



## مدل سازی سه گانه و مطالعه هندسی فوم حفره بسته فلزی با توزیع تصادفی تخلخل

امیر حسین روحی<sup>1</sup>، حسن مسلمی نائینی<sup>2\*</sup>، محمد حسین پور گللو<sup>3</sup>، مهدی سلطان پور<sup>4</sup>، جواد شهبازی کرمی<sup>5</sup>

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین، قزوین

2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

3- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران

4- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه بین المللی امام خمینی، قزوین

5- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران

\* تهران، صندوق پستی 14115-143، moslemi@modares.ac.ir

### کلیدواژگان

### چکیده

ورق فوم فلزی  
مدل سازی هندسی  
الگوریتم های تصادفی

فوم های فلزی دسته ی جدیدی از مواد فلزی با ساختار متخلخل هستند که به علت بهره مندی از مشخصه های جدید مکانیکی، حرارتی، الکتریکی و صوتی نظیر چگالی کم و هم زمان سفتی بالا، عایق بودن حرارتی و صوتی مورد توجه قرار گرفته اند. از این مواد به عنوان لایه های میانی پرکننده به منظور کاهش وزن سازه ها و نیز جذب و میراسازی انرژی استفاده می شود. کاربردهای متعدد ورق های فوم، توسعه روش هایی به منظور مدل سازی هندسی آن را که قابل استفاده در شبیه سازی عددی رفتار مکانیکی این دسته از مواد باشد، ضروری می نماید. بنابراین، در این مقاله یک روش مدل سازی نوین به منظور ترسیم هندسی ورق های فوم پیشنهاد شده است. این روش بر مبنای ایجاد و تفاضل حفره های کروی با ابعاد تصادفی و موقعیت های تصادفی در درون ورق است که نسبت به روش های موجود مدل سازی فوم ترسیم نزدیک تر به واقعیتی از ورق فوم را ارائه می دهد. اغلب روش های موجود، از تکرار و توزیع یکنواخت سلول واحد استفاده می کند. در همین راستا، سه الگوریتم تفاضل پیش رونده، تفاضل نموی و تفاضل تصادفی حفره ها معرفی و توسعه یافته است. اعتبار مدل پیشنهاد شده به روش هندسی و با مقایسه چهار پارامتر چگالی نسبی، گستره اندازه حفره ها، نحوه توزیع اندازه حفره ها درون ساختار فوم و اندازه میانگین حفره مورد بررسی قرار گرفته است. صحت سنجی انجام شده تطابق بالای این مدل با فوم های واقعی را نشان می دهد. مطالعه هندسی حاضر هم چنین نشان می دهد که با افزایش اندازه متوسط حفره ها، چگالی نسبی ورق فوم ابتدا افزایش و سپس، کاهش یافته است.

## Triple modeling and geometrical study on the closed-cell metal foam with random-distributed pores

Amir Hossein Roohi<sup>1</sup>, Hassan Moslemi Naeini<sup>2\*</sup>, Mohammad Hoseinpour Gollo<sup>3</sup>, Mehdi Soltanpour<sup>4</sup>, Javad Shahbazi Karami<sup>5</sup>

1- Faculty of Industrial and Mechanical Engineering, Qazvin Branch, Islamic Azad University, Qazvin, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

3- Department of Mechanical Engineering, Shahid Rajaei Teacher Training University, Tehran, Iran

4- Department of Mechanical Engineering, Imam Khomeini International University, Qazvin, Iran

\* P.O.B. 14115-143, Tehran, Iran, moslemi@modares.ac.ir

### Keywords

Metallic foam sheets  
Geometrical modeling  
Random-based algorithm  
Pores

### Abstract

Metallic foams are a new category of metals with a porous structure which possess new mechanical, thermal, electrical and acoustic properties including low density with simultaneously high stiffness, and acoustic and thermal insulation. These materials are utilized as a sandwich core to decrease the structure total weight and also, energy absorption and damping. Wide range of metallic foam application makes it necessary to develop a modeling method which can be used in the numerical study of the mechanical behavior of these materials. In this regard, a novel geometrical modeling approach is proposed to produce a geometrical model of the foam. This is based on subtracting spherical pores with a random size and random position from the solid sheet which makes a more realistic way of foam sheet modeling. Most of the prior approaches use a repeating unit cell structure. Thus, three algorithms, including progressive subtraction, incremental and random-based subtraction of the pores are presented and developed. The proposed model validation is carried out based on geometrical aspect and with the comparison of four parameters such as relative density, cell size ranges, distribution of cell sizes in the foam structure and mean cell sizes. Results show a close agreement between modeled foams with real ones. Also, geometrical study results that with an increase in the mean cell size, relative density first increases and then decreases.

### Please cite this article using:

A. H. Roohi, H. Moslemi Naeini, M. Hoseinpour Gollo, M. Soltanpour, J. Shahbazi Karami, Triple modeling and geometrical study on the closed-cell metal foam with random-distributed pores, *Iranian Journal of Manufacturing Engineering*, Vol. 3, No. 1, pp. 10-20, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نماید:

## 1- مقدمه

فوم‌های فلزی دسته‌ای از مواد فلزی با ساختار متخلخل هستند که دارای مشخصه‌های مکانیکی مناسب نظیر سفتی بالا هم‌زمان با وزن مخصوص بسیار پایین و هم‌چنین مشخصه‌های جدید فیزیکی، حرارتی، الکتریکی و صوتی می‌باشند [1]. بر همین اساس، استفاده از این دسته از مواد جدید، به‌خصوص، به‌عنوان لایه‌های میانی پرکننده به‌منظور کاهش وزن سازه‌ها و نیز عایق صوتی افزایش یافته است [2]. زمانی که این مواد تحت بارگذاری فشاری بیشتر از استحکام تسلیم خود قرار گیرند، تغییرشکل آن‌ها به‌صورت شکست متناوب سلول‌های تشکیل‌دهنده آن در راستای ضخامت فوم خواهد بود. بنابراین، تغییرشکل آن همراه با کرنش‌های فشاری فوق‌العاده بالا است. به همین دلیل، فوم‌ها قابلیت استفاده در مواردی که احتیاج به جذب انرژی ضربه‌ای عالی است، را دارا می‌باشد [3].

تاکنون مطالعه‌های متعددی به‌منظور شناسایی مشخصه فوم‌های فلزی انجام شده است. رفتار فوم حفره‌بسته آلومینیم در برابر بارگذاری ضربه‌ای توسط لیو و همکارانش [4] مطالعه شده است. نتایج نشان می‌دهد که فوم در حین بارگذاری دو مرحله فشار اولیه و خردشدگی تدریجی را تحمل می‌کند. هم‌چنین، افزایش چگالی فوم به افزایش ظرفیت جذب انرژی می‌انجامد. ناواسرادا و همکارانش [5] به بررسی مشخصه‌های حرارتی و ضریب جذب صوت در فوم‌های آلومینیم پرداخته است. براساس این مطالعه، مشخصه‌های مکانیکی این دسته از مواد به قطر حفره‌های تشکیل‌دهنده آن بستگی دارد. میدزینسکا و همکارانش [6] به بررسی ریزساختار فوم‌های آلومینیم پرداخته‌اند. آن‌ها نشان می‌دهند که ساختار فوم را می‌توان به‌صورت مجموعه پیچیده‌ای از تیرها در نظر گرفت که ناپایداری موضعی آن‌ها نشان‌دهنده ظرفیت جذب انرژی آن است. سعادت‌فر و همکارانش [7] آزمایش فشار محوری فوم حفره‌بسته آلومینیم با وجود قیدهای جانبی را بررسی کرده است. بر این اساس، تمایل به شروع گسیختگی حفره‌ها در مناطقی است که بیشترین درجه ناهمسانگردی را در ساختار اولیه دارد. هم‌چنین، کرنش‌سختی اغلب در مناطقی که حفره‌های بزرگ‌تری دارد اتفاق می‌افتد. یه و همکارانش [8] به اندازه‌گیری رسانش حرارتی مؤثر فوم‌های آلومینیم حفره‌بسته در گستره‌ی دمایی نیمه‌بالا مبادرت کرده است. نتایج نشان می‌دهد که این پارامتر به چگالی نسبی فوم، رسانش حرارتی مواد دیواره سلول و مربع انحنای بستگی دارد. چن و همکارانش [9] از یک مدل با سیستم فنی به‌منظور تعیین تاثیر اندازه حفره و ضخامت دیواره سلول

بر سفتی فوم‌های حفره‌بسته بهره گرفته است. این بررسی نشان می‌دهد که مدول یانگ و مدول برشی رابطه معکوس با دو پارامتر یادشده دارد. بررسی رفتار دینامیکی تیرهای ساندویچی گیره‌بندی‌شده با هسته‌ی فوم آلومینیم، با اعمال بارگذاری ضربه‌ای، توسط تان و همکارانش [10] انجام شده است. سرعت اعمال ضربه و هم‌چنین ضخامت هسته فوم به‌عنوان مهم‌ترین پارامترهای تاثیرگذار بر رفتار ضربه‌ای و حالت شکست ماده شناسایی شده است.

در زمینه مدل‌سازی هندسی فوم‌های فلزی تاکنون، به‌طور خلاصه، از سه روش عمومی استفاده شده است؛ الف) روشی که در آن فوم با تکرار منظم یک سلول واحد نظیر مکعب برش‌یافته یا سلول چهارده‌وجهی مدل می‌شود. این روش‌ها به‌دلیل توزیع یکنواخت حفره‌ها در درون ساختار ورق عملاً قادر به مدل‌سازی شکل واقعی ورق‌های فوم نیست؛ ب) روش عکس‌برداری از فوم واقعی با استفاده از دستگاه سی‌تی سیستم و بازسازی عکس‌ها به‌منظور مدل‌سازی فوم‌های فلزی. عیب این روش آن است که این روش بسیار وقت‌گیر است. هم‌چنین، به‌ازای هر ورق فوم بایستی یک مدل‌سازی مجزا انجام گیرد؛ پ) مدل کردن فوم فلزی با تولید پوسته‌های تصادفی بیضی‌گون و قراردمی آن‌ها در یک حجم کنترل. در این روش سلول‌های بیضی‌شکل به‌صورت پوسته فرض می‌شود و سایر قسمت‌های ورق به‌صورت توخالی است. مدل‌های ارائه شده در زمینه فوم‌های فلزی در ادامه آورده شده است. سانتوسا و همکارش [3] از کنارهم قراردمی تعدادی از مکعب‌های برش‌یافته به تقریب ساختار فوم پرداخته است. این ساختار شامل دو بخش صلیبی، متشکل از دیواره‌های مکعب، و هرمی‌شکل، ناشی از فضای خالی قسمت‌های برش‌یافته است. آن‌ها هم‌چنین، با مدل ارائه شده رفتار فوم‌های آلومینیم حفره‌بسته را تحت بارهای خردکننده مورد بررسی قرار دادند. مگوئید و همکارانش [11] با بهبود مدل ارائه شده توسط سانتوسا، یک مدل جدید برای فوم‌های آلومینیم حفره‌بسته معرفی کردند. در این مدل، بخش هرمی‌شکل با یک بخش نیم کره جایگزین شده است. در واقع، علت استفاده از بخش کروی‌شکل آن است که عمدتاً در طول فرآیند انجماد، حفره‌ها تمایل به کروی‌شدن دارد. سکانسکی و همکارانش [12] به‌منظور مدل‌سازی ساختار فوم از یک بیضی‌گون با ابعاد و ضخامت مشخص استفاده نموده است. این بیضی‌گون به وسیله سه صفحه‌ی عمود برهم در درون یک مکعب واحد قرار می‌گیرد. ساختار کلی فوم از قرارگیری این مکعب‌های واحد ایجاد می‌شود. کونستانینیدیس و همکارانش [13] یک مدل سه‌بعدی

بر مبنای توزیع تصادفی تخلخل‌ها و براساس انتخاب تصادفی اندازه‌ی آن‌ها ارائه شده است. به این منظور، برنامه‌ای در محیط ماکروی نرم‌افزار کتیا به زبان ویژوال بیسیک، نوشته شده که قادر می‌باشد پارامترهایی تصادفی برای تولید کره‌هایی با محدوده شعاع مشخص تولید نماید و سپس، کره‌های تولیدی را از یک ورق اولیه با ابعاد معین تفاضل نماید. به طور خلاصه، قابلیت این برنامه برای مدل کردن فوم حفره‌بسته عبارت است از:

- تصادفی بودن اندازه حفره‌های تولیدشده
  - تصادفی بودن موقعیت کره‌های تفاضل‌یافته از حجم ورق اولیه
  - یکنواخت بودن توزیع حفره‌ها در زمینه ورق فوم
  - کنترل‌پذیری محدوده شعاع کره‌های موجود در ورق فوم
  - کنترل‌پذیری محدوده فاصله‌ی بین کره‌های مجاور و در نتیجه، کنترل‌پذیری چگالی نسبی نهایی فوم مدل‌شده.
- در این برنامه، از سه الگوریتم متفاوت برای تفاضل بیشینه‌ی حفره‌های کروی از حجم ورق اولیه استفاده شده است، که در ادامه مورد بررسی قرار می‌گیرد.

## 2-1- الگوریتم اول - تفاضل تصادفی پیش‌رونده حفره‌ها

در ابتدا، برنامه مشخصه‌های اساسی فوم شامل ابعاد ورق فوم (طول، عرض و ضخامت)، حفره‌بسته/حفره‌باز بودن ورق، محدوده کمینه/بیشینه شعاع کره‌ها، مقدار گام زاویه‌ای و میزان تخلخل (براساس سه ضریب تخلخل) را فراخوانی می‌کند. براساس پارامترهای تعیین‌شده، یک مکعب با ابعاد  $Max_x$ ،  $Max_y$  و  $Max_z$ ، که برابر عرض، طول و ضخامت ورق فوم است، ایجاد می‌شود (شکل 1). سپس، برنامه با استفاده از تابع تصادفی، مطابق با معادله (1)، یک شعاع تصادفی، یعنی  $new\_radius$ ، در محدوده شعاع از پیش تعیین‌شده انتخاب می‌کند. براساس شعاع تصادفی تعیین‌شده، یک نیم‌دایره به مرکز مبدا مختصات اصلی  $(0,0,0)$  ایجاد می‌گردد. نیم‌دایره حول قطر خود دوران کامل می‌یابد و اولین کره، موسوم به کره مرجع اول، تولید می‌شود (شکل 2). سپس، این کره از ورق اولیه تفاضل می‌یابد.

با تعیین اولین کره، مبدا سیستم مختصات کروی به مرکز کره مرجع اول منتقل می‌شود (شکل 3). کره دوم با شعاع تصادفی، معادله (1)، و موقعیت مرکز تصادفی در جهت  $\theta=0$  و  $\varphi=0$  نسبت به کره اول ایجاد می‌شود. مختصات مطلق تصادفی مرکز کره دوم،  $new_x$ ،  $new_y$  و  $new_z$  در معادله‌های (2) تا (4) آورده شده است.

برای فوم‌های آلومینیم سلول‌بسته ارائه دادند. در مدل آن‌ها، سلول‌های بیضی‌شکل به صورت یکنواخت بر روی یک صفحه مستطیل‌شکل قرار داده شده‌اند. رفتار این مدل به علت ساختار متقارن و توزیع یکنواخت حفره‌های بیضی‌شکل، نسبت به رفتار ورق‌های فوم واقعی قدری متفاوت است. جنون و همکارانش [14] با استفاده از یک دستگاه عکس‌برداری دقت بالا تعداد زیادی تصویر از ساختار داخلی و بیرونی یک ورق فوم حفره‌بسته آلومینیم تهیه کرده‌اند. این عکس‌ها با استفاده از برنامه نرم‌افزاری پردازش داده‌های اسکن شده سه‌بعدی در مدل‌سازی ورق فوم استفاده گردید. سپس، با به کارگیری نرم‌افزارهای تولید مش، مدل ایجاد شده برای تحلیل اجزای محدود مشخصه‌های مکانیکی دیواره سلول‌ها مورد استفاده قرار گرفته است. دگتورگی و همکارانش [15] یک بیضی‌گون را به عنوان سلول واحد در نظر گرفته‌اند. از قرارگیری سلول‌های بیضی‌گون با اندازه، موقعیت و جهت‌گیری تصادفی در کنار یک‌دیگر، ساختار کلی فوم تقریب زده می‌شود. در ادامه، دو صفحه، از بالا و پایین، به ساختار اضافه می‌شود. این دو صفحه، لایه‌های بالایی و زیرین ورق است. چهار صفحه‌ی جانبی با برش حفره‌های بیضی‌گون، ابعاد ورق را به اندازه دل‌خواه درمی‌آورد. در مدل‌سازی نامی و همکارانش [16] از یک سلول واحد چهاروجهی که توسط یک مکعب‌مستطیل محیط شده است، استفاده شده است. ساختار فوم در این روش، مشابه به تمام روش‌های تکرارشونده، از کنارهم قراردگی این سلول واحد ایجاد می‌شود.

در این مقاله، ابتدا، مدل‌سازی تصادفی هندسی ورق‌های فوم حفره‌بسته معرفی شده، به نحوی که توصیف هندسی آن نسبت به مدل‌های اشاره‌شده، نزدیک‌تر به واقعیت باشد. با توجه به توزیع تصادفی حفره‌ها در ساختار ورق فوم، لازمه این کار بهره‌گیری از تابع تصادفی در تعیین موقعیت و اندازه حفره‌ها می‌باشد. تفاضل حفره‌ها از ساختار ورق اولیه پس از تعیین حفره‌های تصادفی امکان‌پذیر می‌باشد. صحت‌سنجی هندسی مدل توسعه‌یافته با مقایسه آن‌ها با ورق‌های فوم واقعی، تطابق بسیار بالای مدل را نشان می‌دهد. از مدل معرفی‌شده می‌توان در مطالعه عددی رفتار فوم در کلیه شرایط بارگذاری مکانیکی، مطابق با شیوه موسوم به شیوه تعمیم‌یافته، بهره برد. در این روش ویژگی‌های فیزیکی و مکانیکی جنس فلز پایه فوم را به هندسه مدل‌شده نسبت داده می‌شود.

## 2- معرفی روش

در این مقاله، مدل‌سازی هندسی ورق‌های فوم فلزی حفره‌بسته

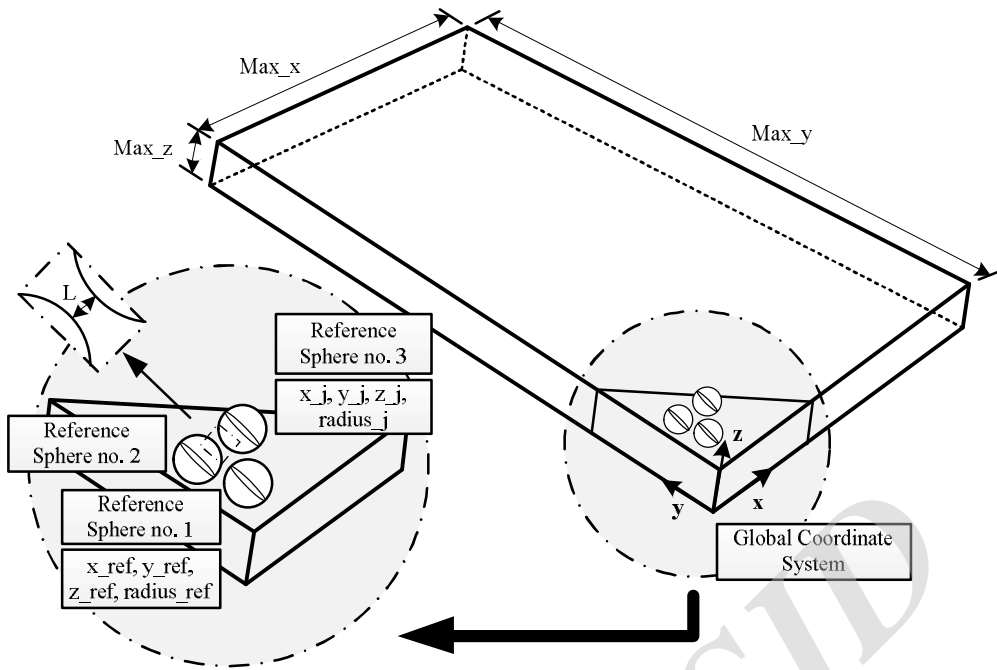


Fig. 1 Initial solid sheet

شکل 1 ابعاد ورق اولیه

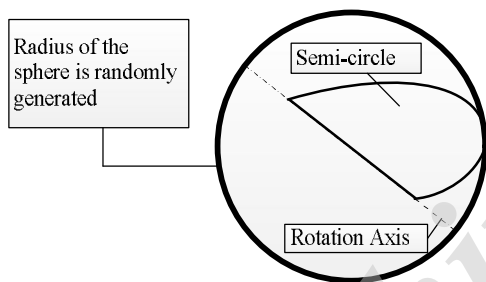


Fig. 2 Reference sphere no. one

شکل 2 کره‌ی مرجع شماره یک

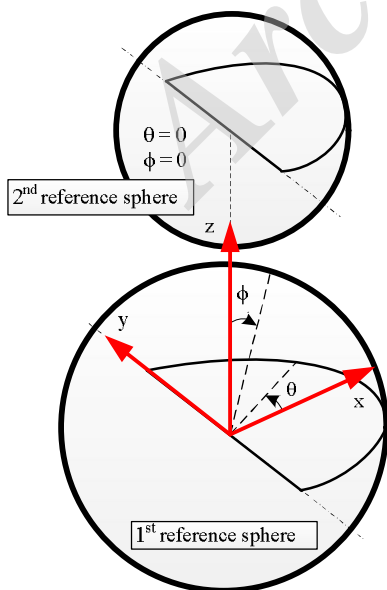


Fig. 3 Position of 2<sup>nd</sup> sphere around the 1<sup>st</sup> reference sphere

شکل 3 موقعیت کره دوم در اطراف کره مرجع اول

در رابطه‌های فوق،  $new\_radius$  شعاع تصادفی کره‌های ایجاد شده،  $rnd$  تابع تصادفی استفاده شده در برنامه،  $x\_ref$ ،  $y\_ref$  و  $z\_ref$  به ترتیب، مختصات مطلق مرکز کره مرجع و  $dr$  فاصله مرکز کره پیرامونی و مرکز کره مرجع است که به‌طور تصادفی از معادله‌های (5) تا (7) تعیین می‌گردد.

$$new\_radius = ((max\_radius - min\_radius) \times rnd + min\_radius) \quad (1)$$

$$new\_x = dr \times \sin(\varphi) \times \cos(\theta) + x\_ref \quad (2)$$

$$new\_y = dr \times \sin(\varphi) \times \sin(\theta) + y\_ref \quad (3)$$

$$new\_z = dr \times \cos(\varphi) + z\_ref \quad (4)$$

$$dr = (max\_dr - min\_dr) \times rnd + min\_dr \quad (5)$$

$$min\_dr = (new\_radius + radius\_ref) \times \alpha \quad (6)$$

$$max\_dr = (new\_radius + radius\_ref) \times \beta \quad (7)$$

مطابق با رابطه‌های (6) و (7)، به‌منظور کنترل چگالی نسبی ورق‌های فوم مدل‌شده، می‌توان از ضریب‌های تخلخل  $\alpha$  و  $\beta$  استفاده نمود.

اگر  $\alpha=1$  و  $\beta=1$  انتخاب شود، مقدار  $dr$  معادل مجموع شعاع‌های کره مرجع و کره پیرامونی خواهد شد. به عبارت دیگر، کره‌های پیرامونی به‌طور مماس با کره مرجع ایجاد می‌گردد. اگر  $\alpha, \beta > 1$  باشد (به‌لحاظ منطقی و مطابق تعریف ارائه شده  $\beta \geq \alpha$  است)، فاصله بین مراکز کره‌ها بیش‌تر از مجموع شعاع کره‌ها خواهد شد.

زمانی ادامه می‌یابد که مقدار آن از 180 درجه تجاوز نکند. اگر زاویه قطبی از مقدار 180 درجه فراتر رود (که در واقع، مطابق به تعریف استاندارد مختصات کروی بی‌معنی است)، مقدار آن روی صفر درجه تنظیم شده و در این حالت مقدار زاویه  $\theta$  به‌طور پله‌ای افزایش یافته و کلیه مراحل ذکر شده به‌ازای هر زاویه  $\theta$  مشخص تکرار می‌گردد. به‌این ترتیب، بیش‌ترین کره مجاز در اطراف کره مرجع اول تعیین و تفاضل می‌یابد. در ادامه، اولین کره‌ای که از پیرامون کره مرجع اول برداشته شده به‌عنوان کره مرجع شماره دو تعیین می‌شود و بیش‌ترین کره‌های قابل‌قبول از اطراف آن تفاضل می‌یابد. این چرخه به‌ازای جاروب کردن کل حجم ورق اولیه ادامه می‌یابد. در شکل 4 نمونه‌ای از هندسه یک ورق فوم حفره‌بسته با استفاده از الگوریتم اول نمایش داده شده است. هم‌چنین، تصویر روندنمای الگوریتم حاضر در شکل 5 آورده شده است.

### 2-1-1- امکان دوباره‌سازی شعاع

هم‌چنان‌که اشاره گردید، شرط تفاضل کره‌های تعیین‌شده از حجم‌اولیه عدم تداخل آن‌ها با کلیه کره‌های پیرامونی است که براساس پارامتر  $L$  (رابطه (8)) بررسی می‌گردد. با توجه به تصادفی بودن اندازه و موقعیت کره‌ها، امکان تداخل اشاره‌شده و در نتیجه، عدم تفاضل کره‌ها وجود دارد. بنابراین، قابلیت رسیدن به چگالی‌های نسبی پایین دشوار می‌گردد. برای رفع این مسأله، امکان دوباره‌سازی شعاع فراهم شده است. اگر کره مزبور با کره پیرامونی تداخل داشته باشد، یا به‌عبارت دیگر اگر  $L < 0$  باشد، دوباره‌سازی شعاع انجام می‌گیرد. به‌این منظور، طول هم‌پوشانی کره‌ها ( $L$ ) از شعاع تصادفی اولیه کره کاسته می‌شود و کره جدید دارای شعاع مطابق با رابطه (9) خواهد بود (شکل 6). هرچند، پیش از تعیین شعاع دوباره‌سازی شده جدید، قرارگیری آن در گستره شعاع قابل‌قبول، که ابتدای برنامه توسط کاربر مشخص شده، براساس رابطه (10) کنترل می‌گردد.

$$new\_radius = new\_radius - |L| \quad (9)$$

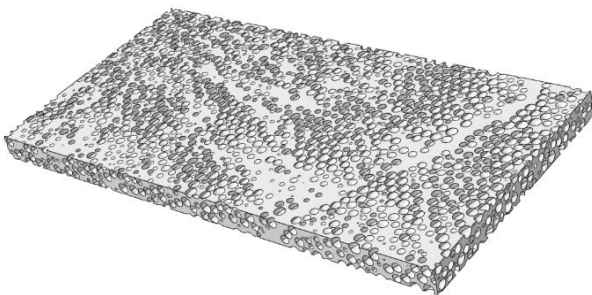


Fig. 4 Modelled closed-cell foam sheet based on the 1<sup>st</sup> algorithm

شکل 4 فوم حفره‌بسته مدل‌شده براساس الگوریتم اول

در واقع، در این حالت هیچ‌گونه تداخلی بین کره‌های تفاضل‌یافته وجود ندارد و در نتیجه، فوم مدل‌شده از نوع فوم حفره‌بسته خواهد شد. اگر  $\alpha, \beta < 1$  باشد، وجود تداخل بین کره‌های تفاضل‌یافته به تولید فوم حفره‌باز می‌انجامد که مورد بحث در مقاله حاضر نمی‌باشد. هم‌چنین لازم به یادآوری است که هرچه قدر مقادیر  $\alpha$  و  $\beta$  بزرگ‌تر انتخاب شود، فاصله کره‌های مجاور با کره مرجع بیش‌تر شده و چگالی نسبی فوم بزرگ‌تر خواهد بود.

پس از تعیین و تفاضل کره دوم، سومین کره به روش مشابه، به‌ازای  $\theta = 0$  و  $\varphi$  در یک زاویه تصادفی بین صفر تا 15 درجه تولید می‌شود؛ فرض بر این است که گام زاویه‌ای برابر 15 درجه انتخاب شده است. هرچند، گام زاویه‌ای را در ابتدای برنامه می‌توان به‌طور کاملاً دل‌خواه تعیین نمود. به‌منظور اطمینان از عدم تداخل بین کره‌های پیرامونی (در این جا کره دوم و سوم)، بایستی فاصله بین مرکز کره‌های پیرامونی بزرگ‌تر از مجموع شعاع‌های کره‌های متناظر باشد. به این منظور پارامتر  $L$  مطابق با رابطه (8) تعریف و محاسبه می‌شود. اگر شرط  $L \geq 0$  ارضا گردد، هیچ‌گونه تداخل و هم‌پوشانی بین کره‌های اطراف کره مرجع وجود نخواهد داشت. در این صورت، کره سوم به‌منظور ایجاد فوم حفره‌بسته از حجم اولیه ورق تفاضل می‌یابد (شکل 1).

$$L = \sqrt{((new\_x - x_j)^2 + (new\_y - y_j)^2 + (new\_z - z_j)^2)} - (radius\_new + radius\_j) \times \gamma \quad (8)$$

در این رابطه،  $radius\_j$ ،  $z\_j$ ،  $y\_j$  و  $x\_j$  به ترتیب، مختصات مرکز و شعاع کره زم در اطراف کره مرجع می‌باشد. هم‌چنان‌که مشخص است پارامتر  $L$  بستگی به ضریب تداخل  $\gamma$  دارد. با استفاده از این ضریب می‌توان فاصله نسبی بین کره‌های پیرامونی را تعیین نمود. این ضریب نیز مشابه به دو ضریب تخلخل  $\alpha$  و  $\beta$  در کنترل چگالی نسبی نهایی ورق فوم تاثیرگذار است. هرچند،  $\alpha$  و  $\beta$  فاصله‌ی کره‌های اطراف نسبت به کره مرجع و هم‌چنین، ضریب  $\gamma$  فاصله کره‌های اطراف نسبت به هم را کنترل می‌نماید. هرچه مقدار  $\gamma$  بیش‌تر باشد، چگالی نسبی فوم حاصل نیز بیش‌تر خواهد بود. یادآوری می‌شود که ضریب  $\gamma$  در ابتدا توسط برنامه از کاربر فراخوانی می‌گردد.

اگر کره جدید شرط معادله (8) را ارضا نکند، هیچ‌گونه تفاضل کره انجام نمی‌شود و زاویه قطبی  $\varphi$  یک زاویه تصادفی دیگر را در بازه زاویه‌ای دوم، در این جا یعنی بین 15 تا 30 درجه، انتخاب می‌کند. کلیه شروط مشابه به حالت قبلی بررسی و تفاضل/عدم تفاضل کره ادامه می‌یابد. افزایش زاویه قطبی تا

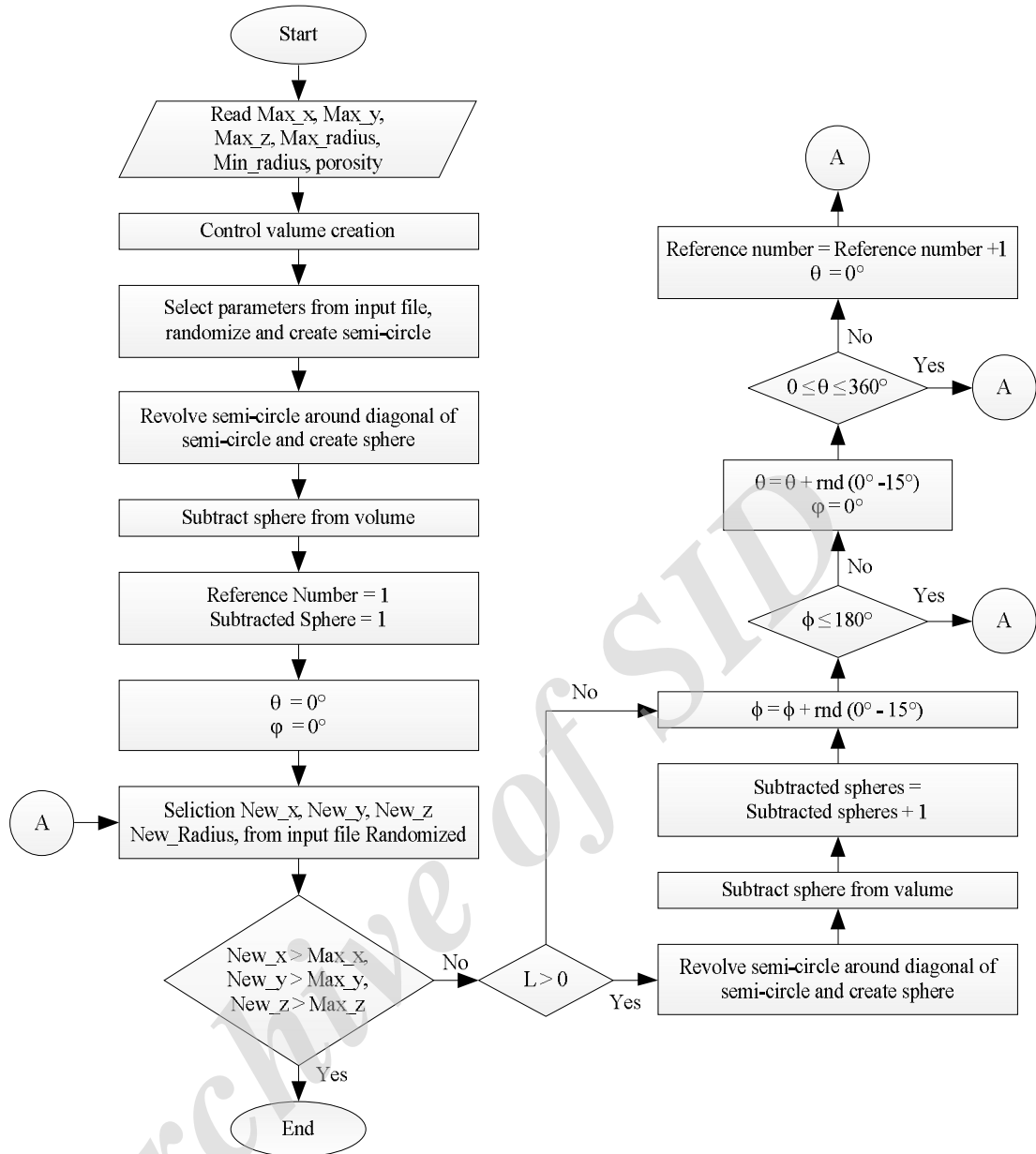


Fig. 5 The 1<sup>st</sup> algorithm to model the closed-cell foam

شکل 5 روندنمای الگوریتم اول به منظور ایجاد فوم حفره‌بسته

به دلیل کوچک شدن شعاع، فاصله کره با کره مرجع افزایش می‌یابد. این مساله با کاهش بیش‌تر چگالی ورق هم‌خوانی ندارد. برای رفع این مشکل و نزدیک‌تر کردن مرکز کره به مرکز کره مرجع، پارامتر  $dr$  مطابق با رابطه (11) تعریف شده و مختصات مرکز کره، به‌طریق مشابه، محاسبه می‌گردد (روابط (2) تا (4)). لازم به ذکر است که اگر چگالی نسبی ورق فوم تولید شده با این روش به حد پایینی مورد نظر نرسیده باشد، می‌توان از الگوریتم‌های دوم و سوم در کنار الگوریتم اول بهره گرفت.

$$dr = dr - |L| \quad (11)$$

اگر این شرط برقرار نباشد، تفاضل کره از حجم اولیه ورق اتفاق نمی‌افتد و بررسی کره بعدی مطابق با الگوریتم اول ادامه می‌یابد.

$$new\_radius - |L| > min\_radius \times resize\_factor \quad (10)$$

در رابطه فوق،  $resize\_factor$  ضریب دوباره‌سازی شعاع است؛ اگر  $resize\_factor = 1$  باشد، شعاع کلیه کره‌ها نمی‌تواند از کم‌ترین شعاع قابل‌قبول کم‌تر گردد. می‌توان با افزایش و کاهش این ضریب، اندازه کره‌های جدید را کنترل نمود. با اعمال دوباره‌سازی شعاع، کره موردنظر به اندازه‌ای کوچک می‌شود تا تداخل آن با سایر کره‌های پیرامونی برطرف گردد.

## 2-2- الگوریتم دوم - تفاضل نموی حفره‌ها

با پایان یافتن الگوریتم اول، بیشینه کره‌هایی که شعاع آن‌ها در محدوده مجاز تعریف‌شده قرار دارد از حجم اولیه ورق تفاضل می‌یابد. لزوم ارضای شرط عدم‌تداخل بین کره‌ها به‌منظور مدل‌سازی فوم حفره‌بسته باعث می‌شود که فضاهای پر میان کره‌های تفاضل‌یافته باقی بماند. بسته به محدوده تعریف‌شده مجاز شعاع کره‌ها، یک محدودیت پایینی در چگالی نسبی فوم‌های مدل‌شده وجود دارد. به‌منظور کاهش بیش‌تر چگالی نسبی و تفاضل بیش‌تر کره‌ها از حجم اولیه ورق، الگوریتم دوم موسوم به تفاضل نموی حفره‌ها (شکل 7) تعریف گردیده است. بر این اساس، ابتدا کره‌ای به شعاع برابر با کوچک‌ترین شعاع کره تفاضل‌یافته در الگوریتم اول در مبدا مختصات، که روی یکی از گوشه‌های ورق فوم قرار گرفته است، ایجاد می‌شود.

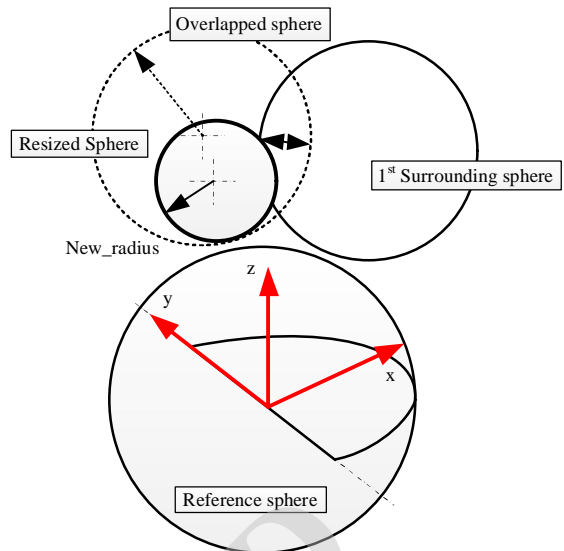
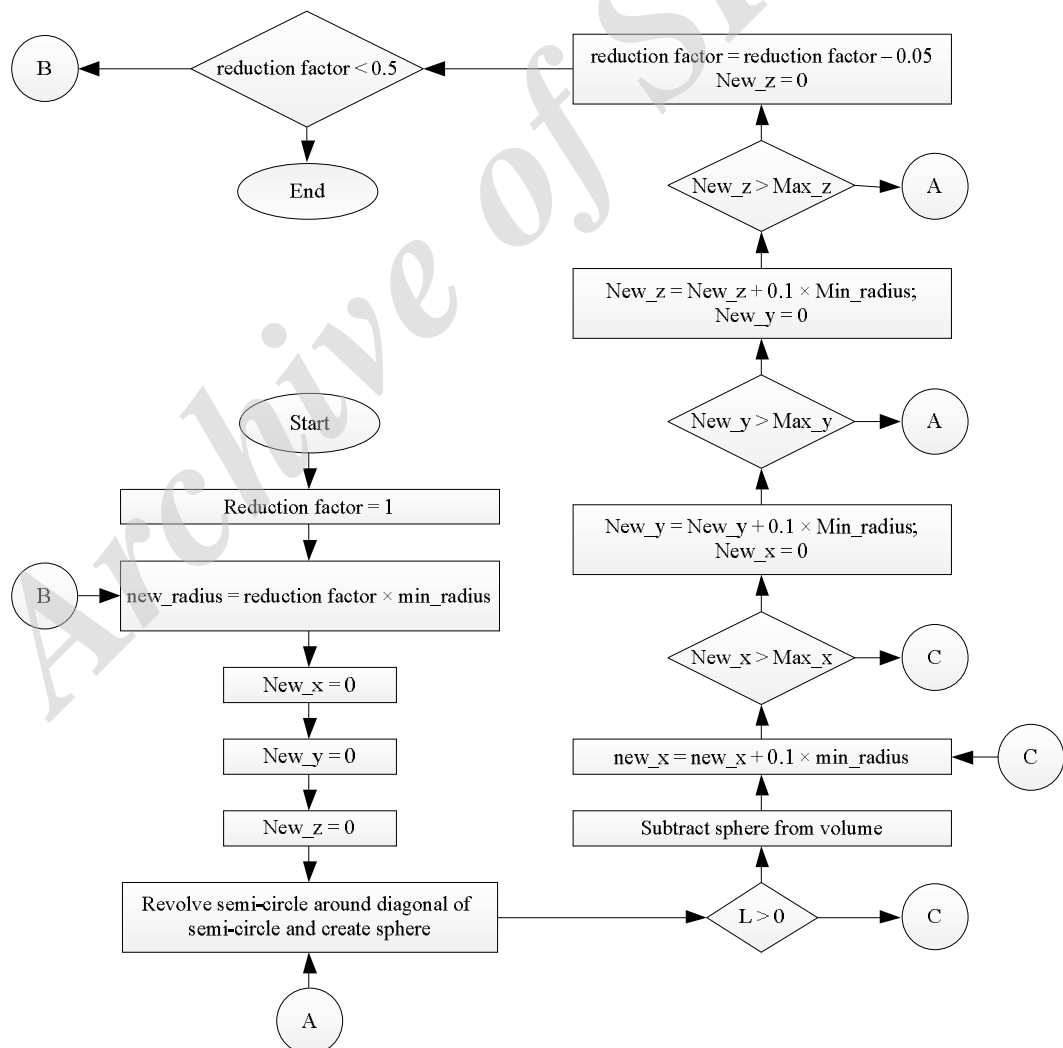


Fig. 6 Radius resizing concept

شکل 6 امکان دوباره‌سازی شعاع

Fig. 7 The 2<sup>nd</sup> algorithm

شکل 7 روندنمای الگوریتم دوم

$$new\_y = (y_{high} - y_{low}) \times rnd + y_{low} \quad (14)$$

$$new\_z = (z_{high} - z_{low}) \times rnd + z_{low} \quad (15)$$

در روابط فوق، اندیس‌های low و high به ترتیب، مشخص‌کننده مختصات لبه ابتدایی و انتهایی ورق در هر سه راستای  $x$ ،  $y$  و  $z$  می‌باشد. شرط  $L > 0$  تضمین‌کننده عدم هم‌پوشانی این کره‌ها با کره‌های تعیین‌شده در الگوریتم‌های پیشین و سایر کره‌های موجود در ساختار فوم است. انتخاب کره‌های تصادفی، به این ترتیب، می‌تواند به تعداد نامتناهی انجام شود و دائماً کره‌های مختلف تعیین و بررسی گردد. برای اجتناب از این حالت، ابتدا تعداد کره‌های مورد نظر تحت نام  $Num$  توسط کاربر انتخاب می‌شود. لحظه پایان تعیین کره‌ها در این الگوریتم زمانی است که تعداد کره‌های تفاضل‌یافته به مقدار  $Num$  برسد. به‌طور کلی، از این الگوریتم به‌تنهایی نیز می‌توان برای مدل‌سازی فوم‌های حفره‌بسته استفاده نمود. هرچند، به دلیل وقت‌گیر بودن، می‌توان از آن به‌عنوان یک الگوریتم کمکی به‌منظور کاهش بیش‌تر چگالی بهره گرفت. روندنمای الگوریتم سوم در شکل 8 نشان داده شده است.

### 3- تعیین گستره اندازه حفره‌ها

برای تعیین گستره اندازه حفره‌ها در ورق فوم، چندین تصویر به‌طور تصادفی از سطح ورق فوم توسط استریو میکروسکوپ تهیه می‌شود (شکل 9) و اندازه حفره‌ها با استفاده از تکنیک پردازش تصویر تعیین می‌گردد. در این روش، ابتدا سه مقطع تصادفی در ورق فوم ایجاد می‌گردد. تکنیک پردازش تصویر به این ترتیب است که سطح هرکدام از حفره‌ها محاسبه و این سطح معادل یک دایره کامل فرض می‌شود. سپس، شعاع متناظر با این دایره‌ها به عنوان گستره تعریف شعاع کره‌های مدل هندسی در نظر گرفته می‌شود. از طرف دیگر، چگالی نسبی در یک ماده متخلخل برابر نسبت چگالی فوم به چگالی ماده‌ی پایه که فوم از آن ساخته شده است، تعریف می‌گردد [17].

### 4- صحت‌سنجی هندسی، نتایج و بحث

برای مدل‌سازی ورق‌های فوم با استفاده از الگوریتم توصیف‌شده، بایستی گستره کم‌ترین تا بیش‌ترین اندازه حفره مشخص گردد. در مطالعه حاضر به‌منظور مقایسه هندسی، شعاع حفره‌ها در بازه 0/404 میلی‌متر تا 1/384 میلی‌متر اندازه‌گیری شده است. سه ورق فوم آلومینیم به‌طور تصادفی انتخاب و مشخصه‌های هندسی آن در جدول 1 آورده شده است. از طرف دیگر، سه نمونه با استفاده از مشخصه‌های فوم واقعی مدل‌سازی گردید.

شرط عدم تداخل این کره با تمام کره‌های تولیدشده در مرحله قبل با استفاده از پارامتر  $L$ ، که با رابطه (12) تعریف می‌گردد، بررسی می‌شود. در صورت عدم وجود هم‌پوشانی بین کره‌ها، کره جدید تفاضل می‌یابد در غیر این صورت، مرکز کره بعدی، با همان شعاع، با حرکت نموی در راستای محور  $x$  به اندازه  $0/1$  واحد ضرب‌در شعاع کره حرکت نموده و شرط عدم تداخل کنترل می‌گردد. ضریب  $0/1$  به عنوان گام نموی مرجع انتخاب شده است. هرچند، می‌توان با کاهش یا افزایش این ضریب، گام نموی را کنترل نمود. این حرکت نموی تا رسیدن به لبه مقابل ورق ادامه می‌یابد. سپس، به طریق مشابه حرکت نموی مرکز کره در راستای محور  $y$  انجام می‌شود. با جاروب کردن صفحه  $xy$  مرکز کره در راستای  $z$  و با گام اشاره‌شده تغییرمکان می‌دهد و جاروب صفحه‌ای در ارتفاع جدید تکرار می‌شود. به این ترتیب، کل حجم ورق برای تفاضل بیش‌تر کره‌ها کنترل می‌گردد.

$$L = \sqrt{((new\_x - x_j)^2 + (new\_y - y_j)^2 + (new\_z - z_j)^2)} - (radius\_new + radius\_j) \quad (12)$$

در ادامه، شعاع کره در مرحله پیش، که برابر با کوچک‌ترین شعاع کره تولیدشده توسط الگوریتم اول است، در یک ضریب موسم به ضریب کاهش ضرب می‌گردد. ضریب کاهش با یک گام مشخص، که توسط کاربر تعیین می‌گردد و در این‌جا که برابر 0/05 انتخاب شده است، از مقدار واحد کم می‌شود. با تعیین شعاع جدید، کلیه مراحل ذکرشده و جاروب حجم ورق انجام می‌شود. کاهش شعاع کره تا جایی پیش می‌رود که ضریب کاهش به حد از پیش تعیین‌شده، در این‌جا برای نمونه 0/5، برسد. به این ترتیب، بیشینه کره‌هایی که با رعایت شرط عدم‌تداخل از فضای پر مابین کره‌های تفاضل‌یافته از الگوریتم اول تعیین می‌گردد، از حجم فوم کاسته می‌شود و یک کاهش چگالی نسبی اضافی انجام می‌گیرد.

### 2-3- الگوریتم سوم - تفاضل تصادفی حفره‌ها

به‌منظور کاهش باز هم بیش‌تر چگالی نسبی فوم حفره‌بسته می‌توان از الگوریتم سوم، که به تفاضل کاملاً تصادفی کره‌ها می‌پردازد، استفاده کرد. در این الگوریتم، کره‌ها در موقعیت‌ها و اندازه‌های تصادفی، از سراسر ساختار حجم اولیه، بدون هیچ نظم مشخص و با فرض مثبت بودن پارامتر  $L$  (رابطه (12))، از مکعب اولیه تفاضل می‌شود. شعاع کره‌ها با استفاده از رابطه (1) و مرکز تصادفی کره‌ها با استفاده از روابط زیر انتخاب می‌شود:

$$new\_x = (x_{high} - x_{low}) \times rnd + x_{low} \quad (13)$$



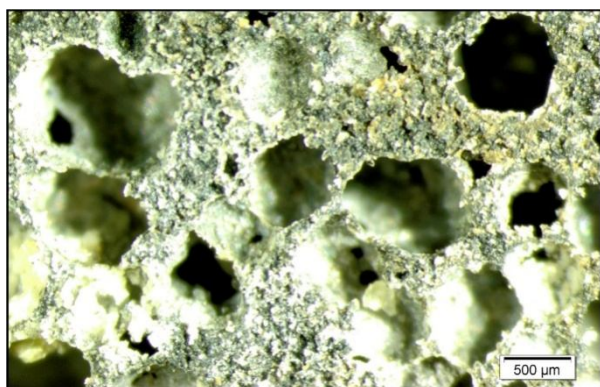


Fig. 9 Stereo microscope image of the foam

شکل 9 تصویر استریو میکروسکوپ فوم

نمودار تعداد حفره‌های تفاضل‌یافته به‌ازای گستره شعاع سلول‌ها در سه مقطع تصادفی انتخاب‌شده در ورق واقعی فوم فلزی نشان می‌دهد که بیش‌ترین تعداد کره‌های تفاضل‌یافته به‌ازای کوچک‌ترین تقسیم‌بندی شعاعی قرار دارد (شکل 10). برازش توانی نتایج اندازه‌گیری شده یک شیب به‌شدت کاهنده را نشان می‌دهد. یادآوری می‌شود که کم‌ترین اندازه سلول برابر 0/404 میلی‌متر و بیش‌ترین اندازه برابر 1/384 میلی‌متر اندازه‌گیری شده است. برهمین اساس، مجموع حجم و هم‌چنین تعداد حفره‌های تفاضل‌یافته، متناظر با سه مدل فوم ایجادشده، به‌ترتیب، در شکل‌های 11 و 12 نشان داده شده است. روند کاهشی اشاره‌شده به‌طور مشابه در فوم‌های مدل‌شده نیز مشاهده می‌گردد. در واقع، با توجه به پیش‌شرط در نظر گرفته شده برای لزوم عدم هم‌پوشانی بین کره‌ها در فوم حفره‌بسته، تعداد کره‌های کوچک، به‌طرز قابل‌توجهی، بیشتر از کره‌های بزرگ است. هم‌چنین، اندازه میانگین شعاع سلول در فوم واقعی برابر 0/559 میلی‌متر و در سه مدل‌شده برابر 0/540 میلی‌متر می‌باشد.

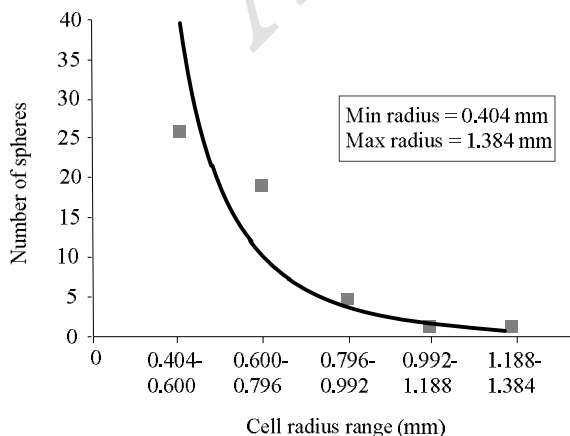
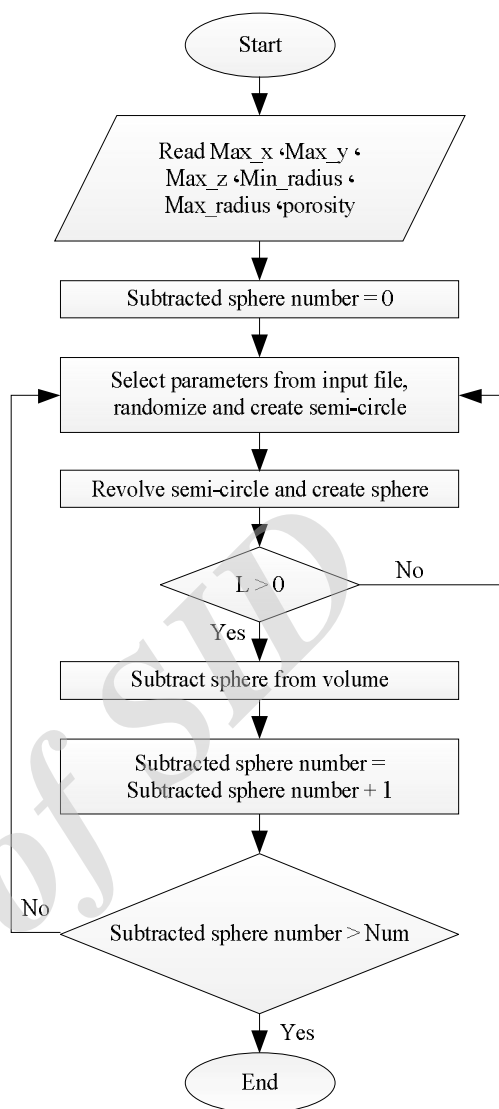


Fig. 10 Number of spheres vs. cell radius range in actual foam

شکل 10 تعداد کره به‌ازای گستره شعاع سلول‌ها در فوم واقعی

Fig. 8 The 3<sup>rd</sup> algorithm

شکل 8 روندنمای الگوریتم سوم

جدول 1 مشخصه‌های هندسی ورق فوم واقعی

Table 1 Geometrical properties of actual foams

شماره ورق	ابعاد ورق	جرم (گرم)	چگالی نسبی
یک	5×50×100	20/73	% 31/05
دو	(میلی‌متر)	20/21	% 30/27
سه		20/88	% 31/28

جدول 2 مقایسه هندسی ورق فوم واقعی و مدل‌شده

Table 2 Geometrical comparison of actual and modeled foams

شماره ورق	چگالی نسبی		خطا
	فوم واقعی	مدل فوم	
یک	% 31/05	% 31/41	0/011
دو	% 30/27	% 30/92	0/021
سه	% 31/28	% 31/04	0/007

مطابق با تصویر، کم‌ترین چگالی نسبی متناظر با بیشینه و کمینه اندازه سلول‌ها می‌باشد. زمانی که گستره اندازه حفره‌ها کوچک می‌شود، تعداد بیش‌تری کره از درون مکعب ورق قابل تفاضل است و به این ترتیب، چگالی نسبی کاهش می‌یابد. از طرف دیگر، هرگاه گستره اندازه حفره‌ها بزرگ می‌شود، مجموع حجم تفاضل‌یافته کره‌ها افزایش و در نتیجه، چگالی نسبی ورق باز هم کوچک می‌شود هرچند، تعداد کره‌ها چندان زیاد نباشد.

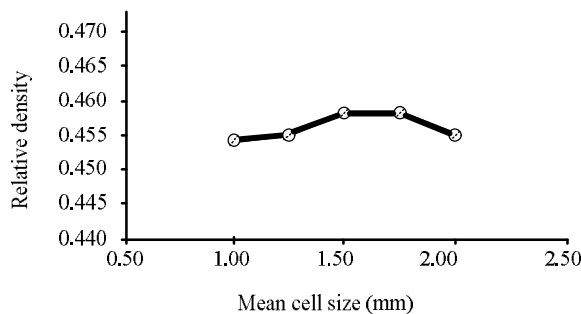


Fig. 13 The effect of mean cell sizes on relative density

شکل 13 تأثیر اندازه متوسط حفره‌ها بر چگالی نسبی

## 5- نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر، نحوه مدل‌سازی ورق‌های فوم حفره‌بسته با استفاده از سه الگوریتم تفاضل تصادفی پیش‌رونده حفره‌ها، تفاضل نموی حفره‌ها و تفاضل تصادفی حفره‌ها معرفی شده است. این روش مدل‌سازی به منظور تقریب هندسی ورق فوم براساس تفاضل حفره‌های کروی به شعاع تصادفی از موقعیت‌های تصادفی توسعه یافته است. از مدل معرفی شده می‌توان در مطالعه عددی رفتار فوم در کلیه شرایط بارگذاری مکانیکی بهره برد. برای کنترل دقت روش مدل‌سازی حاضر، صحت‌سنجی مدل فوم به صورت مقایسه هندسی آن با فوم‌های واقعی انجام شده است. مقایسه چگالی نسبی ورق، محدوده تغییرات شعاع حفره‌ها، نحوه توزیع اندازه سلول در کل ساختار فوم و همچنین اندازه میانگین اندازه حفره‌ها تطابق کاملاً مناسب فوم مدل‌شده با فوم واقعی را نشان می‌دهد. درانتها، مطالعه هندسی فوم نشان می‌دهد که با افزایش اندازه متوسط حفره‌ها، در محدوده بررسی شده، چگالی نسبی ورق فوم ابتدا افزایش و سپس، کاهش یافته است. درواقع، اندازه متوسط کوچک حفره‌ها، امکان تفاضل تعداد بیش‌تر حفره‌ها را فراهم و اندازه متوسط بزرگ حفره‌ها، امکان تفاضل حجم بیش‌تر حفره‌ها را فراهم می‌آورد.

## 6- فهرست علائم

$dr$  فاصله تصادفی بین مراکز کره جدید و کره مرجع

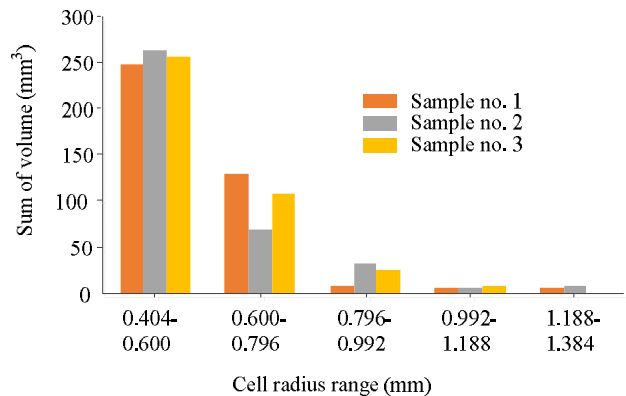


Fig. 11 Sum of spheres volume vs. cell radius range in 3 modeled foam  
شکل 11 مجموع حجم کره به ازای گستره شعاع سلول‌ها در سه فوم مدل‌شده

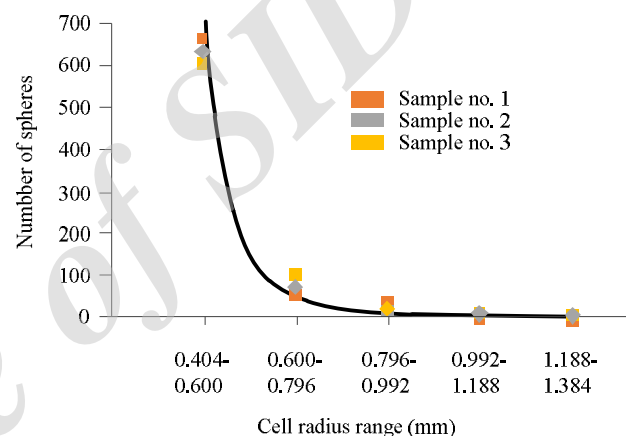


Fig. 12 Number of spheres vs. cell radius range in 3 modeled foam  
شکل 12 تعداد کره‌های تفاضل‌یافته به گستره شعاع سلول‌ها در سه فوم مدل‌شده

به‌منظور تعیین تأثیر اندازه متوسط سلول بر چگالی نسبی، پنج ورق فوم با گستره متفاوت اندازه سلول مدل‌سازی شده است (جدول 3).

جدول 3 پنج فوم مدل‌شده با اندازه متوسط متفاوت

شماره	ابعاد ورق (میلی‌متر)	کمینه شعاع (میلی‌متر)	بیشینه شعاع (میلی‌متر)	اندازه متوسط حفره (میلی‌متر)
یک		0/85	1/15	1/00
دو		1/10	1/40	1/25
سه	5×50×100	1/35	1/65	1/50
چهار		1/60	1/90	1/75
پنج		1/85	2/15	2/00

هم‌چنان‌که از شکل 13 مشاهده می‌شود هیچ رابطه خطی بین اندازه متوسط حفره‌ها و چگالی نسبی فوم وجود ندارد.

- Acta Materialia, Vol. 60, No. 8, pp. 3604-3615, 5//, 2012.
- [8] H. Ye, M. Ma, Q. Ni, *An experimental study on mid-high temperature effective thermal conductivity of the closed-cell aluminum foam*, Applied Thermal Engineering, Vol. 77, No. 0, pp. 127-133, 2/25/, 2015.
- [9] Y. Chen, R. Das, M. Battley, *Effects of cell size and cell wall thickness variations on the stiffness of closed-cell foams*, International Journal of Solids and Structures, Vol. 52, No. 0, pp. 150-164, 1/1/, 2015.
- [10] Z. H. Tan, H. H. Luo, W. G. Long, X. Han, *Dynamic response of clamped sandwich beam with aluminium alloy foam core subjected to impact loading*, Composites Part B: Engineering, Vol. 46, No. 0, pp. 39-45, 3//, 2013.
- [11] S. A. Meguid, S. S. Cheon, N. El-Abbasi, *FE modelling of deformation localization in metallic foams*, Finite Elements in Analysis and Design, Vol. 38, No. 7, pp. 631-643, 5//, 2002.
- [12] A. Czekanski, M. Attia, S. Meguid, M. Elbestawi, *on the use of a new cell to model geometric asymmetry of metallic foams*, Finite elements in analysis and design, Vol. 41, No. 13, pp. 1327-1340, 2005.
- [13] I. C. Konstantinidis, D. P. Papadopoulos, H. Lefakis, D. N. Tsipas, *Model for determining mechanical properties of aluminum closed-cell foams*, Theoretical and Applied Fracture Mechanics, Vol. 43, No. 2, pp. 157-167, 5//, 2005.
- [14] I. Jeon, T. Asahina, K.-J. Kang, S. Im, T. J. Lu, *Finite element simulation of the plastic collapse of closed-cell aluminum foams with X-ray computed tomography*, Mechanics of Materials, Vol. 42, No. 3, pp. 227-236, 3//, 2010.
- [15] M. De Giorgi, A. Carofalo, V. Dattoma, R. Nobile, F. Palano, *Aluminium foams structural modelling*, Computers & Structures, Vol. 88, No. 1-2, pp. 25-35, 1//, 2010.
- [16] S. Nammi, P. Myler, G. Edwards, *Finite element analysis of closed-cell aluminium foam under quasi-static loading*, Materials & Design, Vol. 31, No. 2, pp. 712-722, 2010.
- [17] C. R. Fortier, *Modeling of Porous Metal Foam Cryogenic Counter Flow Heat Exchanger*, Master of Science Thesis, Mechanical Engineering, 2010.
- $L$  پارامتر کنترل تداخل  
 $rnd$  تابع تصادفی  
**علائم یونانی**  
 $\alpha$  کم‌ترین ضریب تداخل  
 $\beta$  بیش‌ترین ضریب تداخل  
 $\gamma$  ضریب تداخل با کره‌های پیرامونی  
 $\theta$  زاویه سمتی  
 $\varphi$  زاویه قطبی
- 7- مراجع**
- [1] J. Banhart, *Manufacture, characterisation and application of cellular metals and metal foams*, Progress in Materials Science, Vol. 46, No. 6, pp. 559-632, //, 2001.
- [2] E. W. Andrews, J. S. Huang, L. J. Gibson, *Creep behavior of a closed-cell aluminum foam*, Acta Materialia, Vol. 47, No. 10, pp. 2927-2935, 8/10/, 1999.
- [3] S. Santosa, T. Wierzbicki, *On the modeling of crush behavior of a closed-cell aluminum foam structure*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 46, No. 4, pp. 645-669, 4//, 1998.
- [4] H. Liu, Z. K. Cao, H. J. Luo, J. C. Shi, G. C. Yao, *Performance of closed-cell aluminum foams subjected to impact loading*, Materials Science and Engineering: A, Vol. 570, No. 0, pp. 27-31, 5/15/, 2013.
- [5] M. A. Navacerrada, P. Fernández, C. Díaz, A. Pedrero, *Thermal and acoustic properties of aluminium foams manufactured by the infiltration process*, Applied Acoustics, Vol. 74, No. 4, pp. 496-501, 4//, 2013.
- [6] D. Miedzińska, T. Niezgodą, R. Gieleta, *Numerical and experimental aluminum foam microstructure testing with the use of computed tomography*, Computational Materials Science, Vol. 64, No. 0, pp. 90-95, 11//, 2012.
- [7] M. Saadatfar, M. Mukherjee, M. Madadi, G. E. Schröder-Turk, F. Garcia-Moreno, F. M. Schaller, S. Hutzler, A. P. Sheppard, J. Banhart, U. Ramamurty, *Structure and deformation correlation of closed-cell aluminium foam subject to uniaxial compression*,