$C_3 = \frac{-0.5\Delta t + (1-x)k}{0.5\Delta t + (1-x)k} \quad (7)$$

که در روابط فوق Δt = بازه های زمانی مورد محاسبه، O_{i+1} و I_{i+1} = جریان خروجی و ورودی در انتهای بازه زمانی مورد مطالعه، O_i = جریان خروجی در ابتدای بازه زمانی مورد مطالعه، k = ضریبی که دارای بعد زمان بوده و بیانگر فاصله زمانی است که بیشینه دبی اتفاق می افتد و x = ضریب وزنی. در روش های معمول به منظور محاسبه k و x در هر بازه از رودخانه و یا کانال، با توجه به خطی بودن معادله (۳) پارامترهای k و x ثابت در نظر گرفته می شوند. اما موج پدیده ای غیرخطی است (گیل^{۱۱} (۱۹۷۷)، گیل (۱۹۷۹)، تانگ^۱ (۱۹۸۵)،

⁸ Sanjay & Ravindra

⁹ Kalita & Sarma

¹⁰ Dooge

¹¹ Gill

¹ Amein

² Amein & Fang

³ Fread

⁴ Amein & Chu

⁵ Abbott and Cunge

⁶ Farge & Laccarra

⁷ Nguyen & Kawano

معادله ذخیره مدل پیشنهادی، همان معادله (۳) است. به‌منظور محاسبه k ، دوگ و همکاران (۱۹۸۲) رابطه زیر را پیشنهاد نمودند:

$$k = \frac{\Delta x}{c} \quad (9)$$

در این رابطه، Δx = طول بازه موردنظر، c = سرعت موج مربوط به دبی مبنا (Q_0) که از رابطه زیر قابل محاسبه است.

$$c = \frac{dQ_0}{dA} = \frac{-\frac{\partial S_f}{\partial A}}{\frac{\partial S_f}{\partial Q_0}} \quad (10)$$

A = سطح مقطع جریان، S_f = شیب خط انرژی. از ترکیب معادلات (۹) و (۱۰) معادله k به‌صورت معادله (۱۱) خواهد شد:

$$k = \Delta x \left(\frac{\frac{\partial S_f}{\partial Q_0}}{-\frac{\partial S_f}{\partial A_0}} \right) \quad (11)$$

A_0 = سطح مقطع جریان مربوط به دبی مبنا Q_0 . دوگ (۱۹۷۳) رابطه کلی (۱۲) را به‌منظور محاسبه c ارائه نمود:

$$c = m \cdot v_0 \quad (12)$$

v_0 = سرعت جریان مربوط به دبی مبنا و m = ضریبی که به شکل مقطع بستگی دارد. با جاگذاری معادله (۱۰) در (۱۲) و استفاده از معادله پیوستگی، به معادله (۱۳) برای محاسبه m می‌توان دست‌یافت.

$$m = \frac{-\frac{\partial S_f}{\partial A_0}}{\frac{\partial S_f}{\partial Q_0}} \times \frac{A_0}{Q_0} \quad (13)$$

برای کانال‌های مستطیلی عریض، دوگ و همکاران (۱۹۸۲) مقدار m را ثابت و برابر ۱/۶۷ در نظر گرفتند. به‌منظور محاسبه x نیز دوگ و همکاران (۱۹۸۲) رابطه (۱۴) را پیشنهاد نمودند:

$$x = \frac{1}{2} + \frac{D_0}{\frac{\partial S_f}{\partial A_0} \times A_0 \Delta x} [1 - (m - 1)^2 Fr_0^2] \quad (14)$$

در این رابطه D_0 عمق هیدرولیکی جریان و Fr_0 عدد فرود مربوط به دبی مبنا هستند.

مدل پیشنهادی برای مقطع نعل اسبی شکل

مقاطع نعل اسبی شکل، کاربردهای فراوانی در تونل‌های انتقال و انحراف آب در پروژه‌های آبی دارند. این تونل‌ها به‌ویژه در

تانگ^۱ (۱۹۸۵)، پرومال^۲ (۱۹۹۲)، پرومال (۱۹۹۳)، پرومال (۱۹۹۴)، سامانی و جبلی فرد^۳ (۲۰۰۳)، چو و چانگ^۴ (۲۰۰۹)، لو و ژی^۵ (۲۰۱۰).

با توجه به کاربرد فراوان تونل‌های انحراف آب با مقطع نعل اسبی در سدهای بزرگ، بررسی روش‌های ساده‌تر نسبت به معادلات سنت-ونانت، اجتناب‌ناپذیر است. در این تحقیق به مقایسه مدل ماسکینگام چندخطی، به‌عنوان روشی هیدرولوژیکی با مدل سنت-ونانت به‌عنوان روشی هیدرولیکی در مقطع نعل اسبی پرداخته شده است. این مقایسه در سال ۲۰۰۲ توسط پرومال در مقطع مستطیلی و در سال ۲۰۰۳ توسط سامانی و جبلی فرد در مقطع دایره‌ای، صورت گرفته و با توجه به کاربرد گسترده مقاطع نعل اسبی، در این تحقیق به مطالعه آن پرداخته شده است.

مواد و روش‌ها

روش ماسکینگام چندخطی

این روش اولین بار توسط پرومال (۱۹۹۲) به‌منظور روندیابی در مقاطع مستطیلی ارائه گردید. در این روش پارامترهای موردنظر (k و x) با زمان و مکان تغییر می‌کنند. محققین زیادی به توسعه و تحقیق در مورد این مدل پرداخته‌اند. (پرومال ۹۲ و ۱۹۹۳)، پرومال همکاران (۱۹۹۸a و ۱۹۹۸b)، سامانی جبلی فرد (۲۰۰۳)، پرومال و همکاران (۲۰۰۷). در این مدل در هر گام زمانی یک دبی مبنا به‌صورت زیر تعیین می‌شود.

$$Q_0 = a \cdot Q_i \quad (8)$$

که Q_0 = دبی مبنا، Q_i = دبی ورودی در هر مقطع زمانی و a = ضریبی بین صفر و یک. پرومال (۱۹۹۲) ضریب a را ثابت و برابر با ۰/۴ در نظر گرفت. برخلاف وی سامانی و جبلی فرد (۲۰۰۳) مقدار a را در مقاطع دایره‌ای متغیر دانسته و آن را تابعی از قطر (D)، ضریب زبری مانینگ (n)، شیب کف (S_0) و بیشینه دبی ورودی (I_p) دانسته‌اند. در این تحقیق نیز در مقطع نعل اسبی، این ضریب مورد محاسبه قرار گرفته است و دبی مبنا با توجه به معادله (۸) به‌دست‌آمده است.

⁴ Chu & Chang

⁵ Luo & Xie

¹ Tung

² Perumal

³ Samani & Jebelifard

با توجه به روابطی که به منظور محاسبه مساحت و محیط در جدول (۱) در هر قسمت از جریان ارائه شده است (معادلات (۱۸) الی (۲۶)) و همچنین روابط فوق، معادلات به دست آمده جهت روندیابی به روش ماسکینگام چندخطی به صورت معادلات (۳۳) الی (۴۴) به دست خواهد آمد که در جدول (۲) قابل مشاهده است.

واسنجی مدل

همان گونه که در شکل (۱) ملاحظه می شود، مقطع نعل اسبی از سه بخش تشکیل شده است. به همین دلیل سه ضریب a_1 ، a_2 و a_3 تعریف شد و با توجه به اینکه جریان در چه بخشی از مقطع قرار گیرد، از ضریب مربوطه استفاده شد. با توجه به معادله (۸) و شکل (۱) می توان نوشت:

الف- اگر $0 \leq h \leq h_1$:

$$Q_0 = a_1 Q_i \quad (45)$$

ب- اگر $h_1 < h \leq \frac{H}{2}$:

$$Q_0 = a_2 Q_i \quad (46)$$

ج- اگر $\frac{H}{2} < h \leq H$:

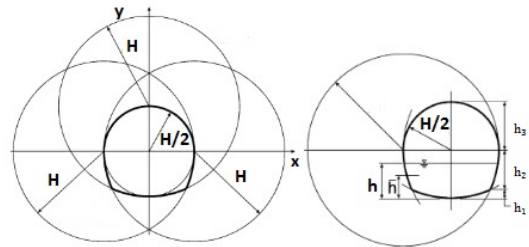
$$Q_0 = a_3 Q_i \quad (47)$$

معادلات سنت و نانت (معادلات ۱ و ۲) برای تعیین ضرایب با روش اجزا محدود و به کمک برنامه کامپیوتری حل شد و هیدروگراف های روندیابی شده، به دست آمد. در گام بعدی با توجه به مدل مورد نظر، هیدروگراف های مختلف به ترتیبی که در ادامه توضیح داده خواهد شد، در مقطع نعل اسبی روندیابی شد. هیدروگراف های ورودی از رابطه (۴۸) به دست آمد (۱۹۹۲):

$$Q_i = I_b + (I_p - I_b) \left(\frac{t - t_p}{t_p} \right)^{1/(\gamma - 1)} \exp \left(\frac{1 - t/t_p}{\gamma - 1} \right) \quad (48)$$

در این رابطه، Q_i = دبی هیدروگراف ورودی، I_b = دبی پایه در شرایط دائمی، I_p = دبی بیشینه، t_p = زمان رسیدن به دبی بیشینه و γ = ضریب چولگی (طبق توصیه پرومال (۱۹۹۲)، $\gamma = 1/15$). مشخصات هیدروگراف های ورودی به منظور کالیبره کردن a_1 ، a_2 و a_3 در جدول (۳) آمده است. سپس با توجه به روابط (۴۵)، (۴۶) و (۴۷) و با در نظر گرفتن

مواقع سیلابی کارایی های خود را نشان می دهند. به منظور طراحی این تونل ها نیاز است که هیدروگراف های ورودی و خروجی در دسترس باشد. مقطع نعل اسبی از سه بخش تشکیل شده است که در ادامه به آن پرداخته خواهد شد (شکل (۱)).



شکل (۱): مشخصات مقطع نعل اسبی (مرکلی^۱، ۲۰۰۵)

با توجه به شکل (۱) داریم:

$$h_1 = H \left[1 - \left(\frac{1 + \sqrt{7}}{4} \right) \right] \quad (15)$$

$$h_2 = \frac{H}{2} - h_1 \quad (16)$$

$$h_3 = \frac{H}{2} \quad (17)$$

در ادامه معادلات (۱۸) الی (۲۶)، مربوط به محاسبه عرض سطح آب، مساحت و محیط خیس شده ارائه شده است.

همچنین مقادیر C_1 و C_2 برابر است با:

$$C_2 = \frac{C_1}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{C_1^2}{4}} \right) - \sin^{-1} \left(\frac{C_1}{2} \right) \quad (27)$$

$$C_1 = 1 - \left(\frac{1 + \sqrt{7}}{2} \right) \quad (28)$$

برای به دست آوردن ضرایب روش ماسکینگام (m ، k و x) باید از روابط (۱۱)، (۱۳) و (۱۴) استفاده نمود. بنابراین باید $\frac{\partial S_f}{\partial A_0}$ و $\frac{\partial S_f}{\partial Q_0}$ را برای هر مقطع از جریان به دست آورد.

$$S_f = \frac{n^2 Q_0^2 P_0^{4/3}}{A_0^{10/3}} \quad (29)$$

$$\frac{\partial S_f}{\partial Q_0} = 2 Q_0 n^2 A_0^{-10/3} P_0^{4/3} \quad (30)$$

$$\frac{\partial S_f}{\partial A_0} = \frac{\partial S_f}{\partial h} \times \frac{\partial h}{\partial A_0} \quad (31)$$

$$\frac{\partial S_f}{\partial h} = \frac{2}{3} S_0 \left[\frac{2}{P_0} \frac{\partial P_0}{\partial h} - \frac{5}{A_0} \frac{\partial A_0}{\partial h} \right] \quad (32)$$

مانینگ، شیب بستر، بیشینه دبی ورودی در بازه‌های مختلفی، روندیابی با استفاده از معادلات سنت-ونانت و مدل ماسکینگام چندخطی، انجام شده است. نتایج به‌دست‌آمده انطباق مناسبی بین مدل‌های مورد مطالعه در این تحقیق را، نشان می‌دهد. در طی محاسبه هیدروگراف خروجی به کمک معادلات (۴۵) الی (۴۷)، ضرایب a_1 ، a_2 و a_3 واسنجی شده است که هر سه ضریب، برابر یک به دست آمد.

در بخش دیگری از این تحقیق و پس از واسنجی مدل، هیدروگراف‌های مختلفی به‌منظور مقایسه روش‌های مورد استفاده، روندیابی شد که نتایج آن برای شرایط مختلف فیزیکی و هیدرولیکی در جدول (۴) قابل مشاهده است. همچنین، خطای نسبی دبی بیشینه و زمان رسیدن به این دبی در مدل مورد مطالعه و سنت-ونانت، توسط روابط زیر محاسبه گردید.

$$ER_Q = \frac{Q_{Pm} - Q_{PSt}}{Q_{Pm}} \times 100 \quad (49)$$

$$ER_t = \frac{t_{Pm} - t_{PSt}}{t_{Pm}} \times 100 \quad (50)$$

در معادلات فوق ER_Q و ER_t = درصد خطای نسبی مربوط به دبی بیشینه و درصد خطای مربوط به زمان رسیدن به این دبی، Q_{Pm} = دبی بیشینه محاسبه‌شده توسط روش ماسکینگام چندخطی، Q_{PSt} = دبی بیشینه محاسبه‌شده توسط معادلات سنت-ونانت، t_{Pm} = زمان رسیدن به دبی بیشینه در روش ماسکینگام چندخطی و t_{PSt} = زمان رسیدن به دبی بیشینه از حل معادلات سنت-ونانت.

مقادیر مختلفی برای a_1 ، a_2 و a_3 دبی مبنا (Q_0) محاسبه گردید. مشخصات فیزیکی شامل عرض سطح آب، مساحت و محیط خیس شده با توجه به روابط (۱۸) تا (۲۶) به دست می‌آیند (مرکلی، ۲۰۰۵). در گام بعدی با جایگذاری معادلات ۱۸ الی ۲۶ در روابط ۱۱، ۱۳ و ۱۴ پارامترهای x و k ، m که در روش ماسکینگام چندخطی مورد نیاز است، به دست می‌آید. معادلات استخراج‌شده به تفکیک عمق در مقطع نعل اسبی، در جدول (۲) ارائه شده است. با ملاحظه روابط ۳۳ الی ۴۴ مشاهده می‌شود که با داشتن عمق جریان و قطر کل مقطع، پارامترهای مورد اشاره محاسبه می‌شوند. در مرحله بعد به کمک معادلات ۴ الی ۷ و نوشتن برنامه کامپیوتری آن در نرم‌افزار اکسل و نیز مشخصات هیدرولیکی ارائه‌شده در جدول (۳)، روندیابی سیلاب توسط مدل ماسکینگام چندخطی صورت گرفته و هیدروگراف‌های ورودی و خروجی ترسیم گردید. در مرحله بعد و پس از تعیین هیدروگراف‌های خروجی به روش ماسکینگام چندخطی، عمق آب را می‌توان توسط معادلات پیوستگی و اندازه حرکت محاسبه نمود. در ادامه به کمک نتایج فوق، پروفیل سطح آب در مدل مورد مطالعه ترسیم شد. در گام بعدی پروفیل سطح آب به‌دست‌آمده از مدل ماسکینگام چندخطی با پروفیل سطح آب حاصل از حل معادلات سنت-ونانت مورد مقایسه قرار گرفت. در نهایت، دبی بیشینه و زمان رسیدن به آن در هر دو مدل مطالعه، مقایسه شد.

در پایان، هیدروگراف‌های حاصل از مدل ماسکینگام چندخطی با هیدروگراف‌های حاصل از حل معادلات سنت-ونانت مورد مقایسه قرار گرفت.

در این تحقیق، به‌منظور حل معادلات سنت-ونانت از نرم‌افزار مایک ۱۱ و به روش تفاضل‌های محدود، استفاده شده است. این نرم‌افزار یکی از سلسله نرم‌افزارهایی است که توسط موسسه هیدرولیکی دنیش^۱ ایجاد شده است.

در شکل (۲) هیدروگراف ورودی به تونل در شرایط مختلف هیدرولیکی جدول (۳) با استفاده از معادله (۴۸) ترسیم شده است. در این شکل، پس از اعمال شرایط مورد اشاره جدول (۳) و به‌کارگیری معادلات (۳) الی (۷)، روندیابی هیدرولیکی صورت گرفت. همان‌گونه که در این شکل ملاحظه می‌شود، با تغییر قطر لوله، سایر شرایط هیدرولیکی نظیر ضریب زبری

¹ Danish Hydraulic Institute(DHI)

جدول (۱): روابط مربوط به پارامترهای فیزیکی مقطع نعل اسبی (مرکلی، ۲۰۰۵)

معادلات مورد استفاده			پارامتر
$\frac{H}{2} < h \leq H$	$h_1 < h \leq \frac{H}{2}$	$0 \leq h \leq h_1$	
(۴)	(۳)	(۲)	(۱)
$T_3 = H\sqrt{1 - \left(1 - \frac{2h}{H}\right)^2}$ (۲۰)	$T_2 = 2\sqrt{H^2 - \left(h - \frac{H}{2}\right)^2} - H$ (۱۹)	$T_1 = 2H\sqrt{1 - \left(1 - \frac{h}{H}\right)^2}$ (۱۸)	عرض سطح آب
$A_3 = \left(h - \frac{H}{2}\right)\sqrt{h(H-h)} + \frac{H^2}{4}\sin^{-1}\left(\frac{2h-H}{H}\right) + A_2$ (۲۳)	$A_2 = H^2 \left[C_2 + \sin^{-1}\left(\frac{2h-H}{2H}\right) \right] - \left(h - \frac{H}{2}\right) \left(H - \sqrt{H^2 - \left(h - \frac{H}{2}\right)^2} \right) + A_1$ (۲۲)	$A_1 = (h-H)\sqrt{h(2H-h)} + H^2 \left[\sin^{-1}\left(\frac{h-H}{H}\right) + \frac{\pi}{2} \right]$ (۲۱)	مساحت خیس شده
$P_3 = H \left[\cos^{-1}\left(1 - \frac{2h}{H}\right) - \frac{\pi}{2} \right] + P_2$ (۲۶)	$P_2 = 2H \left[\cos^{-1}\left(\frac{H-2h}{2H}\right) - \cos^{-1}\left(-\frac{C_1}{2}\right) \right] + P_1$ (۲۵)	$P_1 = 2H \cos^{-1}\left(1 - \frac{h}{H}\right)$ (۲۴)	محیط خیس شده

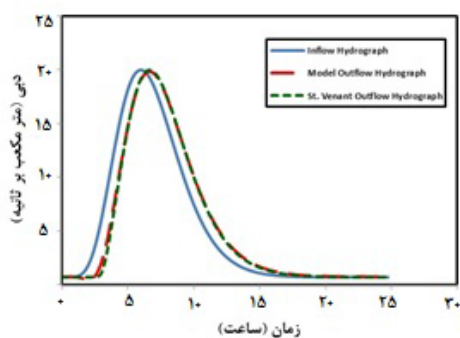
A_1 = مساحت مربوط به مقطعی که $h = h_1$ ، A_2 = مساحت مربوط به مقطعی که $h = \frac{H}{2}$ ، P_1 = مساحت مربوط به مقطعی که $h = h_1$
 P_2 ، $h = \frac{H}{2}$ ، P_2 = مساحت مربوط به مقطعی که $h = h_1$

جدول (۲): روابط استخراج شده مربوط به محاسبه پارامترهای مدل ماسکینگام چندخطی

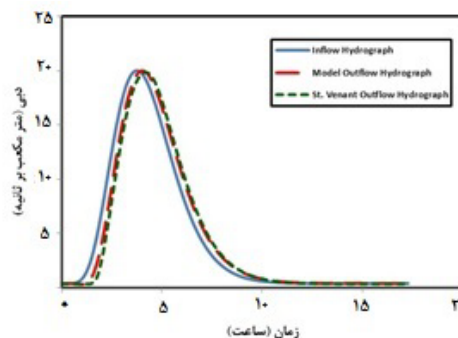
معادله مورد استفاده			پارامتر
$\frac{H}{2} < h \leq H$	$h_1 < h \leq \frac{H}{2}$	$0 \leq h \leq h_1$	
(۴)	(۳)	(۲)	(۱)
$\frac{2}{3}S_0 \left[\frac{H}{P_0 h_0 (H-h_0)} - \frac{5}{A_0} \right]$ (۳۵)	$\frac{2}{3}S_0 \left[\frac{8H}{P_0 \sqrt{4H^2 - (H-2h_0)^2} \left[\sqrt{4H^2 - (H-2h_0)^2} - H \right]} - \frac{5}{A_0} \right]$ (۳۴)	$\frac{2}{3}S_0 \left[\frac{1}{h(2H-h_0) \cos^{-1}\left(1 - \frac{h_0}{H}\right)} - \frac{5}{A_0} \right]$ (۳۳)	$\frac{\partial S_f}{\partial A_0}$
$\frac{1}{3} \left[5 - \frac{HA_0}{P_0 h_0 (H-h_0)} \right]$ (۳۸)	$\frac{1}{3} \left[5 - \frac{8HA_0}{P_0 \sqrt{4H^2 - (H-2h_0)^2} \left[\sqrt{4H^2 - (H-2h_0)^2} - H \right]} \right]$ (۳۷)	$\frac{1}{3} \left[5 - \frac{2HA_0}{P_0 [h_0(2H-h_0)]} \right]$ (۳۶)	m
$\frac{\frac{3\Delta x A_0}{Q_0}}{5 - \frac{HA_0}{P_0 h_0 (H-h_0)}}}$ (۴۱)	$\frac{\frac{3\Delta x A_0}{Q_0}}{5 - \frac{8HA_0}{P_0 \sqrt{4H^2 - (H-2h_0)^2} \left[\sqrt{4H^2 - (H-2h_0)^2} - H \right]}}$ (۴۰)	$\frac{\frac{3\Delta x A_0}{Q_0}}{5 - \frac{2HA_0}{P_0 [h_0(2H-h_0)]}}$ (۳۹)	k
$\frac{1}{2} + \left\{ \frac{\frac{3A_0}{2\Delta x T_0 S_0}}{\frac{HA_0}{P_0 h_0 (H-h_0)} - 5} \right\} \times \left\{ 1 - \frac{4}{9} \left[1 - \frac{HA_0}{2P_0 h_0 (H-h_0)} \right]^2 Fr_0^2 \right\}$ (۴۴)	$\frac{1}{2} + \left\{ \frac{\frac{3A_0}{2\Delta x T_0 S_0}}{\frac{8HA_0}{P_0 \sqrt{4H^2 - (H-2h_0)^2} \left[\sqrt{4H^2 - (H-2h_0)^2} - H \right]} - 5} \right\} \times \left\{ 1 - \frac{4}{9} \left[1 - \frac{4HA_0}{P_0 \sqrt{4H^2 - (H-2h_0)^2} \left[\sqrt{4H^2 - (H-2h_0)^2} - H \right]} \right]^2 Fr_0^2 \right\}$ (۴۳)	$\frac{1}{2} + \left\{ \frac{\frac{3A_0}{2\Delta x T_0 S_0}}{\frac{2HA_0}{P_0 [h_0(2H-h_0)]} - 5} \right\} \times \left\{ 1 - \frac{4}{9} \left[1 - \frac{HA_0}{P_0 [h_0(2H-h_0)]} \right]^2 Fr_0^2 \right\}$ (۴۲)	x

جدول (۳): مشخصات مقطع نعل اسبی و دبی بیشینه به‌منظور تعیین هیدروگراف ورودی

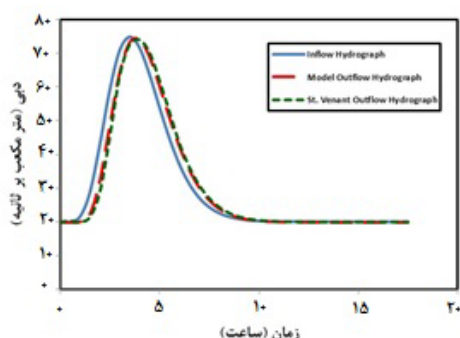
شماره شکل	قطر لوله (mm)	ضریب زبری مانینگ	شیب بستر	دبی بیشینه (cms)	طول تونل (m)
الف-۲	۳۰۰۰	۰/۰۱۴	۰/۰۰۴	۲۰	۵۰۰۰
ب-۲	۴۰۰۰	۰/۰۲	۰/۰۰۴	۲۰	۱۰۰۰۰
ج-۲	۸۰۰۰	۰/۰۱۸	۰/۰۰۶	۲۴۵	۱۰۰۰۰
د-۲	۹۰۰۰	۰/۰۱۵	۰/۰۰۷	۷۵	۱۰۰۰۰
ه-۲	۱۰۰۰۰	۰/۰۲	۰/۰۰۲۲	۳۲۰	۱۰۰۰۰
و-۲	۱۰۰۰۰	۰/۰۲۲	۰/۰۰۲	۲۰۰	۱۰۰۰۰



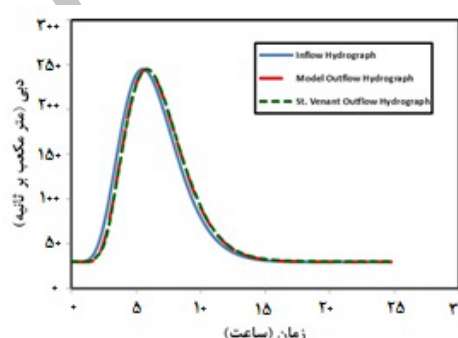
ب-۲ - H=۴ m



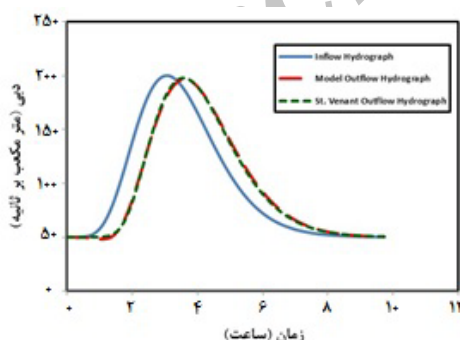
الف-۲ - H=۲ m



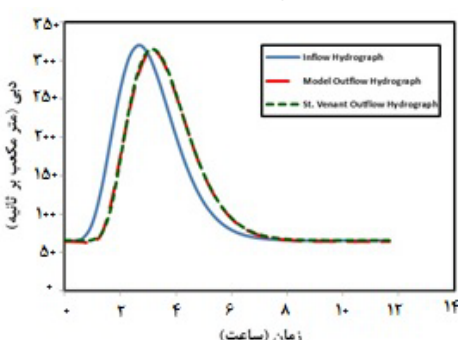
د-۲ - H=۹ m



ج-۲ - H=۸ m



و-۲ - H=۱۰ m



ه-۲ - H=۱۰ m

شکل (۲): هیدروگراف ورودی و خروجی روندیابی شده در شرایط مختلف هیدرولیکی

دبی را دقیقاً برابر مدل سنت-ونانت، پیش‌بینی نموده است. سایر نتایج حاصل از روندیابی صورت گرفته که در جدول (۴) ارائه شده است، نشان‌دهنده دقت مناسب مدل ماسکینگام چندخطی در پیش‌بینی دبی بیشینه و زمان رسیدن به این دبی، است به‌طوری‌که متوسط خطای دبی بیشینه در دو روش، ۰/۷ درصد محاسبه شده است. این

همان‌گونه که نتایج ارائه‌شده در جدول نشان می‌دهد، مدل ماسکینگام چندخطی، دبی بیشینه سیلاب و زمان رسیدن به این دبی را، با دقت بالایی پیش‌بینی می‌کند. به‌عنوان نمونه در تونلی با ارتفاع ۹ متر، طول ۱۰ کیلومتر، ضریب زبری مانینگ ۰/۰۱۵ و شیب بستر ۰/۰۰۴ مدل پیشنهادی، دبی بیشینه را با دقت ۰/۳۶ درصد و زمان رسیدن به این

موضوع با نتایج ارائه شده توسط پرومال (۱۹۹۲) در مقطع مستطیلی و سامانی و جبلی فرد (۲۰۰۳) در مقطع دایره‌ای، مطابقت دارد.

جدول (۴): مقایسه نتایج مدل پیشنهادی و مدل سنت-ونانت

ارتفاع تونل (متر)	طول تونل (کیلومتر)	زبری مانینگ	شیب بستر	مدل پیشنهادی		مدل سنت-ونانت		درصد خطا	
				Q_p (cms)	t_p (hr)	Q_p (cms)	t_p (hr)	ER_Q %	ER_t %
۳	۸	۰/۰۱۴	۰/۰۰۶	۲۴/۹۶۲	۶/۳۸۹	۲۴/۹۲۹	۷/۶۶۷	+۰/۱۳	-۲۰
۴	۲۰	۰/۰۲۲	۰/۰۰۷	۴۸/۷۱۴	۷/۰۰۰	۴۸/۹۷۰	۷/۰۰۰	-۰/۵۳	۰
۸	۱۰	۰/۰۱۴	۰/۰۰۳	۲۴۹/۹۲۲	۹/۴۴۴	۲۴۹/۴۳۱	۹/۷۲۲	+۰/۲۰	-۲/۹۴
۹	۱۰	۰/۰۱۵	۰/۰۰۴	۳۴۸/۶۰۰	۱۰/۳۳۳	۳۴۹/۸۵۸	۱۰/۳۳۳	-۰/۳۶	۰
۱۰	۱۰	۰/۰۲	۰/۰۰۱	۱۹۰/۱۸۰	۴/۱۶۷	۱۹۳/۴۹۰	۴/۱۶۷	-۱/۷۴	۰
۱۰	۱۰	۰/۰۱۶	۰/۰۰۲	۳۹۴/۳۳۶	۴/۵۰۰	۳۸۷/۰۲۲	۴/۵۰۰	۱/۱۹	۰

نتیجه‌گیری

- مقایسه نتایج حاصل از روش ماسکینگام چندخطی و نتایج حاصل از حل عددی معادلات سنت-ونانت نشان‌دهنده انطباق بسیار مناسب این دو روش است.
- مقایسه مشخصات نقاط مختلف هیدروگراف، بیانگر انطباق مناسب بین نتایج دو روش است.
- دبی بیشینه و زمان رسیدن به این دبی در هر دو روش بسیار به هم نزدیک بوده و در برخی موارد نیز بر هم منطبق است به طوری که متوسط خطای دبی بیشینه شبیه‌سازی شده، برابر ۰/۷ درصد به دست آمده است.
- با توجه به مشکل بودن و ناپایدار بودن روش‌های هیدرولیکی و با توجه به دقت مناسبی که مدل ارائه شده داشته، روش ماسکینگام چندخطی با استفاده از روابط به دست آمده در این تحقیق، به جای روش‌های هیدرولیکی توصیه می‌شود.

منابع

- 1- Abbott, M. B. and Cunge, J. A. (1982). "Engineering Applications of Computational Hydraulics: Elements of the Theory of Free Surface Flows v. 1". Pitman Publishing.
- 2- Amein, M. (1968). "An implicit method for natural flood routing." *Water Resource. Research.* 4(4), 719-726.

در این تحقیق کاربرد روش ماسکینگام چندخطی در مقطع نعل اسبی مورد بررسی قرار گرفت. در ابتدا به معرفی این روش پرداخته شد و روابط مورد نظر و پارامترهای مؤثر (x و k ، m) در این روش مورد بررسی قرار گرفت. سپس این پارامترها با توجه به مشخصات مقطع نعل اسبی و روابط مربوط به سطح مقطع، محیط و ... به دست آمد. در گام بعدی با توجه به هیدروگراف‌های به دست آمده از مدل ارائه شده و هیدروگراف‌های حاصل از حل عددی معادلات سنت-ونانت، ضرایب a_1 ، a_2 و a_3 بهینه گردید. در نهایت نتایج حاصل از این تحقیق را می‌توان به صورت زیر بیان نمود:

- در این تحقیق کاربرد روش ماسکینگام چندخطی در مقاطع نعل اسبی مورد بررسی قرار گرفت.
- روابط مربوط به روش ماسکینگام چندخطی در مقاطع نعل اسبی به دست آمده و مورد استفاده قرار گرفت.
- در انجام روندیابی در روش ماسکینگام چندخطی از مفهوم دبی مینا (Q_0) استفاده شد. ضرایب a_1 ، a_2 و a_3 که مربوط به سه ناحیه ایجاد شده در مقطع نعل اسبی است، بهینه‌سازی گردید.
- نتایج حاصل از مقایسه هیدروگراف‌ها در دو روش ارائه شده در این تحقیق، نشان می‌دهد که هر سه ضرایب a_1 ، a_2 و a_3 برابر یک است.

- 15- Nguyen, Q. K., and Kawano, H. (1995). "Simultaneous solution for flood routing in channel networks." *Journal of Hydraulic Division*. 121(10), 744-750.
- 16- Perumal, M. (1992). "Multilinear Muskingum Flood Routing Method." *Journal of Hydrology*. 133, 259-272.
- 17- Perumal, M. (1993). "Comparison of Two Variable Parameter Muskingum Methods." *Proceedings of the IAHS Symposium*. Yokohama, Japan, July, 129-138.
- 18- Perumal, M. (1994). "Multilinear Discrete Cascade Model for Channel Routing." *Journal of Hydrology*. 158(1-2), 135-150.
- 19- Perumal, M. and Ranja, R. K. G. (1998a). "Variable-Parameter Stage-Hydrograph Routing Method. I: Theory." *Journal of Hydrologic Engineering*. 3(2), 109-114.
- 20- Perumal, M. and Ranja, R. K. G. (1998b). "Variable-Parameter Stage-Hydrograph Routing Method. II: Evaluation." *Journal of Hydrologic Engineering*. 3(2), 115-121.
- 21- Perumal, M., Moramarco, T. and Melone, F. (2007). "A Caution About the Multilinear Discrete Lag-Cascade Model for Flood Routing." *Journal of Hydrology*. 338(3-4), 308-314.
- 22- Samani, H. M. V. and Jebelifard, S. (2003). "Design of Circular Urban Storm Sewer Systems Using Multilinear Muskingum Flow Routing Method." *Journal of Hydraulic Engineering*. 129(11), 832-838.
- 23- Sanjay, L. D. and Ravindra, A. O. (2012). "Dynamic Flood Routing and Unsteady Flow Modelling: A Case Study of Upper Krishna River." *International Journal of Advanced Engineering Technology*. 3(3), 55-59.
- 24- Tung, Y. K. (1985). "River Flood Routing by Nonlinear Muskingum Method." *Journal of Hydraulic Engineering*. 111(12), 1447-1460.
- 3- Amein, M. and Fang, C. S. (1970). "Implicit Flood Routing in Natural Channels." *Journal of Hydraulic Division*. 96(12), 2481-2500.
- 4- Amein, M. and Chu, H. L. (1975). "Implicit Numerical Modeling of Unsteady Flows." *Journal of Hydraulic Division*. 101(6), 717-731.
- 5- Chu, H. J. and Chang, L. C. (2009). "Applying Particle Swarm Optimization to Parameter Estimation of the Nonlinear Muskingum Model." *Journal of Hydrologic Engineering*. 14(9), 1024-1027.
- 6- Dooge, J. C. I. (1973). "Linear Theory of Hydrologic Systems." *Technical Bulletin No. 1468*, USDA Agricultural Research Service.
- 7- Dooge, J. C. I., Strupczewski, W. G. and Napiorkowski, J. J. (1982). "Hydrodynamic Derivation of Storage Parameters of The Muskingum Model." *Journal of Hydrology*. 54, 371-387.
- 8- Farge, M. L. and Laccarra, J. F. (1988). "The Numerical Modeling of Saint-Venant Equations." *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*. 7, 63-84.
- 9- Fread, D. L. (1973). "Technique for Implicit Dynamic Routing in Rivers with Water Tributaries." *Water Resource Research*. 9(4), 918-926.
- 10- Gill, M. A. (1977). "Routing of Floods in River Channels." *Journal of Nordic Hydrology*. 8, 163-170.
- 11- Gill, M. A. (1979). "Critical Examination of the Muskingum Method." *Journal of Nordic Hydrology*. 10, 261-270.
- 12- Luo, J. and Xie, J. (2010). "Parameter Estimation for Nonlinear Muskingum Model Based on Immune Clonal Selection Algorithm." *Journal of Hydrologic Engineering*. 15(10), 844-851.
- 13- Kalita, H. M. and Sarma, A. K. (2012). "Efficiency and Performances of Finite Difference Schemes in The Solution of Saint-Venant's Equation." *International Journal of Civil and Structural Engineering*. 2(3), 950-958.
- 14- Merkley, G. P. (2005). "Standard Horseshoe Cross Section Geometry." *Agricultural Water Management*. 71(1), 61-70.

Numerical Simulation of Multilinear Muskingum Method in Horseshoe Shape Cross sections

Saeed Kazemi Mohsenabadi*¹

Abstract

Flood routing calculations are divided into hydraulic and hydrologic methods. Hydraulic methods are based on solving Saint-Venant equations which are of high accuracy. Although hydrologic methods are of low accuracy, they are taken into consideration by researchers because it is easy to apply them. In this research, multilinear Muskingum's parameters were derived according to the mentioned cross sections. Then by comparing routed hydrographs with multilinear Muskingum method and Saint-Venant model, reference discharge coefficients were optimized and their values became one in horseshoe cross section. Afterward, based on these coefficients, different hydrographs were routed by using continuity equation. The percentage error in simulating peak of the discharge hydrograph in horseshoe cross sections was calculated %0.7 and the time to peak discharge was estimated the same in both models and cross sections.

Keywords

Flood routing, Multilinear Muskingum method, Saint-Venant, Horseshoe cross section.

¹*. Assistant Professor. Department of Civil Engineering, Buinzahra Branch, Islamic Azad University, Buinzahra, Iran, saeed.kazemi61@gmail.com.

Received: 2016/05/23

Accepted: 2017/03/05