



بررسی اثر گیره‌بندی ابزار و قطعه‌کار بر نواحی پایداری فرایند فرزکاری

محمد رسول صفری¹، محمد مهدی جلیلی^{2*}، محمد مهدی ابوترابی³

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد

3- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد

* یزد، صندوق پستی 89195-741، jalili@yazd.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 15 بهمن 1397

پذیرش: 21 اسفند 1397

ارائه در سایت: آبان 1398

کلیدواژه‌گان:

لرزه

فرزکاری

گیره‌بندی ابزار و قطعه‌کار

روش گسسته‌سازی کامل

نمودار دالان‌های پایداری

لرزه ارتعاشات خودتحرک مخرب است که در حین فرایند ماشین‌کاری به وجود آمده و باعث کاهش کیفیت سطح قطعه‌کار، سایش ابزار و حتی آسیب به ماشین‌ابزار می‌شود. این پدیده از اثر برهم‌کنش ابزار و قطعه‌کار در حین براده‌برداری به وجود آمده و یکی از عوامل محدودکننده برای دستیابی به نرخ براده‌برداری بالا است. در این مقاله، به کمک یک مدل چهار درجه آزادی از ابزار و قطعه‌کار، تأثیر گیره‌بندی ابزار و قطعه‌کار بر نواحی پایداری فرایند فرزکاری بررسی شده است. به این منظور، ابتدا دینامیک فرایند براده‌برداری با در نظر گرفتن لرزه احیاشونده و کاهش سطح تماس با مجموعه‌ای از معادلات دیفرانسیلی تأخیری مدل‌سازی و سپس پارامترهای ساختاری مدل به کمک تست مودال در گشتاورهای گیره‌بندی مختلف اندازه‌گیری شده است. در ادامه، به کمک روش گسسته‌سازی کامل نمودار دالان‌های پایداری رسم گردیده است. به منظور اعتبار سنجی، فرزکاری مخالف با درگیری 180 درجه‌ای (نصف درگیری) ابزار با قطعه‌کار انجام گرفته و عمق برش بحرانی در سرعت‌های مشخص اسپیندل و در حالت‌های متفاوت از گشتاور گیره‌بندی به روش تجربی بدست آمده و با نتایج تئوری مقایسه شده است. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که مرز پایداری بدست آمده از روش گسسته‌سازی کامل، دقت مناسبی برای پیش‌بینی نواحی پایداری دارد. گیره‌بندی ابزار و قطعه‌کار بر مرز نواحی پایداری تأثیر گذار است؛ به گونه‌ای که افزایش گشتاور گیره‌بندی باعث افزایش کمینه عمق برش بحرانی در فرایند فرزکاری می‌شود. همچنین افزایش گشتاور گیره‌بندی باعث کاهش دامنه نوسانات سیستم در حالت پایدار و ناپایدار در یک بازه‌ی زمانی مشخص می‌شود.

Investigation of tool and workpiece clamping effect on stability lobes in milling process

Mohammad Rasool Safari, Mohammad Mahdi Jalili*, Mohammad Mahdi Abootorabi

Mechanical Engineering Department, Yazd University, Yazd, Iran.

* P.O.B. 89195-741 Yazd, Iran, jalili@yazd.ac.ir

Article Information

Original Research Paper
Received 4 February 2019
Accepted 11 March 2019
Available October 2019

Keywords:

Chatter
Milling process
Tool and workpiece clamping
Full-discretization method
Stability lobe diagram

Abstract

Chatter is undesirable self-exciting vibration that occurs during machining process and could cause damage to the tool and the machine and surface finish of the workpiece. This phenomenon is generated from interaction of the tool and workpiece during cutting process and is one of the limiting factors for achieving a high cutting rate. In this paper, the effect of clamping of tool and workpiece on stability lobes of the milling process is investigated by employing a four degrees of freedom model of tool and workpiece. For this reason, the dynamic of cutting process is modeled through a set of coupled delay differential equations by considering regenerative chatter and loss of contact effect. Structural parameters of this model are measured by using the modal test in different clamping torques of the tool and the workpiece. Simulated stability lobes diagram is constructed based on full-discretization method. To validate the presented model, half immersion up-milling cuts were performed, and the limit values of axial depth of cut in different tool and workpiece clamping are determined experimentally for two different spindle speeds. The results indicated a good agreement between the stability lobes diagram obtained by FDM method and the experimental limit values. In addition, the results showed that the torque of clamping tool and workpiece have effect on the boundary of the stability lobes, that is, the increase of torque clamping lead to increment of the minimum critical cutting depth and reduces amplitude of vibration in stable and unstable cases over determined time interval.

1- مقدمه

براده‌برداری از قطعه خام، شکل نهایی ایجاد می‌شود. توجه به هزینه‌های تولید و نیاز به نرخ بالای تولید قطعات، باعث بهبود فرایندهای ماشین‌کاری در چند دهه اخیر شده است. در

ماشین‌کاری به عنوان یکی از روش‌های ساخت، نقش عمده‌ای در تولید محصولات صنعتی بر عهده دارد. در ماشین‌کاری با

Please cite this article using:

M. R. Safari, M. M. Jalili, M. M. Abootorabi, Investigation of tool and workpiece clamping effect on stability lobes in milling process, Vol. 6, No. 6, pp. 12-24, 2019 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

بررسی کردند [6]. در کار آن‌ها، معادلات حاکم به صورت یک دستگاه معادلات دیفرانسیلی تأخیری غیرمستقل بدست آمد. در فرایند فرزکاری، حتی برای شرایط پایدار، ضخامت براده به صورت تابعی پیوسته از موقعیت ابزار و زمان، تغییر می‌کند و بدین علت معادلات دیفرانسیل ارائه شده از فرایند فرزکاری، نمی‌تواند مستقل باشد. در مدل تحلیلی آلتینتاش و بوداک، برای مستقل نمودن معادلات، از مقدار متوسط نیرو در هر چرخش ابزار استفاده شد؛ زیرا در حین فرایند برش، نیروی کل با نیروی متوسط برش تفاوت چندانی ندارد [4]. مزیت اصلی این روش، سادگی و محاسبات سریع آن بود ولی این روش برای ابزار با درگیری کم² و تعداد لبه کم، تقریب خوبی ایجاد نمی‌کرد. همچنین اثر زاویه ماریپیچ در نیروی متوسط در نظر گرفته نمی‌شد [7]. اینسپرگر و استفان برای تحلیل معادلات دیفرانسیلی تأخیری غیرمستقل، روش جدیدی تحت عنوان روش نیمه‌گسسته‌سازی ارائه دادند [8]. در روش نیمه‌گسسته‌سازی، بازه زمانی مسئله به بازه‌های کوچک‌تر تقسیم و ضرایب وابسته به زمان در هر بازه محاسبه می‌شوند. بدین ترتیب، یک مسئله DDEs به مجموعه‌ای از معادلات دیفرانسیلی معمولی (ODE) تبدیل می‌شود و با استفاده از تئوری فلوک پایداری معادلات بررسی می‌گردد. با توجه به گستردگی روش‌های گسسته‌سازی، این روش در منابع مختلف به شکل‌های مختلفی برای بررسی پایداری فرایند ماشین‌کاری مورد استفاده قرار گرفته است. دینگ و همکاران، نواحی پایداری فرایند فرزکاری را با روش گسسته‌سازی کامل³ (FDM) بر پایه‌ی انتگرال‌گیری مستقیم⁴ بدست آوردند [9].

پارامترهای ساختاری ماشین از قبیل فرکانس طبیعی، سفتی و میرایی در ارتعاشات و وقوع پدیده لرزه نقش مؤثری دارد. سای و همکاران تأثیر پارامترهای مودال دستگاه را بر پایداری فرایند فرزکاری بررسی نمودند [10]. آنها تأثیر جداگانه پارامترهای مودال از قبیل فرکانس طبیعی، سفتی و میرایی سیستم را بر نواحی پایداری فرایند فرزکاری نشان دادند. ابوترابی و رازفر با استفاده از یک مدل دو بعدی به تحلیل پایداری در فرایند فرزکاری پرداختند [11]. آن‌ها تأثیر پارامترهای سرعت برشی، سفتی ابزار فرزانگشتی و عمق برش شعاعی را بر پایداری فرایند فرزکاری بررسی کردند.

جلیلی و همکاران، با استفاده از یک مدل سه بعدی غیرخطی به مطالعه لرزه در فرایند فرزکاری پرداختند [12].

ماشین‌ابزارها آنچه که باعث محدودیت در تولید انبوه و دقیق محصول می‌شود، همیشه قدرت ماشین نیست، بلکه گاهی وجود ارتعاشاتی تحت عنوان لرزه است. لرزه، ارتعاشات خود تحریک مخربی است که باعث آثار نامطلوبی همچون کاهش کیفیت سطح، کاهش نرخ براده‌برداری، ایجاد سر و صدا، صدمه به ابزار و ماشین، اتلاف انرژی و مواد اولیه می‌گردد. لرزه در اثر نیروهای تولید شده بین ابزار و قطعه کار در نقطه تماس ابزار با قطعه کار ایجاد شده و باعث افزایش ناگهانی دامنه نوسانات و کاهش آهنگ براده‌برداری می‌شود. این نوع ارتعاشات باعث ناپایداری سیستم شده و در اغلب موارد اثرات نامطلوب و کمتر کنترل پذیری را به همراه دارد. برای پیش‌بینی لرزه و شروع ناپایداری در فرایند فرزکاری، لازم است مدل مناسبی برای این فرایند ارائه شود. در ابتدا تویپاس و تلاستی مدل‌های خطی و غیرخطی مختلفی برای فرایند فرزکاری و تراش‌کاری ارائه دادند [1، 2]. سریده‌ها در سال 1968، برای اولین بار فرایند فرزکاری را به صورت ریاضی مدل‌سازی نمود [3]. در این مدل یک درجه آزادی، ضرایب نیروی برشی (در جهت‌های مختلف)، متغیر با زمان در نظر گرفته شد. مدل‌های یک بعدی در مواردی که هندسه سیستم پیچیده شود، نمی‌تواند تقریب دقیقی از فرایند فرزکاری ارائه دهد. به همین دلیل گرایش به استفاده از مدل‌های دو بعدی به وجود آمد. آلتینتاش و بوداک بر پایه معادلات دیفرانسیلی تأخیری¹ (DDE) یک مدل دو بعدی از فرایند فرزکاری ارائه دادند [4]. در اکثر منابع تنها ارتعاشات ابزار مدل‌سازی و قطعه کار به عنوان یک جسم صلب در نظر گرفته شده است اما در واقعیت، قطعه کار نیز تحت تأثیر ارتعاشات ابزار و ماشین قرار می‌گیرد و ارتعاشات نسبی بین ابزار و قطعه کار به وجود می‌آید. مدل‌سازی توأمان ابزار و قطعه کار با وجود اینکه حجم محاسبات را بالا می‌برد ولی نتایج دقیق‌تری از تحلیل پایداری فرایند فرزکاری ارائه می‌دهد. بالاچاندان و ژائو با استفاده از یک مدل دو بعدی به شبیه‌سازی عددی فرایند فرزکاری با در نظر گرفتن زاویه ماریپیچ و اثر متقابل بین ابزار و قطعه کار انعطاف‌پذیر پرداختند [5]. آن‌ها نیروهای فرزکاری را با استفاده از یک مدل پیوسته در طول ابزار بدست آوردند. آن‌ها نواحی پایداری سیستم را با تحلیل فرکانسی برحسب سرعت اسپیندل و عمق برش پیش‌بینی نمودند. در پژوهشی دیگر، لانگ و بالاچاندان با احتساب اثر تماس منقطع ابزار و تأثیر ترم تأخیر زمانی وابسته به ضخامت براده، مدل ابزار و قطعه کار ارائه و پایداری فرایند فرزکاری را به روش نیمه‌گسسته‌سازی (SDM)

² Low immersion³ Full-discretization Method (FDM)⁴ Direct integration scheme¹ Delay Differential Equations (DDEs)

ضخامت براده در حین برش پیوسته تغییر می‌کند، نیروی برشی نیز متغیر و متناوب است. مقدار نیروهای برشی به شرایط هندسی ابزار، شرایط درگیری ابزار و قطعه‌کار، جنس قطعه‌کار و مایع خنک‌کننده بستگی دارد [14]. شکل 1 موقعیت هندسی ابزار و قطعه‌کار را در حین فرایند فرزکاری با تیغه‌فرز انگشتی نشان می‌دهد.

در مدل‌سازی ریاضی نیروهای برشی، اگر سرعت چرخشی ابزار (بر حسب دور در دقیقه) Ω ، تعداد لبه‌های برشی ابزار N و زاویه ماریج ابزار صفر در نظر گرفته شود، موقعیت زاویه‌ی دندان شماره j از ابزار، طبق رابطه (1) بدست می‌آید [4]:

$$\varphi_j(t) = (2\pi\Omega/60)t + (j-1)\varphi_p \quad j=1,2,\dots,N \quad (1)$$

که $\varphi_p = 2\pi/N$ زاویه گام است و φ_j به صورت ساعتگرد حول محور عمود بر صفحه برش اندازه‌گیری می‌شود.

اگر عمق برش در جهت محوری ابزار a و ضخامت براده برابر h باشد، آنگاه مساحت سطح مقطع براده تغییر شکل نیافته به اندازه‌ی $ah(\varphi_j(t))$ خواهد بود. مطابق شکل 1، در انتهای تیغه‌فرز با زاویه فاز φ_j ، دو نیروی برشی در راستای شعاعی و مماسی به لبه ابزار اعمال می‌شود. این دو نیرو با تعریف ضرایب برشی شعاعی (k_r) و مماسی (k_t) به صورت رابطه (2) قابل محاسبه‌اند [4]:

$$\begin{aligned} F_{ij}(t) &= k_t ah(\varphi_j(t)) \\ F_{rj}(t) &= k_r ah(\varphi_j(t)) \end{aligned} \quad (2)$$

مطابق شکل 2، با در نظر گرفتن دستگاه مختصات x - y برای ابزار و دستگاه مختصات u - v برای قطعه‌کار، حرکت نسبی بین ابزار و قطعه‌کار در حین براده‌برداری به صورت رابطه‌ی (3) تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} A(t) &= q_x(t) + q_u(t) \\ B(t) &= q_y(t) + q_v(t) \end{aligned} \quad (3)$$

که q_x و q_y مربوط به جابه‌جایی ابزار و همچنین q_u و q_v مربوط به جابه‌جایی قطعه‌کار است.

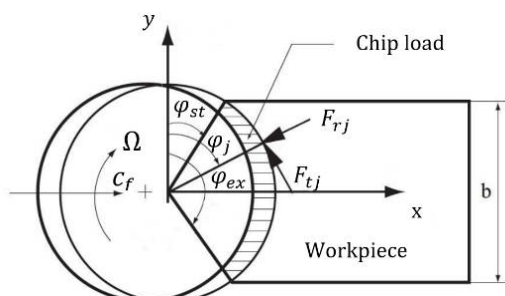


Fig. 1 Geometry of milling process with end-mill cutter
شکل 1 هندسه فرایند فرزکاری با تیغه‌فرز انگشتی

آن‌ها در مدل خود، اثرات رفتار غیرخطی نیرو و سازه، اثرات ژيروسکوپیک و اینرسی دورانی ابزار را بررسی کردند. در مدل آن‌ها ابزار به صورت یک تیر یکسرگیردار در حال دوران که به انتهای آن نیروهای برشی وارد می‌شود، مدل شده است. آن‌ها با استفاده از روش مقیاس‌های چندگانه، پاسخ فرکانسی سیستم را در حالت‌های تشدید اولیه و فوق هارمونیک بدست آوردند. آن‌ها تأثیر عمق برش، قطر ابزار، طول ابزار و تعداد دندانه‌های ابزار را بر پاسخ فرکانسی نوک ابزار بررسی کردند. نتایج نشان داد که در تمام موارد تشدید، افزایش عمق برش باعث افزایش دامنه پاسخ حالت پایدار ارتعاشات نوک ابزار می‌شود. همچنین مختاری و همکاران با استفاده از مدل پیوسته تیر تیموشنکو، اثر پارامترهای مختلف همچون اثرات ژيروسکوپیک و اینرسی دورانی را بر وقوع پدیده لرزه در عملیات فرزکاری بررسی کردند [13].

بررسی سوابق تحقیق نشان می‌دهد که هدف اصلی مطالعه فرایندهای ماشین‌کاری، مقابله با ارتعاشات خودتحریک لرزه برای دستیابی به حداکثر نرخ براده‌برداری است. در راستای تحقق این هدف، روش‌ها و راه‌حل‌های مختلفی گسترش یافته‌اند. یکی از پارامترهای بسیار تأثیرگذار بر پایداری فرایند فرزکاری، گیره‌بندی ابزار و قطعه‌کار است. این پارامتر تأثیر توأمان بر سفتی و میرایی مدل داشته و نمودار دالان‌های پایداری را دستخوش تغییراتی می‌کند. در این مقاله، ابتدا رفتار دینامیکی ابزار و قطعه‌کار با یک مدل چند درجه آزادی مدل‌سازی می‌شود و سپس پارامترهای دینامیکی گیره‌بندی ابزار و قطعه‌کار با تست مودال تعیین می‌گردد. بعد از مدل‌سازی فرایند فرزکاری، نمودار دالان‌های پایداری مدل مذکور به روش گسسته‌سازی کامل رسم و تأثیر گیره‌بندی ابزار و قطعه‌کار بر نواحی پایداری بررسی می‌شود. در پایان برای اعتبار سنجی نتایج بدست آمده، آزمایش تجربی انجام می‌گیرد. نتایج حاصل از این پژوهش می‌تواند برای تغییر حدود پایداری بدون نیاز به تغییر شرایط براده‌برداری و همچنین برای طراحی بهینه گیره‌بندی ابزار و قطعه‌کار به منظور افزایش بهره‌وری ماشین‌فرز استفاده شود.

2- محاسبه نیروی برشی در فرایند فرزکاری

برای شبیه‌سازی و تحلیل لرزه در فرایند فرزکاری، ابتدا باید نیروی برشی وارد بر ابزار و قطعه‌کار مشخص شود. در فرایند فرزکاری، نیروی برشی وارد بر هر دندان ابزار برشی، به ضخامت براده تغییر شکل نیافته و عمق برش بستگی دارد. از آنجا که

با توجه به قانون سوم نیوتن، نیرو در قطعه کار برابر و خلاف جهت نیرو در ابزار است. لذا نیرو در جهت‌های u و v در قطعه کار به صورت رابطه (8) بدست می‌آید:

$$\begin{Bmatrix} F_u(t) \\ F_v(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_x(t) \\ F_y(t) \end{Bmatrix} \quad (8)$$

که در این رابطه بردار u نسبت به x و بردار v نسبت به y خلاف جهت هم هستند.

چون موقعیت زاویه‌ای چرخش ابزار متناسب با زمان تغییر می‌کند، می‌توان نیروی برشی را به صورت تابعی از زمان، مطابق رابطه (9) نوشت:

$$\{F(t)\} = \frac{1}{2} a [H(t)] \{\Delta(t)\} \quad (9)$$

که در آن $\{\Delta(t)\} = [\Delta A(t) \ \Delta B(t)]^T$ است.

3- مدل دینامیکی فرایند فرزکاری

در این تحقیق، با صرف نظر از اثرات دورانی جرم، ابزار و قطعه کار به صورت جرم‌هایی که از دو طرف با فنر و میراگر تثبیت شده و به آن‌ها نیرو اعمال می‌شود، مدل شده‌اند. مطابق شکل 2، اگر $q(t) = (q_x(t) \ q_y(t) \ q_u(t) \ q_v(t))$ معادلات حرکت سیستم با در نظر گرفتن فنر و میراگر برای گیربندی ابزار و قطعه کار، به صورت رابطه (10) بدست می‌آید:

$$M\ddot{q}(t) + C\dot{q}(t) + Kq(t) = \{F(t)\} \quad (10)$$

که M ، C و K به ترتیب ماتریس‌های جرم، میرایی و سفتی است و به صورت رابطه (11) تعریف می‌شود:

$$M = \begin{bmatrix} m_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_u & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_v \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} c_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_u & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_v \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_u & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_v \end{bmatrix} \quad (11)$$

با توجه به بخش 2، نیروهای برشی به کار رفته در معادلات حرکت سیستم به صورت رابطه (12) در نظر گرفته می‌شود:

$$\{F(t)\} = \begin{Bmatrix} F_x(t) = h_{xx} [\Delta A(t)] + h_{xy} [\Delta B(t)] \\ F_y(t) = h_{yx} [\Delta A(t)] + h_{yy} [\Delta B(t)] \\ F_u(t) = h_{xx} [\Delta A(t)] + h_{xy} [\Delta B(t)] \\ F_v(t) = h_{yx} [\Delta A(t)] + h_{yy} [\Delta B(t)] \end{Bmatrix} \quad (12)$$

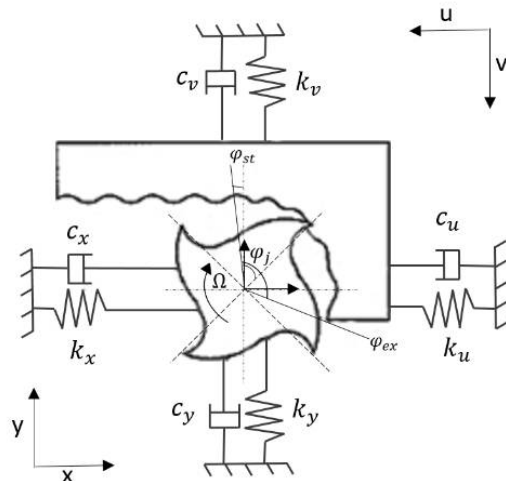


Fig. 2 Four degrees of freedom model of tool and workpiece

شکل 2 مدل چهار درجه آزادی ابزار و قطعه کار

برای دندانه شماره j ، با صرف نظر از حرکت ثابت تیغه، ضخامت براده دینامیکی به صورت رابطه (4) تعریف می‌شود:

$$h(t) = [\Delta A(t) \sin \varphi_j(t) + \Delta B(t) \cos \varphi_j(t)] g(\varphi_j(t)) \quad (4)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} \Delta A &= q_x(t) - q_x(t - \tau) + q_u(t) - q_u(t - \tau), \\ \Delta B &= q_y(t) - q_y(t - \tau) \\ &\quad + q_v(t) - q_v(t - \tau), \quad \tau = 2\pi / N\Omega \end{aligned} \quad (5)$$

در رابطه (4)، ΔB و ΔA جابجایی دینامیکی و نسبی ابزار و قطعه کار، بین زمان حاضر (t) و زمان قبلی ($t - \tau$) را نشان می‌دهد. τ تأخیر زمانی سیستم (زمان طی شده بین دو لبه برشی ابزار) است. $g(\varphi_j(t))$ تابع پله‌ای واحد بوده و نشان دهنده‌ی درگیری و یا عدم درگیری ابزار و قطعه کار است. با جایگذاری رابطه (4) در رابطه (3) و محاسبه برآیند نیروهای وارد بر دندانه‌های برشی ابزار، نیروهای برشی در جهت‌های x و y به صورت ماتریسی، مطابق معادله (6) بدست می‌آید:

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} a \begin{bmatrix} h_{xx} & h_{xy} \\ h_{yx} & h_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta A \\ \Delta B \end{Bmatrix} \quad (6)$$

که درایه‌های ماتریس برشی H به صورت رابطه (7) بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} h_{xx}(t) &= \sum_{j=1}^{N-1} g(\varphi_j(t)) \sin(\varphi_j(t)) [k_r \cos \varphi_j(t) + k_t \sin \varphi_j(t)] \\ h_{xy}(t) &= \sum_{j=1}^{N-1} g(\varphi_j(t)) \cos(\varphi_j(t)) [k_r \cos \varphi_j(t) + k_t \sin \varphi_j(t)] \\ h_{yx}(t) &= \sum_{j=1}^{N-1} g(\varphi_j(t)) \sin(\varphi_j(t)) [-k_r \sin \varphi_j(t) - k_t \cos \varphi_j(t)] \\ h_{yy}(t) &= \sum_{j=1}^{N-1} g(\varphi_j(t)) \cos(\varphi_j(t)) [-k_r \sin \varphi_j(t) + k_t \cos \varphi_j(t)] \end{aligned} \quad (7)$$

4- تحلیل معادلات حاکم بر سیستم به روش FDM

به منظور تحلیل پایداری سیستم، لازم است نمودارهای پایداری سیستم به کمک دو پارامتر کنترلی یعنی سرعت اسپیندل و عمق برش رسم شود. در این تحقیق از روش گسسته‌سازی کامل برای تعیین حدود پایداری استفاده شده است. توضیحات روش گسسته‌سازی کامل به تفصیل در مرجع [9] آمده است. روش گسسته‌سازی کامل یک روش عددی کارآمد برای تحلیل پایداری سیستم‌ها با تأخیر زمانی خطی است. در این روش با تقسیم بازه‌ی زمانی یک معادله دیفرانسیلی تأخیری به بازه‌های کوچک‌تر، دامنه مسئله با بعد بی‌نهایت تبدیل به دامنه با بعد محدود می‌شود و در هر بازه زمانی، معادله دیفرانسیلی تأخیری به شکل یک معادله دیفرانسیلی معمولی (ODE) قابل حل است. برای استفاده از این روش، ابتدا باید معادلات حاکم بر مسئله را به فضای حالت برده و سپس دامنه‌ی زمانی مسئله را به بازه‌های زمانی کوچک‌تر تقسیم نمود. برای این منظور مراحل زیر به ترتیب روی دستگاه دیفرانسیلی معادله (10) اجرا شده است. اگر $P(t) = M\dot{q} + Cq/2$ باشد، با تعریف بردار حالت $X = [q(t) \ p(t)]^T$ معادله (10) در فضای حالت مطابق معادله (11) بازنویسی می‌شود:

$$\dot{X}(t) = R_0 X(t) + R(t)X(t) + S(t)X(t - \tau) \quad (11)$$

که R_0 ماتریس ضرایب ثابت $R(t)$ و $S(t)$ ماتریس ضرایب متناوب سیستم با دوره تناوب T است. در این معادله دوره تناوب T برابر با تأخیر زمانی سیستم است.

تا اینجا، مسئله به فضای حالت انتقال داده شد. برای گسسته‌سازی زمان مسئله لازم است ابتدا طول بازه زمانی مناسب t انتخاب شود. هرچه طول بازه‌ی انتخابی کوچک‌تر باشد، تقریب مسئله دقیق‌تر و خطا کم‌تر خواهد شد. طول بازه زمانی به صورت $t = T/m$ تعریف می‌شود که m درجه تقریب است. برای اجرای طرح گسسته‌سازی لازم است ترم‌های زمانی، تأخیری و ماتریس‌های متناوب معادله (11) در هر بازه زمانی میانبایی شود. در این روش با استفاده از میانبایی خطی، ترم‌های زمانی، تأخیری و ماتریس ضرایب متناوب تقریب زده شده‌اند:

$$(k - m)\tau < t < (k + 1 - m)\tau$$

$$x(\xi - T) = x_{k+1-m} + \xi(x_{k-m} - x_{k+1-m})/\tau \quad (12)$$

میانبایی خطی ترم زمانی سیستم در هر بازه‌ی زمانی $k\tau \leq t \leq (k + 1)\tau, (k = 0, \dots, m)$

$$x(\xi) = x_{k+1} + \xi(x_k - x_{k+1-m})/\tau \quad (13)$$

میانبایی خطی ماتریس‌های متناوب $R(t + T)$ و $S(t + T)$

در بازه زمانی $[k\tau, (k + 1)\tau]$:

$$R(\xi) = R_{k+1} + \xi(R_k - R_{k+1})/\tau, \\ S(\xi) = S_{k+1} + \xi(S_k - S_{k+1})/\tau \quad (14)$$

بعد از میانبایی عناصر معادله (11)، می‌توان پاسخ این معادله را به کمک روش انتگرال‌گیری مستقیم به صورت رابطه 15 بدست آورد:

$$x(t) = e^{R_0(t-k\pi)} x(k\tau) + \int_{k\pi}^t \left\{ e^{R_0(t-\xi)} [R(\xi)x(\xi) + S(\xi)x(\xi - T)] \right\} d\xi \quad (15)$$

که $0 \leq t \leq \tau$ است.

اگر $x_k = x(k\tau)$ و $x_{k+1} = x(k\tau + \tau)$ باشد، می‌توان معادله (15) را به فرم رابطه (16) نیز بازنویسی نمود:

$$x_{k+1} = e^{R_0\tau} x_k + \int_0^\tau \left\{ e^{R_0\xi} \left[R(k\tau + t - \xi)x(k\tau + t - \xi) + S(k\tau + t - \xi)x(k\tau + t - \xi - T) \right] \right\} d\xi \quad (16)$$

با جایگذاری روابط (12) تا (14) در معادله (16) پاسخ معادله (11) به صورت رابطه (17) بدست می‌آید:

$$x_{k+1} = (F_0 + F_{0,1})x_k + F_{k+1}x_{k+1} + F_{m-1}x_{k+1-m} + F_m x_{k-m} \quad (17)$$

که در آن:

$$F_0 = \Phi_0 \\ F_{0,1} = (\Phi_2 / \tau)R_0^{(k)} + (\Phi_3 / \tau)R_1^{(k)} \\ F_{k+1} = (\Phi_1 - \Phi_2 / \tau)R_0^{(k)} + (\Phi_2 - \Phi_3 / \tau)R_1^{(k)} \\ F_{m-1} = (\Phi_1 - \Phi_2 / \tau)S_0^{(k)} + (\Phi_2 - \Phi_3 / \tau)S_1^{(k)} \\ F_m = (\Phi_2 / \tau)S_0^{(k)} + (\Phi_3 / \tau)S_1^{(k)} \\ \Phi_0 = e^{R_0\tau}, \Phi_1 = R_0^{-1}(\Phi_0 - I), \\ \Phi_2 = R_0^{-1}(\tau\Phi_0 - \Phi_1), \Phi_3 = R_0^{-1}(\tau^2\Phi_0 - 2\Phi_2) \quad (18)$$

حال اگر ماتریس $[I - F_{k+1}]^{-1}$ وجود داشته باشد، می‌توان معادله (17) را به صورت فرم ماتریسی رابطه (19) بازنویسی نمود:

$$x_{k+1} = [I - F_{k+1}]^{-1} (F_0 + F_{0,1})x_k + [I - F_{k+1}]^{-1} F_{m-1}x_{k+1-m} + [I - F_{k+1}]^{-1} F_m x_{k-m} \quad (19)$$

به کمک فرم جواب ماتریسی معادله (19)، می‌توان طرح گسسته‌سازی را به صورت رابطه (20) تعریف نمود:

$$y_{k+1} = D_k y_k \quad (20)$$

که y_k یک بردار $n(m + 1)$ بعدی است و به صورت معادله 21 تعریف می‌شود:

$$y_k = col(x_k, x_{k-1}, \dots, x_{k+1-m}, x_{k-m}) \quad (21)$$

همچنین در رابطه (20) ماتریس D_k به صورت ماتریس ارائه شده در رابطه (22) قابل تعریف است:

12 mm و با در نظر گرفتن 78 میلی‌متر برای طول آزاد ابزار؛
 - تورک‌متر BRITOOOL EVT 2000A؛
 - میکروفون Sony F-VJ22/C با پهنای باند 10Hz الی 12000Hz؛

$$D_k = \begin{bmatrix} [I - F_{k+1}]^{-1} (F_0 + F_{0,1}) & 0 & 0 & \dots & 0 \\ I & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & I & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & I & \dots & 0 \\ [I - F_{k+1}]^{-1} F_{m-1} & [I - F_{k+1}]^{-1} F_m \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ I & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

5-2- آزمون تست مودال

برای تحلیل پدیده لرزه در معادلات ارتعاشاتی، لازم است ویژگی‌های ساختاری ابزار و قطعه‌کار مشخص شود. به همین منظور در این پژوهش، از تست مودال برای تعیین پارامترهای دینامیکی ماشین بهره برده شده است. در این آزمایش ابتدا ابزار و قطعه‌کار با قیود مکانیکی ماشین‌فرز مهار شده‌اند. بدین صورت که 10 mm از ضخامت قطعه‌کار درون گیره مکانیکی و 32 mm از طول ابزار درون اسپیندل قرار گرفته و تثبیت شدند. سپس به کمک سنسور شتاب‌سنج، پاسخ سیستم بعد از تحریک، دریافت می‌گردد. سیگنال تحریک و سیگنال پاسخ به صورت همزمان، توسط دستگاه تحلیلگر دریافت شده و خروجی به صورت نمودارهای پاسخ فرکانسی (FRF) در نمایشگر نمایش داده می‌شود. تست مودال در گشتاورهای گیره‌بندی متفاوت و در جهت‌های x، y، u و v برای ابزار و قطعه‌کار انجام گرفت. برای جلوگیری از ایجاد خطا در پارامترهای مودال، در هر جهت، پنج بار تست مودال تکرار شد و متوسط آن بدست آمد. شکل 3 نحوه انجام تست مودال را برای ابزار نشان می‌دهد. برای جلوگیری از ایجاد خطا در پارامترهای مودال، در هر جهت پنج بار تست مودال تکرار شد و متوسط آن بدست آمد. شکل 3 نحوه انجام تست مودال را برای ابزار نشان می‌دهد. در این آزمایش به منظور تنظیم گشتاور گیره‌بندی ابزار و قطعه‌کار از تورک‌متر و برای اتصال تورک‌متر به سه نظام اسپیندل نیز از یک رابط مکانیکی استفاده شده است. شکل 4 نمودار رسپتانس ابزار در جهت x را در دو حالت متفاوت از گشتاور گیره‌بندی نشان می‌دهد. در این شکل با استفاده از روش آنالیز مودال سیستم‌های یک درجه آزادی حول پیک‌های نمودار FRF، ضرایب ساختاری ابزار و قطعه‌کار نظیر فرکانس طبیعی، نسبت میرایی و سفتی ساختاری اندازه‌گیری شد. در این روش، فرکانسی که اولین پیک نمودار رسپتانس در آن ظاهر می‌شود به عنوان فرکانس طبیعی مود اول ارتعاشی در نظر گرفته و سپس با استفاده از روش پیک پیکینگ ضرایب میرایی گیره‌بندی ابزار و قطعه‌کار استخراج شد. با استفاده از معکوس تابع رسپتانس در فرکانس‌های پایین [15]، سفتی گیره‌بندی ابزار و قطعه‌کار بدست آمد.

در نهایت، چنانچه معادله (22) در یک دوره تناوب سیستم، به اندازه k بار ($k = 0, \dots, m-1$) تکرار شود، ماتریس انتقال سیستم Φ ، به صورت رابطه (23) بدست می‌آید:

$$\Phi = \Phi y_0 \quad (23)$$

$$\Phi = D_{m-1} D_{m-2} \dots D_1 D_0$$

ماتریس Φ یک تقریب محدود از ماتریس انتقال سیستم است و بر اساس تئوری فلوکه، اگر اندازه تمام مقادیر ویژه ماتریس انتقال Φ کم‌تر از واحد باشند، سیستم پایدار و اگر تعداد یک یا بیش‌تر مقادیر ویژه ماتریس Φ بیرون دایره واحد قرار گیرند، سیستم ناپایدار است [6].

5- آزمون عملی

در این مقاله هم برای تعیین پارامترهای مورد استفاده در معادله 11 و هم برای اعتبارسنجی مدل، از روش تجربی استفاده شده است که در ادامه به توضیح آن پرداخته می‌شود.

5-1- تجهیزات مورد استفاده در آزمون‌ها

تجهیزاتی که در آزمون‌های تجربی این پژوهش مورد استفاده قرار گرفته‌اند به شرح زیر می‌باشند:

- تحلیلگر ABP VibroRack 1000 به همراه نرم‌افزار تست مودال آن؛
- شتاب سنج GlobalTest AP203-100؛
- چکش مودال GlobalTest AU-02؛
- ماشین‌فرز 2/5 محوره FP4M، ساخت ماشین‌سازی تبریز؛
- قطعه‌کار آلومینیومی سری Al 6000 و با ابعاد 20×5×2 cm؛
- ابزار فرز انگشتی چهار لبه پایه بلند از جنس HSS با قطر

سپس، صوت ضبط شده بر پایه‌ی روش مقایسه شدت سیگنال² [16] در نرم‌افزار MATLAB، در حوزه زمان مورد تحلیل قرار گرفت. با بررسی دامنه صوت در عمق‌های برش مختلف، افزایش ناگهانی دامنه در عمق برش مشخصی مشاهده شد که دلیلی بر وقوع پدیده لرزه و شروع ناپایداری در نظر گرفته شد.

در شکل 5، نمودار دامنه صوت در حوزه زمان در سرعت اسپیندل 2000 rpm و عمق‌های برش 4 تا 6 میلی‌متر با گشتاور گیربندی مشخص ($T_{tool} = T_{workpiece} = 67 \text{ N}\cdot\text{m}$) نمایش داده شده است. در این شکل، افزایش ناگهانی متوسط پیک‌های دامنه صوت در عمق برش 6 میلی‌متر به چشم می‌خورد.

آزمون تشخیص لرزه در سرعت اسپیندل 2500 rpm و در عمق‌های برش 1 تا 7 میلی‌متر نیز انجام گرفت. با مقایسه دامنه صوت در این حالت، عمق برش 7 میلی‌متر به عنوان عمق برش بحرانی انتخاب شد.

جدول 1 پارامترهای مودال ابزار و قطعه کار به ازای گشتاورهای گیربندی متفاوت

Table 1 Modal parameters of tool and workpiece versus of different torque of clamping of tool and workpiece

محور	گشتاور گیربندی (N.m)	فرکانس طبیعی (Hz)	نسبت میرایی (η)	سفتی (N/m)
x	67	1395/63	0/035	$2/00 \times 10^7$
	84	1475/37	0/040	$2/28 \times 10^7$
	101	1539/04	0/040	$2/43 \times 10^7$
	118	1581/58	0/045	$2/56 \times 10^7$
	135	1591/37	0/050	$2/60 \times 10^7$
y	67	1220/26	0/060	$1/00 \times 10^7$
	84	1388/59	0/065	$1/35 \times 10^7$
	101	1489/10	0/075	$1/65 \times 10^7$
	118	1578/95	0/080	$1/90 \times 10^7$
	135	1619/18	0/080	$2/00 \times 10^7$
u	67	507/42	0/075	$8/50 \times 10^6$
	84	542/03	0/080	$9/60 \times 10^6$
	101	561/13	0/090	$1/00 \times 10^7$
	118	577/59	0/090	$1/10 \times 10^7$
	135	577/23	0/090	$1/10 \times 10^7$
v	67	578/31	0/09	$1/00 \times 10^7$
	84	628/28	0/090	$1/18 \times 10^7$
	101	652/13	0/090	$1/27 \times 10^7$
	118	685/29	0/090	$1/40 \times 10^7$
	135	696/41	0/095	$1/40 \times 10^7$



Fig. 3 Modal test setup

شکل 3 نحوه‌ی انجام تست مودال

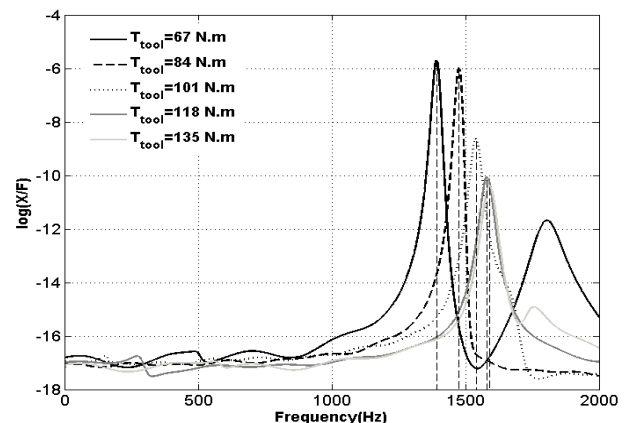


Fig. 4 FRF diagram of tool tip at different clamping torques in the x-direction

شکل 4 نمودارهای FRF نوک ابزار در گشتاورهای متفاوت گیربندی ابزار در جهت x

داده‌های مودال اندازه‌گیری شده با گشتاور گیربندی مشخص در جدول 1 تجمیع شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در حالت کلی با افزایش گشتاور گیربندی نسبت میرایی و سفتی سیستم افزایش می‌یابد ولی تأثیر گشتاور بر تغییر سفتی سیستم کم می‌شود.

3-5- آزمون تشخیص لرزه

برای تشخیص لرزه در حین براده‌برداری، در دو سرعت متفاوت اسپیندل و در عمق‌های برش مختلف، فرزکاری مخالف با درگیری¹ 180 درجه‌ای ابزار با قطعه کار انجام و صوت حاصل از ارتعاشات در حین براده‌برداری به کمک میکروفون ضبط شد و

² Level-based method

¹ Half-immersion up-milling

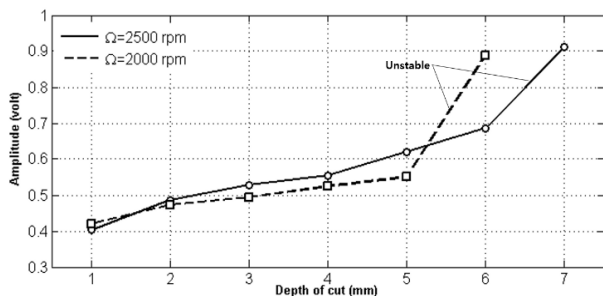


Fig. 6 The average of amplitude peaks over different depths
شکل 6 متوسط پیک‌های دامنه صوت در عمق‌های برش مختلف

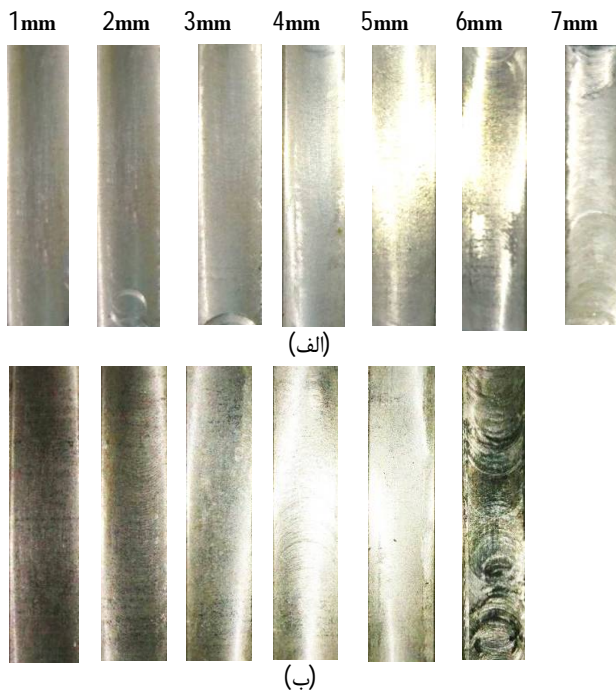


Fig. 7 Surface finish results at different depths
شکل 7 تفاوت سطوح فرزکاری شده در عمق‌های برش مختلف
الف) در سرعت اسپیندل 2500 rpm ب) در سرعت اسپیندل 2000 rpm

6- نتایج شبیه‌سازی

در این قسمت فرایند فرزکاری مخالف با میزان درگیری 180 درجه‌ای ابزار با قطعه کار و با استفاده از روش شبیه‌سازی FDM شبیه‌سازی شده است. از آنجا که روش گسسته‌سازی کامل یک روش عددی است، طول بازه‌ی گسسته‌سازی (m) بر دقت نمودارهای پایداری تأثیر مستقیم دارد. بنابراین لازم است طول بازه‌ی زمانی مناسب و بهینه از نظر دقت و زمان اجرای برنامه انتخاب شود. برای این منظور، به روش استقلال شبکه عمل شده و طول بازه‌ی زمانی گسسته‌سازی بهینه انتخاب می‌شود. در این روش، یک نقطه از نمودار دالان‌های پایداری با سرعت اسپیندل و عمق برش مشخص، به عنوان معیاری برای انتخاب دقت جواب در نظر گرفته می‌شود. هنگامی که افزایش تعداد المان گسسته‌سازی تأثیر بسیار اندکی بر جابه‌جایی این نقطه داشته باشد، تعداد

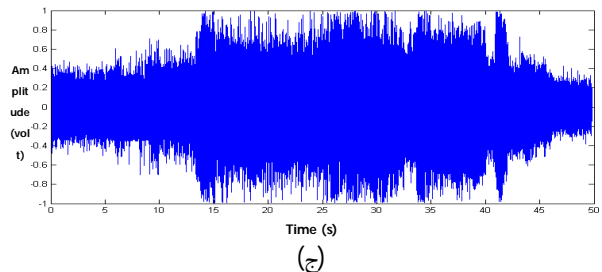
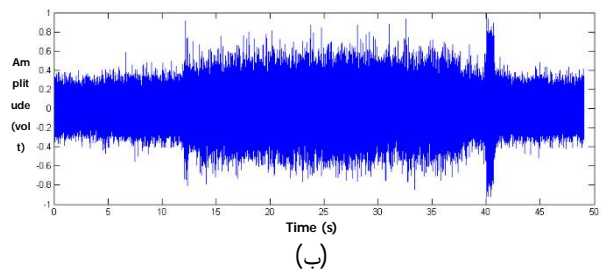
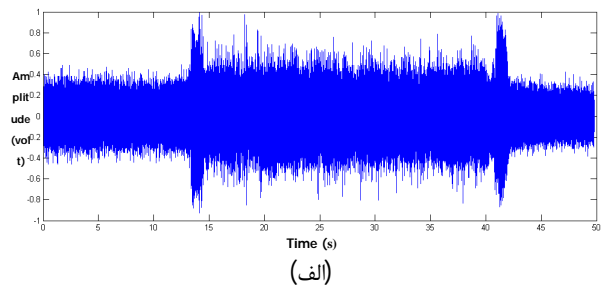


Fig. 5 Sound amplitude at spindle speed of 2000 rpm
شکل 5 نمودار دامنه صوت در سرعت ثابت اسپیندل 2000 rpm
الف) عمق برش 4 mm ب) عمق برش 5 mm ج) عمق برش 6 mm

در نمودار شکل 6، متوسط پیک‌های دامنه صوت در سرعت اسپیندل 2000 rpm و 2500 rpm برای گشتاور گیربندی شیب نمودار در عمق برش 6 و 7 میلی‌متر بیانگر عمق برش بحرانی و وقوع پدیده لرزه است.

در شکل 7، تفاوت سطوح فرزکاری شده در عمق‌های برش مختلف، در دو سرعت اسپیندل و با گشتاور گیربندی $T_{tool} = T_{workpiece} = 67 \text{ N}\cdot\text{m}$ نشان داده شده است.

مطابق این شکل، در سرعت اسپیندل 2000 rpm، ناپیوستگی سطح در عمق برش 6 میلی‌متر و در سرعت اسپیندل 2500 rpm، ناپیوستگی در عمق 7 میلی‌متر مشاهده می‌شود. در این دو سطح خطوط نامنظم برش گواه بر وقوع لرزه و وجود ناپایداری است.

به صورت مشابه، آزمایش تشخیص لرزه برای حالتی دیگر از گشتاور گیربندی ابزار و قطعه کار ($T_{tool} = T_{workpiece} = 135 \text{ N}\cdot\text{m}$) انجام گرفت و عمق برش بحرانی مشخص شد. عمق برش بحرانی در این حالت برای سرعت اسپیندل 2000 rpm و 2500 rpm به ترتیب برابر 7 و 6 میلی‌متر اندازه‌گیری شد.

استفاده، دقیقاً مشابه مرجع [17] است، ضرایب نیروی برشی بدست آمده در این مرجع برای این مقاله نیز در نظر گرفته شده است. ضرایب نیروی برشی شعاعی و مماسی مورد استفاده در این آزمایش‌ها به ترتیب برابر $k_r = 186 \cdot 64 \text{ N/mm}^2$ و $k_t = 552 \cdot 557 \text{ N/mm}^2$ هستند.

در شکل 9، نمودار دالان‌های پایداری درگشتاور گیربندی ابزار و قطعه کار $T_{tool} = T_{workpiece} = 67 \text{ N}\cdot\text{m}$ با استفاده از روش گسسته‌سازی کامل رسم و با نتایج حاصل از کار تجربی مقایسه شده است. در شکل 10، مرز ناحیه پایدار و ناپایدار با استفاده از روش گسسته‌سازی کامل در گشتاور گیربندی ابزار و قطعه کار $T_{tool} = T_{workpiece} = 135 \text{ N}\cdot\text{m}$ رسم و با نتایج بدست آمده از کار تجربی مقایسه شده است. نمودار شکل‌های 9 و 10 با تعداد بازه گسسته‌سازی $m=40$ در یک شبکه 400×200 از سرعت اسپیندل و عمق برش بدست آمده است.

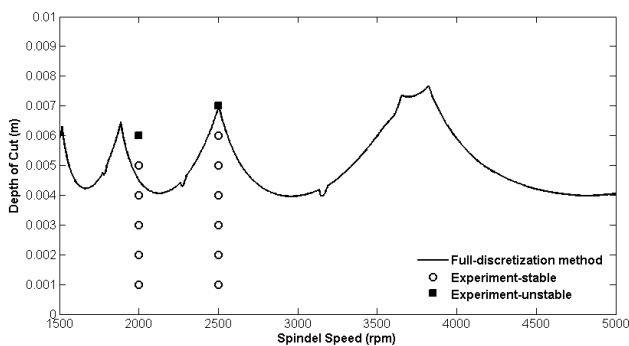


Fig. 9 Stability lobes diagram obtained by FDM method at clamping torque of $T_{tool} = T_{workpiece} = 67 \text{ N}\cdot\text{m}$ and comparison with the experimental data

شکل 9 نمودار دالان‌های پایداری بدست آمده از روش FDM با گشتاور گیربندی $T_{tool} = T_{workpiece} = 67 \text{ N}\cdot\text{m}$ و مقایسه با داده‌های تجربی

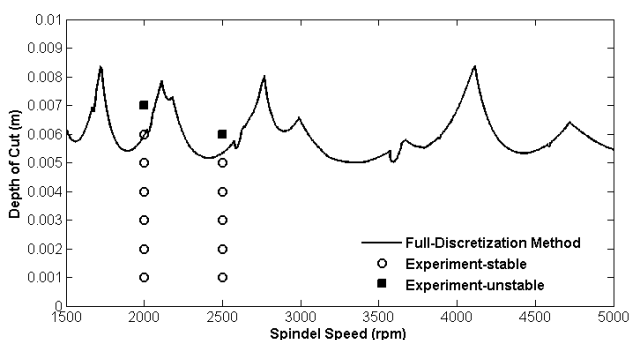


Fig. 10 Stability lobes diagram obtained by FDM method at clamping torque of $T_{tool} = T_{workpiece} = 135 \text{ N}\cdot\text{m}$ and comparison with the experimental data

شکل 10 نمودار دالان‌های پایداری با گشتاور گیربندی $T_{tool} = T_{workpiece} = 135 \text{ N}\cdot\text{m}$ و مقایسه با داده‌های تجربی همان‌طور که در شکل‌های 9 و 10 مشاهده می‌شود، نتایج

المان گسسته‌سازی بهینه انتخاب می‌شود. در جدول 2، تفاوت عمق برش بحرانی به ازای تعداد المان گسسته‌سازی در سرعت اسپیندل 1675 rpm نشان داده شده است. طبق این جدول، چنانچه دقت 0/025 میلی‌متر مد نظر باشد، تعداد المان بهینه برای ایجاد این تقریب، برابر 40 است. در شکل 8 نمودار دالان‌های پایداری شبیه‌سازی شده در محدوده سرعت $1500 \leq \Omega \leq 2000 \text{ rpm}$ با استفاده از پارامترهای مودال جدول 1 بر حسب تعداد المان گسسته‌سازی مختلف رسم شده است.

1-6- مقایسه نتایج تجربی و نتایج شبیه‌سازی

به منظور اعتبارسنجی مدل و بررسی تأثیر گیربندی ابزار و قطعه کار بر نواحی پایدار، نمودارهای پایداری و پاسخ زمانی در دو حالت با گشتاور گیربندی متفاوت رسم و با نتایج تجربی مقایسه شده‌اند.

جدول 2 مقادیر عمق برش بحرانی به ازای تعداد المان‌های گسسته‌سازی در سرعت اسپیندل 1675 rpm

تعداد المان (m)	عمق برش (mm)
25	4/6406
30	4/4326
35	4/3187
38	4/2718
40	4/2463
42	4/2243

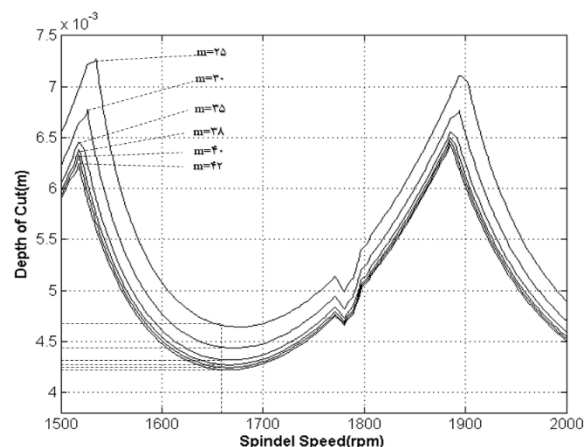


Fig. 8 Simulated stability lobes diagram for finding suitable discretization element (m)

شکل 8 نمودارهای دالان‌های پایداری شبیه‌سازی شده برای یافتن تعداد المان گسسته‌سازی (m) مناسب در این پژوهش، به دلیل اینکه جنس و نوع ابزار و قطعه کار مورد

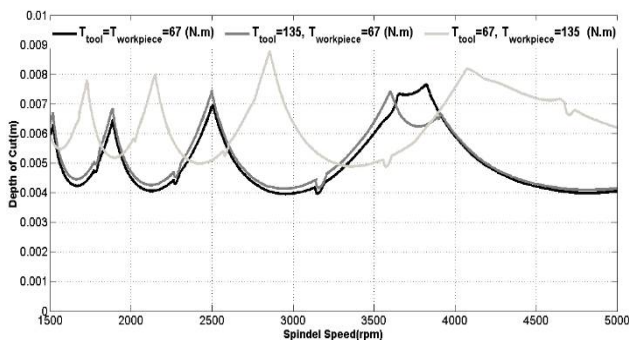


Fig. 12 Comparison of stability lobes diagram at different clamping torque of tool and workpiece

شکل 12 مقایسه نمودار دالان‌های پایداری در حالت‌های متفاوت از گشتاور گیره‌بندی ابزار و قطعه‌کار

7-2- تأثیر گیره‌بندی ابزار و قطعه‌کار بر پاسخ زمانی سیستم

به کمک پاسخ زمانی سیستم، می‌توان حالت پایدار، مرز ناپایداری و یا ناپایداری را در یک سیستم تشخیص داد. برای بررسی تأثیر گشتاور ابزار و قطعه‌کار بر پاسخ زمانی سیستم، لازم است نمودارهای پاسخ زمانی سیستم رسم شود. برای این منظور، در شکل‌های 13 تا 16، اثر گشتاور گیره‌بندی بر پاسخ زمانی ابزار و قطعه‌کار در حالت پایدار و ناپایدار نشان داده شده است.

همان‌طور که مشاهده شد، با افزایش گشتاور گیره‌بندی، علاوه بر افزایش سفتی و فرکانس طبیعی گیره‌بندی، میرایی گیره‌بندی ابزار و قطعه‌کار نیز تغییر می‌کند. اثر افزایش نسبت میرایی گیره‌بندی به وضوح در میزان میرایی دامنه نوسانات نمودارهای پاسخ زمانی دیده نمی‌شود؛ زیرا که میزان میرایی دامنه نوسانات، علاوه بر نسبت میرایی، به میزان فاصله تا مرز پایداری نیز بستگی دارد. اگر عمق برش و سرعت اسپیندل انتخابی در زیر منحنی پایداری و در فاصله‌ی نزدیکی از آن باشد، میزان میرایی دامنه نوسانات سیستم به شدت کاهش می‌یابد و زمان بیش‌تری برای استهلاک نوسانات سیستم لازم است. این موضوع را می‌توان در حالت (ب) از شکل 13 در هنگامی که $T_{tool} = T_{workpiece} = 67 \text{ N}\cdot\text{m}$ مشاهده نمود. برای حالتی نیز که عمق برش و سرعت اسپیندل انتخابی در زیر منحنی دالان‌های پایداری و در فاصله‌ی نسبتاً زیادی از آن باشد، زمان استهلاک دامنه نوسانات بسیار کم است (مطابق شکل 13 حالت الف) برای گشتاور گیره‌بندی $T_{tool} = T_{workpiece} = 135 \text{ N}\cdot\text{m}$.

با توجه به اینکه با تغییر گشتاور گیره‌بندی، میزان فاصله تا مرز پایداری در سرعت اسپیندل و عمق برش مشخص تغییر می‌کند، زمان میرایی دامنه نوسانات نیز در حالت‌های مختلف گیره‌بندی تغییر می‌کند.

حاصل از کار تجربی، نتایج تئوری را تأیید می‌کند؛ در نتیجه، هم نوع مدل‌سازی و هم روش حل، دقت کافی را برای پیش‌بینی نواحی پایداری در فرایند فرزکاری دارد.

7- بحث بر روی نتایج

7-1- تأثیر گیره‌بندی ابزار و قطعه‌کار بر نواحی پایداری

برای بررسی تأثیر گیره‌بندی ابزار و قطعه‌کار بر نواحی پایداری، نمودارهای پایداری در حالت‌های متفاوت از گشتاور گیره‌بندی ابزار و قطعه‌کار در شکل 11 رسم شده است. در شکل 11 میزان تأثیر گیره‌بندی ابزار و قطعه‌کار بر نواحی پایداری و عمق برش بحرانی نشان داده شده است. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود، با افزایش گشتاور گیره‌بندی ابزار و قطعه‌کار، منحنی دالان‌های پایداری به سمت راست و بالا منتقل می‌شود. این تغییر شکل، باعث تغییر وضعیت سیستم از حالت ناپایدار به حالت پایدار و بالعکس در برخی از سرعت‌های اسپیندل و عمق‌های برش مشخص می‌شود. با وجود اینکه افزایش گشتاور گیره‌بندی باعث تغییر مرز بین ناحیه پایدار و ناپایدار می‌شود اما در مجموع، کمینه عمق برش بحرانی افزایش یافته و سیستم پایدارتر می‌شود.

در شکل 12 اثر جداگانه گشتاور گیره‌بندی ابزار و گشتاور گیره‌بندی قطعه‌کار بر نواحی پایداری است. از مقایسه سه منحنی پایداری، مشخص است که اثر تغییر گشتاور گیره‌بندی قطعه‌کار بر نواحی پایداری بیش‌تر از اثر تغییر گشتاور ابزار است. این موضوع بدین علت است که در این نوع ماشین‌فرز، فرکانس طبیعی گیره‌بندی قطعه‌کار (در هر دو جهت u و v) کم‌تر از فرکانس طبیعی ابزار است و در نتیجه، مرزهای پایداری سیستم بیش‌تر تحت تأثیر رفتار دینامیکی قطعه‌کار است.

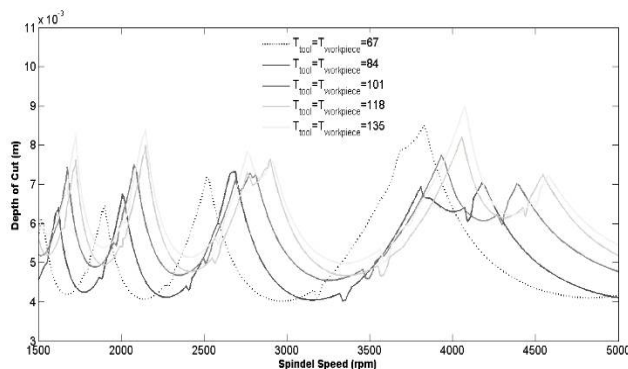


Fig. 11 Effect of clamping torque of tool and workpiece on stability lobes diagram

شکل 11 اثر گشتاور گیره‌بندی ابزار و قطعه‌کار بر نمودار دالان‌های پایداری

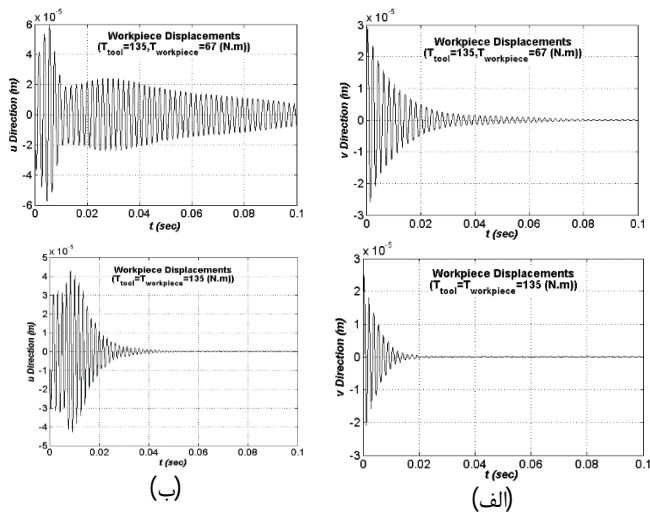


Fig. 14 Effect of clamping torque on amplitude of time response of the workpiece in stable case at $\Omega = 2600$ rpm. $a = 4$ mm

شکل 14 اثر گشتاور گیربندی بر دامنه نوسانات قطعه کار در حالت پایدار با پارامترهای $\Omega = 2600$ rpm. $a = 4$ mm (الف) نمودار پاسخ زمانی قطعه کار در جهت v (ب) نمودار پاسخ زمانی قطعه کار در جهت u

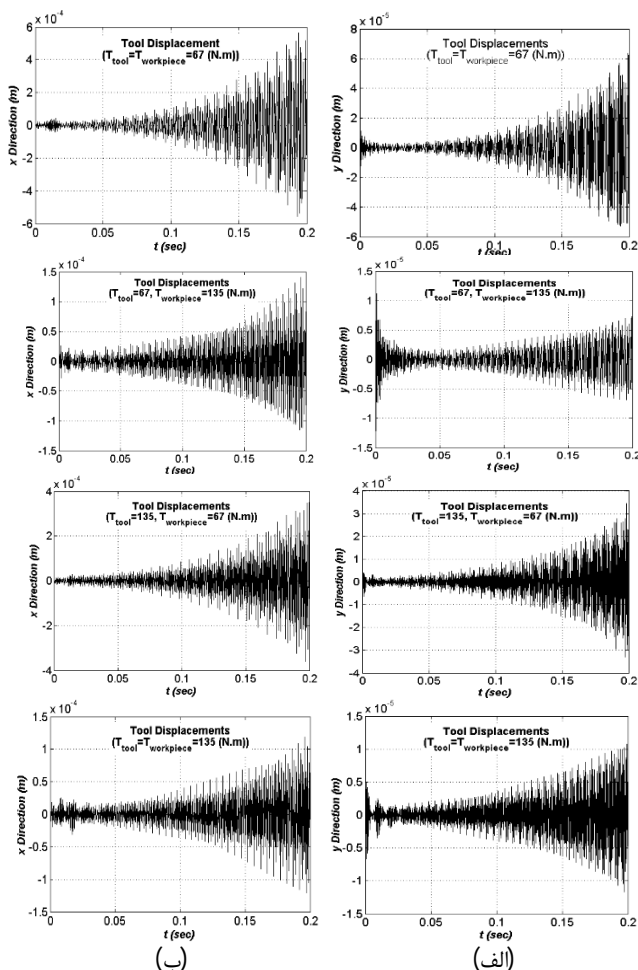


Fig. 15 Effect of clamping torque on amplitude of time response of the tool in unstable case $\Omega = 2600$ rpm. $a = 7$ mm

شکل 15 اثر گشتاور گیربندی بر دامنه نوسانات ابزار در حالت ناپایدار با پارامترهای $\Omega = 2600$ rpm. $a = 7$ mm (الف) نمودار پاسخ زمانی قطعه کار در جهت v (ب) نمودار پاسخ زمانی ابزار در جهت x

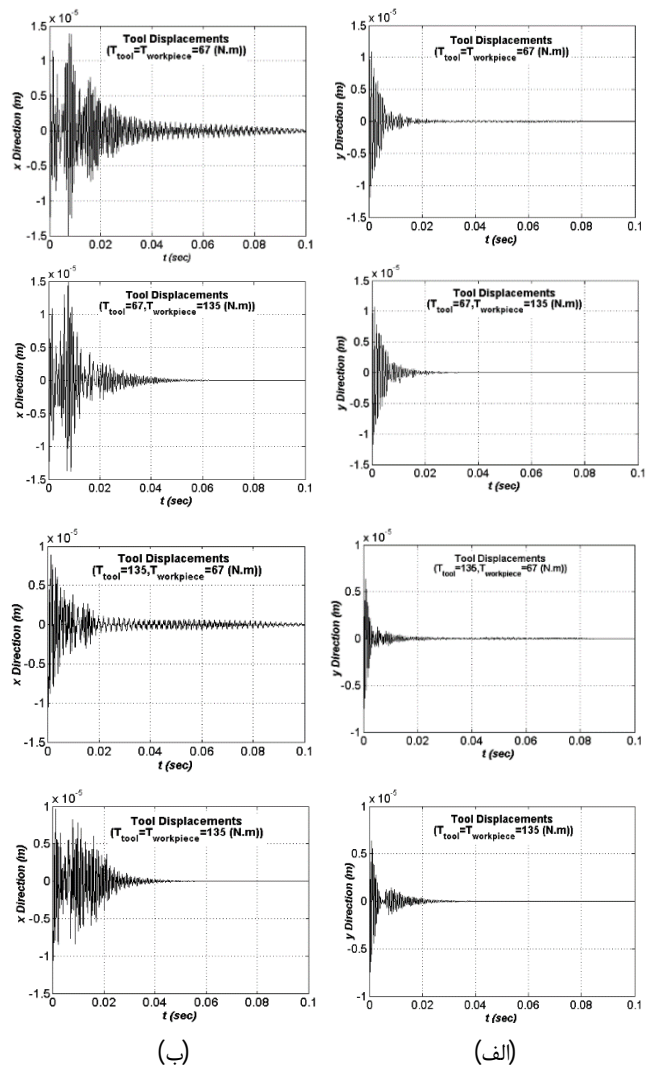
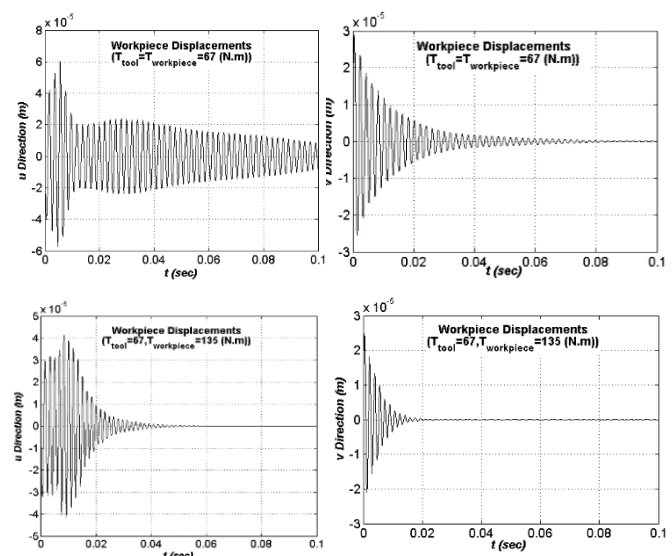


Fig. 13 Effect of clamping torque on amplitude of time response of the tool in stable case at $\Omega = 2600$ rpm. $a = 4$ mm

شکل 13 اثر گشتاور گیربندی بر دامنه پاسخ زمانی ابزار در حالت پایدار با پارامترهای $\Omega = 2600$ rpm. $a = 4$ mm (الف) نمودار پاسخ زمانی ابزار در جهت x (ب) نمودار پاسخ زمانی ابزار در جهت y



پایداری به راست و بالا می شود.

- افزایش گشتاور گیربندی ابزار و قطعه کار، باعث تغییر مرز بین ناحیه پایدار و ناپایدار در برخی از سرعت های اسپیندل و عمق های برش مشخص می شود. اما همواره کمینه عمق برش بحرانی افزایش می یابد.

- تغییرات نواحی پایداری در اثر تغییر گشتاور گیربندی، بیش تر تحت تأثیر رفتار دینامیکی ابزار یا قطعه کار با فرکانس طبیعی کم تر است. به عبارت دیگر، افزایش گشتاور گیربندی بخشی از سیستم که گیربندی سست تری دارد، تغییرات بیش تری بر منحنی دالان های پایداری دارد.

- افزایش گشتاور گیربندی ابزار و قطعه کار، ضمن افزایش صلابت سیستم باعث کاهش دامنه نوسانات و ارتعاشات سیستم در هر دو حالت پایدار و ناپایدار در بازه زمانی مشخص می شود.

- کاهش دامنه نوسانات سیستم وابسته به فاصله تا مرز بین ناحیه پایدار و ناپایدار در نمودار دالان های پایداری است؛ به گونه ای که اگر عمق برش و سرعت اسپیندل در زیر منحنی دالان های پایداری و نزدیک به آن انتخاب شود، دامنه نوسانات سیستم در زمان بیش تری مستهلک می شود.

با بررسی سوابق این تحقیق مشخص شد که تا کنون تأثیر گیربندی بر نواحی پایداری فرایند فرزکاری بررسی نشده است و لذا نتایج بدست آمده در پژوهش حاضر بسیار جدید است. به صورت تقریبی می توان نتایج بدست آمده از تأثیر گیربندی بر دامنه نوسانات سیستم را مشابه مرجع [11] دانست. نتایج حاصل از این پژوهش، الگویی مناسب در اختیار طراحان و اپراتورها قرار می دهد تا به حداکثر توان بهره برداری از ماشین فرز دست یابند.

9- مراجع

- [1] J. Tlustý, M. Poláček, The stability of machine tools against self-excited vibrations in machining, *International Research in Production Engineering, ASME*, Vol. 1, pp. 465-474, 1963.
- [2] S.A. Tobias, *Machine tool vibration*, Blackie, London, 1965.
- [3] R. Sridhar, R.E. Hohn, G.W. Long, A Stability Algorithm for the General Milling Process, *Trans. ASiZIE Journal of Engineering for Industry*, Vol. 90, pp. 330-334, 1968.
- [4] Y. Altıntaş, E. Budak, Analytical prediction of stability lobes in milling, *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, Vol. 44, No. 1, pp. 357-362, 1995.

در نتیجه با افزایش گشتاور گیربندی ابزار و قطعه کار، ممکن است زمان میرایی دامنه نوسانات سیستم افزایش یا کاهش یابد. این رفتار را می توان در شکل های 13 و 14 مشاهده کرد.

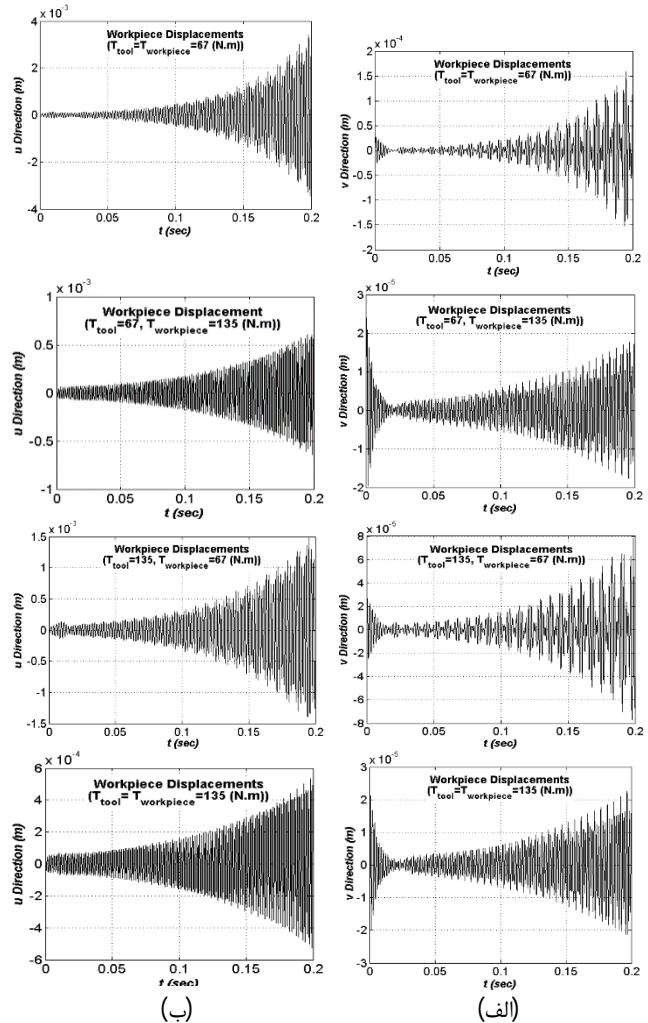


Fig. 16 Effect of clamping torque on amplitude of time response of the workpiece in unstable case $\Omega = 2600$ rpm. $a = 7$ mm

شکل 16 اثر گشتاور گیربندی بر دامنه نوسانات قطعه کار در حالت ناپایدار با پارامترهای $\Omega = 2600$ rpm. $a = 7$ mm. الف) نمودار پاسخ زمانی قطعه کار در جهت v ب) نمودار پاسخ زمانی ابزار در جهت u

8- نتیجه گیری

در این تحقیق، با استفاده از یک مدل چهار درجه آزادی از ابزار و قطعه کار، تأثیر گیربندی ابزار و قطعه کار بر نواحی پایداری در فرایند فرزکاری مورد بررسی قرار گرفت و با نتایج تجربی اعتبارسنجی شد. نتایج بدست آمده، تأثیر گشتاور گیربندی ابزار و قطعه کار بر نواحی پایداری را به صورت زیر نشان می دهد:

- افزایش گشتاور گیربندی ابزار و قطعه کار بر نواحی پایداری تأثیرگذار است و باعث انتقال منحنی دالان های

- [13] M.M. Jalili, J.M. Hesabi, M.M. Abootorabi, Simulation of forced vibration in milling process considering gyroscopic moment and rotary inertia, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 89, 2017.
- [14] A. Mokhtari, A. Mazidi, M.M. Jalili, Investigation of rotary inertial dynamic effects on chatter boundary in milling process using three-dimensional Timoshenko tool model, *Journal of Multi body dynamics*, DOI: 10.1177/1464419318788504, 2018.
- [15] S. Rekers, O. Adams, D. Veselovac, F. Klocke, Experimental Identification of Cutting Force Coefficients for Finish-Milling Operations Considering the Sensor's Transmissibility, *ASME Turbo Expo 2015: Turbine Technical Conference and Exposition. American Society of Mechanical Engineers*, 2015.
- [16] D.J. Ewins, H. Saunders, *Modal testing: theory and practice*, 1986.
- [17] E. Rivière, V. Stalon, O. Van den Abeele, E. Filippi, P. Dehombreux, Chatter detection techniques using microphone, *In Seventh national congress on theoretical and applied mechanics*, 2006.
- [18] M. Kazemi Nasrabadi, B. Moetakef Imani, M.H. Sadeghi, Low Immersion Milling Simulation and Prediction of Stability, *Journal of Mechanics and Aerospace* Vol. 4, pp. 55-66, 2011. (in Persian فارسی)
- [5] B. Balachandran, M.X. Zhao, A mechanics based model for study of dynamics of milling operations, *Kluwer academic publishers, Netherlands, Meccanica*, Vol. 35, pp. 89-109, 2000.
- [6] X. H. Long, B. Balachandran, Stability analysis for milling process, *Nonlinear Dynamics systems*, Vol. 49, No. 3, pp. 349-359, 2007.
- [7] R. Faassen, *Chatter prediction and control for high-speed milling*, PhD Thesis, Eindhoven University of Technology, 2007.
- [8] T. Insperger, G. Stépán, Semi-discretization for time-delay systems: stability and engineering applications, *Springer Science & Business Media*, Vol. 178, 2010.
- [9] Y. Ding, L. Zhu, X. Zhang, H. Ding, A full-discretization method for prediction of milling stability, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 50, No. 5, pp. 502-509, 2010.
- [10] M.C. Tsai, T.C. Hsiao, S.C. Huang, Analysis of the Effect the Modal-Parameter on the Milling Stability. *Applied Mechanics and Materials*, Vol. 372, pp. 459-462, 2013.
- [11] M.M. Abootorabi Zarchi, M.R. Razfar, Analytical and Experimental Investigations of Instability in Milling Process and Studying the Effect of Cutting Parameters and Tool Stiffness. *Journal of Mechanics and Aerospace*, Vol. 5, pp. 81-90, 2009. (in Persian فارسی)