

# یک روش نیم پارامتری برای بهینه‌سازی مسائل چند پاسخی: مطالعه موردی در بهبود کیفیت دستگاه تزریق پلاستیک

مهران توکلی

پژوهش‌گر آمار اجتماعی و اقتصادی، دانشگاه علامه طباطبایی

محمد بامنی مقدم

(نویسنده مسئول) استاد، دانشگاه علامه طباطبایی\*

**چکیده** بهینه‌سازی چندپاسخی که با روش رویه‌ی پاسخ انجام می‌شود، بسیار پرکاربرد است. قبل از بهینه‌سازی، نیازمند انتخاب و برازش مدل مناسب برای هر پاسخ هستیم. یک مسئله اصلی که ممکن است به دلیل برازش نادرست مدل‌ها و نرسیدن به راه‌حل‌های بهینه اتفاق بیفتد، بدمشخص‌سازی مدل است. روش مدل رگرسیونی استوار که یک روش نیم‌پارامتری برای براورد است می‌تواند از هر دو روش براورد پارامتری و ناپارامتری در مقابل بدمشخص‌سازی مدل عملکرد مناسب‌تری داشته باشد. در این پژوهش، استفاده از یک روش مدل رگرسیونی استوار برای بهبود براورد مدل پیشنهاد شده است و برازش‌های مناسب هر یک از پاسخ‌ها با یکی از روش‌های بهینه‌سازی چندپاسخی یعنی تابع مطلوبیت بررسی خواهد شد. در ادامه، یک مطالعه کاربردی برای مقایسه‌ی روش‌های پارامتری، ناپارامتری و نیم‌پارامتری ارائه می‌شود. نتیجه‌های این مطالعه نشان می‌دهند که عملکرد مدل رگرسیونی استوار، در بسیاری از موقعیت‌ها و همچنین در مرحله‌ی مدل‌سازی، از دو روش دیگر مناسب‌تر است. بنا بر این، نتیجه‌های بهینه‌سازی با مدل رگرسیونی استوار بسیار قابل اعتمادتر هستند.

**کلمات کلیدی** روش‌شناسی رویه‌ی پاسخ، بهینه‌سازی چندپاسخی، تابع مطلوبیت، روش نیم‌پارامتری، مدل رگرسیونی استوار

## ۱- مقدمه

و جیگ‌بلز [6] روش رگرسیون چندجمله‌ای موضعی را پیشنهاد دادند. ونینگ و بن [3]، فان و جیگ‌بلز [7]، اندرسون و پریویت [8]، پیکل [9]، پیکل و همکاران [10]، مثال‌هایی از کاربردهای ناپارامتری در RSM را بیان کردند. ونینگ و بن [3] از یک روش ناپارامتری برای براورد واریانس فرایند استفاده کرده‌اند. هاردل [11]، اندرسون و پریویت [8] برای روش ناپارامتری از روش‌های رگرسیون هسته (کرنل) و رگرسیون خطی موضعی استفاده کرده‌اند. مایز و بیرچ [12] روش‌های مختلف از انتخاب پهنای باند را مطرح نموده و روشی برای انتخاب پهنای باند در تابع هسته، پیشنهاد کردند.

روش‌های رگرسیونی استوار توسط اینسپورن و بیرچ [13]، مایز و همکاران [14]، رابینسون [15]، هاردل و همکاران [16] و پیکل [9] پیشنهاد شدند که این مدل ترکیب محدبی از دو روش ناپارامتری و پارامتری همراه با پارامتر آمیخته  $\lambda$  است. مایز و همکاران [14] برای این‌که برازش‌ها دارای آریبی کم‌تری نسبت به شیوه‌ی پارامتری و دارای واریانس کم‌تری از شیوه‌ی ناپارامتری

همان‌گونه که مید و پایک [1] اظهار داشته‌اند، بسیاری از ایده‌های بنیادین روش‌های رویه‌ی پاسخ (RSM) از سال‌های ۱۹۳۰ مورد استفاده و بحث بوده است. از کاربردهای روش رویه‌ی پاسخ می‌توان به تحقیق‌های باکس و ویلسون [2] در زمینه کشاورزی و مسائل صنعتی برای گردآوری داده‌ها و برازش مدل‌های آماری نام برد. طرح‌های پرکاربرد از روش‌شناسی رویه‌ی پاسخ عبارت‌اند از: طرح مرکب مرکزی و طرح باکس-بنکن که مربوط به طرح‌های استاندارد برای گردآوری و مدل‌سازی هستند. مهم‌ترین طرح از روش‌شناسی رویه‌ی پاسخ که قادر است مدل‌های مرتبه دوم را به داده‌های گردآوری شده برازش دهد، طرح مرکب مرکزی است. مدل‌سازی مدل‌های مرتبه‌ی دوم به سه روش پارامتری، ناپارامتری و نیم‌پارامتری انجام می‌شود. ونینگ و بن [3] نشان دادند که روش پارامتری ممکن است با انتخاب مدل نادرست برای داده‌ی گردآوری شده روبرو باشد، روش ناپارامتری را پیشنهاد کردند. ناداریا [4] و واتسون [5] به معرفی این روش پرداخته بودند. فان

\*Corresponding author) bamenimoghadam@atu.ac.ir

$$y = X\beta + \varepsilon \quad (3)$$

$y$  بردار  $n$  بعدی،  $X$  ماتریس  $n \times (1 + 2k + k(k-1)/2)$  و  $\beta$  بردار  $(1 + 2k + k(k-1)/2)$  بعدی از پارامترهای مجهول و  $\varepsilon$  برداری  $n$  بعدی از خطای تصادفی هستند. بنا بر این، برآورد پارامترهای مجهول و بردار پاسخ از روش کمترین توان‌های دوم معمولی ( $ols$ ) با مینیمم کردن خطاهای تصادفی ( $\varepsilon_i$ ) به دست می‌آید.

## ۲-۱- روش کمترین توان‌های دوم معمولی

این روش که از معادله‌های نرمال نتیجه می‌شود شامل واریانس ثابتی از خطاهای تصادفی است که بهترین برآوردگرهای نارایب خطی (BLUE) از  $\hat{\beta}$  را برای  $\beta$  فراهم می‌کند. بنا بر این، برآورد  $ols$  از پارامتر  $\beta$  با انتخاب کمترین مقدار از مجموع توان‌های دوم خطا (SSE)، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$SSE = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i^{ols})^2 \quad (4)$$

که در آن،  $\hat{y}_i^{ols} = x_i' \hat{\beta}$  و  $\hat{x}_i$  ردیف  $i$ ام از ماتریس  $X$  است. اگر  $\varepsilon_i$ ها از بردار خطای تصادفی به توزیع نرمال همگرا باشند، آن‌گاه برآوردگر  $ols$  معادل با برآوردگر ماکسیمم درست‌نمایی (MLE) می‌شود. به علاوه این‌که تعیین برآوردی از  $\hat{\beta}$  تحت توزیع نرمال، واریانس همه‌ی برآوردگرهای نارایب را حد اقل می‌کند، یعنی  $\hat{\beta}$  یک برآوردگر نارایب با واریانس حد اقل و به طور یکنواخت معروف به UMVUE است. بردار  $ols$  از  $\hat{\beta}$  و  $\hat{y}$  به ترتیب در زیر نشان داده شده است:

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'y \quad (5)$$

$$\hat{y}^{(ols)} = X\hat{\beta} = X(X'X)^{-1}X'y = H^{(ols)}y. \quad (6)$$

که در آن،  $H^{(ols)}$  ماتریس مربعی  $n$  بعدی و معلوم و به ماتریس تصویر یا HAT معروف است. پاسخ‌های مشاهده شده با تصویر کردن ماتریس HAT، به مقدارهای برآوردشده  $\hat{y}^{(ols)}$  تبدیل می‌شوند. معادله‌ی بالا با مقدار برازش  $\hat{y}_i$  در مکان  $\hat{x}_i$ ، به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\hat{y}_i^{(ols)} = \sum_{j=1}^n h_{ij}^{(ols)} y_j = h_i'^{(ols)} y. \quad (7)$$

که در آن،  $h_{ij}^{(ols)}$  درایه‌ی سطر  $i$ ام و ستون  $j$ ام از ماتریس  $H^{(ols)}$  و  $h_i'^{(ols)}$  نامین ردیف از  $H^{(ols)}$  هستند. در معادله‌ی  $\hat{y}_i^{(ols)}$

باشند، روش مدل رگرسیونی استوار را معرفی کردند. همچنین یک مقدار بهینه از پارامتر آمیخته را پیشنهاد دادند.

روش‌های رگرسیونی چندمتغیری و چندگانه‌ی چندمتغیری، در نوشته‌های رنچر [17] آمده است و خوری [18] بهینه‌سازی همزمان ناپارامتری را برای چندین متغیر پاسخ مطرح کرده است. سپس، ون و بیرچ [19] یک روش نیم‌پارامتری را برای بهینه‌سازی چندپاسخی ارائه دادند.

در این مقاله، به بهینه‌سازی چندین عامل با روشی نیم‌پارامتری به نام روش مدل رگرسیونی استوار می‌پردازیم. ساختار مقاله به این صورت است که ابتدا در بخش ۲ روش پارامتری و روش برآورد متغیرها و در بخش ۳ به مدل‌سازی و برآورد به روش‌های ناپارامتری می‌پردازیم. سپس در بخش ۴، روش نیم‌پارامتری را ارائه کرده و در بخش ۵ یافته‌های عددی حاصل از روش‌های پارامتری، ناپارامتری و نیم‌پارامتری را مقایسه می‌کنیم. در بخش ۶ نتیجه‌های بهینه از آزمایش ارائه می‌شود و در بخش ۷ نتیجه‌گیری آورده خواهد شد.

## ۲-۲ روش پارامتری

یک مدل چندجمله‌ای مرتبه‌ی دوم به صورت زیر است:

$$y = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_j + \sum_{j=1}^k \beta_{jj} x_j^2 + \varepsilon. \quad (1)$$

چندجمله‌ای مرتبه‌ی اول یا دوم در عمل کاربرد زیادی دارند و یک مدل مرتبه‌ی دوم کامل به صورت زیر است:

$$y = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ji} + \sum_{j=1}^k \beta_{jj} x_{ji}^2 + \sum_{j=1}^k \sum_{l=1}^k \beta_{jl} x_{ji} x_{li} + \varepsilon_i. \quad (2)$$

که در آن،  $\beta$ ها ضریب‌های رگرسیونی مجهول و  $j=1, \dots, k$  و  $l=1, \dots, k$  هستند.

برآورد رویه‌های پاسخ با مدل مرتبه‌ی دوم (۲) از مزایای طرح‌های رویه‌ی پاسخ است و چنانچه  $\beta_{jj}$ ها همگی صفر باشند، آن‌گاه مدل مرتبه‌ی دوم به مدل مرتبه‌ی اول با اثرهای متقابل تبدیل خواهد شد. اگر  $\beta_{jj}$ ها و  $\beta_{jl}$ ها صفر باشند، آن‌گاه مدل مرتبه‌ی دوم تبدیل به مدل مرتبه‌ی اول می‌شود. یک مدل مرتبه‌ی دوم با  $n$  مشاهده را می‌توان به صورت زیر نشان داد:

اگر ماتریس طرح با  $n$  تکرار به صورت  $\tilde{X}$  تعریف شود:

$$\tilde{X} = \begin{pmatrix} \tilde{x}'_1 \\ \tilde{x}'_2 \\ \vdots \\ \tilde{x}'_n \end{pmatrix}. \quad (10)$$

که در آن،  $\tilde{x}'_i = (1 \ x_{1i} \ \dots \ x_{ki})$  بردار طرح در  $i$  امین مشاهده است. در ادامه، برآورد متغیرهای پاسخ به روش LLR، در زیر آمده است:

$$\hat{y}^{(LLR)} = H^{(LLR)} y. \quad (11)$$

که در آن،  $H^{(LLR)}$  یک ماتریس HAT از LLR است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$H^{(LLR)} = \begin{pmatrix} h_1^{(LLR)} \\ h_2^{(LLR)} \\ \vdots \\ h_n^{(LLR)} \end{pmatrix}. \quad (12)$$

که در آن،  $h_i^{(LLR)} = \tilde{x}'_i (\tilde{X}' W_i \tilde{X})^{-1} \tilde{X}' W_i$  برازش‌های LLR شامل تابع وزنی هسته و وابسته به اندازه پارامتر هموارساز (پهنای باند) است که در ادامه به انتخاب و تعیین آن پرداخته می‌شود.

### ۳-۱- تعیین پارامتر هموارساز

یک پارامتر هموارساز تحت عنوان پهنای باند ( $b$ )، برای هموارسازی تابع برآورد شده و در نتیجه برآورد ضریب‌های رگرسیونی و پاسخ‌ها در تابع‌های هسته وجود دارد. اگر مقدار  $b$  خیلی کوچک باشد، منحنی دارای همواری بسیار کم و همچنین آریبی کم اما دارای واریانس بالایی است و اگر مقدار آن بزرگ باشد، منحنی داده‌ها بسیار هموار و دارای واریانس کم است اما آریبی برآوردها افزایش می‌یابد. در نتیجه، تعیین و انتخاب یک مقدار مناسب از این پارامتر بسیار ضروری است. روش‌های بسیاری برای انتخاب پهنای باند مناسب وجود دارد ولی در تمامی روش‌ها، لازم است پهنای باند طوری انتخاب شود تا مقدار میانگین توان دوم خطا، مینیمم باشد. از جمله مشتق‌های میانگین توان دوم خطا، یک روش اعتبارسنجی متقابل تاوانیده با نام مجموع توان‌های دوم خطای پیش‌بینی شده با دو بار اصلاح (\*\*PRESS) است که در سال ۲۰۰۲ توسط مایز و بیرچ برای انتخاب یک پهنای باند مناسب پیشنهاد شد. در این ارتباط، مقدار انتخابی  $b$  که با حد اقل شدن \*\*PRESS تعریف می‌شود عبارت است از:

برآورد پاسخ در مکان  $x_i$  از میانگین وزنی مشاهده‌های  $y_i$  است و وزن‌ها همان درایه‌های سطر  $i$ ام از  $H^{(ols)}$  یعنی  $h_{ij}^{(ols)}$  هستند.

### ۳- روش ناپارامتری

اگر نتوان یک رابطه‌ی دقیق تابعی بین متغیرهای ورودی و پاسخ‌ها فراهم کرد یا این‌که تابع پارامتری دقیق نباشد، در عمل استفاده از روش پارامتری نادرست است و روش ناپارامتری در انتخاب و برآورد مدل، روش انعطاف‌پذیرتری خواهد بود. مه‌یرز (۱۹۹۹) استفاده از روش رویه‌ی پاسخ ناپارامتری (NPRSM) را در ۳ مقوله پیشنهاد داده است:

۱- زمانی که تمرکز اصلی آزمایش روی بهینه‌سازی باشد نه روی برآورد پارامترها،

۲- زمانی که محقق علاقه‌ای به تشکیل تابع نداشته باشد و بیش‌تر طراحی رویه‌ی پاسخ مدنظرش است و

۳- زمانی که تابعی ناخطی از رابطه‌ی بین متغیرهای ورودی و پاسخ معرفی شود.

ساده‌ترین روش ناپارامتری همان رگرسیون هسته است که حالت‌های زیادی از آن در مقاله هاردل [11] آمده است. یک رگرسیون چندجمله‌ای موضعی (LPR) تعمیمی از رگرسیون هسته است. رگرسیون هسته برازش ثابت‌های موضعی را لحاظ می‌کند، اما LPR با برازش چندجمله‌ای موضعی که دارای وزن‌های متفاوت است، انجام می‌شود. روش چندجمله‌ای موضعی ممکن است از مرتبه‌ی اول یا بالاتر باشد اما در این مطالعه، تمرکزمان روی مرتبه‌ی اول است که به روش رگرسیون خطی موضعی (LLR) شناخته می‌شود. برازش LLR در مکان  $x_0$  به صورت زیر است:

$$\hat{y}_0^{(LLR)} = \tilde{x}'_0 (\tilde{X}' W_0 \tilde{X})^{-1} \tilde{X}' W_0 y. \quad (8)$$

که در آن،  $W_0 = h_{0j}^{(KER)}$  ماتریس قطری  $n$  بعدی است و  $h_{0j}^{(KER)}$  وزن هسته مربوط به فاصله‌ی  $x'_j$  از  $x'_0$  به‌ازای  $j = 1, \dots, n$  و  $h_{00}^{(KER)} = (1 \ x_{10} \ \dots \ x_{k0})$  هستند.

$$h_{0j}^{(KER)} = \frac{K(x_0 \text{ و } x_j)}{\sum_{j=1}^n K(x_0 \text{ و } x_j)}. \quad (9)$$

مدل پارامتری معرفی شده توسط کاربر، لحاظ نشده باشد. در نتیجه، این ساختار در مانده‌ها قرار خواهد گرفت. در ضمن، یک برازش ناپارامتری به این مانده‌ها، باقی ساختار مدل را توصیف می‌کند. همچنین پارامتر باید طوری تعیین و انتخاب شود که بتواند به درستی تأثیر مانده‌ها را در مدل مورد نظر نشان داده و تغییرپذیری خطایی که به سبب کوچک بودن اندازه‌ی نمونه یا پراکنده بودن داده‌ها نشأت گرفته شده را کاهش دهد.

یک مقدار بهینه از پارامتر  $\lambda$  توسط مایز و همکاران [14] به صورت زیر پیشنهاد شده است:

$$\hat{\lambda}_{opt} = \frac{\langle \hat{f}^{(LLR)} - y - \hat{f}^{(OLS)} \rangle}{\|\hat{f}^{(LLR)}\|^2}. \quad (15)$$

که در آن  $\hat{f}^{(OLS)}$  برآورد متغیر پاسخ از روش کم‌ترین توان دوم معمولی،  $\hat{f}^{(LLR)}$  برآورد مانده‌های ناپارامتری از روش رگرسیون خطی موضعی، علامت  $\langle 0 \rangle$  نشان‌دهنده ضرب داخلی و علامت  $\| 0 \|$  نمایانگر اندازه‌ی اقلیدسی استاندارد هستند.

برای  $m$  متغیر پاسخ که متغیر پاسخ را به‌طور جداگانه با روش رگرسیونی استوار دوم نشان می‌دهد. در این‌جا، دو پارامتر پهنای باند و پارامتر آمیختگی که به ترتیب با  $b$  و  $\lambda$  نمایش داده می‌شوند، باید به درستی تعیین شوند تا برازش مانده‌های مدل  $ols$  را پوشش دهند. رابطه‌ی تابعی صحیح برای  $m$  متغیر پاسخ از روش  $MRR2$  در زیر نمایش داده شده است:

$$(y_{10} \dots y_{m0}) = \hat{x}'_0 \beta_1 + \lambda_1 \hat{x}'_0 \beta_{1r0} \dots \hat{x}'_m \beta_m + \lambda_m \hat{x}'_0 \beta_{mr0} + (\varepsilon_{10} \dots \varepsilon_{m0}). \quad (16)$$

که در آن،  $\hat{x}'_0 = (1 \ x_{10} \ x_{20} \ \dots \ x_{q0})$  شامل یک مدل کامل مرتبه دوم،  $\beta_j$  ضرایب مربوط به مدل پارامتری از  $ols$ ،  $B_{r0} = (B_{1r0} \ B_{2r0} \ \dots \ B_{mr0})$  شامل بردار دلخواه طرح از شیوه‌ی ناپارامتری بر مانده‌های مدل پارامتری و  $\beta_{jr0}$  برآورد ضریب رگرسیونی  $LLR$  به مانده‌ی  $j$ امین پاسخ است. بردار ضریب‌های رگرسیونی  $B_{r0} = (B_{1r0} \ B_{2r0} \ \dots \ B_{mr0})$  از روش کم‌ترین توان های دوم موضعی برای هر یک از  $m$  متغیر پاسخ به صورت زیر برآورد می‌شوند:

$$\hat{B}_{r0} = (\hat{\beta}_{1r0} \ \dots \ \hat{\beta}_{mr0}) = [\hat{x}'_0 (\hat{X}' W_{1r0} \hat{X})^{-1} \hat{X}' W_{1r0} r_1 \ \dots \ \hat{x}'_0 (\hat{X}' W_{mr0} \hat{X})^{-1} \hat{X}' W_{mr0} r_m]. \quad (17)$$

که در آن،  $\Gamma_j$  به  $\Gamma_j$  برآورد  $LLR$  بر  $j$ امین مانده‌ی مدل پارامتری،  $W_{jr0}$  یک ماتریس قطری موزون برای  $\Gamma_j$  مانده در موضع  $x_0$

PRESS

$$n - \text{trace}(H^{(LLR)}) + (n - (k + 1)) \frac{SSE_{max} - SSE_b}{SSE_{max}}$$

که در آن،  $SSE_{max}$  بزرگ‌ترین مجموع توان‌های دوم خطا برای همه‌ی پهنای‌ها،  $SSE_b$  مجموع توان‌های دوم خطا برای مقدار مخصوص  $b$  و  $k$  تعداد متغیرهای ورودی است. مجموع توان‌های دوم خطای پیش‌بینی (PRESS) عبارت است از:

$$PRESS = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_{i,-i})^2. \quad (13)$$

که در آن،  $\hat{y}_{i,-i}$  نشان‌دهنده پاسخ برآورد شده با خروج  $i$ امین مشاهده از بردار است.

روش‌های پارامتری و ناپارامتری به دلیل وجود برخی محدودیت‌ها، ممکن است عملکرد مناسبی نداشته باشند. پس ترکیبی از روش‌های پارامتری و ناپارامتری را اتخاذ می‌کنیم تا بتوانیم با استفاده از هر دو دیدگاه، دقت مورد نیاز را حاصل نماییم. این‌گونه مدل‌ها که به مدل‌های نیم‌پارامتری معروف هستند، می‌توانند به‌عنوان یک ابزار قوی جایگزین نگرش‌های قبلی آمارشناسان شوند. از این‌رو، روش نیم‌پارامتری برای اصلاح آسان و دقیق‌تر برآوردها و تنظیم متغیرهای بهینه‌سازی به کار می‌روند.

#### ۴- روش مدل رگرسیونی استوار

روش نیم‌پارامتری از معایب دو شیوه‌ی قبلی اجتناب کرده و برازش مدل را با روش مدل رگرسیونی استوار (MRR) انجام می‌دهد. مدل (۱۴)، ترکیب محذبی از روش‌های ناپارامتری و پارامتری همراه با پارامتر آمیختگی  $\lambda$  تحت حالت دوم است که برازش مدل با فرض ثابت بودن واریانس خطاها انجام می‌شود.

$$\hat{y}^{(MRR2)} = \hat{x}_0 (\hat{X} X)^{-1} \hat{X} y + \lambda \hat{x}_0 (\hat{X} W_r X)^{-1} \hat{X} W_r r = h^{(OLS)} y + \lambda h_r^{(LLR)} r. \quad (14)$$

در این روش، مقدار  $\lambda$  ابزاری برای تصحیح خطا و  $\lambda \in [0, 1]$  است. در معادله‌ی (۱۴)،  $r = y - \hat{y}^{(OLS)}$  و  $h_r^{(LLR)}$   $\Gamma$  هستند.

فلسفه‌ی  $MRR2$  این است که اگر کاربر پس از بررسی داده با دانش مطالعاتی خود، بهترین مدل پارامتری را پیشنهاد دهد، ممکن است ساختاری دیگر در داده‌ها وجود داشته باشد که توسط

نشریه مهندسی و مدیریت کیفیت

را شامل می‌شوند. بنا بر این، برازش MRR2 برای هر پاسخ در موضع  $X_0$  به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \hat{y}_0^{(MRR2)} &= (\hat{y}_{10}^{(MRR2)} \dots \hat{y}_{m0}^{(MRR2)}) \\ &= (\hat{x}'_0 (X'X)^{-1} X'y_1 \\ &\quad + \hat{\lambda}'_1 \tilde{x}'_0 (\tilde{X}'W_{1r0}\tilde{X})^{-1} \tilde{X}'W_{1r0}r_1 \\ &\quad \dots \hat{x}'_0 (X'X)^{-1} X'y_m \\ &\quad + \hat{\lambda}'_m \tilde{x}'_0 (\tilde{X}'W_{mr0}\tilde{X})^{-1} \tilde{X}'W_{mr0}r_m) \\ &= (h_{10}^{(MRR2)'} y_1 \dots h_{m0}^{(MRR2)'} y_m). \end{aligned} \quad (18)$$

که در آن،

$$\begin{aligned} h_{j0}^{(MRR2)'} &= \tilde{x}'_0 (X'X)^{-1} X' \\ &\quad + \hat{\lambda}'_j \tilde{x}'_0 (\tilde{X}'W_{jr0}\tilde{X})^{-1} \tilde{X}'W_{jr0} \\ &\quad (I - X(X'X)^{-1} X'). \end{aligned} \quad (19)$$

و  $\hat{\lambda}$ ها با کمترین PRESS\*\* از مدل نیم پارامتری تعیین می‌شوند. نتیجه بهینه در بسیاری از روش‌های روبه‌ی پاسخ از فرایند بهینه‌سازی چند پاسخی با توجه به هدف محقق انجام می‌شود.

پژوهش‌گران برای یافتن نتیجه بهینه، از سه هدف (۱) هرچه کم‌تر بهتر، (۲) هرچه بیشتر بهتر و (۳) رسیدن به هدفی خاص برای متغیر(های) پاسخ، استفاده می‌کنند.

بعد از مرحله‌ی مدل‌سازی، شیوه‌های بهینه‌سازی چند پاسخی به کار گرفته می‌شوند که مقدار پیش‌بینی شده‌ی پاسخ  $\hat{y}_i$  در نقطه‌ی موضعی  $x$ ، به صورت  $i = 1 \dots m$  و  $\hat{y}_i$  برآورد می‌شود. در برآورد متغیرهای پاسخ،  $\hat{\lambda}$ آمین متغیر پاسخ از  $m$  متغیر هدف با متغیرهای ورودی ارتباط تابعی دارند. بنا بر این، اگر بدمشخص‌سازی مدل برای  $\hat{\lambda}$ آمین پاسخ وجود داشته باشد، آن‌گاه باعث گمراه کردن راه‌حل‌های بهینه‌سازی و مقدارهای بهینه خواهد شد. برای بهینه‌سازی چند پاسخی (MRO) روش‌های بسیاری وجود دارند که با یافتن یک یا چندین تنظیم بهینه‌ی قابل اجرا از متغیرهای ورودی، بهترین پاسخ‌های چندگانه را نتیجه می‌دهند. روش تابع مطلوبیت از روش‌های مناسب بهینه‌سازی چند پاسخی است که می‌تواند به راحتی هدف محقق را اجرا کند.

همانطور که گفته شد، تابع مطلوبیت هندسی یکی از مهم‌ترین روش‌های بهینه‌سازی چند پاسخی است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$D(x_0) = [d_1(\hat{y}_1(x_0)) \times d_2(\hat{y}_2(x_0)) \dots \times d_m(\hat{y}_m(x_0))]^{1/m}. \quad (20)$$

که در آن، تابع مطلوبیت  $D$  از  $m$  تابع مطلوبیت یکتای  $d_i(\hat{y}_i(x_0))$  مربوط به برآورد متغیرهای پاسخ ساخته شده است که مقدار آن در بازه‌ی صفر و یک است. توجه داشته باشید که مقدار هر تابع مطلوبیت  $d_i$  بین صفر و یک است. چنانچه حد اقل یکی از آن‌ها نزدیک یا برابر با صفر باشد، مقدار  $D$  نزدیک یا برابر با صفر می‌شود و فرایند بهینه‌سازی، با استفاده از بهینه‌سازی یک پاسخی صورت می‌گیرد.

## 5- مثال عددی

در این بخش، با ارائه یک مثال عددی به مقایسه‌ی بین سه روش مدل‌سازی می‌پردازیم.

در شرکت‌های قالب‌گیری تزریقی، درخواست محصولاتی با کیفیت بالا و در عین حال با قیمت مناسب باعث شده است تا قالب‌گیر مجبور به کنترل فرایند قالب‌گیری، شکل قطعه، مشخصات ماده قالب‌گیری و روش تغییر شکل و ... شود. دو متغیر پاسخ شناسایی شده در فرایند قالب‌گیری عبارت‌اند از: عمر قالب تزریق بر حسب تعداد قطعات سالم تولید شده، زمان چرخه‌ی قالب‌گیری در دستگاه تزریق پلاستیک بر حسب ثانیه.

عامل‌های بسیاری برای بهبود فرایند قالب‌گیری و عمر قالب تزریق مؤثرند مانند جنس فولاد به کار رفته، فشار و سرعت تزریق، زمان و سرعت خنک شدن قطعه، نوع گلوبی تزریق به کار رفته، دمای قالب تزریق، دمای مواد خام ذوب شده، درصد عناصر آلیاژی به کار رفته در فولاد و ... نام برد. به علت وجود محدودیتی که در محاسبه‌ی برخی مؤلفه‌ها، غیر قابل اندازه‌گیری بوده یا هزینه‌های گزاف و وقت زیاد را می‌طلبد، طرح آزمایش روی چند عامل مهم از متغیرهای قابل شناسایی طراحی شده است. در این مسئله سه عامل در درجه اهمیت بالاتری قرار دارند که عبارت‌اند از:

۱ - فشار تزریق در قالب: فشاری که برای پر کردن قالب مورد نیاز است، به وسیله یک سیستم هیدرولیکی کنترل می‌شود. دامنه فشار مربوط در قالب بین ۵۰۰۰ تا ۲۰۰۰۰ قابل آزمایش است.

۲ - دمای قالب تزریق: دمای سطح قالب توسط کنترل‌کننده دما با به جریان انداختن یک واسطه دمایی در قالب‌ها، چنانچه دمای فرایند بالا برود با خنک کردن، دما را به صورت خودکار به مقدار ثابتی نگه می‌دارد. کنترل‌کننده‌هایی که در دستگاه کنترل دما استفاده می‌شوند از نوع سه نقطه‌ای هستند که دارای موقعیت‌های

بیشترین عمر قالب با تعداد قطعات سالم و کمترین زمان چرخه به مرحله‌های مختلف تزریق مربوط است. بنای تحقیق صورت گرفته برای بهینه‌سازی در تولید کالا با استفاده از قالب پلاستیکی به صورت تزریق است تا با افزایش کیفیت و کاهش هزینه‌ها، شرکت گستران به عملکردش در زمینه تولید قطعات نگاهی اساسی داشته باشد. بهینه‌سازی متغیرهای پاسخ با هدف‌های بالا زمانی دست‌یافتنی است که بهترین مدل پارامتری مرتبه‌ی دوم از روش طرح مرکب مرکزی مربوط به روش رویه‌ی پاسخ برازش داده شود. برای رسیدن به بهترین سطح‌های متغیرهای ورودی در آزمایش از الگوریتم ژنتیک استفاده شده است. در جدول ۲ خلاصه‌ای از معیارهای داده‌ها نشان داده شده است.

گرم کردن، خنثی، خنک‌کننده است. این دستگاه شبه پایدار می‌تواند دمای قالب را با یک مایع خنک‌کننده تا کم‌تر از ۸۰ درجه و به وسیله یک مایع گرم‌کننده تا بیش از ۲۵۰ درجه سانتیگراد کنترل کند.

۳ - درصد کروم به کار رفته در فولاد: فولادهای به کار رفته در قالب‌های تزریق، با افزایش کروم سبب استحکام، سختی پذیری، مقاومت در خوردگی، مقاومت گرمایی و مقاومت در برابر اکسید شدن سطحی می‌شود. درصد معمول استفاده از کروم در انواع فولادها حداکثر تا ۲۰ درصد از آلیاژ است.

هدف مسئله‌ی قالب‌گیری، تعیین بیشترین طول عمر قالب و کمترین زمان برای تغییر چرخه در قالب‌گیری پلاستیکی است.

جدول ۱: داده‌های آزمایش تزریق پلاستیک تحت عامل‌های کنترلی

شماره آزمایش	فشار	دما	درصد کروم به کار رفته	طول عمر قالب	زمان تغییر چرخه
۱	۲۱۰۰۰	۱۵۰	۱۵	۲۳۵۶۸	۱۶۸۷
۲	۲۰۰۰۰	۸۰	۱۰	۲۰۵۶۸	۱۶۸۵
۳	۴۵۰۰	۱۵۰	۱۵	۲۱۵۶۹	۱۷۸۵
۴	۱۰۰۰۰	۱۵۰	۲۲	۲۱۰۵۸	۱۷۴۸
۵	۱۰۰۰۰	۲۸۰	۱۵	۱۹۵۶۵	۱۷۰۷
۶	۵۰۰۰	۸۰	۲۰	۲۵۶۹۸	۱۷۱۰
۷	۱۰۰۰۰	۱۵۰	۱۵	۲۱۵۶۲	۱۷۵۹
۸	۵۰۰۰	۲۵۰	۲۰	۱۸۶۵۵	۱۶۹۵
۹	۱۰۰۰۰	۱۵۰	۱۵	۲۴۱۱۵	۱۷۹۵
۱۰	۲۰۰۰۰	۲۵۰	۲۰	۲۵۳۴۱	۱۶۷۸
۱۱	۱۰۰۰۰	۱۵۰	۱۵	۲۴۶۲۷	۱۸۲۴
۱۲	۱۰۰۰۰	۱۵۰	۱۵	۲۴۵۶۹	۱۸۶۲
۱۳	۵۰۰۰	۸۰	۱۰	۲۳۶۵۴	۱۶۱۷
۱۴	۵۰۰۰	۲۵۰	۱۰	۱۹۸۵۴	۱۷۹۱
۱۵	۱۰۰۰۰	۱۵۰	۱۵	۲۶۵۸۲	۱۸۲۱
۱۶	۱۰۰۰۰	۱۵۰	۱۵	۲۳۶۲۶	۱۷۵۸
۱۷	۲۰۰۰۰	۲۵۰	۱۰	۱۸۴۳۳	۱۷۹۴
۱۸	۲۰۰۰۰	۸۰	۲۰	۲۵۴۶۸	۱۷۲۴
۱۹	۱۰۰۰۰	۱۵۰	۸	۲۱۵۶۹	۱۷۹۳
۲۰	۱۰۰۰۰	۷۵	۱۵	۲۴۰۰۶	۱۷۹۵

جدول ۲: اطلاع مختصری از نتیجه آزمایش‌ها

متغیرها	کم‌ترین مقدار	بیش‌ترین مقدار	میانگین	انحراف معیار
طول عمر قالب	۱۸۴۳۳	۲۶۵۸۲	۲۲۷۰۴/۳۵	۲۴۰۵/۴۳
زمان تغییر چرخه	۱۶۱۷	۱۸۶۲	۱۷۵۱/۴۰	۶۰/۰۵

5562/09	11275	۲۰۰۰۰	۵۰۰۰	فشار
63/48	158/75	۲۵۰	۸۰	دما
3/86	15	۲۰	۱۰	درصد کروم به کار رفته

### ۵-۱ - روش پارامتری

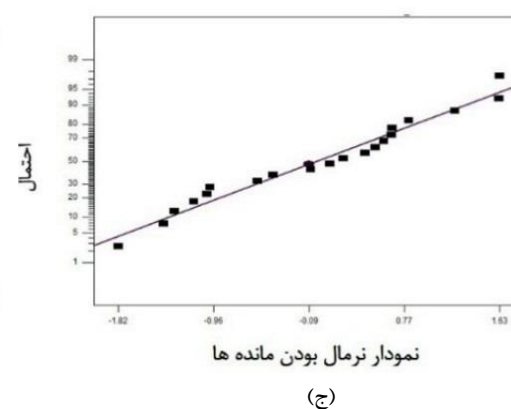
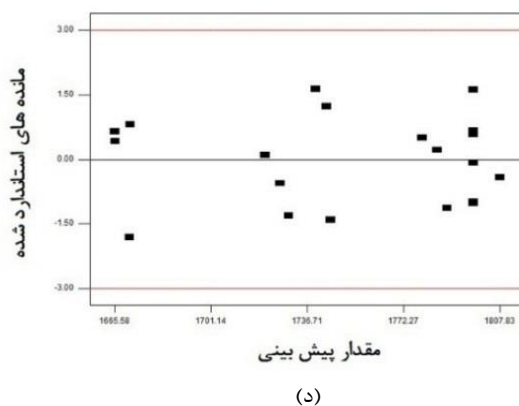
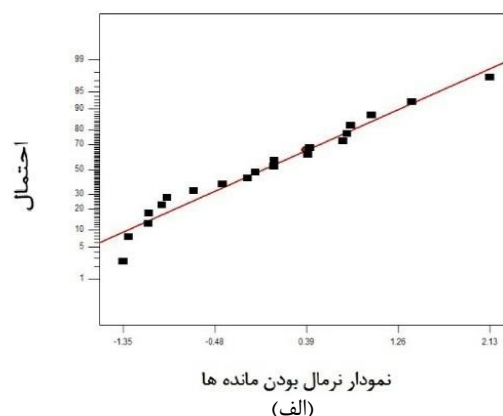
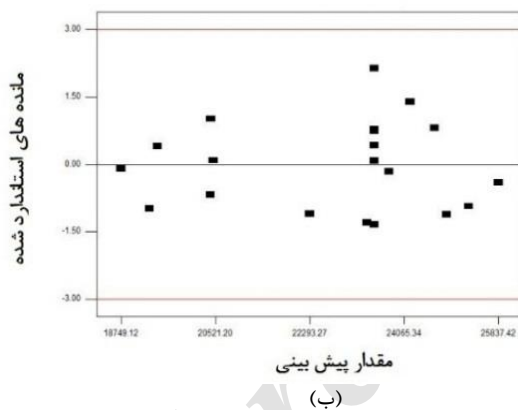
۳ - مستقل بودن مانده‌ی مشاهده‌ها.

در شکل ۱ به بررسی این پذیرها برای متغیرهای طول عمر قالب و زمان تغییر چرخه پرداخته شده است. نمودارها ممکن است کمی نگران‌کننده به نظر برسند زیرا در آن‌ها اثر ناهم‌وابستگی به دلیل وجود یک نظم خاص در نمودارها قابل استنتاج است. پس برای اطمینان پیدا کردن از پذیرهای رگرسیونی می‌توان آزمون‌های کولموگروف-اسمیرنوف و شاپیرو-ویلک، آزمون لوین و آزمون گردش را به ترتیب برای سه پذیره‌ی رگرسیونی انجام داد.

مدل پارامتری که بر داده‌های گردآوری شده از طرح مرکب مرکزی با نرم‌افزار دیزاین اکسپرت برازش شده را در زیر مورد بررسی قرار می‌دهیم. برای برازش مدل رگرسیونی باید پذیره‌های زیر تأیید شوند:

۱ - نرمال بودن مانده‌ها،

۲ - ثابت بودن واریانس مانده‌ها و



شکل ۱: نمودارهای بررسی نرمال بودن و تصادفی بودن مانده‌ها از دو متغیر پاسخ طول عمر قالب و زمان تغییر چرخه

Archive of SID



جدول ۳: آزمون‌های بررسی پذیره‌های رگرسیونی برای مانده‌ها

لویین			شاپیرو-ویلک			کلموگروف-اسمیرنوف			آزمون‌ها
درجه	درجه	آماره	درجه	آماره	درجه	آماره	آماره	متغیرهای پاسخ	
پی-مقدار	آزادی ۲	آزادی ۱	پی-مقدار	آزادی	پی-مقدار	آزادی	پی-مقدار		
۰/۶۶۹	۱۵	۲	۰/۴۱۳	۲۰	۰/۹۴۴	۲۰	۰/۱۸۷	طول عمر قالب	
۰/۲۰۴	۱۵	۲	۱/۷۷۲	۲۰	۰/۹۶۲	۲۰	۰/۱۵۷	زمان تغییر چرخه	

جدول ۴: آزمون گردش

تکرار گام‌ها	طول عمر قالب	زمان تغییر چرخه
مقدار آزمون	۲۲۷۰۴/۳۵	۱۷۵۱/۴
مقدار آزمون < نمونه‌ها	۹	۹
مقدار آزمون < نمونه‌ها	۱۱	۱۱
مجموع نمونه‌ها	۲۰	۲۰
تعداد اجراها	۱۱	۱۲
آماره Z	۰	۰/۲۷۹
پی-مقدار	۱	۰/۷۸۱

جدول ۵: تحلیل واریانس برای طول عمر قالب

اثرها	توان‌های دوم (SS)	درجه آزادی (df)	میانگین توان‌های دوم (MS)	آماره F	پی-مقدار
مدل	۸۵۹/۲۵۵	۶	۱۴۳/۲۰۹۲	۶/۲۴۸۱۵	۰/۰۰۲۸
فشار (A)	۱۵/۵۲۵۸	۱	۱۵/۵۲۵۸	۰/۶۷۷۳۸	۰/۴۲۵۳
دما (B)	۳۰۳/۱۹۰۶	۱	۳۰۳/۱۹۰۶	۱۳/۲۲۸۱	۰/۰۰۳۱
درصد کروم (C)	۱۵۹/۵۴۰۲	۱	۱۵۹/۵۴۰۲	۶/۹۶۰۶۷	۰/۰۲۰۵
AB	۹۲/۸۶۵۳	۱	۹۲/۸۶۵۳	۴/۰۵۱۶۷	۰/۰۶۵۳
AC	۱۸۸/۷۳۰۸	۱	۱۸۸/۷۳۰۸	۸/۲۳۴۲۴	۰/۰۱۳۲
C <sup>2</sup>	۱۰۱/۸۰۱۴	۱	۱۰۱/۸۰۱۴	۴/۴۴۱۵۵	۰/۰۵۵۱
مانده‌ها	۲۹۷/۹۶۳۲	۱۳	۲۲/۹۲۰۲		
عدم برازش	۱۶۵/۱۰۵۲	۸	۲۰/۶۳۸۱	۰/۷۷۶۷	۰/۶۴۳۲
خطای برازش	۱۳۲/۸۵۷۹	۵	۲۶/۵۷۱۵		
کل	۲۰۱۸/۸۷۳	۱۹			

جدول ۶: تحلیل واریانس برای زمان تغییر چرخه

پی-مقدار	آماره F	میانگین توان‌های دوم (MS)	درجه آزادی (df)	توان‌های دوم (SS)	اثرها
۰/۰۰۹۶	۴/۶۶۷۳	۸۲/۱۰۱	۶	۴۹۲/۶۰۸	مدل
۰/۸۳۷۱	۰/۰۴۴۱	۰/۷۷۵	۱	۰/۷۷۵	فشار (A)
۰/۲۸۲۸	۱/۲۵۵۵	۲۲/۰۸۴	۱	۲۲/۰۸۴	دما (B)
۰/۲۵۶۷	۱/۴۰۷۲	۲۴/۷۵۴	۱	۲۴/۷۵۴	درصد کروم (C)
۰/۰۱۳۴	۸/۱۸۷۹	۱۴۴/۰۳۱	۱	۱۴۴/۰۳۱	BC
۰/۰۲۷۸	۶/۱۳۱۵	۱۰۷/۸۵۸	۱	۱۰۷/۸۵۸	A <sup>2</sup>
۰/۰۴۳۱	۵/۰۲۸۸	۸۸/۴۵۹	۱	۸۸/۴۵۹	B <sup>2</sup>
		۱۷/۵۹۰۷	۱۳	۲۲۸/۶۸	مانده‌ها
۰/۴۷۸۷	۱/۱۰۳۱	۱۸/۲۴۶۴	۸	۱۴۵/۹۷۲	عدم برازش
		۱۶/۵۴۱۶	۵	۸۲/۷۰۸۳	خطای برازش
			۱۹	۱۱۰۹/۲۵۶	کل

در جدول‌های ۵ و ۶، تحلیل واریانس هر یک از متغیرهای پاسخ را مشاهده می‌کنید که مدل‌های رگرسیونی پارامتری با عامل‌های ورودی و برآورد ضریب‌های رگرسیونی از روش *ols* به دست آمده‌اند. در جدول ۷ مقدار مطلوبیت انفرادی برای هر یک از متغیرهای طول عمر قالب و زمان تغییر چرخه حاصل شده است که با ضرب هندسی آن به مقدار مطلوبیت ۰/۷۹ می‌رسد. در ضمن آماره‌های *mse* و *PRESS\*\** هم مقدارهای کوچکی دارند که برای مقایسه روش‌های مدل‌سازی، مورد استفاده هستند. مدل‌هایی که در زیر به دست آمده‌اند از برآورد یک مدل مرتبه دوم به هر یک از متغیرهای پاسخ طول عمر قالب و زمان تغییر چرخه مربوط می‌شوند:

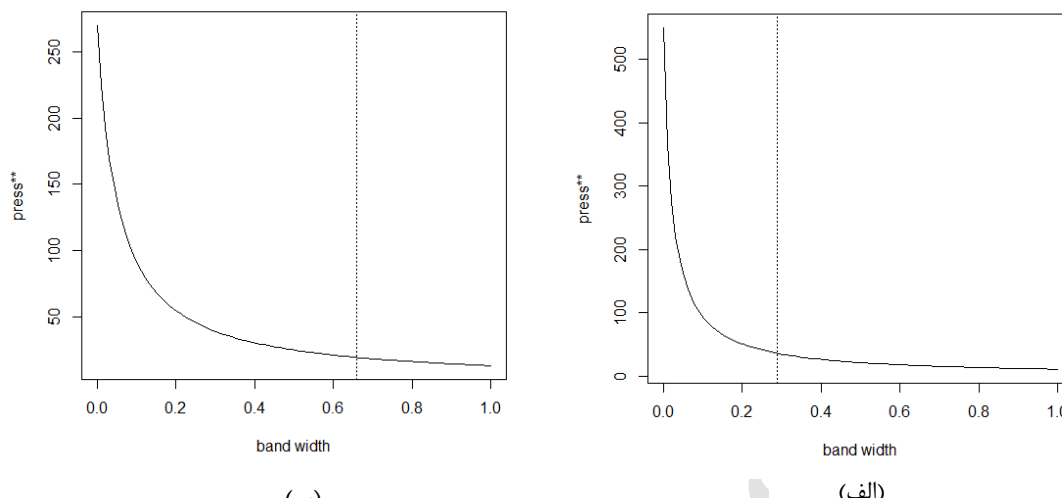
$$y_2 = 1271/757 + 0/024 A + 3/5651 B + 13/5002 C - 0/0993 BC - 9/73256 \times 10^{-7} A^2 - 5/7698 \times 10^{-3} B^2. \quad (22)$$

در جدول ۴ از آزمون گردش برای تصادفی بودن آزمایش‌ها استفاده شده است و بیانگر تایید تصادفی بودن آزمایش مواد با پی‌مقدار ۰/۷۸۱ است. در شکل ۱ نمودارهای (الف) و (ج) نرمال بودن مانده‌های مدل رگرسیونی خطی را با کمی تردید نشان می‌دهند اما در جدول ۳ و ۴ آزمون‌های کولموگروف-اسمیرنوف و شاپیرو-ویلک با قاطعیت فرض نرمال بودن را برای متغیرهای طول عمر قالب و زمان تغییر چرخه تایید می‌کنند. در شکل ۱ نمودارهای (ب) و (د) ممکن است اثرهای ناهم‌واریانسی وجود داشته باشد اما همانطور که در آزمون لوین از جدول ۳ مشاهده می‌کنید، هم‌واریانسی مشاهده‌های آزمایش تایید شده‌اند. پس با تصادفی و نرمال بودن مانده‌ها، فرض استقلال هم برقرار می‌شود.

$$y_1 = 23502/9571 - 0/8268 A - 40/2442 B + 1040/7956 C + 1/6586 \times 10^{-3} AB + 0/0402 AC - 43/6767 C^2. \quad (21)$$

جدول ۷: نتیجه‌های برآورد و معیارهای بهینه‌سازی از روش پارامتری

d	PRESS**	R <sup>2</sup> <sub>adj</sub>	R <sup>2</sup>	میانگین توان‌های دوم خطا (MSE)	مقدار برآورد	متغیر پاسخ
۰/۸۵	۳۹/۵۴۶۵	۰/۶۲	۰/۷۴	۲۹/۹۲۰۲	۲۵۳۸۰/۲۸	طول عمر قالب
۰/۷۳	۲۹/۴۸	۰/۵۳	۰/۶۸	۱۷/۵۹۰۷	۱۶۸۰/۹۵	زمان تغییر چرخه



شکل ۳: نمودار تعیین پهنای باند برای روش ناپارامتری

## ۵-۲- روش ناپارامتری

متغیرهای پاسخ طول عمر قالب و زمان تغییر چرخه، جدول ۹ مدل نیم‌پارامتری با  $\lambda$  و جواب‌های بهینه را نشان می‌دهد. دلیل انتخاب  $\lambda = 1$  در جدول ۹ برای هر دو متغیر طول عمر قالب و زمان تغییر چرخه این است که ابعاد متغیرهای مدل، زیاد هستند و همچنین مدل پارامتری با بدمشخص‌سازی همراه بوده است. البته مقدار بزرگ  $\lambda$  برای توضیح بیش‌تر قسمت ناپارامتری بر مانده‌های مدل پارامتری مناسب است و در مثال شبیه‌سازی که شاه و همکاران [20] ارائه داده‌اند به بررسی تعیین این پارامتر با بیش‌ترین مقدار از متوسط مطلوبیت و کم‌ترین زیان توان دوم خطاها پرداخته شده است. همچنین مقدار پهنای باند مناسب برای متغیرهای پاسخ در نمودارهای شکل ۴ نشان داده شده است. در جدول ۹ مقدارهای مطلوبیت انفرادی برای هر پاسخ به دست آمده‌اند و مطلوبیت روش MRR2 برابر  $0/88$  است که در مقایسه با دو روش قبل، بیش‌تر است. همچنین معیار  $PRESS^{**}$  مدل هم دارای مقدار کم‌تری از روش‌های پارامتری و ناپارامتری است.

نمودارهای شکل ۳ مربوط به تعیین پهنای باند برای هموارسازی هر یک از متغیرهای پاسخ هستند که با توجه به گام‌های گفته شده با رسیدن به بهترین مقدار، در مناسب‌ترین و کم‌ترین مقدار از  $PRESS^{**}$  به دست آمده‌اند. پاسخ‌های مدل ناپارامتری از روش LLR برآورد شده‌اند و  $b$  با مینیمم کردن  $PRESS^{**}$  از تابع مطلوبیت بهینه به کمک الگوریتم ژنتیک، تعیین شده است. در جدول ۸ برآوردها به روش LLR با پهنای باند مناسب و مقدار مطلوبیت  $0/7$  نتیجه شده است که پیشنهاد می‌شود از این روش، تنها برای هموارسازی استفاده شود تا در روش‌های نیم‌پارامتری به کار می‌رود.

## ۵-۳- روش نیم‌پارامتری

با توجه به بخش پارامتری و ناپارامتری از برازش‌های مدل برای

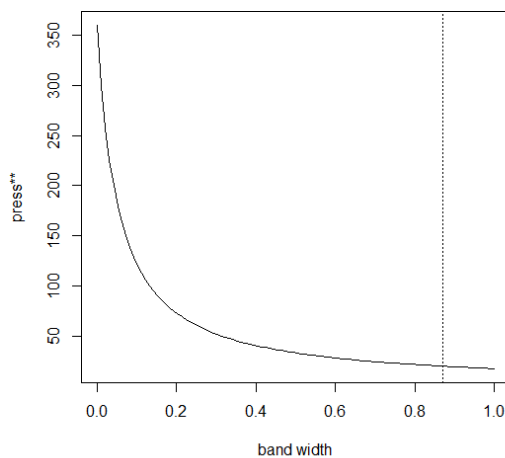
جدول ۸: نتیجه‌های برآورد و معیارهای بهینه‌سازی از روش ناپارامتری

$d$	PRESS**	$R^2_{adj}$	$R^2$	میانگین توان‌های دوم خطا (MSE)	مقدار برآورد	پهنای باند	متغیرهای پاسخ
۰/۷۸۶	۵۵/۶۵۲۳	۰/۵۱	۰/۵۴	۴۵/۶۹۸	۲۴۲۳۶/۵۶	۰/۲۸۹	طول عمر قالب
۰/۶۳۱	۳۴/۵۲	۰/۶۱	۰/۶۸	۲۵/۴۶	۱۷۵۲/۶	۰/۶۵۸	زمان تغییر چرخه

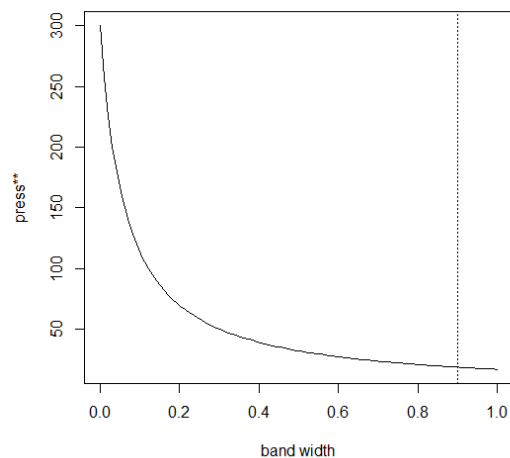
جدول ۹: نتیجه‌های برآورد و معیارهای بهینه‌سازی از روش نیم پارامتری

$d$	PRESS**	$R^2_{adj}$	$R^2$	میانگین توان‌های دوم خطا (MSE)	مقدار برآورد	پهنای باند	پارامتر آمیخته	متغیرهای پاسخ
۰/۹۵	۳۷/۵۶	۰/۸۵	۰/۸۹	۲۲/۵۵	۲۶۵۴۵/۸	۰/۹	۱	طول عمر قالب
۰/۸۳	۲۸/۶۹	۰/۶۲	۰/۶۸	۱۷/۵۲	۱۶۵۹/۵	۰/۸۷	۱	زمان تغییر چرخه

شکل ۴: نمودار تعیین پهنای باند برای روش نیم پارامتری



(ب)



(الف)

## ۶- نتیجه‌ی بهینه‌سازی

## سپاس‌گزاری

این پژوهش با حمایت معنوی و مالی معاونت محترم پژوهشی دانشگاه علامه طباطبایی از هسته پژوهشی کیفیت انجام پذیرفته است.

## مراجع

- [1] Mead, R., & Pike, D. J. (1975), *A Review of Response Surface Methodology from a Biometric Viewpoint*, *Biometrics*, 31(4), 803-851.
- [2] Box, G. E. P. & Wilson, K. B. (1951), *On the Experimental Attainment of Optimum conditions*, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Methodological)*, 13(1), 1-15.
- [3] Vining, G. G., & Bohn, L. L. (1998), *Response Surfaces for the Mean and Variance Using a Nonparametric Approach*, *Journal of Quality Technology*, 30, 282-291.
- [4] Nadaraya, E. (1964), *On Estimating Regression, Theory of Probability and Its Applications*, 9, 141-142.
- [5] Watson, G. (1964), *Smoothing Regression Analysis*, *Sankhya, Series A26*, 359-372.
- [6] Fan, J., & Gijbels, I. (1996), *Local Polynomial Modeling and Its Applications*, *Chapman and Hall, London*.
- [7] Fan, J. & Gijbels, I. (2000), *Local polynomial fitting*, In: Schimek, M.G. (Ed.), *Smoothing and Regression: Approaches, Computation, and Application*, Wiley, New York, 229-276.
- [8] Anderson-Cook, C. M., & Prewitt, K. (2005), *Parametric Methods for Modeling Data from Response Surface Designs*, *Journal of Modern Applied Statistical Methods*, 4, 106-119.
- [9] Pickle, S. M. (2006), *Semiparametric Techniques for Response Surface Methodology Ph.D. Dissertation. Department of Statistics, Virginia Polytechnic Institute State University Blacksburg, VA*.
- [10] Pickle, S. M., & Robinson, T. J., & Birch, J. B. & Anderson-Cook, C. M. (2006), *A SemiParametric Approach to Robust Parameter Design*, *Journal of Statistical Planning and Inference*.

استفاده از طرح‌های RSM موجب می‌شود تا سطح‌های اولیه از مواد برای بهینه کردن کالای تولیدی بدست آید و به کمک روش الگوریتم ژنتیک مقدار دقیق عددی آن را یافت. سپس با روش‌های متفاوت، مدل‌سازی در سطح‌های مناسبی با مطلوبیت انفرادی و هندسی D نتیجه می‌شود. این سطح‌ها به عنوان مطلوب‌ترین مقدارها از متغیرهای ورودی در شرکت قالب‌سازان گستران برای افزایش طول عمر قالب و کاهش چرخه قالب‌سازی تزریقی پلاستیک بهتر است تا به کار گرفته شوند.

در زیر به ارائه‌ی سطح‌ها و میزان مطلوبیت روش‌های مدل‌سازی و برآورد برای تعیین بهترین عملکرد متغیرهای ورودی یعنی فشار، دما و درصد کروم به کار رفته برای متغیرهای طول عمر قالب و مدت زمان تغییر چرخه، پرداخته شده است:

$$x_1 = 5000 \text{ و } x_2 = 80 \text{ و } x_3 = 11/79 \text{ و } \hat{y}_1 = 25380/28 \text{ و } \hat{y}_2 = 1680/95 \text{ و } D = 0/79 .$$

$$x_1 = 10000 \text{ و } x_2 = 100 \text{ و } x_3 = 12/2 \text{ و } \hat{y}_1 = 24236/56 \text{ و } \hat{y}_2 = 1752/6 \text{ و } D = 0/70 .$$

$$x_1 = 5000 \text{ و } x_2 = 100 \text{ و } x_3 = 13/26 \text{ و } \hat{y}_1 = 26545/8 \text{ و } \hat{y}_2 = 1659/5 \text{ و } D = 0/88 .$$

## ۷- نتیجه‌گیری

استفاده از روشی که بتواند میزان مواد مصرفی برای تولید کالایی را که قبل از قرار گرفتن در مرحله ساخت، بهینه کند موجب افزایش کیفیت با هزینه کمتر می‌شود. استفاده از روش نیم‌پارامتری کمک می‌کند تا بیش‌ترین همگرایی را در رسیدن به مقدار مطلوب داشته باشیم و آنچه را که در مدل پارامتری نتوانسته بودیم به مدلی رگرسیونی تبدیل کنیم، با مدلی ناپارامتری تخمین بزنیم تا از خطای برآورد و ترکیب مواد و عامل‌ها بکاهیم. همانطور که به سطح‌ها و میزان مطلوبیت روش‌های بهینه‌سازی نگاه می‌کنید گویای آن است که روش مدل رگرسیونی استوار، عملکرد مناسب‌تری نسبت به دو روش دیگر دارد و سطح‌های مناسب‌تر با بازدهی بیش‌تر را ارائه داده است.

نشریه مهندسی و مدیریت کیفیت

جلد ۷- شماره ۱- بهار ۱۳۹۶

- [16] Hardle, W., & Muller, M., & Sperlich, S. & Werwatz, A. (2004), *Nonparametric and Semiparametric Models*, Springer, Berlin.
- [17] Rencher, A. C. (2002), *Method of multivariate analysis*, John Wiley and Sons, Inc., New York.
- [18] Khuri, A. I. (1996). *Simultaneous Optimization of Multiple Responses Represented by Polynomial Regression Functions*, *Technometrics*, 23, 363-375.
- [19] Wan, W. & Birch, J. B. (2011), *A Semiparametric Technique for the Multi-response Optimization Problem*, *Journal of Quality and Reliability Engineering International*, 27, 47-59.
- [20] Shah, K. H. & Montgomery, D. C. & Carlyle, W. M. (2004), *Response Surface Modeling and Optimization in Multiresponse Experiments Using Seemingly Unrelated Regressions*, *Quality Engineering*, 16(3), 387-397.
- [11] Hardle, W. (1990), *Applied Nonparametric Regression*, Cambridge Univ, Press, London.
- [12] Mays, J. E. & Birch, J. B. (1998), *Smoothing Considerations in Nonparametric and Semiparametric Regression*, *Technical Report Number 98-2*, Department of Statistics, Virginia Polytechnic Institute State University, Blacksburg, VA.
- [13] Einsporn, R. & Birch, J. B. (1993), *Model Robust Regression: Using Nonparametric Regression to Improve Parametric Regression Analysis*, *Technical Report 93-5*. Department of Statistics, Virginia Polytechnic Institute State University, Blacksburg, VA.
- [14] Mays, J. E., & Birch, J. B. & Starnes, B.A. (2001), *Model Robust Regression: Combining Parametric, Nonparametric, and Semiparametric Methods*, *Journal of Nonparametric Statistics*, 13, 245-277.
- [15] Robinson, P. M. (1988), *Root-N-Consistent Semiparametric Regression*, *Econometrica*, 56, 931-954.