

# بهینه‌سازی افزونگی با در نظر گرفتن موجودی و هزینه تولید از دست رفته

محمود شهرخی

(نویسنده مسئول) استادیار، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه کردستان\*؛ [Shahrokhi292@yahoo.com](mailto:Shahrokhi292@yahoo.com)

زهرا سبحانی

دانشجوی دکتری مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه کردستان؛ [Zahra.sobhani7@gmail.com](mailto:Zahra.sobhani7@gmail.com)

**چکیده** تخصیص افزونگی یکی از رویکردهای مهم برای افزایش قابلیت اطمینان است که توسط طراحان سیستم‌ها به کار گرفته می‌شود. در این رویکرد برای بهبود قابلیت اطمینان سیستم، قطعات یا زیرمجموعه‌های (مولفه‌های) مازادی را در سیستم در نظر می‌گیرند که در صورت خرابی مولفه‌های حساس سیستم به سرعت جایگزین آن‌ها شده و به این ترتیب از توقف عملکرد سیستم پیشگیری می‌شود. در این پژوهش مسئله تخصیص افزونگی برای سیستمی با یک مولفه با محدودیت‌های تعیین شده و با توجه به هزینه تولید از دست رفته ارائه شده است. در مسأله این مقاله، هدف کمینه کردن کل هزینه‌های سیستم است که دو استراتژی افزونه سرد و موجودی در انبار را در نظر می‌گیرد. افزونه سرد به حالتی اطلاق می‌شود که مولفه مازاد در حالت عادی زیر بار نبوده و احتمال خرابی آن تا قبل از جایگزینی قطعه خراب مستقل از زمان عملکرد سیستم است. متغیر تصمیم در این پژوهش مقادیر تعداد مؤلفه‌های افزونگی و میزان موجودی مولفه‌های یدکی در انبار است. تفاوت این دو در آن است که مولفه افزونه به سرعت و بدون تاخیر جایگزین مولفه معیوب در سیستم می‌شود و همچنین وجود آن موجب عدم توقف در هنگام نگهداری پیشگیرانه مولفه اصلی می‌شود. مدل برنامه‌ریزی ریاضی جهت رسیدن به اهداف مسأله به صورت یک مسئله مختلط غیرخطی تهیه شده است. همچنین مثالی برای سیستم بیان شده و توسط نرم‌افزار بهینه‌سازی GAMS حل شده است. در انتها نتایج حاصل از حل مدل مورد بحث و بررسی قرار گرفته است.

**کلمات کلیدی** قابلیت اطمینان، دسترسی‌پذیری، افزونگی، موجودی قطعات یدکی

## ۱- مقدمه

جایگزینی با رزرو صورت می‌گیرد. رزروها را بر حسب نوع عملکرد به سه دسته سرد، ولرم و گرم تقسیم می‌کنند. در سیستم‌های دارای رزرو گرم همه‌ی اجزای سیستم اعم از اجزای اصلی و افزونه با هم کار می‌کنند حتی اگر به تمام آن‌ها نیاز نباشد. در صورتی که جزء اصلی دچار عیب شود یکی از اجزای افزونه جایگزین آن می‌گردد. در رزرو ولرم اجزای افزونه به صورت نیمه روشن در کنار اجزای اصلی قرار داده شده و در زمان‌های مشخص با اجزای اصلی هماهنگ می‌شوند. در سیستم‌های شامل رزرو سرد اجزای افزونه همزمان با اجزای اصلی کار نمی‌کنند و تنها زمانی که یکی از اجزای اصلی از کار می‌افتد شروع به کار می‌کنند. در افزونگی غیرفعال هدف تولید

قابلیت اطمینان یکی از مباحث مهم در صنایع مختلف از جمله پالایشگاه‌ها، نیروگاه‌ها، صنایع نظامی، شیمیایی، هسته‌ای و هوایی است. دسته‌ای از سیستم‌های مورد استفاده در این صنایع به دلیل حساسیت مأموریت باید قابلیت اطمینان بالایی داشته باشند. در واقع داشتن قابلیت اطمینان بالا لازمه‌ی بسیاری از تاسیسات صنعتی است. استفاده از افزونگی یکی از روش‌های معمول برای بهبود قابلیت اطمینان سیستم‌ها است. افزونگی می‌تواند به شکل فعال، غیرفعال و یا ترکیبی از آنها باشد. در افزونگی فعال عیب قطعه در حال کار آشکار شده و سپس عمل

\*Shahrokhi292@yahoo.com

یک سیستم سری- موازی<sup>□□</sup> چند حالت<sup>□□</sup> (MSS) با سیاست تعمیر مشخص را در نظر گرفتند. آن‌ها در پژوهش خود مدلی برای بهینه کردن طراحی افزونگی با محدودیت‌های قابلیت اطمینان، هزینه‌های پیاده‌سازی و نگهداری برای سیستم‌های سری-موازی چند حالت گسترش دادند. سیستم‌های چند حالت فعالیتی بین عملکرد کامل و شکست کامل دارند. در مدل آن‌ها، سیستم شامل  $n$  گروه موازی است که به صورت سری قرار دارند. هر گروه شامل تعدادی قطعه موازی می‌باشد که دارای هزینه، عملکرد، نرخ خرابی و نرخ تعمیر مشخص می‌باشند. مشخصه پژوهش این گروه، در نظر گرفتن محدودیت برای منابع تعمیر می‌باشد که این محدودیت در پژوهش‌های قبلی لحاظ نشده است. مارسگورا<sup>□□□□</sup> و همکاران این کار را با استفاده از معیار پارتو، به صورت رویکرد چند معیاره<sup>□□</sup> گسترش دادند [۶]. شیوه حل استفاده شده در پژوهش اخیر، استفاده از الگوریتم ژنتیک بوده و از شبیه‌سازی برای تخمین کیفیت جواب‌ها استفاده شده است. فینکلستین<sup>□</sup> مدل موجودی قطعات یدکی برای سیستم‌های افزونگی با قطعات تعمیرنشده را با این فرض که قطعه یدکی اجازه دارد به اشتراک گذاشته شود، ایجاد کرد [7]. دکر و پلاسمیجر<sup>□□</sup> یک تخمین مقداری برای محاسبه هزینه‌های خرابی یک جزء در سیستم‌های پیچیده به منظور کمک به تصمیم‌گیری برای تعمیر و کنترل موجودی ایجاد کردند [8]. اسمیت دیستامبر<sup>□□</sup> و همکاران در پژوهشی به بررسی خاصیت افزونگی با انتظار سرد در سطح سیستم پرداختند [۹].

با توجه به بررسی‌های انجام شده تاکنون مطالعه‌ای برای بهینه‌سازی افزونگی با در نظر گرفتن موجودی و هزینه تولید از دست رفته توسعه داده نشده است. در این مقاله یک مدل جدید برای این حالت توسعه داده شده است.

### ۳- بیان مساله

مسئله افزایش قابلیت اطمینان مورد مطالعه در این مقاله شامل سیستمی با یک مولفه است (شکل ۱). این مولفه وقتی سالم و در حال کار است سیستم با تمام ظرفیت خود در حال تولید می‌باشد و زمانی که این مولفه خراب شود تولید متوقف می‌شود. توقف سیستم سبب می‌شود هزینه تولید از دست رفته به سیستم تحمیل شود. بنابراین لازم است سیستم قابلیت اطمینان بالایی داشته باشد تا تولید به صورت پیوسته ادامه داشته باشد و هزینه کمتری به علت تولید از دست رفته به آن تحمیل شود.

پیوسته و بدون وقفه و پوشش دادن عیوب ایجاد شده در بعضی قطعات افزونه است. سیستم مورد نظر در این مقاله از افزونگی فعال با رزرو سرد به‌عنوان رویکرد افزایش قابلیت اطمینان استفاده می‌کند. همچنین روش دیگری نیز به منظور افزایش قابلیت اطمینان سیستم در این پژوهش لحاظ شده است. این روش نگهداری موجودی در انبار است به این معنا که تعدادی قطعه زاپاس برای قطعه اصلی تهیه شده و در انبار نگهداری می‌شود تا در صورت بروز عیب در قطعه اصلی جایگزین آن گردد. هدف این پژوهش افزایش قابلیت اطمینان سیستم به گونه‌ای است که میزان تولید از دست رفته به علت معیوب شدن اجزای سیستم حداقل شود. به عبارت دیگر تولید به صورت پیوسته ادامه داشته باشد و میزان وقفه در تولید محصول حداقل باشد. به دلیل وابستگی مدل پیشنهادی به ساختار سیستم مورد نظر مدل ارائه شده متناسب با نمونه مورد بررسی توسعه داده شده است. بنابراین در این مقاله یک مدل مختلط عدد صحیح غیرخطی با هدف حداقل‌سازی مجموع هزینه‌های سیستم ارائه شده است؛ سپس این مدل با استفاده از نرم‌افزار بهینه‌سازی GAMS حل شده است. در ادامه ابتدا پیشینه پژوهش و سپس مدل پیشنهادی ارائه شده است و در آخر پس از حل مثال عددی، نتایج مورد بحث قرار گرفته اند.

### ۲- مرور ادبیات

پژوهشگران بسیاری در زمینه بهینه‌سازی سیستم‌های چندحالتی تحقیق کرده‌اند. از آن میان می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

چین چیا<sup>□</sup> یک مسئله حداکثرسازی جریان را در یک شبکه با در نظر گرفتن قابلیت اطمینان اجزاء آن حل نموده است [۱]. بی و همکارانش کارآیی سیستم را مد نظر قرار داده و یک مسئله بهینه‌سازی قابلیت اطمینان را با در نظر گرفتن سطوح مختلف قابلیت اطمینان برای هر یک از قطعات به صورتی در نظر گرفته است که کارآیی سیستم کل تابعی از میزان خرابی هر یک قطعات باشد [۲]. رویی و همکارانش همین مسئله را با توسعه یک الگوریتم بهینه‌سازی قابلیت اطمینان با در نظر گرفتن امکان تسهیم کارآیی و با هدف حداقل کردن نقش سیستم کلی بهبود داده‌اند [۳]. بسیاری از دانشمندان از توزیع‌های احتمالی و روش‌های فراابتکاری استفاده کرده‌اند. به طور مثال مرجع [۴] با در نظر گرفتن یک توزیع باینومیل همبسته<sup>□□</sup> و روش فراابتکاری شبیه‌سازی تیرید روشی را برای بهینه‌سازی افزونگی در شبکه‌های کامپیوتری ارائه کرده است. نورالفتح و ایت کدی<sup>□</sup> مسأله بهینه‌سازی ساختار یک سیستم چندحالتی، با سیاست تعمیر مشخص را در نظر گرفتند [۵]. آن‌ها مسأله بهینه‌سازی ساختار افزونگی



شکل (۱): سیستم تک مولفه ای مورد مطالعه

مدار خارج شده و اولین قطعه افزونه جایگزین آن می‌شود. (۲) اگر سیستم افزونگی نداشته باشد آنگاه تا انتهای دوره متوقف می‌شود و پس از پایان دوره قطعه خراب تعمیر می‌گردد. قابل ذکر است که موجودی در انبار زمانی نگهداری می‌شود که سیستم از تمام ظرفیت خود برای افزونگی استفاده کرده باشد. اگر اولین قطعه افزونه که جایگزین قطعه اصلی شده است نیز خراب شود قطعات افزونه بعدی به ترتیب جایگزین قطعه خراب می‌شوند. این فرایند تا زمانی که همه قطعات افزونه خراب شوند ادامه می‌یابد. پس از خرابی آخرین قطعه افزونه موجود و در صورتی که قطعه مازادی در انبار وجود داشته باشد یکی از قطعات سالم موجود در انبار جایگزین قطعه خراب می‌شوند. در صورت خرابی این قطعه مازاد نیز قطعات مازاد بعدی جایگزین می‌گردند تا زمانی که هیچ قطعه سالمی در انبار موجود نباشد. تعداد خرابی‌های هر قطعه در طول دوره از توزیع پواسون پیروی می‌کند. در واقع تخصیص افزونگی و نگهداری موجودی قابلیت اطمینان سیستم را افزایش داده و هزینه‌های ناشی از خرابی را کاهش می‌دهد. اما از طرفی نیز برخی هزینه‌ها را به سیستم تحمیل می‌کند. هدف مسئله مورد بررسی در این مقاله تعیین تعداد بهینه قطعات افزونه و قطعات زاپاس است به طوری که مجموع هزینه‌های سیستم کمینه شود. در ادامه پارامترها، متغیرهای تصمیم و تابع هدف و محدودیت‌ها با ذکر جزئیات ارائه می‌شوند.

### ۱-۳ مفروضات مساله

۱. هزینه برای یک دوره محاسبه می‌شود.
۲. با وجود حداقل یک قطعه سالم سیستم کاملاً و به حالت تمام بار کار می‌کند.
۳. قطعات در طول دوره تعمیرپذیر نیستند.
۴. قطعه اولیه و رزروها دقیقاً مشابه‌اند.
۵. در ابتدای دوره قطعه اولیه سالم و در حال کار است.
۶. قطعات افزونه و موجود در انبار افزونه سرد هستند. یعنی زیر بار قرار نداشته و بنابراین خراب نمی‌شوند مگر اینکه جایگزین قطعه اصلی شوند.
۷. حین تعمیر پیشگیرانه، قطعه‌ی انبار جایگزین قطعه اصلی نمی‌شود (به دلیل کوتاه بودن زمان تعمیر).
۸. قطعه خراب به جای قطعه سالم در انبار نگهداری می‌شود.
۹. با خراب شدن آخرین قطعه اضافه موجود، سیستم از کار می‌افتد.

روش‌های مختلفی برای افزایش قابلیت اطمینان یک سیستم وجود دارد. همانطور که پیش‌تر نیز گفته شد در این پژوهش از روش‌های افزونگی و نگهداری موجودی به منظور بهبود قابلیت اطمینان سیستم استفاده می‌شود. استفاده از افزونگی و نگهداری موجودی هزینه‌هایی را برای سیستم به همراه دارد. در واقع استفاده از افزونگی سبب می‌شود هزینه خرید قطعات افزونه به سیستم تحمیل شود. همچنین نگهداری موجودی در انبار هزینه‌های خرید قطعات زاپاس، هزینه نگهداری این قطعات در انبار و هزینه نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه را بر سیستم وارد می‌کند. علاوه بر این هزینه‌ها با توجه به اینکه افزایش قابلیت اطمینان به معنای عدم توقف سیستم نمی‌باشد و تنها احتمال وقوع توقف را کاهش می‌دهد بنابراین همچنان هزینه تولید از دست رفته وجود خواهد داشت (البته به میزان کمتر). هدف این پژوهش تعیین تعداد این قطعات است به گونه‌ای که مجموع همه هزینه‌های سیستم کمینه شود. انتخاب تعداد این قطعات می‌تواند به حالت‌های مختلفی انجام شود. در واقع سیستم می‌تواند تنها تعدادی قطعه افزونه داشته باشد یا علاوه بر قطعات افزونه تعدادی قطعه زاپاس در انبار نیز وجود داشته باشد. البته ممکن است شرایط سیستم به گونه‌ای باشد که وجود افزونگی یا موجودی سبب کاهش در هزینه‌های سیستم نشود و در نتیجه سیستم هیچ قطعه زاپاس و افزونه‌ای نداشته باشد. در این حالت هزینه‌های نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه و تولید از دست رفته به سیستم تحمیل می‌شوند. با توجه به اینکه فضای تولیدی و انبار محدود می‌باشد بنابراین میزان افزونگی و موجودی نیز محدودیت دارد. همچنین در نظر گرفتن افزونگی و قطعه زاپاس برای سیستم نیازمند سرمایه‌گذاری و صرف هزینه می‌باشد و با توجه به اینکه منابع مالی در دسترس همواره محدود هستند بنابراین میزان این سرمایه‌گذاری اولیه نیز با محدودیت مواجه است. همچنین به علت مشکلات تعمیر این قطعات تعمیر آن‌ها در طول دوره امکان‌پذیر نبوده و در صورت بروز خرابی قطعه خراب تنها می‌تواند تعویض گردد. این قطعات خراب پس از پایان دوره و در صورت امکان تعمیر می‌شوند. در ابتدای هر دوره فرض می‌شود هیچ گونه خرابی وجود ندارد و قطعه اصلی سیستم سالم بوده و در حال کار است. اگر در طول دوره قطعه اصلی خراب شود با توجه به اینکه قطعات در طول دوره قابل تعمیر نیستند چند حالت مختلف ممکن است رخ دهد. (۱) اگر سیستم دارای قطعه افزونه باشد قطعه اصلی از

## ۴- مدل سازی

هزینه نگهداری موجودی در انبار و مجموع هزینه نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه است. معادلات (۱) تا (۱۱) مدل ارائه شده در این پژوهش را نشان می‌دهد.

در این بخش مدل ارائه شده در این پژوهش توصیف می‌گردد:

متغیرها:

$$\text{Min } Z = PM + S + M + P \quad (1)$$

Subjected to:

$$PM = \begin{cases} 0 & k > 0 \\ m & k = 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$S = \min \left\{ 1, \sum T(f) P(f) \right\} * s \quad (3)$$

$$M = hl \quad (4)$$

$$P = p(k + l) \quad (5)$$

$$k \leq K \quad (6)$$

$$l \leq L \quad (7)$$

$$P(f) = \frac{\lambda^f e^{-\lambda}}{f!} \quad (8)$$

$$T(f) = \begin{cases} 0 & f = 0 \\ ft_s & 0 < f \leq k \\ kt_s + (f - k)t_c & k < f \leq k + l \\ kt_s + lt_c + \frac{k + l + 1}{\lambda} & k + l < f \end{cases} \quad (9)$$

$$l \leq C \quad (10)$$

$$P \leq B \quad (11)$$

محدودیت (۲) هزینه نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه را نشان می‌دهد. محدودیت (۳) هزینه تولید از دست رفته را نشان می‌دهد. محدودیت (۴) نشان‌دهنده هزینه نگهداری موجودی در انبار است. محدودیت (۵) بیانگر کل هزینه خرید قطعات است. محدودیت‌های (۶) و (۷) حداکثر تعداد مجاز قطعات افزونه و زاپاس را به ترتیب نشان می‌دهد. محدودیت (۸) تابع توزیع احتمال تعداد خرابی را نمایش می‌دهد. محدودیت (۹) تابع مدت زمان توقف تولید را نشان می‌دهد. محدودیت (۱۰) تضمین می‌کند موجودی انبار از ظرفیت آن بیشتر نباشد و محدودیت (۱۱) نیز تضمین می‌کند هزینه خرید قطعات از سقف بودجه در دسترس تجاوز نکند.

فرم غیرخطی این مدل به صورت زیر است:

$$\text{Min } Z = PM + S + M + P \quad (12)$$

P: هزینه خرید قطعات افزونه

S: هزینه تولید از دست رفته به ازای k قطعه افزونه و l قطعه زاپاس

M: هزینه نگهداری l قطعه در انبار

PM: هزینه نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه

k: تعداد قطعات افزونه

l: تعداد قطعات زاپاس

f: تعداد رخداد خرابی

X: متغیر باینری با مقدار ۱ اگر  $k > 0$  و صفر اگر  $k = 0$

T(f): زمان توقف تولید به ازای k قطعه افزونه و l قطعه زاپاس و f رخداد خرابی

P(f): احتمال رخداد f خرابی در طول دوره که دارای توزیع پواسون با پارامتر  $\lambda$  می‌باشد.

پارامترها:

p: هزینه خرید هر قطعه

S: هزینه تولید از دست رفته در اثر خرابی تا زمان جایگزینی بر واحد زمان

m: ضریب هزینه نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه

C: ظرفیت انبار

h: هزینه نگهداری هر قطعه در انبار در طول دوره

$t_c$ : زمان تعویض قطعه زاپاس با قطعه معیوب (بر حسب کسری از زمان دوره)

$t_s$ : زمان جایگزینی قطعه افزونه با قطعه معیوب (بر حسب کسری از زمان دوره)

$\lambda$ : نرخ خرابی

K: حداکثر تعداد قطعات افزونه

L: حداکثر موجودی در انبار

هدف مسئله عبارت‌اند از کمینه کردن کل هزینه‌های سیستم که شامل هزینه‌ی خرید کل، هزینه تولید از دست رفته، مجموع

نشریه مهندسی و مدیریت کیفیت

دارد که به منظور افزایش قابلیت اطمینان سیستم می توان تعدادی قطعه افزونه و زاپاس برای آن در نظر گرفت. به علت محدودیت فضای تولید و انبار حداکثر می توان ۳ قطعه افزونه و ۵ قطعه زاپاس به سیستم اضافه کرد. همه این قطعات از یک نوع بوده و کاملاً مشابه اند و می توانند جایگزین هم شوند و با نرخ ثابت و مشخص  $\lambda$  خراب می شوند. در واقع تعداد خرابی های رخ داده در هر دوره از توزیع پواسون با پارامتر  $\lambda$  پیروی می کند. در صورت بروز عیب در هر قطعه امکان تعمیر در طول دوره وجود ندارد و باید قطعه خراب با یک قطعه سالم تعویض گردد و یا سیستم تا پایان دوره متوقف باشد. در ابتدای دوره قطعه اولیه سالم بوده و در حال تولید است. در صورتی که موجودی در انبار نگهداری شود هزینه نگهداری تا پایان دوره محاسبه می گردد زیرا حتی پس از خروج قطعه زاپاس از انبار قطعه معیوب به جای آن در انبار تا پایان دوره نگهداری می شود. پارامترهای مربوط به این مثال در جدول (۱) نشان داده شده اند.

جدول (۱): پارامترهای مثال

value	Parameter	value	Parameter
۱۰۰۰	$c_3$	۳	N
۳	$c_5$	۵	M
6	Cap	۱۰	$c_1$
1/5	H	4	$\lambda$
0/1	$t_c$	0/01	$t_s$

این مثال با استفاده از نرم افزار بهینه سازی GAMS حل شده و نتایج حاصل در جدول (۲) نشان داده شده است. این جدول نشان می دهد مجموع هزینه های سیستم زمانی حداقل می شود که برای قطعه اصلی سه قطعه افزونه در نظر گرفته شود. در واقع سیستم از تمام ظرفیت افزونگی خود استفاده کرده است اما کاهش هزینه تولید از دست رفته حاصل از نگهداری قطعات زاپاس در انبار به اندازه ای نبوده که هزینه خرید این قطعات را توجیه کند. با توجه به اینکه در حالت بهینه موجودی در انبار نگهداری نمی شود بنابراین هزینه نگهداری نیز به سیستم تحمیل نشده است. در این حالت بخش اعظم هزینه کل مربوط به خرید قطعات افزونه است که نشان می دهد صرف هزینه برای افزایش قابلیت اطمینان سیستم سبب کاهش قابل توجه هزینه تولید از دست رفته می شود و توقفات سیستم را کاهش می دهد. این نتایج با توجه به مقادیر پارامترهای جدول (۱) برای مسئله مورد بررسی بدست آمده است. حال می خواهیم ببینیم تغییر این پارامترها چه تاثیری بر جواب بهینه دارد. در واقع اگر مقادیر هزینه ها و یا نرخ خرابی تغییر کنند

Subjected to:

$$PM = m(1 - x) \quad (13)$$

$$S = s * \min \left\{ 1, \sum_{f=1}^k f t_s P(f) + \sum_{f=k+1}^{k+l} (f - k) t_c P(f) + \max \left\{ 0, 1 - \frac{k+l+1}{\lambda} \right\} P(f) \right\} \quad (14)$$

$$M = hl \quad (15)$$

$$P = p(k + l) \quad (16)$$

$$k \leq K \quad (17)$$

$$l \leq L \quad (18)$$

$$P(f) = \frac{\lambda^f e^{-\lambda}}{f!} \quad (19)$$

$$l \leq C \quad (20)$$

$$P \leq B \quad (21)$$

$$P(f \leq k + l) = \sum_{D=0}^{n+m} \frac{\lambda^D e^{-\lambda}}{D!} \quad (22)$$

$$P(f > k + l) = 1 - P(f \leq k + l) \quad (23)$$

$$x = \min(1, k) \quad (24)$$

محدودیت های (۱۳) و (۲۴) فرم خطی محدودیت (۲) را نشان می دهند. محدودیت های (۱۴)، (۲۲) و (۲۳) معادل غیرخطی محدودیت های (۳) و (۹) هستند. سایر محدودیت ها مشابه مدل (۱) تا (۱۱) هستند.

## ۵- مثال عددی

در این بخش مدل پیشنهادی با ارائه مثالی از مقادیر عددی حل می گردد. سیستم مورد نظر در این مثال در شکل (۱) نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می شود این سیستم یک مولفه

افزونگی و موجودی می‌شود و افزایش نرخ خرابی تعداد افزونگی و موجودی را افزایش می‌دهد می‌توان گفت افزایش نرخ خرابی و در نتیجه افزایش هزینه تولید از دست رفته تاثیر بیشتری بر استراتژی بهینه داشته است. این نتیجه بیانگر اهمیت و تاثیر مدت زمان توقف سیستم و به عبارت دیگر هزینه تولید از دست رفته بر هزینه کل است.

جدول (۴): مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم‌گیری در مثال عددی با  $\lambda = 8$  و  $c_1 = 20$

variable	value	variable	value
$c_1^{nm}$	140	$c_5^n$	0
Z	263	$T_3^{nm}(D)$	0/117
$c_3^{nm}$	117	N	3
$c_4^m$	6	M	4

جدول (۵) حالت بهینه حاصل از افزایش نرخ هزینه تولید از دست رفته و کاهش نرخ خرابی را نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود میزان افزونگی کاهش یافته و سیستم تنها یک قطعه افزونه دارد. از آنجا که انتظار می‌رود افزایش نرخ هزینه تولید از دست رفته سبب افزایش افزونگی و موجودی و کاهش نرخ خرابی سبب کاهش افزونگی و موجودی شود نتیجه می‌شود نرخ خرابی تاثیر بیشتری بر جواب بهینه داشته است. در واقع با وجود افزایش در نرخ هزینه تولید از دست رفته به علت کاهش نرخ خرابی هزینه تولید از دست رفته کاهش یافته است. این نتیجه نشان می‌دهد نرخ خرابی تاثیر زیادی بر استراتژی بهینه افزونگی دارد. جدول (۶) جواب بهینه این حالت را با نرخ خرابی بیشتر و نرخ هزینه تولید از دست رفته کمتر نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود میزان افزونگی، مدت زمان توقف سیستم و تمامی هزینه‌ها نسبت به جدول (۵) بیشتر شده است. در واقع علی‌رغم کاهش نرخ هزینه تولید از دست رفته از ۲۰۰۰ به ۱۵۰۰ هزینه تولید از دست رفته افزایش داشته است که علت این افزایش، افزایش مدت زمان توقف است. همچنین تعداد افزونگی نیز بیشتر شده است که این افزایش افزونگی به معنای هزینه خرید بیشتر است. بنابراین با توجه به اینکه هزینه خرید و هزینه تولید از دست رفته افزایش یافته‌اند افزایش هزینه کل کاملاً بدیهی می‌باشد. به عبارتی با وجود کاهش نرخ هزینه تولید از دست رفته و افزایش تعداد قطعات افزونه باز هم هزینه تولید از دست رفته و هزینه کل بیشتر از حالت قبل است که نشان‌دهنده تاثیر به ازای نرخ خرابی قطعات بر هزینه‌های سیستم است. مقایسه نتایج حاصل از جدول‌های (۵)

نحوه افزونگی و میزان موجودی در انبار چه تغییری می‌کنند. از این رو نتایج بهینه حاصل با توجه به مقادیر مختلف پارامترها با استفاده از نرم افزار GAMS بدست آمده است. این نتایج در جداول (۳) تا (۱۰) نمایش داده شده‌اند. در این مقاله تاثیر پارامترها به صورت همزمان بررسی شده است یعنی در هر حالت تغییر پارامترها به گونه‌ای در نظر گرفته شده است که تغییر همزمان پارامترها تاثیرات متضادی بر نتایج دارند. جدول (۳) نتایج حاصل از افزایش همزمان قیمت خرید و نرخ هزینه تولید از دست رفته را نشان می‌دهد. همانطور که در این جدول مشاهده می‌شود تعداد قطعات افزونه و مازاد در این حالت با حالت قبل از افزایش هزینه‌ها تفاوتی ندارد اما هزینه‌های خرید و نگهداری و در نتیجه هزینه کل افزایش داشته است. در واقع می‌توان گفت افزایش همزمان قیمت‌ها و نرخ هزینه تولید از دست رفته اثر یکدیگر را خنثی کرده‌اند زیرا افزایش قیمت خرید به تنهایی سبب کاهش تعداد افزونگی و موجودی می‌شود و افزایش هزینه تولید از دست رفته سبب افزایش افزونگی و موجودی می‌شود اما افزایش همزمان آنها افزونگی و موجودی را تغییر نداده است.

جدول (۲): مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم‌گیری در مثال عددی با  $c_1 = 10$  و  $c_3 = 1000$

variable	value	variable	value
$c_1^{nm}$	30	$c_5^n$	0
Z	39	$T_3^{nm}(D)$	0/009
$c_3^{nm}$	9	N	3
$c_4^m$	0	M	0

جدول (۳): مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم‌گیری در مثال عددی با  $c_1 = 20$  و  $c_3 = 2000$

variable	value	variable	Value
$c_1^{nm}$	60	$c_5^n$	0
Z	77/9	$T_3^{nm}(D)$	0/009
$c_3^{nm}$	17/9	n	3
$c_4^m$	0	M	0

جدول (۴) اثر افزایش همزمان نرخ خرابی و قیمت خرید را نشان می‌دهد. در این حالت هم نرخ خرابی و هم قیمت خرید دو برابر شده‌اند. همانطور که مشاهده می‌شود سیستم از تمام ظرفیت افزونگی خود استفاده کرده و چهار قطعه نیز به عنوان قطعه مازاد به منظور افزایش قابلیت اطمینان سیستم برای ذخیره در انبار در نظر گرفته شده‌اند. با توجه به اینکه افزایش قیمت سبب کاهش

واقع در جدول (۸) نسبت به جدول (۷) هزینه تولید از دست رفته کاهش و هزینه خرید افزایش یافته است اما چون کاهش هزینه توقف کمتر از افزایش هزینه خرید بوده است هزینه کل سیستم افزایش داشته است. این نتیجه با توجه به اینکه نرخ خرابی در این دو جدول یکسان بوده کاملاً طبیعی و قابل پیش بینی است.

جدول (۷): مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم گیری در مثال

عددی با  $\lambda = 10$  و  $c_3 = 100$

variable	value	variable	value
$c_1^{nm}$	30	$c_5^n$	0
$z$	89/3	$T_3^{nm}(D)$	0/593
$c_3^{nm}$	59/3	$n$	3
$c_4^m$	0	$m$	0

جدول (۸): مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم گیری در مثال

عددی با  $\lambda = 10$  و  $c_3 = 200$

variable	value	variable	value
$c_1^{nm}$	70	$c_5^n$	0
$z$	120	$T_3^{nm}(D)$	0/22
$c_3^{nm}$	44	$n$	3
$c_4^m$	6	$m$	4

جدول (۹) حالتی را نشان می دهد که نرخ هزینه نگهداری و تولید از دست رفته دو برابر شده اند. در این حالت تعداد قطعه افزونه و در نتیجه هزینه خرید نسبت به حالت اولیه (جدول ۲) تغییر نکرده است. بنابراین مدت زمان توقف تولید نیز همانند حالت اولیه می باشد اما به علت افزایش نرخ هزینه تولید از دست رفته میزان این هزینه و نیز هزینه کل افزایش یافته اند. عدم تغییر میزان افزونگی و موجودی نشان می دهد افزایش نرخ هزینه نگهداری و تولید از دست رفته اثر یکدیگر را خنثی کرده اند زیرا انتظار می رود افزایش هزینه تولید از دست رفته میزان افزونگی و موجودی را افزایش دهد و افزایش هزینه نگهداری آن را کاهش دهد.

جدول (۹): مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم گیری در مثال

عددی با  $h = 3$  و  $c_3 = 2000$

Variable	value	variable	Value
$c_1^{nm}$	30	$c_5^n$	0
$Z$	47/9	$T_3^{nm}(D)$	0/009
$c_3^{nm}$	17/9	$N$	3
$c_4^m$	0	$M$	0

جدول (۱۰) نتایج مربوط به افزایش همزمان نرخ هزینه نگهداری و نرخ خرابی را نشان می دهد. همانطور که مشاهده می شود سیستم از تمام ظرفیت خود برای افزونگی و نگهداری موجودی

و (۶) با نتایج حاصل از جدول (۲) بیانگر نقش تعیین کننده نرخ خرابی قطعات بر نحوه انتخاب افزونگی هستند زیرا مشاهده می شود با وجود افزایش نرخ هزینه تولید از دست رفته و ثابت بودن سایر پارامترها کاهش نرخ خرابی قطعات هزینه ها و تعداد قطعات افزونه سیستم را کاهش داده است.

جدول (۵): مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم گیری در مثال

عددی با  $\lambda = 2$  و  $c_3 = 2000$

variable	value	variable	value
$c_1^{nm}$	10	$c_5^n$	0
$z$	14	$T_3^{nm}(D)$	0/002
$c_3^{nm}$	4	$n$	1
$c_4^m$	0	$m$	0

جدول (۶): مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم گیری در مثال

عددی با  $\lambda = 3$  و  $c_3 = 1500$

variable	value	variable	value
$c_1^{nm}$	20	$c_5^n$	0
$z$	27/9	$T_3^{nm}(D)$	0/005
$c_3^{nm}$	7/9	$n$	2
$c_4^m$	0	$m$	0

جداول (۷) و (۸) تاثیر کاهش نرخ هزینه تولید از دست رفته و افزایش نرخ خرابی را نشان می دهند. در جدول (۷) سیستم از تمام ظرفیت خود برای افزونگی استفاده کرده است اما موجودی در انبار نگهداری نمی شود. در جدول (۸) سیستم علاوه بر قطعات افزونه از موجودی انبار نیز برای افزایش قابلیت اطمینان بهره برده است. در هر دو جدول هزینه کل، هزینه تولید از دست رفته و مدت زمان توقف تولید نسبت به حالت اولیه (جدول ۲) افزایش یافته است. با توجه به کاهش قابل توجه نرخ هزینه تولید از دست رفته نسبت به حالت اولیه می توان گفت این افزایش هزینه ها و زمان توقف به علت افزایش نرخ خرابی رخ داده است. در واقع دو و نیم برابر شدن نرخ خرابی تاثیر بیشتری از ۰٫۱ و ۰٫۲ برابر شدن نرخ هزینه تولید از دست رفته داشته است. همچنین با مقایسه جداول (۷) و (۲) مشاهده می شود با میزان افزونگی یکسان مدت زمان توقف سیستم به علت تفاوت در نرخ خرابی در دو حالت دارای اختلاف بسیار زیادی است که همین اختلاف سبب تفاوت قابل توجهی در هزینه های توقف و کل سیستم شده است. از مقایسه نتایج موجود در جداول (۷) و (۸) نیز نتیجه می شود تنها افزایش نرخ هزینه تولید از دست رفته سبب افزایش قابل توجه افزونگی و نیز کاهش مدت زمان توقف سیستم می شود. در



شکل (۲): نمودار میزان افزونگی و موجودی بر حسب نرخ خرابی

### ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله یک مدل برنامه‌ریزی مختلط عدد صحیح غیرخطی برای مسئله افزایش قابلیت اطمینان سیستمی یک قطعه‌ای ارائه شده است. برای افزایش قابلیت اطمینان سیستم از رویکرد افزونگی استفاده شده است. در این پژوهش افزونگی به دو صورت قطعات افزونه سرد و قطعات زاپاس موجود در انبار در نظر گرفته شده است. هدف مدل پیشنهادی تعیین تعداد قطعات افزونه و زاپاس است به گونه‌ای که مجموع هزینه‌های ساخت و بهره‌برداری سیستم کمینه شود. هزینه‌های ساخت و بهره‌برداری سیستم شامل هزینه نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه، هزینه خرید قطعات مازاد، هزینه تولید از دست رفته و هزینه نگهداری موجودی در انبار می‌باشد. نتایج حاصل از حل مثال عددی نشان می‌دهد نرخ خرابی بیشترین تاثیر را بر میزان افزونگی دارد. در واقع می‌توان گفت کیفیت قطعات نسبت به قیمت و سایر هزینه‌های سیستم تاثیر بیشتری بر هزینه کل دارد. با توجه به اینکه هر چه نرخ خرابی قطعات بیشتر باشد مدت زمان توقف سیستم نیز بیشتر می‌شود و در نتیجه هزینه تولید از دست رفته افزایش می‌یابد نتیجه می‌شود از دست رفتن تولید هزینه قابل توجهی را به سیستم تحمیل می‌کند که در تعیین تعداد بهینه قطعات افزونه و زاپاس نقش به‌سزایی دارد. این نتیجه بیانگر اهمیت هزینه ناشی از توقف سیستم بر هزینه‌های کلی سیستم می‌باشد و نشان می‌دهد با افزایش خرابی‌ها و زمان متوقف بودن سیستم هزینه‌ها به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابند. بنابراین صرف هزینه برای خرید قطعات افزونه و مازاد کاملاً توجیه‌پذیر است. برای تحقیقات آتی می‌توان حالتی را در نظر گرفت که قطعه دارای کیفیت‌های متفاوت باشد و یا سیستم شامل تعداد بیشتری قطعه اصلی باشد. همچنین می‌توان رویکردهای دیگر افزونگی را نیز در نظر گرفت.

در انبار استفاده کرده است اما با این وجود مدت زمان توقف سیستم نسبت به حالت اولیه افزایش یافته است. این افزایش زمان توقف به دلیل افزایش نرخ خرابی رخ داده است. هزینه تولید از دست رفته نیز به علت این افزایش زمان توقف بیشتر شده است. همچنین به دلیل خرید تعداد بیشتری قطعه زاپاس هزینه خرید بیشتر از حالت اولیه می‌باشد و به علاوه هزینه نگهداری با نرخ بالاتری به سیستم تحمیل شده است. بنابراین هزینه کل نسبت به حالت اولیه افزایش قابل توجهی داشته است. بخش قابل توجه افزایش هزینه کل مربوط به هزینه تولید از دست رفته می‌باشد که از اثرات افزایش نرخ خرابی قطعات است. در واقع اگرچه افزایش نرخ هزینه نگهداری انتظار می‌رود میزان موجودی در انبار را کاهش دهد اما نرخ خرابی بالای قطعات که توقفات بیشتر را موجب می‌شود سبب افزایش موجودی در انبار شده است.

بررسی تاثیر پارامترهای مختلف بر نحوه انتخاب افزونگی نشان می‌دهد نرخ خرابی بیش از دیگر پارامترها بر میزان افزونگی و موجودی اثرگذار است. از این رو نمودار تغییرات تعداد قطعات افزونه و زاپاس و هزینه کل بر حسب نرخ خرابی به ترتیب در شکل‌های (۲) و (۳) رسم شده‌اند. همانطور که در شکل (۲) مشاهده می‌شود در نرخ‌های خرابی کمتر از پنج سیستم تنها شامل قطعات افزونه است و تعداد این قطعات یکی کمتر از نرخ خرابی آن است. این روند تا زمانی که سیستم به حداکثر ظرفیت افزونه خود برسد ادامه می‌یابد. از نرخ خرابی پنج تا ده سیستم علاوه بر استفاده از تمام ظرفیت خود برای افزونگی شامل تعدادی قطعه زاپاس (موجودی در انبار) نیز می‌باشد که تعداد این قطعات زاپاس بستگی به نرخ خرابی دارد. شکل (۳) روند تغییرات هزینه کل نسبت به نرخ خرابی را نشان می‌دهد. با توجه به شکل مشاهده می‌شود با افزایش نرخ خرابی هزینه کل افزایش می‌یابد.

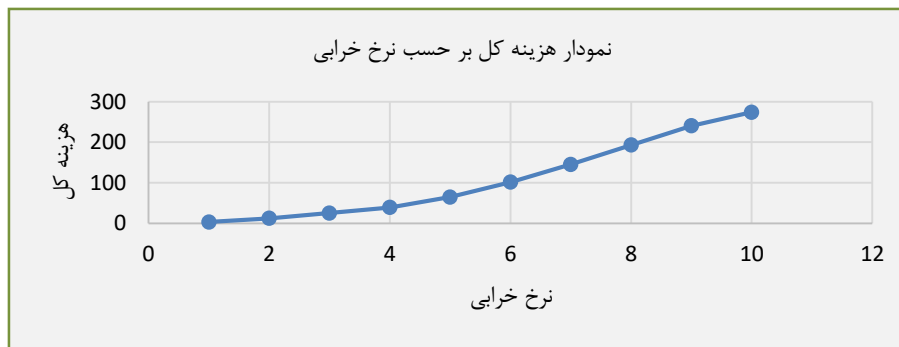
جدول (۱۰): مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم‌گیری در مثال

عددی با  $\lambda = 10$  و  $h = 3$

variable	value	variable	Value
$c_1^{nm}$	80	$c_5^n$	0
$z$	281/75	$T_3^{nm}(D)$	0/187
$c_3^{nm}$	186/75	n	3
$c_4^m$	15	m	5



Archive of SID



شکل (۳): نمودار هزینه کل بر حسب نرخ خرابی

under maintenance policies. *Reliability Engineering & System Safety*, 92, 1620–166.

[6] Marseguerra, M., Zio, E., & Podofillini, L. (2005). *Multi objective spare part allocation by means of genetic algorithms and monte-carlo simulation*. *Reliability Engineering & System Safety*, 87, 325–335.

[7] Finkelstein, M. (2009). *On systems with shared resources and optimal switching strategies*. *Reliability Engineering & System Safet*, 94, 1358–1362.

[8] Dekker, R., & Plasmeijer, R. (1997). *On the use of equipment criticality in maintenance optimization and spare parts inventory control*. *Safety and Reliability*, 3, 1709–18.

[9] deSmidt-Destombes, S. K., Elst, P. N., Barros, A. I., Mulder, H. J., & Hontelez, A.M. (2011). *A Spare parts model with cold-standby redundancy on system level*. *Computers & Operations Research*, 38, 985–991.

مراجع

[1] Chin-Chia, J., & Lai, Y.W. (2016). *Distribution and Reliability Evaluation of Max-Flow in Dynamic Multi-State Flow Networks*. *European Journal of Operational Research*.

[2] Yi, L. Y. (2016). *Reliability analysis of multi-state systems subject to failure mechanism dependence based on a combination method*. *Reliability Engineering & System Safety*, 156, 134–147.

[3] Rui, P., Xiao, H., & Liu, H. (2016). *Reliability of multi-state systems with a performance sharing group of limited size*. *Reliability Engineering & System Safety*, 166, 164-170.

[4] Cheng-Ta, Y., & Fiondella, L. (2016). *Optimal redundancy allocation to maximize multi-state computer network reliability subject to correlated failures*. *Reliability Engineering & System Safety*, 166, 138-150.

[5] Nourelfath, M., & Ait-Kadi, D. (2007). *Optimization of series-parallel multi-state systems*