

# طراحی آماری - اقتصادی نمودار کنترل $np$ با استفاده از بهینه‌سازی چندهدفه و $DEA$ با مقادیر خاکستری

امیر امینی

دانش آموخته کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، مؤسسه آموزش عالی الغدیر، تبریز، ایران

سید حامد میرطالب

دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین، دانشکده مهندسی صنایع و مکانیک، قزوین، ایران

علیرضا علی‌نژاد\*

دانشیار دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین، دانشکده مهندسی صنایع و مکانیک، قزوین، ایران

**چکیده:** روش‌های کنترل کیفی آماری، اساس سنجش عملکرد و بهره‌وری فرآیند می‌باشند. نمودارهای کنترل از پرکاربردترین ابزارهای کنترل آماری بوده و نقش مهمی در ارتقا کیفیت فرایندها و محصولات ایفا می‌کنند. اصلی‌ترین هدف پیاده‌سازی آنها شناسایی انحراف(ها) و انجام اقدامات اصلاحی برای رفع ریشه انحراف است. کاربردهای فنی نمودارهای کنترل تعیین اندازه نمونه، فرکانس نمونه‌گیری و حدود کنترل می‌باشد که به آن طراحی نمودار کنترل اطلاق می‌شود. در بیشتر تحقیقات انجام شده برای طراحی نمودار  $np$ ، فقط یک انحراف بادلیل را به عنوان عامل از کنترل خارج شدن نمودار در نظر گرفته‌اند درحالی‌که چندین انحراف در صنعت می‌توانند نقش داشته باشند. بدین منظور در این تحقیق به طراحی و توسعه آماری-اقتصادی نمودار کنترل  $np$  بمنظور کاهش هزینه‌ها و متوسط زمان شناسایی و افزایش توان نمودار با استفاده از مقادیر خاکستری و در نظر گرفتن انحرافات بادلیل متعدد پرداخته شده است. در این راستا بمنظور دستیابی به مقادیر بهینه این پارامترها، یک مسئله چندهدفه با سه محدودیت تعریف شده است که هر ترکیب ممکن از پارامترها را به عنوان یک واحد تصمیم‌گیری در نظر گرفته ایم. سپس با استفاده از روش تحلیل پوششی داده‌ها و روش‌های رتبه‌بندی، کاراترین طرح برای تصمیم‌گیرنده تعیین شده است. در ادامه تحقیق تحلیل حساسیت بر روی برخی پارامترهای مدل انجام شده است و تاثیر این پارامترها بر روی مقادیر بهینه مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است.

**کلمات کلیدی:** تحلیل پوششی داده‌ها، نمودار کنترل  $np$ ، تصمیم‌گیری چند هدفه، تئوری خاکستری.

## ۱-مقدمه

این که تغییرپذیری، یک پدیده دائمی و جزء لاینفک همه محصولات است و مشخصه کیفی هر محصول تغییر می‌کند، روش‌های آماری موثرترین وسیله بررسی و کنترل این تغییرات است. ابزارهای کنترل فرآیند آماری که از طریق کاهش تغییرات محصولات خروجی، سعی در حل مسئله و بهبود قابلیت یک فرآیند و تثبیت آن دارند، به ابزارهای هفتگانه کیفیت معروف هستند. از میان ابزارهای هفتگانه کنترل فرآیند آماری، نمودار کنترل مهمترین و پیچیده‌ترین آنها می‌باشد. متداول‌ترین آنها، نمودار کنترل شوارت<sup>[۲]</sup> است که در سال ۱۹۲۶ معرفی شد.

کیفیت در اقتصاد جهانی در طی دهه‌های اخیر فشار فزاینده‌ای به شرکت‌های تولیدی وارد نموده است، شرکت‌ها مقدار قابل ملاحظه‌ای از منابع خود را برای بهبود برنامه‌های کیفیت اختصاص داده‌اند. تلاش‌ها در زمینه برنامه‌های تضمین کیفیت تا آنجا ادامه پیدا کرد که بازرسی صددرصد حذف شد و ضایعات و دوباره‌کاری محصول نهایی کاهش قابل ملاحظه‌ای پیدا کرد [۱]. در این بین موثرترین راهی که تاکنون برای کنترل کیفیت محصولات پیدا شده است، روش‌های آماری می‌باشد. با توجه به

\* (Corresponding author) alalinezhad@gmail.com

Archive of SID

هر محصول یا فرآیند، دارای مشخصه های کیفیت متعددی می باشد که سطح کیفیت آن محصول براساس مشخصه های کیفیت تعیین می شود. به علت این تعدد و عدم توانایی تهیه نمودار کنترل تمام مشخصه های کیفیت یک محصول، مشخصه کیفیت باید انتخابی باشد. معمولاً انتخاب مشخصه کیفیت براساس اینکه این مشخصه موردنظر به عملکرد، شکل و یا اندازه مهمی از محصول یا فرآیند وابسته باشد و یا متعلق به یک موقعیت راهبردی در فرآیند تولید باشد.

براساس اینکه بر حسب هفت واحد اصلی طول، زمان، جریان برق، درجه حرارت، جرم و شدت و یا یکی از واحدهای منتج شده از آن ها اندازه گیری شود و یا اینکه بر حسب مقیاس اسمی یا ترتیبی اندازه گیری شود، مشخصه کیفیت را به ترتیب پیوسته یا گسسته نامند. بر این اساس، نمودارهای کنترل آماری به دو دسته نمودارهای کنترل مشخصه های کیفیت پیوسته (متغیر) و گسسته (وصفی) تقسیم می شوند [۳]. نمودارهای کنترل بطور گسترده ای جهت نظارت بر پایداری و قابلیت فرایند مورد استفاده قرار گرفته اند [۴]. کاربرد مهندسی نمودارهای کنترل نیازمند تعدادی تصمیمات فنی می باشد، یکی از این تصمیمات مهم فنی طراحی نمودار کنترل است که منوط به انتخاب پارامترهایی از قبیل اندازه نمونه ( $n$ )، بازه نمونه گیری ( $h$ ) و حدود کنترل ( $d$ ) می باشد. انتخاب این سه پارامتر می تواند بصورت ابتکاری، آماری و اقتصادی باشد که هر یک دارای نقاط ضعف و قوت می باشند. طراحی ابتکاری یکی از روش های متداول در صنعت می باشد که معمولاً با ۴ یا ۵ نمونه در هر ساعت با حدود کنترل ۵۳ انجام می شود [۵]. اهداف ابتدایی شرکت ها در اجرای فرآیندهای تولیدی، دستیابی به حداکثر سود می باشد بنابراین بطور گسترده مطالعه نمودارهای کنترل بوسیله یک روش اقتصادی، دید کلی در حالت تئوری و کاربردی می دهد. دانکن [۶] در سال ۱۹۵۶ اولین مدل را برای طراحی اقتصادی نمودار کنترل  $\bar{x}$  پیشنهاد کرد. وی در این مدل فقط ویژگی های اقتصادی را در نظر گرفته بود و فرض کرد که فقط یک انحراف بادلیل باعث از کنترل خارج شدن نمودار می شود. در این مدل، سازوکار شکست فرایند به صورت نمایی توزیع می شد. بعدها با استفاده از مدل شوک ماکرووین  $\bar{x}$  مدل مذکور توسط پژوهشگرانی همچون جیبرا<sup>۷</sup>، مونت گومری<sup>۵</sup> و ونس<sup>۶</sup> توسعه داده شد. این پیشرفت تا سال ۱۹۶۸ یعنی هنگامی که کاربرد کامپیوتر برای حل مسائل رایج شد ثابت باقی ماند. از آن سال به بعد، پیشرفت سریع طراحی اقتصادی نمودار  $\bar{x}$  و نمودار کنترل تجمعی جمعی<sup>۷</sup> بوسیله محققان مختلفی از قبیل دانکن [۷]، جیبرا [۸] و [۹]، چپو<sup>۸</sup> [۱۰] و [۱۱]، گوپل<sup>۹</sup> [۱۲]، تیلور و آپرمن<sup>۱۰</sup> [۱۳]، تیلور [۱۴] و [۱۵]

و ... ادامه یافت. در صنایع تولیدی در نظر گرفتن انحرافات بادلیل بسیار رایج تر از در نظر گرفتن یک انحراف بادلیل است. به همین دلیل، دانکن [۱۶] مدل خود را از یک انحراف بادلیل به چندین انحراف بادلیل گسترش داد. وی از توزیع نمایی در سازوکار شکست خود استفاده کرد. سانگا<sup>۱۱</sup> [۱۷] در سال ۱۹۸۹ طراحی اقتصادی - آماری نمودارهای کنترل  $\bar{x}$  و  $R$  را معرفی کرد. در سال ۱۹۹۳ وانگ و چن<sup>۱۲</sup> [۱۸] با استفاده از بهینه سازی خاکستری به طراحی اقتصادی آماری نمودار کنترل  $nP$  پرداختند. وودال<sup>۱۳</sup> [۱۹] در سال ۱۹۹۷ نشان داد که مدل های قبلی نمودار  $\bar{x}$  که بوسیله چپو [۱۰]، دانکن [۶] و [۷]، مونت گومری [۲۰] و همچنین نمودار  $nP$  که توسط چپو [۱۰] و [۱۱]، دانکن [۱۶] و جیبرا [۹] و [۲۱] ارائه شده اند، همگی حالت خاصی از مدل لورنزن و وانس<sup>۴</sup> [۲۲] می باشند.

وودال [۲۳] معتقد بود که طراحی اقتصادی نمودارهای کنترل بر جنبه های هزینه بیش از ابعاد آماری آن تمرکز دارد. طراحی آماری نمودار کنترل براساس ویژگی های آماری آن، مثل خطای نوع اول و دوم می باشد. این روش نمودارهایی با توان بالا و خطای نوع اول پایین را برای کشف انحراف (های) بادلیل با هزینه بالا طراحی می کند. بنابراین معایب طرح های آماری و اقتصادی، با در نظر گرفتن همزمان جنبه های هر دو طرح برطرف می شود. رحیم و بانرجی<sup>۱۵</sup> [۲۴] یک روش شکست فرایند توزیع شده ویبال<sup>۶</sup> را زمانی که نرخ شکست افزایش یافته و طرح نمونه گیری یکپارچه نباشد، متصور شدند. ایشان همچنین احتمال تعمیر وابسته به عمر قبل از خرابی را در نظر گرفتند. الثورینی و رحیم<sup>۱۷</sup> [۲۵] یک طرح اقتصادی - آماری از نمودارهای  $\bar{x}$  را برای فرایندی با روش شکست گاما<sup>۱۸</sup> ارائه کردند. در سال ۲۰۰۴، چن و لیائو<sup>۹</sup> [۲۶] به طراحی نمودار کنترل  $\bar{x}$  با استفاده از روش های چندمعیاره پرداختند. آنها در این روش از مدل پایه دانکن استفاده کردند و پس از بدست آوردن مقادیر اقتصادی و آماری با توجه به جواب های مختلف، به تعریف یک مسئله چندهدفه با اهداف آماری و اقتصادی پرداختند و با استفاده از روش پارتو جواب های موجه را تعیین کرده و کاراترین طرح را با استفاده از روش تحلیل پوششی داده ها معرفی کرده اند. گیو و دان<sup>۲۰</sup> [۲۷] با استفاده از روش پیش بینی خاکستری نمودارهای کنترل جدیدی طراحی کردند. در سال ۲۰۰۷، گیو و همکارانش<sup>۲۱</sup> [۲۸] برای نمودارهای کنترل کیفی با متغیرهای تصادفی فازی به طراحی اقتصادی نمودارهای کنترل پرداختند. یکی از معایبی که می توان در مدل آن ها اشاره کرد استفاده از اعداد فازی و پیچیدگی ریاضیات فازی می باشد.

## ۲- ادبیات پژوهش

در این بخش، مدل پایه دانکن با در نظر گرفتن انحرافات بادلیل برای طراحی نمودار کنترل np تعمیم داده شد. در ابتدا فرض می‌شود که فرآیند تحت کنترل است سپس بطور تصادفی فرآیند به علت وقوع علت غیرتصادفی  $z$  ام با نرخ  $\lambda$  که دارای توزیع نمایی می‌باشد، مختل می‌گردد. زمان بین دو رخداد متوالی دارای توزیع نمایی با میانگین زمانی  $\frac{1}{\lambda}$  می‌باشد. در نمودار np تعداد گزینه‌های معیوب دارای توزیع باینری با میانگین  $np_0$  می‌باشد. هنگامی که در فرآیند، تغییر با دلیل  $j$  ام ( $\delta_j$ ) باعث از کنترل خارج شدن نمودار گردد میانگین تغییرات از  $p_0$  به  $p_{1j}$  تغییر می‌کند که بصورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$p_{1j} = p_0 + \delta_j \sqrt{p_0(1-p_0)} \quad (1)$$

با توجه به در نظر گرفتن ویژگی‌های آماری بمنظور طراحی نمودار کنترل خطای نوع اول و دوم به صورت زیر تعیین می‌شوند:

$$\alpha = 1 - \sum_{x=0}^d \frac{n!}{x!(n-x)!} (p_0)^x (1-p_0)^{n-x} \quad (2)$$

$$\beta_j = \sum_{x=0}^d \frac{n!}{x!(n-x)!} (p_{1j})^x (1-p_{1j})^{n-x} \quad (3)$$

زمانی که فرآیند به سمت حالت خارج از کنترل می‌رود احتمال این که بوسیله هر نمونه شناسایی شود برابر با قدرت نمودار ( $P$ ) می‌باشد.

$$1 - \beta_j = P_j$$

$$P_j = 1 - \sum_{x=0}^d \frac{n!}{x!(n-x)!} (p_{1j})^x (1-p_{1j})^{n-x} \quad (4)$$

در معادلات (۲)، (۳) و (۴)، مقدار  $d$  بیانگر تعداد گزینه‌های معیوب می‌باشد. در صورتی که تعداد اقلام معیوب بیشتر از  $d$  باشد، فرآیند خارج از کنترل قرار می‌گیرد بنابراین متوسط زمان بین وقوع  $j$  امین و  $(j+1)$  امین انحراف بادلیل در بین نمونه‌ها برابر با  $T_j$  می‌باشد.

در سال ۲۰۰۹، کایا<sup>[۲۹]</sup> با ارائه یک الگوریتم ژنتیک مقادیر بهینه اندازه نمونه<sup>[۳۳]</sup> را برای نمودارهای کنترل با مشخصه‌های وصفی و کمی بدست آورد. وی از این الگوریتم بمنظور تعیین جواب‌های نامغلوب استفاده کرد. پس از آن اسدزاده و خوش الحان<sup>[۳۰]</sup> متوسط زمان تا اعلان هشدار<sup>[۳۱]</sup> را با علل تخصیص چندگانه در نظر گرفته شده به مدل چن و لیائو افزودند. در سال ۲۰۱۰، نیکی و همکارانش<sup>[۳۱]</sup> به طراحی اقتصادی و اقتصادی آماری نمودارهای کنترل MEWMA با استفاده از تابع از دست دادن ترکیبی تاگوچی پرداختند.

بشیری و همکارانش<sup>[۳۲]</sup> به طراحی چند هدفه اقتصادی آماری نمودار کنترل  $\bar{x}$  با استفاده از الگوریتم ژنتیک پرداختند، آن‌ها از الگوریتم ژنتیک بمنظور تعیین جواب‌های بهینه پارتو برای طراحی نمودار کنترل پرداختند. همچنین آن‌ها در سال ۲۰۱۳ [۳۳] به طراحی نمودار کنترل np با در نظر گرفتن یک انحراف بادلیل پرداختند و چندین طرح را به عنوان واحد کارا انتخاب کردند. همچنین تحقیقات مختلفی راجع به طراحی نمودارهای کنترل تعداد نقص در واحد بازرسی ( $C$ ) نیز انجام شده است [۳۴] و [۳۵] و [۳۶]. اما بیشتر تحقیقات انجام شده به بررسی نمودارهای کنترل پیوسته پرداخته‌اند در حالی که نمودارهای گسسته کاربرد بسزایی در صنایع تولیدی دارند. اگر بخواهیم بر تعداد اقلام معیوب یک فرآیند تولیدی نظارت داشته باشیم می‌توان از نمودار کنترل  $P$  استفاده کرد. نمودار np یک پیشنهاد مناسب برای نمودار  $P$  می‌باشد که بمنظور نظارت بر تعداد اقلام معیوب استفاده می‌شود.

هدف از این تحقیق طراحی اقتصادی-آماری نمودار کنترل np با در نظر گرفتن انحرافات بادلیل و رتبه بندی کامل پارامترهای مدل می‌باشد. نحوه ارائه مطالب بدین نحو است که در قسمت دوم، مدل پایه دانکن را با در نظر گرفتن انحرافات بادلیل بهبود می‌دهیم. در قسمت سوم، به بیان مدل چندهدفه و نحوه تعیین جواب فوق کارا با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها و دو روش رتبه بندی پرداخته خواهد شد. در قسمت چهارم روش تحقیق شرح داده می‌شود و با ذکر یک مثال عددی پارامترهای بهینه بدست می‌آیند، سپس با استفاده از تحلیل حساسیت، تاثیر تغییرات پارامترهای ورودی بر روی جواب بهینه بررسی می‌گردد. سرانجام نتیجه گیری آخرین بخش مقاله را تشکیل می‌دهد.

$$E_{cc} = \frac{(b + cn)E_{CT}}{h} + \frac{T\alpha e^{-\lambda h}}{1 - e^{-\lambda h}} + \frac{\sum_{j=1}^s w_j \lambda_j}{\lambda} + \frac{\sum_{j=1}^s M_j \lambda_j \beta_j}{\lambda} \quad (9)$$

$$E_{HC} = \frac{E_{cc}}{E_{CT}} = \frac{b}{h} + \frac{cn}{h} + \frac{\sum_{j=1}^s M_j \lambda_j \beta_j + \sum_{j=1}^s w_j \lambda_j + \lambda AT}{1 + \sum_{j=1}^s \lambda_j \beta_j} \quad (10)$$

تابع هزینه  $E_{HC}$  یک تابع پیوسته از سه متغیر  $n$ ،  $h$  و  $d$  می‌باشد. در مدل‌های اقتصادی مقدار بهینه  $E_{HC}$  با توجه به ترکیب‌های مختلفی از  $(n, h, d)$  بدست می‌آید که طرح با کمترین هزینه به عنوان بهترین طرح انتخاب می‌شود. در صورتی که ویژگی‌های آماری و اقتصادی بطور همزمان برای تعیین پارامترهای بهینه استفاده شوند می‌توان مسئله را بصورت یک مدل چندهدفه تعریف کرد.

### ۳- روش پژوهش

#### ۳-۱- طراحی مسئله چند هدفه نمودار کنترل $nP$ ( $nP$ -MOESD)

پس از تعریف مفاهیم اولیه، اگر بخواهیم بین ویژگی‌های آماری و اقتصادی ارتباط برقرار سازیم، کفایت مسئله را بصورت یک مسئله چندهدفه بیان کنیم. هدف اصلی تصمیم‌گیری چندهدفه، یافتن جوابی است که بتواند در بین تمامی اهداف هماهنگی برقرار کند. بدین منظور در این تحقیق یک مدل با چهار هدف و سه محدودیت تعریف شده است.

$$\begin{aligned} & \min E_{HC}(k) \\ & \min ATS(k) \\ & \max ARL(k) \\ & \max P(k) \\ & s.t: \\ & \alpha \leq \otimes \alpha_u \\ & ATS_j \leq ATS_{uj} \\ & P_j \geq \otimes P_{uj} \end{aligned} \quad (11)$$

که در آن متوسط طول دنباله<sup>۸</sup> و متوسط زمان تا اعلان هشدار علت  $j$  ام ( $ATS_j$ ) می‌باشد. همچنین  $\otimes \alpha_u$ ،  $\otimes P_{uj}$  و  $ATS_{uj}$  به ترتیب مقدار خاکستری حداقل توان نمودار

$$\tau_j = \frac{\int_{jh}^{(j+1)h} \lambda_j e^{-\lambda_j t} (t - jh) dt}{\int_{jh}^{(j+1)h} \lambda_j e^{-\lambda_j t} dt} = \quad (5)$$

$$\frac{1 - (1 + h\lambda_j)e^{-\lambda_j h}}{\lambda_j(1 - e^{-\lambda_j h})}$$

اگر زمان برداشتن و بازرسی نمونه را با  $g$ ، هزینه ثابت نمونه‌گیری را با  $b$ ، هزینه متغیر نمونه‌گیری با  $c$  و هزینه هر هشدار را با  $T$  نشان دهیم بنابراین تعداد نمونه‌هایی که باید برداشته شود در حالی که نمودار تحت کنترل می‌باشد از معادله (۶) بدست می‌آید:

$$S = \sum_{x=0}^{\infty} \left[ \int_{ih}^{(i+1)h} i\lambda e^{-\lambda x} dx \right] = \frac{e^{-\lambda h}}{1 - e^{-\lambda h}} \quad (6)$$

همچنین اگر  $D_j$  بیانگر متوسط زمان برای تشخیص علت  $z$  ام،  $M_j$  هزینه از دست رفته به دلیل تولید اقلام معیوب در زمان وقوع علت  $z$  ام و  $W_j$  هزینه برای شناسایی علت  $z$  ام باشد متوسط تعداد هشدارهای اشتباه در هر سیکل از معادله (۷) بدست می‌آید:

$$A = \alpha S = \frac{\alpha e^{-\lambda h}}{1 - e^{-\lambda h}} \quad (7)$$

بازه زمانی برای یک فرآیند از دو حالت تحت کنترل و خارج از کنترل تشکیل شده است در نتیجه تابع مدت زمان یک فرآیند عبارت است از:

$$E_{CT} = \frac{1}{\lambda} + \frac{\sum_{j=1}^n \lambda_j \left( \frac{h}{p_j} - \tau_j \right)}{\lambda} + gn \quad (8)$$

$$+ \frac{\sum_{j=1}^n \lambda_j D_j}{\lambda} = \frac{1 + \sum_{j=1}^n \lambda_j B_j}{\lambda}$$

حال با توجه به تعریف بازه‌های زمانی و بدست آوردن تابع مدت زمان یک فرآیند، می‌توان تابع هزینه فرآیند را در هر ساعت بدست آورد. تابع هزینه کل را می‌توان به چند بخش هزینه‌های نمونه‌گیری و آزمایش، هزینه‌های مرتبط با جستجوی هشدار اشتباه و هزینه مورد انتظار در حالت خارج از کنترل تقسیم نمود. هزینه مورد انتظار در هر سیکل زمانی را با  $E_{CC}$  و هزینه مورد انتظار در هر ساعت را با  $E_{HC}$  نشان می‌دهند.

$$E_j(u) = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \quad (12)$$

با توجه به مفهوم تحلیل پوششی داده‌ها می‌توان برای این مسئله، دو هدف آماری را که بصورت حداکثرسازی می‌باشد را به عنوان خروجی و اهداف هزینه و  $ATS$  را که بصورت حداقل‌سازی در نظر گرفته شده است را به عنوان ورودی در نظر بگیریم. بنابراین مدل  $DEA$  با دو ورودی و دو خروجی خواهیم داشت. بر اساس طبیعت روش  $DEA$  فرض می‌شود که هر یک از ترکیب پارامترها یعنی  $(n, h, d)$  به عنوان یک واحد تصمیم‌گیری در نظر گرفته شود. برای بدست آوردن مقادیر اوزان ورودی و خروجی روش‌های مختلفی وجود دارد. از جمله روش‌های معمول می‌توان به روش  $CCR$  و  $BCC$  اشاره نمود. در این تحقیق از مدل  $CCR$  بمنظور بدست آوردن کارایی واحدها استفاده شده است زیرا هدف این مدل حداکثر مقدار کارایی هر یک از واحدهای تصمیم‌گیری در بین تمام مجموعه‌های طراحی می‌باشد. همچنین با توجه به این قضیه که تفاوتی بین انتخاب امتیاز کارایی مشابه ندارد از حالت بازگشت به مقیاس ثابت استفاده شده است. منظور از بازگشت به مقیاس ثابت این است که با تغییر یکواحد در ورودی‌ها، خروجی‌ها نیز با نسبت ثابت تغییر (کاهش یا افزایش) می‌کنند.

اگر وزن‌های متناظر با خروجی  $i$  را با  $v_i$  که  $(i = 1, 2, \dots, m)$  و وزن‌های متناظر با ورودی  $r$  را با  $u_r$  که  $(r = 1, 2, \dots, s)$  نمایش دهیم و  $x_{ij}$  و  $y_{rj}$  به ترتیب خروجی و ورودی واحد تصمیم‌گیری  $j$  ( $DMU_j$ ) باشند که  $(j = 1, 2, \dots, n)$  و  $y_{rj}^*$  و  $x_{ij}^*$  خروجی‌ها و ورودی‌های آن  $DMU_j^*$  باشند که ارزش‌گذاری می‌شود، بنابراین مدل  $CCR$  در حالت  $CRS$  خروجی محور به صورت معادله (۱۳) می‌باشد [۴۱]:

$$\text{Minimize } E_p(k) = \sum_{r=1}^s v_i x_{ip}(k)$$

s. t:

$$\sum_{i=1}^m u_r y_{rp}(k) = 1 \quad (13)$$

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}(k) - \sum_{r=1}^s u_r y_{rj}(k) \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$u_r \geq 0, \quad r = 1, 2, \dots, s$$

حداکثر  $\alpha$  و  $ATS$  می‌باشد که بوسیله تصمیم‌گیرنده تعیین می‌شوند. با تجزیه و تحلیل اهداف ذکر شده می‌توان نتیجه گرفت که افزایش  $ARL$  باعث افزایش خطای نوع دوم و کاهش توان نمودار می‌گردد بنابراین دو تابع سوم و چهارم متضاد هستند. افزایش توان نمودار منجر به افزایش سطح کیفیت محصولات خروجی شده اما از طرف دیگر باعث کاهش خطای نوع اول می‌شود. در صورتی که بخواهیم حداکثر مقدار  $ARL$  و  $P$  را داشته باشیم کفایت مقدار  $n$  افزایش یابد که افزایش مقدار  $n$  باعث افزایش هزینه در هر ساعت می‌گردد، بنابراین در نظر گرفتن تابع هزینه بصورت مینیمم، الزامی می‌باشد. به منظور حل این مسئله روش‌های متعددی پیشنهاد شده است که تحلیل پوششی داده‌ها یکی از قدرتمندترین و معروفترین روش‌ها برای بهینه کردن مقادیر  $DMU$  ها می‌باشد.

### ۲-۳- تحلیل پوششی داده‌ها

رویکرد تحلیل پوششی داده‌ها، ابزاری قدرتمند برای ارزیابی عملکرد سازمان‌ها به صورت کارایی نسبی شان می‌باشد.  $DEA$  روشی غیرپارامتری در آنالیز عملی می‌باشد. واحدهای آن اغلب به عنوان واحدهای تصمیم‌گیرنده هستند.  $DMU$  مستقیماً با درجات مشابه یا ترکیبات آن مقایسه می‌شود. تحلیل پوششی داده‌ها در اداره فرایندهای پیچیده مؤثر می‌باشد به طوری که این  $DMU$  ها از ورودی‌های چندگانه برای تولید خروجی چندگانه استفاده می‌کند. همچنین این روش امکان نگرش جدید به فعالیت‌هایی را هم که قبلاً به روش‌های دیگر ارزیابی شده‌اند، فراهم کرده است [۳۷].

این روش برای ارزیابی و مقایسه کارایی نسبی واحدهای مشابه تصمیم‌گیری که وظایف یکسانی انجام می‌دهند کاربرد دارد [۳۸]. تحلیل پوششی داده‌ها، به علت توانایی در مقایسه واحدها یا شرکت‌های گوناگون، امروزه به عنوان یک ابزار قوی در الگوبرداری مورد استفاده قرار می‌گیرد [۳۹]. با استفاده از این مدل یک مرز یا الگو (مبنای مقایسه) از واحدهای تصمیم‌گیری که دارای بهترین عملکرد هستند، ساخته می‌شود آن‌گاه کارایی واحدهای مورد نظر نسبت به آن مرز اندازه‌گیری (سنجیده) می‌شود [۴۰].

هدف مدل  $DEA$  تعیین کارایی واحدهای مختلف براساس میزان خروجی‌های تولیدی آن‌ها در برابر میزان ورودی‌های مصرفی است. مدل ریاضی کارایی واحد تصمیم‌گیری  $j$  ام  $(DMU_j)$  بصورت زیر بیان می‌گردد:

$$s. t: \begin{cases} u_r \geq 0, & r = 1, \dots, s \\ v_i \geq 0, & i = 1, \dots, m \end{cases}$$

$$v_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\text{Min } W = \sum_{j=1}^n \left( \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - E_j^* \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \right)^2$$

s. t:

۳-۳- مدل RAM

$$\sum_{r=1}^s u_r \left( \sum_{j=1}^n y_{rj} \right) + \sum_{i=1}^m v_i \left( \sum_{j=1}^n x_{ij} \right) = n \quad (17)$$

$$u_r \geq 0, \quad r = 1, \dots, s$$

$$v_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, m$$

هر دو مدل (۱۶) و (۱۷) بر پایه مدل‌های آنالیز رگرسیون با فاصله اقلیدسی می‌باشند. بطور معمول در این مدل‌ها از فواصل دیگری مثل فاصله منهتن (نرم یک) و چبیشف (نرم بی نهایت) بمنظور ایجاد اوزان مشترک استفاده می‌شود، اما هیچ تضمینی برای رتبه بندی کامل  $DMU$  ها به تصمیم‌گیرنده نمی‌دهند. مقدار  $E_j^*$  با استفاده از معادله (۱۲) و اوزان ورودی و خروجی بدست آمده بوسیله یکی از دو مدل فوق محاسبه می‌گردد و با توجه به مقادیر بدست آمده،  $DMU$  ها رتبه بندی خواهند شد.

#### ۴- یافته

#### ۴-۱- مثال عددی

در این بخش از داده‌های دانکن با تغییرات جزئی، بمنظور نشان دادن نتایج حاصل از مدل پیشنهادی استفاده شده است. تعداد علت‌های معین برابر با هفت می‌باشد. هنگامی که علت  $z$  ام با میانگین رخداد  $\lambda_j$  اتفاق می‌افتد تغییری به اندازه  $\delta_j$  در میانگین فرآیند ایجاد می‌کند که مقادیر آن‌ها در جدول (۱) ذکر شده است.

جدول ۱. داده‌های مسئله (یو و هو، ۲۰۰۶) [۴۴]

$\delta_j$	$\lambda_j$	$D_j$	$W_j$	$M_j$
۱	۰/۰۰۲۲۵	۰/۴۹۵	۴۹/۴۶	۱۴/۳۳۹
۱/۵	۰/۰۰۱۷۵	۰/۳۸۵	۳۸/۲۵	۴۲/۱۰۸
۱/۸	۰/۰۰۱۵۲	۰/۳۳۲	۳۳/۱۶	۷۲/۵۲۸
۲	۰/۰۰۱۳۶	۰/۳	۳۰	۱۰۰
۲/۲	۰/۰۰۱۲۳	۰/۲۷۱	۲۷/۱۵	۱۳۳/۵۳۲
۲/۵	۰/۰۰۱۰۶	۰/۲۳۴	۲۳/۳۶	۱۹۴/۴۷

تعدادی از واحدهای تصمیم‌گیرنده که در مدل  $DEA$  کارا ارزیابی می‌شوند دارای نمره کارایی یک هستند، پس هیچ تمایزی بین آن‌ها از لحاظ تئوری وجود ندارد. اغلب تصمیم‌گیرنده‌ها در صدد رتبه بندی کاملی از  $DMU$  ها هستند، تا بتوانند عملکرد آن‌ها را بهتر ارزیابی کنند و در جهت بهبود بیشتر پیش روند. تا به حال روش‌های مختلفی، برای رتبه بندی واحدهای کارا و ناکارا ارائه شده و مقالات زیادی در این زمینه منتشر یافته است. که هر یک از این روش‌ها دارای نقاط قوت و ضعفی می‌باشند. وانگ و همکارانش [۴۲] و [۴۳]، دو مدل برای تخمین اوزان بر پایه مدل‌های آنالیز رگرسیونی با فاصله اقلیدسی ارائه کردند که به مدل  $RAW$  معروف می‌باشد. در صورتی که فرض کنیم  $E_j^*$  مقدار کارایی برای  $n$  واحد تصمیم‌گیرنده باشد. از نظر تجزیه و تحلیل رگرسیون معادله (۱۲) می‌تواند بصورت یک معادله غیرخطی رگرسیونی باشد. بنابراین بدست آوردن مقدار کارایی هدف، واحد  $z$  ام با توجه به  $E_j^*$  دارای مطلوبیت بیشتری می‌باشد.

$$E_j^* - \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} = 0, \quad j = 1, \dots, n \quad (14)$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - E_j^* \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} = 0, \quad j = 1, \dots, n \quad (15)$$

از آنجایی که کارایی هدف، با توجه به مجموعه اوزان ورودی و خروجی مختلفی بدست می‌آید، برازش کارایی محاسبه شده بوسیله اوزان معمول (بجز مواردی با یک ورودی و یک خروجی) تقریباً غیر ممکن می‌باشد. معادلات (۱۴) و (۱۵) با ورودی و خروجی متعدد را در نظر نگرفته‌اند. بنابراین می‌توان با استفاده از معادلات (۱۶) و (۱۷) این ضعف را برطرف نمود.

$$\text{Min } Z = \sum_{j=1}^n \left( E_j^* - \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \right)^2 \quad (16)$$

گام ششم: رتبه واحدهای کارا با استفاده از روش RAM بدست می‌آید و بهترین طرح به تصمیم‌گیرنده معرفی می‌شود. مقادیر  $p_0$  و  $g$  در این مسئله به ترتیب برابر  $0/05$  و  $[0/03, 0/01]$  می‌باشد. همچنین مقادیر پارامترهای هزینه مدل دانکن در جدول (۲) بیان شده است.

جدول ۲. پارامترهای هزینه مدل دانکن (دانکن، ۱۹۷۸) [۱۶]

پارامترهای هزینه	ارزش (برحسب دلار)
$T$	۲۵
$B$	۱
$C$	۰/۱

مقادیر  $P_{uj}$ ،  $\alpha_u$  و  $ATS_{uj}$  در این مسئله به ترتیب برابر با  $[0/05, 0/01]$ ،  $[0/05, 0/09]$  و  $4$  در نظر گرفته شده است. به منظور حل این مسئله به ترتیب مراحل ذکر شده را انجام داده و جواب‌های نامغلوب تعیین می‌گردند. سپس با توجه به مقادیر مذکور و استفاده از مدل پیشنهادی، واحدهای کارا با بهره‌گیری از نرم افزار *DEA-Solver* در هر دو حالت خروجی و ورودی محور انتخاب می‌شوند. که نتایج حاصل از آن را می‌توان در جدول (۳) خلاصه نمود.

نتایج نشان می‌دهد که بطور در هر دو حالت ورودی و خروجی محور، همزمان هفت واحد تصمیم‌گیری (طرح) به عنوان واحدهای کارا انتخاب شده‌اند. حال اگر بخواهیم تنها یک طرح را به عنوان بهترین طرح به تصمیم‌گیرنده معرفی کنیم می‌توان با استفاده از اوزان  $(v_i u_r)$  بدست آمده بوسیله روش RAM و بکارگیری نرم افزار *LINGO*، طرح‌های کارا رتبه‌بندی شوند. نتایج حاصل از مقادیر اوزان  $(v_i u_r)$  با استفاده از دو روش RAM در جدول (۴) خلاصه شده است. پس از بدست آوردن اوزان ورودی و خروجی با استفاده از معادله کارایی (۱۲) طرح‌ها رتبه‌بندی می‌شوند.

#### ۴-۲- تحلیل حساسیت

در این بخش با تحلیل حساسیت پارامترهای ورودی هزینه و زمان، پایدار بودن مدل پیشنهادی مورد بررسی قرار می‌گیرد و جدول (۷) میزان تاثیر تغییرات پارامترهای ثابت مدل مثل هزینه ثابت نمونه‌گیری  $(b)$ ، هزینه متغیر نمونه‌گیری  $(c)$ ،

۳ ۰/۰۰۰۸۳ ۰/۱۸۲ ۱۸/۲ ۳۱۵/۱۴۹

روش حل مدل پیشنهادی بدین شرح می‌باشد:

گام اول: بمنظور بدست آوردن مقادیر بهینه پارامترهای طراحی با توجه به مدل طراحی شده، باید برخی از مقادیر مسئله چند هدفه (سمت راست محدودیت‌ها) تعیین و پارامترهای طراحی محدود گردد. محدوده این پارامترها برای این مدل بصورت زیر معین می‌شوند:

- اندازه نمونه بین ۱ تا ۴۰ با فاصله گامی برابر یک
- فرکانس نمونه‌گیری بین ۰/۵ تا ۶ با فاصله گامی برابر ۰/۵
- و مقدار  $d$  که بین صفر تا  $n$  با فاصله گامی برابر یک می‌باشد.

بنابراین با توجه به محدوده تعریف شده برای پارامترهای طراحی، ترکیب‌های مختلفی از آن‌ها بصورت  $(m, h, d)$  تشکیل می‌شود. هر یک از این ترکیب‌ها به عنوان یک *DMU* در نظر گرفته می‌شود. همچنین مقادیر  $P_{uj}$ ،  $\alpha_u$  و  $ATS_{uj}$  با توجه به شرایط مسئله توسط تصمیم‌گیرنده تعیین می‌گردد.

گام دوم: با استفاده از روش سفیدسازی اعداد خاکستری و ویژگی‌های آن، مدل چند هدفه جدید تشکیل می‌شود.

$$\bar{\otimes} = \theta a + (1 - \theta)b, \quad \theta \in [0, 1] \quad (18)$$

گام سوم: در این مرحله مقادیر  $P_j$ ،  $\alpha$  و  $ATS_j$  برای هر یک از ترکیب‌های تعیین شده، محاسبه می‌گردد و با توجه به محدودیت‌های تعیین شده جواب‌های موجه بدست می‌آیند. هر یک از این جواب‌های موجه با اندازه نمونه یکسان در مجموعه‌ای بنام  $Q_n$  جمع‌آوری می‌شوند.

گام چهارم: جواب نامغلوب با استفاده از روش پارتو در هر یک از  $Q_n$  ها تعیین می‌گردد. جواب نامغلوب در هر مجموعه  $Q_n$  بدین معناست که هیچ جواب دیگری را نمی‌توان در مجموعه مشابه پیدا کرد که از نظر ویژگی‌های آماری و اقتصادی بر جواب‌های دیگر غلبه کند.

گام پنجم: تمام جواب‌های بدست آمده از مرحله قبل در مجموعه‌ای بنام  $W$  جمع‌آوری می‌شوند. سپس با استفاده از *DEA* واحدهای کارا تعیین می‌گردند.



جدول ۳. نتایج حاصل از مثال حل شده با استفاده از نرم افزار *DEA-Solver* در حالت خروجی محور

<i>ARL</i>	<i>P</i>	$E_{Hc}$	<i>ATS</i>	$\alpha$	<i>H</i>	<i>d</i>	<i>n</i>	
۸۴/۵۴۷۱۳	۰/۹۲۹۶۴۲	۴/۴۵۱۵۸۷	۲/۳۲۴۱۰۵	۰/۰۱۱۸۲۸	۲/۵	۲	۲۴	<i>DMU 1</i>
۸۴/۵۴۷۱۳	۰/۹۲۹۶۴۲	۴/۴۴۵۴۰۴	۲/۷۸۸۹۲۶	۰/۰۱۱۸۲۸	۳	۲	۲۴	<i>DMU 2</i>
۷۵/۵۰۹۱۵	۰/۹۳۸۴۳۵	۴/۵۴۳۶۸۴	۲/۳۴۶۰۸۷	۰/۰۱۳۲۴۳	۲/۵	۲	۲۵	<i>DMU 3</i>
۶۷/۷۸۹۸۹	۰/۹۴۶۱۱۵	۴/۶۳۸۱۴۵	۲/۳۶۵۲۸۸	۰/۰۱۴۷۵۱	۲/۵	۲	۲۶	<i>DMU 5</i>
۶۱/۱۵۲۷۶	۰/۹۵۲۸۳	۴/۷۳۴۶۵۲	۲/۳۸۲۰۷۵	۰/۰۱۶۳۵۲	۲/۵	۲	۲۷	<i>DMU 7</i>
۹۵۶/۵۵۹۲	۰/۹۳۹۷۷۲	۵/۵۲۶۳۳۵	۳/۲۸۹۲۰۳	۰/۰۰۱۰۴۵	۳/۵	۴	۳۹	<i>DMU 36</i>
۸۵۰/۹۲۴۵	۰/۹۴۵۵۲۳	۵/۶۰۴۱۲۲	۲/۸۳۶۵۶۸	۰/۰۰۱۱۷۵	۳	۴	۴۰	<i>DMU 39</i>

جدول ۴. اوزان بدست آمده با استفاده از معادلات (۱۶) و (۱۷)

شماره معادله	با استفاده از معادله (۱۶)	با استفاده از معادله (۱۷)	مقادیر اوزان
$u_1$	۵/۶۶۰۵۳۵	۰/۴۹۰۳۲۸	
$u_2$	۰/۰۰۱۴	۰/۰۰۰۱۲۵	
$v_1$	۰/۳۲۳۶۷۹	۰/۰۲۹۶	
$v_2$	۱/۰۱۶۰۶۵	۰/۰۸۷۱	

جدول ۵. نتایج حاصل از رتبه‌بندی با استفاده از معادله (۱۶) روش *RAM*

رتبه طرح‌ها	$E_j(u)$	<i>ARL</i>	<i>p</i>	$E_{Hc}$	<i>ATS</i>	
۱	۱/۰۲۱۴۵۲	۸۴/۵۴۷۱۳	۰/۹۲۹۶۴۲	۴/۴۵۱۵۸۷	۲/۳۲۴۱۰۵	<i>DMU 1</i>
۶	۰/۹۹۲۷۳۲	۸۴/۵۴۷۱۳	۰/۹۲۹۶۴۲	۴/۴۴۵۴۰۴	۲/۷۸۸۹۲۶	<i>DMU 2</i>
۲	۱/۰۰۹۲۴۴	۷۵/۵۰۹۱۵	۰/۹۳۸۴۳۵	۴/۵۴۳۶۸۴	۲/۳۴۶۰۸۷	<i>DMU 3</i>
۵	۰/۹۹۶۴۲۱	۶۷/۷۸۹۸۹	۰/۹۴۶۱۱۵	۴/۶۳۸۱۴۵	۲/۳۶۵۲۸۸	<i>DMU 5</i>
۷	۰/۹۸۳۱۴۶	۶۱/۱۵۲۷۶	۰/۹۵۲۸۳	۴/۷۳۴۶۵۲	۲/۳۸۲۰۷۵	<i>DMU 7</i>
۳	۱/۰۰۲۹۰۰	۹۵۶/۵۵۹۲	۰/۹۳۹۷۷۲	۵/۵۲۶۳۳۵	۳/۲۸۹۲۰۳	<i>DMU 36</i>
۴	۰/۹۹۶۳۱۵	۸۵۰/۹۲۴۵	۰/۹۴۵۵۲۳	۵/۶۰۴۱۲۲	۲/۸۳۶۵۶۸	<i>DMU 39</i>

جدول ۶. نتایج حاصل از رتبه‌بندی با استفاده از معادله (۱۷) روش *RAM*

رتبه طرح‌ها	$E_j(u)$	<i>ARL</i>	<i>p</i>	$E_{Hc}$	<i>ATS</i>	
۱	۱/۰۲۰۶۸۷۰۴۷	۸۴/۵۴۷۱۳	۰/۹۲۹۶۴۲	۴/۴۵۱۵۸۷	۲/۳۲۴۱۰۵	<i>DMU 1</i>
۶	۰/۹۹۳۵۳۴۶۴۷	۸۴/۵۴۷۱۳	۰/۹۲۹۶۴۲	۴/۴۴۵۴۰۴	۲/۷۸۸۹۲۶	<i>DMU 2</i>
۲	۱/۰۰۸۳۹۷۴۰۷	۷۵/۵۰۹۱۵	۰/۹۳۸۴۳۵	۴/۵۴۳۶۸۴	۲/۳۴۶۰۸۷	<i>DMU 3</i>
۵	۰/۹۹۵۴۸۵۶۳۶	۶۷/۷۸۹۸۹	۰/۹۴۶۱۱۵	۴/۶۳۸۱۴۵	۲/۳۶۵۲۸۸	<i>DMU 5</i>
۷	۰/۹۸۲۱۱۸۷۹۳	۶۱/۱۵۲۷۶	۰/۹۵۲۸۳	۴/۷۳۴۶۵۲	۲/۳۸۲۰۷۵	<i>DMU 7</i>
۳	۱/۰۰۳۳۹۸۷۳۸	۹۵۶/۵۵۹۲	۰/۹۳۹۷۷۲	۵/۵۲۶۳۳۵	۳/۲۸۹۲۰۳	<i>DMU 36</i>
۴	۰/۹۹۵۴۶۵۰۳۹	۸۵۰/۹۲۴۵	۰/۹۴۵۵۲۳	۵/۶۰۴۱۲۲	۲/۸۳۶۵۶۸	<i>DMU 39</i>

جدول ۷. تحلیل حساسیت بر روی پارامترهای هزینه و زمان

ARL	ATS	P	$E_{Hc}$	h	d	N	مقدار تغییر	پارامتر متغیر
۸۴/۵۴۷۱۳	۱/۸۵۹۲۸۴	۰/۹۲۹۶۴۲	۴/۱۲۹۴۸۱	۲	۲	۲۴	۰/۱	b
۸۴/۵۴۷۱۳	۳/۷۱۸۵۶۸	۰/۹۲۹۶۴۲	۵/۶۱۳۶۵۹	۴	۲	۲۴	۵	
۸۴/۵۴۷۱۳	۲/۳۲۴۱۰۵	۰/۹۲۹۶۴۲	۴/۴۵۱۵۸	۲/۵	۲	۲۴	۰/۰۱	c
۸۴/۵۴۷۱۳	۳/۷۱۸۵۶۸	۰/۹۲۹۶۴۲	۷/۰۱۳۶۵۹	۴	۲	۲۴	۰/۵	
۸۴/۵۴۷۱۳	۲/۳۲۴۱۰۵	۰/۹۲۹۶۴۲	۳/۵۵۴۸۹۶	۲/۵	۲	۲۴	۰/۰۱	g
۸۴/۵۴۷۱۳	۲/۳۲۴۱۰۵	۰/۹۲۹۶۴۲	۸/۶۹۵۵۱۱	۲/۵	۲	۲۴	۰/۲۵	
۸۴/۵۴۷۱۳	۲/۳۲۴۱۰۵	۰/۹۲۹۶۴۲	۴/۳۸۳۵۴۴	۲/۵	۲	۲۴	۱۰	T
۸۴/۵۴۷۱۳	۲/۳۲۴۱۰۵	۰/۹۲۹۶۴۲	۴/۵۶۴۹۷۵	۲/۵	۲	۲۴	۵۰	

#### ۵- نتیجه گیری

هدف از این تحقیق ارائه مدل چند هدفه اقتصادی- آماری برای طراحی نمودار کنترل np در حضور چندین انحراف بادلیل در شرایط عدم قطعیت می باشد که می توان با استفاده از تحلیل پوششی داده ها و روش رتبه بندی (RAM) بر پایه آنالیز رگرسیونی بهترین طرح را از بین طرح های موجه انتخاب نمود. مدل پیشنهادی بخوبی ضعف های مدل های قبلی که بدون در نظر گرفتن انحرافات بادلیل در طراحی نمودار کنترل np ارائه شده اند را پوشش می دهد. همچنین از لحاظ ویژگی های آماری در مقایسه با مدل های مشابه بهبود یافته است و رتبه بندی دقیق تر و منطقی تر طرح های کارا از دیگر مزیت های این مدل می باشد.

تحلیل حساسیت، تاثیر پارامترهای مدل بررسی شد که با تغییر در پارامترهای هزینه ثابت و متغیر نمونه گیری، فرکانس نمونه گیری طرح های بهینه تغییر پیدا کرد. اما با تغییر پارامترهای زمان برای شناسایی و تست نمونه ها و هزینه جستجو هر هشدار، تغییر جزئی بر روی پارامترهای طراحی نمودار بوجود آمد. برای تحقیقات آتی پیشنهاد می شود که:

(۱) از الگوریتم های فرا ابتکاری بمنظور بدست آوردن جواب نامغلوب در خصوص طراحی نمودار کنترل np استفاده کرد زیرا در صورتی که بخواهیم فرکانس نمونه گیری را به بازه های کوچکتر تقسیم نماییم فضای جواب و زمان حل آن افزایش می یابد.

هزینه هر هشدار (T) و زمان برای برداشتن و بازرسی هر نمونه (g) را نشان می دهد. نتایج بدست آمده از تحلیل حساسیت این پارامترها به شرح زیر است:

۱- کاهش هزینه های ثابت و متغیر نمونه گیری منجر به کاهش فرکانس نمونه گیری و هزینه قابل انتظار در هر ساعت می شود.

۲- در صورتی که زمان برای شناسایی و تست نمونه ها تغییر پیدا کند تاثیری بر روی انتخاب پارامترهای طرح نداشته و فقط هزینه با توجه به افزایش و کاهش زمان تغییر پیدا می کند.

۳- تغییر در هزینه جستجو (T) تاثیر کمی بر روی پارامتر هزینه داشته و پارامترهای طرح بهینه بدون تغییر باقی می ماند.

در انتها برای ارزیابی مدل پیشنهادی، یک مثال عددی با توجه به داده های مدل پایه دانکن و برخی تغییرات ذکر شده و استفاده از گام های پیشنهادی حل مدل و در نظر گرفتن محدودیت های خاکستری حل گردید. با توجه به محدودیت هایی که برای پارامترهای طراحی نمودار لحاظ شده بود تعداد کل طرح های قابل بررسی در این مثال برابر با  $40 \times 12 \times 40 = 19200$  می باشد که در بین این جواب ها، ۴۰ طرح به عنوان طرح های نامغلوب و موجه انتخاب شدند. سپس با استفاده از تحلیل پوششی داده ها هفت طرح به عنوان طرح کارا معرفی شدند. در انتها نیز با استفاده از روش RAM طرح ها بطور کامل رتبه بندی گردید و طرح (۲/۵، ۲، ۲۴) به عنوان طرح برتر انتخاب شد. برای حل این مدل از نرم افزار تخصصی تحلیل پوششی داده ها DEA-Solver و نرم افزار Lingo 11 بمنظور بدست آوردن اوزان استفاده گردید. همچنین با تجزیه و

(۳) این مدل برای طراحی نمودار  $nP$  استفاده شده است که می‌توان این مدل را برای طراحی نمودارهای کنترل  $CUSUM$  و  $EWMA$  نیز استفاده نمود.

(۲) علت‌های غیرتصادفی در گروه‌های مختلف براساس میزان تاثیر (کم، متوسط و زیاد) آن‌ها بر روی میانگین تغییرات دسته‌بندی گردند و با توجه به اعداد فازی تخصیص یافته به آن‌ها، طرح بهینه انتخاب گردد.

## مراجع

- [13] Taylor J.K., & Oppermann, H.V. (1986). *Handbook for the quality assurance of metrological measurements*. National Bureau of Standards Handbook, 145.
- [14] Taylor, J.K. (1987). *Quality Assurance of Chemical Measurements*. Lewis Publishers, Chelsea, 328.
- [15] Taylor, J.K. (1990). *Statistical Techniques for Data Analysis*, Lewis Publishers, Boca Raton, FL, 1990.
- [16] Duncan, A. J. (1978). *The economic design of p-charts to maintain current control of a process: Some numerical results*. *Technometrics*, 20(3), 235-243.
- [17] Saniga, E. (1989). *Economic statistical control chart designs with an application to  $\bar{X}$  and R charts*, *Technometrics*, 31, 313-320.
- [18] Wang, R.C., Chen, C.H. (1993). *Economic statistical np-control chart designs based on fuzzy optimization*. *International Journal of Quality & Reliability Management*, 12 (1), 82-92.
- [19] Woodall, W. H. (1997). *Control Charting Based on Attribute Data: Bibliography and Review*, *Journal of Quality Technology*, 29(2), 172-183.
- [20] Montgomery, D.C. (1982). *Computer programs – economic design of an x-control chart*. *J Qual. Technol*, 14(1), 40-43.
- [21] Gibra, Isaac M. (1981). *Economic design of attribute charts for multiple assignable causes*. *Journal of Quality Technology*, 13(2), 93-99.
- [22] Lorenzen, T.J., & Vance, L.C. (1986). *The economic design of control charts: a unified approach*. *Technometrics*, 28(1), 3-10.
- [23] Woodall, W.H. (1986). *Weaknesses of the economic design of control charts*, *Techno-Metrics*, 28, 408-410.
- [24] Rahim, M.A., & Banerjee, P.K. (1993). *A generalized model for the economic design of  $\bar{X}$  control charts for production systems with*
- [1] Burr, J.T. (2005). *Elementary Statistical Quality Control*. New York. Marcel Dekker.
- [2] Shewhart, W. A. (1926). *Quality Control Charts*. *Bell System Technical Journal*, 5 (4), 593-603.
- [3] بامنی مقدم، م. (۱۳۸۴). *کنترل کیفیت آماری*، انتشارات دانشگاه پیام نور، تهران.
- [4] Kaya, İ. (2009). *A genetic algorithm approach to determine the sample size for attribute control charts*, *Information Sciences*, 179 (10), 1552-1566.
- [5] Chen, Y.K., Chang, H.H., & Chiu, F.R. (2008). *Optimization design of control charts based on minimax decision criterion and fuzzy process shifts*. *Expert Systems with Applications*, 35, 207-213.
- [6] Duncan, A. J. (1956). *The economic design of X charts used to maintain current control of a process*. *Journal of American Statistical Association*, 51, 228-242.
- [7] Duncan, A.J. (1971). *The economic design of x charts when there is a multiplicity of assignable causes*, *Journal of the American Statistical Association*, 66 (333), 107-121.
- [8] Gibra, I. N. (1971). *Economically Optimal Determination of the Parameters of  $\bar{X}$  control charts*. *Management Science*, 17, 635-646.
- [9] Gibra, I.N. (1975). *Recent development in control chart techniques*, *J. Qual. Technol.*, 7, 183-192.
- [10] Chiu, W. (1975). *Economic design of attribute control charts*. *Technometrics*, 17(1), 81-87.
- [11] Chiu, W. (1976). *Economic design of nP charts for processes subject to a multiplicity of assignable causes*, *Management Science*, 23(4), 404-411.
- [12] Govil, A.K. (1983). *Reliability Engineering*, Tata McGraw – Hill publishing company limited, New Delhi.

- [35] Najafi, E. (2014). *Efficient Selection of Design Parameters in Multi-Objective Economic-Statistical Model of Attribute C Control Chart*. *Int. J. Data Envelopment Analysis*, 2 (2), 357-367.
- [36] Amiri, A., Jafarian- Namin, S. (2015). *Evaluating multi-objective economic-statistical design of attribute C control charts for monitoring the number of non-conformities*. *International Journal of Quality Engineering and Technology*. 5(2).
- [37] Mirhoseini, S.A. (2010). *Data Envelopment Analysis, Models and Applications*, Amirkabir University of Technology Press, (Translated in Persian).
- [38] Horri, M. S., & Saeedinia, M.A. (2008). *Evaluating the Relative Efficiency and Ranking of Teaching Hospitals of Medical School in Diagnostic Departments by DEA/AHP approach*, *journal of strategic management studies- JSMS*, 40 (15), 370-388.
- [39] Safari, S. Azar, A. (2004). *Evaluation Performance of Organization Based on Quality Awards Indicators DEA Approach*, *Danehsvar Magazine*, Shahed University Press, 11(8), 1-14.
- [40] Jyoti, and Banwet, D.K., & Deshmukh, S.G. (2008). *Evaluating performance of national R & D organizations using integrated DEA-AHP technique*, *International Journal of Productivity and Performance Management*, 57(5), 370-380.
- [41] Charnes, A., Cooper, W. W. & Rhodes, E. (1978). *Measuring the efficiency of decision making units*, *European Journal of Operational Research*, 2(6), 429-444.
- [42] Wang, J., & Yang, L. (2009). *Polynomial spline confidence bands for regression curves*, *Statistical Sinica*, 19, 325-342.
- [43] Wang, J. L., Chiou, J.M., & Muller, H.G. (2015). *Review of functional data analysis*, *Annu. Rev. Statist.*, 1-41.
- [44] Yu, F.J., Hou, J.L. (2006). *Optimization of design parameters for control charts with multiple assignable cause*. *J Appl Stat* 33 (3), 279-290.
- increasing failure rate and early replacement, *Nav. Res. Logist.*, 40, 787-809.
- [25] Al-Oraini, H.A., & Rahim, M.A. (2002). *Economic statistical design of  $X^{-}$  control charts for systems with Gamma ( $\lambda$ , 2) in-control times*, *J. Comput. Ind. Eng.*, 43, 645-654.
- [26] Chen, Y. K. & Liao, H. C. (2004). *Multi-criteria design of an  $\bar{x}$  control chart*. *Computers & Industrial Engineering*. 46(4), 877-891.
- [27] Guo, R., & Dunne, T. (2006). *Grey predictive control charts*, *Communications in Statistics. Theory and Methods*, 35, 1857-1868.
- [28] Guo, R., Thoutou, S.M., & Dunne, T. (2007). *Economic design for random fuzzy variable quality control charts*. *Proceedings of the 5th International Conference on Quality and Reliability*, 5-7.
- [29] Kaya, I. (2009). *A genetic algorithm approach to determine the sample size for control charts with variables and attributes*. *Expert Systems with Applications*, 179(10), 1552-1566.
- [30] Asadzadeh, S., & Khoshalhan, F. (2009). *Multiple-objective design of an  $X^{-}$  control chart with multiple assignable causes*, *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, 43, 312-322.
- [31] Niaki, S.A., Ershadi, M.J., & Malaki, M. (2010). *Economic and economic-statistical designs of MEWMA control charts—a hybrid Taguchi loss, Markov chain, and genetic algorithm approach*. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 48 (1-4), 283-296.
- [32] Bashiri, M., Amiri, A., Doroudyan, M.H., Asgari, A. (2012). *Multi-objective genetic algorithm for economic statistical design of X control chart*. *Sciatica Iranica E*, 20(3), 909-918.
- [33] Bashiri, M., Amiri, A., Asgari, A., & Doroudian, M. H. (2012). *Multi-objective Efficient Design of np Control Chart Using Data Envelopment Analysis*. *IJE TRANSACTIONS C*, 26(6), 621-630.
- [34] Sherbaf Moghaddam, A., Amiri, A., Bashiri, M. (2014). *Multi-objective Economic-Statistical Design of Cumulative Count of Conforming Control Chart*. *IJE TRANSACTIONS A*, 27 (10), 1591-1600.

- 
- <sup>1</sup>. Shewhart , W. A.
  - <sup>2</sup>. Duncan
  - <sup>3</sup>. Markovian
  - <sup>4</sup>. Gibra, I. N.
  - <sup>5</sup>. Montgomery, D. C.
  - <sup>6</sup>. Vance
  - <sup>7</sup>. cumulative sum control chart (CUSUM)
  - <sup>8</sup>. Chiu
  - <sup>9</sup>. Govil
  - <sup>1</sup>. Taylor J.K., & Oppermann, H.V. 0
  - <sup>1</sup>. Saniga 1
  - <sup>1</sup>. Wang, R.C., Chen, C.H. 2
  - <sup>1</sup>. Woodall 3
  - <sup>1</sup>. Lorenzen, T.J., & Vance, L.C. 4
  - <sup>1</sup>. Rahim, M.A., & Banerjee, P.K. 5
  - <sup>1</sup>. Weibull 6
  - <sup>1</sup>. Al-Oraini, H.A., & Rahim, M.A. 7
  - <sup>1</sup>. Gamma failure mechanism 8
  - <sup>1</sup>. J Chen, Y. K. & Liao, H. C. 9
  - <sup>2</sup>. Guo, R., & Dunne, T. 0
  - <sup>2</sup>. Guo et al. 1
  - <sup>2</sup>. Kaya, I. 2
  - <sup>2</sup>. Multi-Objective Genetic Algorithm<sup>3</sup> for Economic Statistical (MOGAESD)
  - <sup>2</sup>. Asadzadeh, S., & Khoshalhan, F. 4
  - <sup>2</sup>. Average Time to Signal (ATS) 5
  - <sup>2</sup>. Niaki, S.A., Ershadi, M.J., & Malaki, M. 7
  - <sup>2</sup>. Bashiri et al. 7
  - <sup>2</sup>. Average Run Length (ARL) 8
  - <sup>2</sup>. Data Envelopment Analysis (DEA)<sup>9</sup>
  - <sup>3</sup>. Decision Making Unit (DMU) 0
  - <sup>3</sup>. Non-Dominated Solution (NDS) 1