

ارائه یک مدل نوین بهینه‌سازی مبتنی بر شبیه‌سازی جهت یکپارچه‌سازی تصمیمات مربوط به محصولات تحت وارانتی و از وارانتی خارج شده

محسن افصحی

دکتری مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران، m.afsahi@modares.ac.ir

علی حسین زاده کاشان

دانشیار، دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران*

بختیار استادی

استادیار، دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران، Bostadi@modares.ac.ir

چکیده در بازار رقابتی امروز، بسیاری از محصولات تحت وارانتی پایه به فروش می‌رسند و تولیدکنندگان به منظور افزایش حاشیه سود و رضایت مشتریان بعد از اتمام وارانتی پایه، تولیدکنندگان تمدید وارانتی را با قیمت و زمانی مشخص به مشتریان ارائه می‌کنند. در این تحقیق هدف بهینه‌سازی سود تولیدکننده با تعیین مقادیر بهینه قیمت محصول، طول دوره وارانتی پایه، طول تمدید وارانتی، سطح تعمیر در تعمیر ناقص و میزان تولید قطعات یدکی (برای تقاضای محصولات تحت وارانتی پایه، تمدید وارانتی و از وارانتی خارج شده) است. برای مدل سازی هر چه بهتر شرایط واقعی، فرض بر این است که محصول با سه نوع تعمیر کمینه، ناقص و کامل در زمان خرابی می‌تواند مورد تعمیر قرار گیرد و درصد محصولاتی که هر بار تحت هر تعمیر قرار می‌گیرند نیز به عنوان متغیر تصمیم لحاظ شده‌اند. تابع پایایی محصول در زمان اعمال تعمیر ناقص با رویکرد مدل عمر مجازی کیجیما مورد مدل سازی قرار است. رویکرد حل مسئله بر مبنای رویکرد بهینه‌سازی مبتنی بر شبیه‌سازی در سه مرحله صورت گرفته است در مرحله اول متغیرهای تصمیم نظیر قیمت محصول، طول دوره وارانتی پایه، طول دوره تمدید وارانتی، قیمت تمدید وارانتی، سطح تعمیر و احتمال اینکه هر محصول چه نوع تعمیری بر آن صورت گیرد با الگوریتم فرا ابتکاری تعیین می‌شود. سپس با استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو تعداد محصولاتی که تمدید وارانتی و تعداد خرابی محصولات را خریداری نموده‌اند محاسبه و در انتها با استفاده از الگوریتم برنامه‌ریزی پویا تولید قطعات یدکی مورد بهینه‌سازی قرار می‌گیرد. این مدل نیز برای محصول جاروبرقی با برند ال جی و خدمات پس از فروش گلدریان مورد حل و تحلیل قرار گرفته است.

کلمات کلیدی: وارانتی پایه، تمدید وارانتی، قیمت گذاری، بهینه‌سازی مبتنی بر شبیه‌سازی، تعمیر ناقص، محصولات از وارانتی خارج شده.

کلیدی بازار یابی به حساب می‌آید [۱]. وارانتی، علاوه بر اینکه تضمینی برای خریدار به حساب می‌آید، تولیدکننده را در برابر شکایات غیر مرتبط یا خرابی‌هایی که بر اثر استفاده ناصحیح مشتری از محصول رخ می‌دهد، محفوظ می‌دارد [۲]. تولیدکنندگان به منظور افزایش حاشیه سود خود و رضایت مشتریان بعد از وارانتی پایه، تمدید وارانتی را با مدت زمانی مشخص و قیمتی معین به آن‌ها ارائه می‌دهند. در این شرایط خریدار تصمیم می‌گیرد که بعد از اتمام وارانتی پایه محصول خود با توجه به

۱- مقدمه

امروزه در جوامع صنعتی مدرن محصولات از نظر تکنولوژی بسیار پیچیده و به یکدیگر نزدیک شده‌اند و در این شرایط تولیدکنندگانی می‌توانند سهم بازار محصولات خود را افزایش دهند که دارای مزیت رقابتی قابل قبولی باشند. وارانتی با تضمینی که به خریدار بابت احیای خرابی‌های محصول می‌دهد یک ابزار

* (Corresponding author) a.kashan@modares.ac.ir

باید در نظر گرفته شود. مسئله ششم برنامه‌ریزی تولید قطعات یدکی برای خرابی‌های مربوط به محصولات تحت وارانتی و از وارانتی خارج شده است. بدین ترتیب مجموعه‌ای از چالش‌ها وجود دارد که تولیدکننده اگر به صورت جداگانه به آن‌ها بپردازد قطعاً به سود بیشتر و حالت بهینه نخواهد رسید.

در این تحقیق برای اولین بار چارچوبی نوین بر اساس بهینه‌سازی مبتنی بر شبیه‌سازی به منظور بهینه‌سازی قیمت محصول اصلی، طول دوره وارانتی، طول دوره تمدید وارانتی، قیمت تمدید وارانتی، سطح تعمیر محصولات خراب و میزان تولید قطعات یدکی ارائه شده است. بازه زمانی تصمیم‌گیری، از دو بخش اصلی تقسیم شده است: (۱) چرخه عمر محصول و (۲) مدت زمانی که تولیدکننده تعهد می‌دهد که قطعات یدکی را برای مصرف‌کنندگان مهیا کند. در مدل ارائه شده، بازه زمانی تصمیم‌گیری به بازه‌های زمانی گسسته تقسیم‌بندی می‌شود. سود تولیدکننده از فروش محصول اصلی، فروش تمدید وارانتی و فروش قطعات یدکی به محصولات تحت وارانتی تشکیل شده و هزینه‌های تولیدکننده عبارت است از هزینه تولید محصول، هزینه تولید قطعه یدکی و هزینه تعویض رایگان قطعات خراب در طول دوره وارانتی است.

برای بهینه‌سازی مدل ارائه شده از الگوریتم فرا ابتکاری، شبیه‌سازی مونت-کارلو و برنامه‌ریزی پویا استفاده شده است. بدین صورت که متغیرهای تصمیم قیمت محصول اصلی، طول دوره وارانتی، طول دوره تمدید وارانتی، قیمت تمدید وارانتی، سطح تعمیر محصولات خراب به واسطه الگوریتم فرا ابتکاری تعیین شده و سپس با شبیه‌سازی مونت-کارلو مقادیر هزینه تعمیر محصولات محاسبه شده و در نهایت با برنامه‌ریزی پویا مقدار بهینه تولید قطعه یدکی مشخص می‌شود. در نهایت مدل ارائه شده، با استفاده از اطلاعات شرکت گلدیران برای محصول یخچال مدل ارائه شده مورد بهینه‌سازی قرار گرفت و نتایج مقایسه شد. نتایج نشان می‌دهد که با تغییرات بازه زمانی تصمیم‌گیری بر مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم تاثیرگذار است در حالی که گلدیران همواره محصولات مختلف خود را با طول وارانتی ثابت به بازار عرضه می‌نماید.

در ادامه در بخش ۲ مروری بر پیشینه تحقیق صورت گرفته، در بخش ۳ مسئله تحقیق معرفی و تعریف می‌شود، در بخش ۴ مدل ریاضی مسئله بیان شده و در بخش ۵ روش حل پیشنهادی مسئله تشریح شده و در نهایت در بخش ۶ مسئله با توجه به داده‌های یک مثال واقعی مورد حل و تحلیل قرار گرفته است.

قیمت و شرایط دیگر، تمدید وارانتی را خریداری نماید [۳]. در دنیای واقعی، بسیاری از برندها نظیر ال‌جی، سامسونگ، بوش و ... محصولات نظیر یخچال، لباسشویی، ظرف‌شویی و جاروبرقی تولید می‌کنند و برای آن‌ها تمدید وارانتی نیز ارائه می‌نمایند. در ایران نیز شرکت گلدیران برای محصولات ال‌جی نیز تمدید وارانتی ارائه می‌کند.

اگر محصول تعمیر پذیر باشد، تولیدکننده با این چالش مواجه می‌شود که از چه رویکرد نگهداری و تعمیراتی برای افزایش سود خود و رضایت مشتریان استفاده کند. معمولاً برای محصولات از دو نوع سیاست نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه و اصلاحی استفاده می‌شود. سیاست نگهداری و تعمیر پیشگیرانه در بازه‌های زمانی مشخص قبل از خرابی محصول صورت می‌گیرد ولی نگهداری و تعمیر اصلاحی بعد از خرابی محصول صورت می‌پذیرد. در شرایطی که محصول قابلیت سرویس دوره‌ای را داشته باشد، مانند خودرو، معمولاً از ترکیب سیاست نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه و اصلاحی استفاده می‌شود ولی اگر محصول قابلیت سرویس دوره‌ای را نداشته باشد مانند وسایل خانگی اعم از تلویزیون، لباسشویی، جاروبرقی و موارد دیگر از سیاست نگهداری و تعمیر اصلاحی استفاده می‌شود [۴].

اگر تولیدکننده فقط محصولات تولید کند که با سیاست تعمیر و نگهداری اصلاحی مواجه شود، می‌بایست بداند که اولاً از بین سیاست‌های تعمیر کامل، تعمیر ناقص و تعمیر حداقلی کدام یک یا چه ترکیبی از آن‌ها را انتخاب کند و ثانیاً سطح جوان‌سازی با تعمیر ناقص چه میزان باشد. در این شرایط تولیدکننده برای پیشینه نمودن سود خود می‌بایست در رابطه با چندین چالش به‌طور هم‌زمان تصمیم‌گیری نماید.

اولین مسئله قیمت‌گذاری محصول است که اگر تولیدکننده محصول را با قیمت بالایی به بازار ارائه کند، تقاضا کاهش می‌یابد و اگر قیمت پایین باشد حاشیه سود تولیدکننده کاهش می‌یابد. مسئله بعدی طول دوره وارانتی پایه است که اگر مدت‌زمان طولانی در نظر گرفته شود علی‌رغم اینکه سهم بازار تولیدکننده را افزایش می‌دهد، بسیار بر هزینه‌های او تأثیرگذار است. مسئله سوم تصمیم‌گیری در رابطه با سیاست تمدید وارانتی است که تمدید وارانتی با چه قیمتی و چه مدت‌زمانی به مشتری پیشنهاد شود. مسئله چهارم یافتن سیاست بهینه تعمیر ناقص است. از آنجایی که در تعمیر ناقص تابع پایایی محصول در صدی نسبت به قبل بهبود می‌یابد تولیدکننده باید تعیین کند که سطح بهبود به چه میزان

۲- مرور ادبیات

کنار وارانتهی مؤلفه دیگری که در تقاضای محصول و سهم بازار تولیدکننده مؤثر است، قیمت محصول است. بنابراین بدیهی است که در چرخه عمر محصول، تقاضا تابعی از قیمت و طول دوره وارانتهی محصول باشد.

بدیهی است که یکی از اهداف اصلی تولیدکنندگان افزایش سودآوری در نظر گرفته شود. در فروش محصول، قیمت محصول بسیار بر حجم فروش مؤثر است بدین‌صورت که قیمت پایین‌تر منجر به فروش و قیمت بالاتر گرچه سود فروش هر واحد محصول را افزایش می‌دهد، ولی با افزایش قیمت میزان تقاضا کاهش می‌یابد. از طرف دیگر وارانتهی نیز به‌عنوان سیگنال کیفیت، عاملی است که بر میزان تقاضای محصول تأثیر می‌گذارد.

کلیکمن و برگر^۱ برای اولین بار تابع تقاضای محصول را به متغیرهای قیمت و طول دوره وارانتهی ارتباط دادند و با هدف بهینه‌سازی سود، مقادیر بهینه قیمت و طول دوره وارانتهی را محاسبه نمودند. در سیاست وارانتهی آن‌ها تعویض رایگان در نظر گرفته شده بود و هزینه تعویض نیز ثابت بود. تقاضا به‌صورت نمایی به قیمت و طول دوره وارانتهی وابسته بود. متوسط فروش (تقاضا) تابعی غیرخطی نشان دادند [۸].

تنگ و تامسون^۲ چارچوب جامعی ارائه دادند که در آن قیمت و کیفیت دو مؤلفه اصلی تابع تقاضای محصول را تشکیل می‌دهند [۹]. بر این مبنا لین و شاو^۳ رویکردی با قیمت‌گذاری پویا و تعیین دوره بهینه وارانتهی برای بازه‌های مختلف زمانی عمر محصولات تحت وارانتهی ارائه دادند [۱۰]. کیم و پارک^۴ رویکردی برای قیمت‌گذاری محصولات تحت وارانتهی در دوره پایانی چرخه عمر ارائه دادند به‌طوری‌که در پایان چرخه عمر محصول هزینه موجودی در دست (موجودی مازاد) کمینه شود [۱۱]. ژاو^۵ و همکاران استراتژی‌های مختلف قیمت‌گذاری را برای محصولات تعمیرپذیر تحت وارانتهی باهدف بهینه‌سازی سود تولیدکننده، بررسی نمودند. همچنین آن‌ها فرض بر این داشتند که چرخه عمر محصول ثابت و معلوم است [۱۲]. یزدیان و همکاران به تعیین سیاست‌های قیمت‌گذاری محصولات استفاده‌شده پرداختند، آن‌ها فرض بر این داشتند که قیمت‌گذاری و سیاست وارانتهی به سطح باز تعمیر محصول بستگی دارد [۱۳]. دارکو^۶ و همکاران مدلی ریاضی جهت قیمت‌گذاری و تعیین طول دوره وارانتهی به همراه بهینه‌سازی بازه‌های زمانی تعمیر کامل با فرض تعمیر کمینه در

جوامع صنعتی مدرن با ویژگی‌هایی نظیر: نرخ فزاینده‌ی تولید محصولات تجاری و صنعتی در بازار، پیچیدگی روزافزون محصولات، افزایش تقاضای مشتریان و نظارت دقیق دولت بر کیفیت محصولات مشخص می‌شوند [۵]. خریداران، خواهان تضمینی برای عملکرد مطلوب محصول در طول دوره عمر آن هستند که این امر با خدمات پس از فروش که توسط تولیدکننده ارائه می‌شود، میسر خواهد شد. خدمات پس از فروش شامل نصب، وارانتهی، تمدید وارانتهی، قراردادهای سرویس نگهداری و تعمیرات، فراهم کردن قطعات یدکی و برنامه‌های آموزشی است [۶]. بعضی از این موارد (به‌طور مثال وارانتهی پایه) در زمان فروش همراه با محصول ارائه می‌شود، درحالی‌که (به‌طور مثال تمدید وارانتهی) گزینه‌ای است که مشتری بعد از اتمام دوره‌ی وارانتهی خریداری می‌نماید. تمدید وارانتهی معمولاً توسط تولیدکننده پیشنهاد می‌شود که بعد از دوره وارانتهی پایه با دریافت هزینه‌ای همچنان از خریدار حمایت نماید [۷].

بدین ترتیب وارانتهی، نه‌تنها تضمینی برای خریدار محسوب می‌شود، بلکه باعث سودآوری تولیدکننده نیز می‌شود. بدین‌صورت که محصولات با وارانتهی پایه طولانی‌تر سیگنالی از قابلیت اطمینان به مشتری می‌دهند و مشتریان اغلب تمایل بیشتری به خرید محصولات با وارانتهی طولانی‌تر نشان می‌دهند [۱]. به‌طورمعمول، حاشیه سود تولیدکنندگانی که از وارانتهی به‌عنوان ابزار تبلیغاتی استفاده می‌کنند ۲۰ درصد بیشتر از فروش محصول بدون پیشنهاد وارانتهی است [۵]. به دلیل فشار رقابتی، بسیاری از تولیدکنندگان خودرو و دستگاه‌های الکترونیکی، ماندن در بازار رقابتی را مدیون وارانتهی می‌دانند. چراکه وارانتهی یک ابزار قدرتمند برای تمایز محصولات تولیدکنندگان در شرایطی که محصولات از نظر مشخصات فنی و ظاهری بسیار نزدیک به یکدیگرند است. عرضه خدمات وارانتهی به روشی اقتصادی برای دوام تجارت ضروری است و کیفیت ارائه خدمات در این سرویس نقشی حیاتی ایفا می‌کند [۶].

تعیین بهینه طول دوره وارانتهی از اهمیت بالایی برخوردار است. چراکه گرچه وارانتهی با مدت‌زمان بیشتر باعث افزایش سهم بازار تولیدکننده می‌شود ولی هزینه‌های وی را نیز افزایش می‌دهد. در

^۴ Kim and Park^۵ Zhou^۶ Darghouth^۱ Glickman and Berger^{۲۲} Teng and Thompson^۳ Lin and Shue

سیاست بهینه تمدید وارانته ارائه دادند [۷]. جک و مورتی با استفاده از رویکرد تئوری بازی‌ها برای بهینه‌سازی استراتژی تمدید وارانته و نگهداری و تعمیرات استفاده کردند [۲۰]. هارتمن و لاکسانا^۱ یک رویکرد برنامه‌ریزی پویا به منظور تعیین استراتژی بهینه مشتری در زمان پیشنهاد تمدید وارانته ارائه دادند [۲۱]. وو و ونقورث^۵ متوسط هزینه چرخه عمر برای محصولاتی که تحت وارانته پایه و تمدید وارانته به فروش رفته‌اند از منظر مشتریان مدل سازی نمودند [۲۲]. بوگورا و همکاران یک مدل ریاضی جهت بررسی استراتژی‌های مختلف نگهداری و تعمیرات در شرایطی که مشتریان توانایی خرید تمدید وارانته را دارند ارائه دادند [۲۳]. تاو و ژانگ^۶ به محاسبه طول تمدید وارانته بهینه با در نظر گرفتن نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه پرداختند [۲۴]. پارک و همکاران به مدل سازی متوسط هزینه وارانته تجدیدپذیر با در نظر گرفتن زمان تعمیر و زمان خرابی پرداختند [۲۵]. لوو و شانگ^۷ یک مدل تصادفی برای تحلیل هزینه محصولات دست دو که توسط بخش ثالث تحت وارانته قرار می‌گرفتند، ارائه دادند [۲۶].

با توجه به مروری که بر تحقیقات صورت گرفت، این تحقیق از چندین نظر نوآوری دارد. اول اینکه برای اولین بار به صورت یکپارچه قیمت محصول اصلی، طول دوره وارانته پایه، طول دوره تمدید وارانته، قیمت تمدید وارانته، سطح تعمیر محصولات خراب و میزان تولید قطعات یدکی برای محصولات تحت وارانته از وارانته خارج شده را باهدف بهینه‌سازی سود تولیدکننده مورد بهینه‌سازی قرار داده است. دوم اینکه رویکرد نوینی برای حل این مسئله بر اساس بهینه‌سازی مبتنی بر شبیه‌سازی با ترکیب الگوریتم فرا ابتکاری، شبیه‌سازی مونت کارلو و برنامه‌ریزی پویا ارائه شده است. همچنین برای اولین بار سیاست تعمیری ارائه شده که ترکیبی از تعمیر کامل، تعمیر ناقص و تعمیر کمینه است، این سیاست بسیار به واقعیت نزدیک است و در هر تعمیر احتمال هر نوع تعمیر نیز متغیر تصادفی در نظر گرفته شد و مقادیر بهینه آن تعیین می‌شود.

۳- تعریف مسئله

تولیدکننده‌ای را در نظر بگیرید که محصولات خود را تحت وارانته پایه به فروش می‌رساند، زمانی که وارانته پایه محصول به اتمام می‌رسد، مشتریان می‌توانند وارانته محصولات را با قیمت مشخص

هر خرابی ارائه شده است [۱۴]. چن و همکاران مدلی ریاضی ارائه کردند که با رویکرد حل دقیق به بهینه‌سازی مدت‌زمان تولید و طول دوره وارانته باهدف بیشینه‌سازی سود تولیدکننده با فرض تعمیر یا تعویض رایگان در هر خرابی می‌پردازد [۱۵]. ادبیات مدیریت موجودی حوزه‌ای بسیار گسترده است و در این حوزه تحقیقات بسیاری صورت گرفته است. ولی متأسفانه در حوزه مدیریت موجودی محصولات تحت وارانته تعداد تحقیقات بسیار اندک است.

هوآنگ و همکاران فرض بر این داشته‌اند که تقاضا از دو منبع صورت می‌گیرد: (۱) تقاضا مؤلفه‌های جدید و (۲) تقاضا برای تعویض مؤلفه‌های معیوب تحت وارانته. آن‌ها با این فرض مسئله موجودی چند دوره‌ای تک‌محصولی را مدل‌سازی کردند که تقاضای مؤلفه‌های جدید در دوره‌های مختلف متغیر و مستقل است. همچنین آن‌ها تقاضای مؤلفه‌های معیوب را وابسته به تعداد محصولات تحت وارانته در نظر گرفته‌اند [۱۶].

خواوم^۱ به مدیریت موجودی محصولات تحت وارانته در شرکت هیتاچی پرداخت. وی چندین مدل در رابطه با مدیریت موجودی محصولات تحت وارانته در شرکت هیتاچی ارائه داد که این مدل‌ها فرضیاتی نظیر: شکایات تصادفی وارانته، تقاضای تصادفی برای تعویض یا بازپرداخت گرامت، منابع مختلف عرضه، زمان تهیه مختلف برای هر عرضه‌کننده و زمان بازتولید تصادفی را در نظر می‌گیرند [۱۷].

سائو^۲ و همکاران نیز برای محصولات با تکنولوژی بالا (Hi-Tech) مدل بهینه‌سازی توأم قیمت و موجودی ارائه داده‌اند. در این تحقیق سیاست وارانته، تجدیدپذیر فرض شده است و قیمت و میزان بهینه سطح موجودی در هر دوره محاسبه شده‌اند [۱۸]. ولی درواقع بسیاری از محصولات با تکنولوژی بالا، سیاست وارانته تجدیدناپذیر دارند که این مدل جوابگوی نیاز واقعی تولیدکنندگان نیست.

به نسبت ادبیات وسیع وارانته، به نسبت تحقیقات کمتری در حوزه تمدید وارانته موجود است. پادمانابها^۳ مدلی به منظور بهینه‌سازی وارانته پایه و تمدید وارانته در یک بازار انحصاری ارائه دادند [۱۹]. لام و لام از رویکرد تئوری بازی‌ها برای تعیین

^۵ Wu and Longhurst

^۶ Tao and Zhang

^۷ Lu and Shang

^۱ Khawan

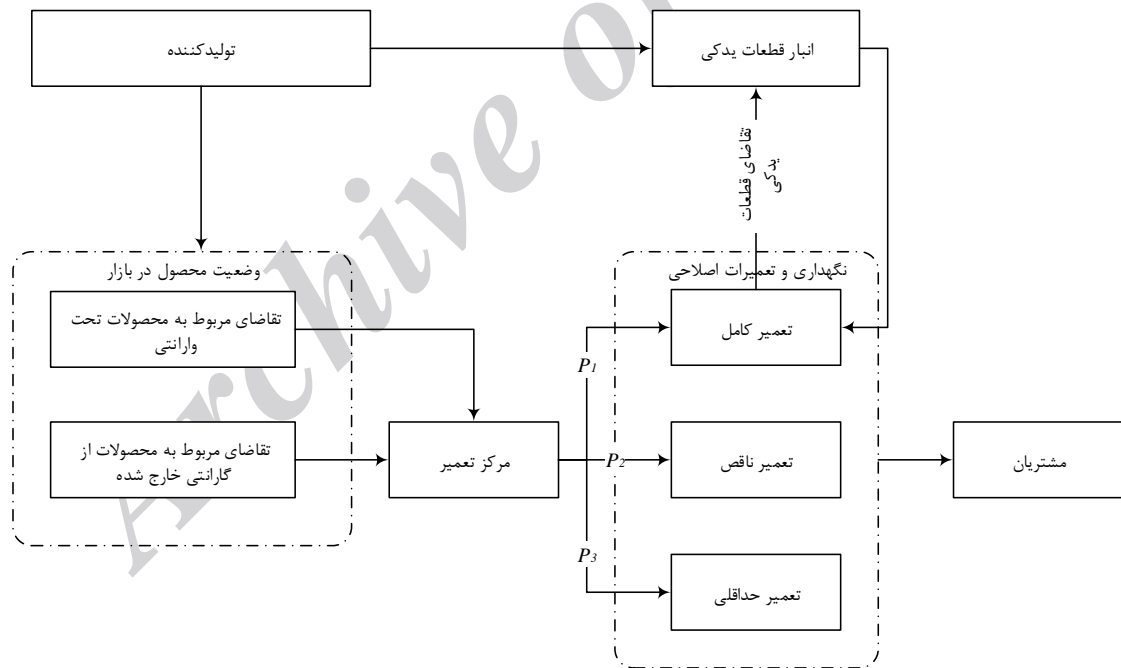
^۲ Tsao

^۳ Padmanabhan

^۴ Hartman and Laksana

۱. محصول به چه صورتی و با چه سیاستی قیمت‌گذاری شود؟
۲. طول دوره وارانتی پایه چه میزان تعیین شود که تولیدکننده به واسطه هزینه‌های ناشی از احیا رایگان خرابی‌های محصولات در طول دوره وارانتی متحمل ضرر نشود و از طرف دیگر این میزان طول دوره وارانتی برای مشتریان جذاب باشد؟
۳. طول دوره تمدید وارانتی و قیمت تمدید وارانتی به چه صورت تعیین شود؟
۴. میزان جوان‌سازی محصولات خراب در زمان تعمیر ناقص به چه میزان باشد؟
۵. چه میزان قطعه یدکی در هر بازه زمانی تولید شود که هزینه‌های موجودی قطعات یدکی به کمترین میزان خود برسد؟

شکل ۱ به صورت شماتیک چارچوب کلی استراتژی تولیدکننده در مدیریت خرابی محصولات را نشان می‌دهد.



شکل ۱. چارچوب کلی استراتژی تولیدکننده در مدیریت خرابی محصولات

(۱) قیمت محصول (۲) طول دوره وارانتی پایه (۳) طول دوره تمدید وارانتی (۴) قیمت تمدید وارانتی (۵) سطح تعمیر ناقص (۶) میزان تولید قطعات یدکی در هر دوره (۷) درصد محصولاتی که می‌بایست تحت تعمیر کامل قرار گیرند (۸) درصد محصولاتی که می‌بایست

و با مدتی معین تمدید نمایند. بدیهی است که هر چه طول دوره پیشنهادی نسبت به قیمت تمدید وارانتی بیشتر باشد، مشتریان بیشتری تمایل به خرید تمدید وارانتی دارند. در اینجا تولیدکننده از سه منبع مختلف تقاضا برای قطعه یدکی دریافت می‌کند. (۱) محصولات تحت وارانتی پایه، (۲) محصولات تحت تمدید وارانتی و (۳) محصولات از وارانتی خارج شده. همچنین تولیدکننده از سه نوع تعمیر برای احیای محصولات خراب استفاده می‌کند. با احتمال P_1 محصولات تحت تعمیر کامل قرار می‌گیرند. با احتمال P_2 خرابی محصولات به صورت ناقص تعمیر می‌شود. در حالت تعمیر ناقص، تولیدکننده می‌بایست سطح تعمیر را نیز تعیین نماید. در اینجا از مدل عمر مجازی کیجیما برای مدل‌سازی تابع پایایی محصولات خراب بعد از اعمال تعمیر ناقص استفاده شده است. در نهایت با احتمال P_3 محصولات مورد تعمیر حداقلی قرار می‌گیرند. در اکثر مواقع در دنیای واقعی، تولیدکننده مسئول برآورده کردن تقاضای قطعه یدکی محصولات از وارانتی خارج شده نیز است. در چنین حالتی تولیدکننده با چالش‌های زیر مواجه می‌شود:

هزینه نگهداری قطعات یدکی در t امین بازه	h_t	تحت تعمیر ناقص قرار گیرند و ۹) درصد محصولاتی که می‌بایست
هزینه ثابت تولید	A	تحت تعمیر حداقلی قرار گیرند.
هزینه تعمیر حداقلی در t امین بازه زمانی	CM_t	مؤلفه‌های درآمدی تابع سود تولیدکننده عبارت‌اند از: ۱) سود
هزینه تعمیر کامل در t امین بازه زمانی	CP_t	حاصل از فروش محصول در چرخه عمر آن، ۲) درآمد حاصل از
قیمت تعمیر حداقلی در t امین بازه زمانی	PR_t	فروش تمدید وارانته ۳) درآمد حاصل از تعمیر محصولات از
قیمت تعمیر کامل در t امین بازه زمانی برای	PR_t	وارانته خارج‌شده و همچنین مؤلفه‌های هزینه‌ای تابع سود
حد پایین و حد بالا برای وارانته پایه	W_{min}, W_{max}	تولیدکننده عبارت‌اند از: ۱) هزینه تولید محصول و قطعات یدکی،
حد پایین و حد بالا برای قیمت محصول	P_{min}, P_{max}	۲) هزینه تعمیر محصولات خراب و ۳) هزینه نگهداری قطعات
حد پایین و حد بالا برای سطح تعمیر	q_{min}, q_{max}	یدکی تولیدشده.
حداکثر تقاضای بازار	U	فرضیات این مدل به‌صورت زیر است:

پارامترهایی که با شبیه‌سازی مونت کارلو محاسبه می‌شود

- تمام شکایات در رابطه خرابی محصولات تحت وارانته معتبر هستند.
- سیاست وارانته به‌صورت تجدیدنپذیر با تعمیر/تعویض رایگان در نظر گرفته شده است.
- تمدید وارانته بلافاصله پس از اتمام وارانته پایه شروع می‌شود.
- محصولات تعمیر پذیر هستند.

نمادهایی که در مدل ارائه‌شده مورد استفاده قرار گرفته به در جدول ۱ نشان داده شده است.

جدول ۱. نمادهای مدل‌سازی در این تحقیق

اندیس‌ها	
t	شمارنده بازه‌های زمانی در طول مدت برنامه‌ریزی
پارامترها	
T	تعداد بازه‌های زمانی در طول چرخه عمر
g	تعداد بازه‌های زمانی بعد از اتمام چرخه عمر که تولیدکننده متعهد می‌شود قطعه یدکی را در اختیار مشتریان قرار دهد.
C_t	هزینه تولید محصول در t امین بازه زمانی از چرخه عمر
E_t	هزینه تولید قطعات یدکی در t امین بازه

تعداد کل تعمیرهای کامل (تعویض) در t امین بازه زمانی	TD_t
تعداد کل محصولاتی که به‌واسطه تعمیر حداقلی در t امین بازه زمانی احیا می‌شود.	FM_t
تعداد کل محصولاتی که به‌واسطه تعمیر ناقص در t امین بازه زمانی احیا می‌شود.	FI_t
تعداد کل محصولاتی که به‌واسطه تعمیر کامل (تعویض) در t امین بازه زمانی احیا می‌شود.	FP_t
تعداد کل محصولات از وارانته خارج‌شده که به‌واسطه تعمیر حداقلی در t امین بازه زمانی احیا می‌شود.	OM_t
تعداد کل محصولات از وارانته خارج‌شده که به‌واسطه تعمیر ناقص در t امین بازه زمانی احیا می‌شود.	OI_t
تعداد کل محصولات از وارانته خارج‌شده که به‌واسطه تعمیر کامل در t امین بازه زمانی احیا می‌شود.	OP_t

متغیرهای تصمیمی که با الگوریتم فراابتکاری تعیین می‌شوند

دارای عمر مجازی V_{i-1} بلافاصله بعد از $i-1$ مین تعمیر باشد، بنابراین زمان i مین خرابی دارای تابع توزیع تجمعی شرطی به صورت زیر است:

$$F(x_i) = \Pr\{X_i \leq x_i | V_{i-1} = v_{i-1}\} = \frac{F(x_i + v_{i-1}) - F(v_{i-1})}{1 - F(v_{i-1})},$$

با توجه به فرضیات که تابع توزیع پایایی از توزیع ویبول پیروی می‌کند، تابع توزیع تجمعی به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$F(x_i) = 1 - \exp\left[\left(\frac{v_{i-1}}{\alpha}\right)^\beta - \left(\frac{x_i + v_{i-1}}{\alpha}\right)^\beta\right]$$

همچنین رابطه زیر تابع توزیع احتمال جوان‌سازی محصول را نشان می‌دهد.

$$f(x_i) = \frac{\beta}{\alpha^\beta} (x_i + v_{i-1})^{\beta-1} \exp\left\{\frac{1}{\alpha^\beta} [v_{i-1}^\beta - (x_i + v_{i-1})^\beta]\right\}$$

در رابطه بالا α و β به ترتیب پارامتر مقیاس و پارامتر شکل توزیع ویبول هستند. در ادامه مدل GRP I که اولین بار توسط کیجیما در سال ۱۹۸۹ معرفی شد، مورد بحث قرار می‌گیرد.

۱.۱.۳ مدل GRP I

در این مدل فرض بر این است که هر تعمیر می‌تواند عمر محصول را در بین دو خرابی کاهش دهد. بنابراین آمین تعمیر x_i را به qx_i کاهش می‌دهد. که q سطح تعمیر محصول در نظر گرفته می‌شود. تحت این فرض عمر مجازی عمر مجازی بعد از آمین تعمیر به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$v_i = v_{i-1} + qx_i = q \sum_{j=1}^i x_j = qy_i$$

به طوری که $v_i = 0$ است. معادلات زیر تابع احتمال تجمعی و تابع توزیع احتمال عمر محصول را نشان می‌دهند.

$$F(x_i) = 1 - \exp\left[\left(\frac{qy_{i-1}}{\alpha}\right)^\beta - \left(\frac{x_i + qy_{i-1}}{\alpha}\right)^\beta\right]$$

$$f(x_i) = \frac{\beta}{\alpha^\beta} (x_i + qy_{i-1})^{\beta-1} \exp\left\{\frac{1}{\alpha^\beta} [(qy_{i-1})^\beta - (x_i + qy_{i-1})^\beta]\right\}$$

در مدل GRP I در زمانی که $q = 0$ است سیستم به حالت

p	قیمت اولیه محصولات
q	سطح تعمیر ناقص
w	طول دوره وارانتی
P_1	احتمال تعمیر کامل
P_2	احتمال تعمیر ناقص
P_3	احتمال تعمیر حداقلی

متغیرهای تصمیمی که با برنامه‌ریزی پویا بهینه می‌شود

DS_t	میزان تولید قطعه یدکی در t امین بازه زمانی
I_t	میزان موجودی در دست در t امین بازه زمانی

۱-۳ نحوه تغییر پایایی محصول در هر نوع از تعمیر

در این تحقیق فرض بر این است که محصول قابلیت تعمیر دارد و با گذشت زمان زوال پذیر است. همچنین تابع پایایی محصول با $r(t)$ نشان داده می‌شود. با توجه به اینکه توزیع ویبول یکی از مهم‌ترین و مشهورترین توزیع‌های احتمال برای مدل سازی پایایی محصولات زوال پذیر است در این تحقیق این توزیع در نظر گرفته شده است. در هر بازه زمانی هر محصول به صورت تصادفی می‌تواند خراب شود و تحت نگهداری و تعمیرات اصلاحی قرار گیرد. نگهداری و تعمیرات اصلاحی شامل تعمیر کامل با احتمال P_1 ، تعمیر ناقص با احتمال P_2 و تعمیر حداقلی با احتمال P_3 است. عمر اولیه هر محصول صفر در نظر گرفته می‌شود. همچنین کل بازه زمانی برنامه‌ریزی شامل $T+g$ بازه زمانی است که T واحد زمانی مربوط به تولید محصول و g واحد زمانی مربوط به تأمین قطعات یدکی بعد از اتمام چرخه عمر محصول است. x را زمان بین دو خرابی در نظر بگیرد. بدین ترتیب داریم: $x_i = y_i - y_{i-1}$ ($i = 1, 2, \dots, n$) شکل زیر شرایط محصول را در دوره برنامه‌ریزی نشان می‌دهد.

همان‌طور که اشاره شد، در این تحقیق از روش عمر مجازی کیجیما که اولین بار توسط کیجیما و سومیتا^{۱۵} در سال ۱۹۸۶ معرفی شد، استفاده شده است [۲۷]. فرض کنید که محصول

^{۱۵} Kijima and Sumita

$$U(t) = \frac{U}{(1 + \Psi e^{-\lambda_i U t})}, \quad 0 \leq t \leq \eta \quad (2)$$

$$U(t) = \frac{U}{(\lambda_i U (j - \eta) + \theta)}, \quad \eta \leq t \leq T$$

$$\Psi = \frac{U}{D_0} - 1$$

$$\theta = 1 + \varphi e^{-\lambda_i U \eta}$$

$$P_t = P_0 - bt \quad (3)$$

$$S(P_t, w_B) = U(t) - \theta_1 P_t + \theta_2 w_B \quad (4)$$

$$CI(q, t) = \kappa_1 (1 - q) \cdot (CP_t - CM_t) + CM_t \quad (5)$$

$$PI(q, t) = \kappa_2 (1 - q) \cdot (PP_t - PR_t) + PR_t \quad (6)$$

رابطه (۲) روند تقاضا به نسبت زمان را نشان می‌دهد که تا η صعودی و از آن به بعد نزولی است. این موضوع دقیقاً چرخه عمر محصول را نشان می‌دهد که محصول تا دوره بلوغ روندی صعودی در تقاضا دارد و بعد از آن تقاضای محصول کاهش می‌یابد. رابطه (۳) میزان کاهش قیمت در دوره‌های زمانی قیمت‌گذاری مختلف را نشان می‌دهد که b پارامتر تأثیر زمان بر قیمت است. در دنیای واقعی کالاهایی که تکنولوژی محور هستند با گذشت زمان از قیمت آن‌ها کاسته می‌شود. رابطه (۴) مقدار نهایی تقاضا بر اساس این اصل محاسبه می‌کند که تقاضا با طول دوره وارانتهی رابطه مستقیم و باقیمت محصول رابطه عکس دارد. در این رابطه θ_1 ضریب تأثیر قیمت و θ_2 ضریب تأثیر طول دوره وارانتهی است. رابطه (۵) هزینه تعمیر ناقص و رابطه (۶) قیمت فروش تعمیر ناقص را نشان می‌دهد که با سطح تعمیر رابطه مستقیم دارد.

$$SC(X_t) = \begin{cases} 0 & \text{if } x_t = 0 \\ A + E_t \cdot X_t & \text{if } x_t > 0 \end{cases} \quad (7)$$

رابطه ۷ نیز هزینه تولید قطعات یدکی را نشان می‌دهد.

۴-۲- مدل پیشنهادی

پس از اینکه تمامی مؤلفه‌های تابع هدف مشخص شد که چگونه محاسبه می‌شوند، حال می‌توان مدل را به صورت زیر نوشت.

به خوبی نو تبدیل می‌شود و در زمانی که $q = 1$ باشد، سیستم با تعمیر حداقلی مواجه شده و به نسبت به قبل تغییر نخواهد کرد. تعمیر ناقص در زمانی رخ می‌دهد که مقادیر $0 < q < 1$ را اختیار کند. شکل زیر ارتباط بین عمر واقعی و عمر مجازی برای مقادیر مختلف q را نشان می‌دهد.

۴- مدل ریاضی

در این بخش مدل ریاضی بر اساس فرضیات و اندیس‌گذاری‌هایی که بیان شد، مورد بحث قرار می‌گیرد

۴-۱- تابع هدف

تابع هدف به بیشینه‌سازی سود تولیدکننده می‌پردازد که مؤلفه‌های درآمدی تابع سود تولیدکننده عبارت‌اند از: (۱) سود حاصل از فروش محصول در چرخه عمر آن، (۲) درآمد حاصل از تعمیر محصولات از وارانتهی خارج‌شده و همچنین مؤلفه‌های هزینه‌ای تابع سود تولیدکننده عبارت‌اند از: (۱) هزینه تولید محصول و قطعات یدکی، (۲) هزینه تعمیر محصولات خراب و (۳) هزینه نگهداری قطعات یدکی تولیدشده

$$\begin{aligned} \max z = & \sum_{t=1}^T (p_t - C_t) \cdot D(p_t, w_B) \\ & - \sum_{t=1}^{T+g} FM_t \cdot CM_t - \sum_{t=1}^{T+g} FI_t \cdot CI(q, t) - \sum_{t=1}^{T+g} FP_t \cdot CP_t \quad (1) \\ & + \sum_{t=w_B}^{T+g} SM_t \cdot PR_t + \sum_{t=w_B}^{T+g} SI_t \cdot PI(q, t) + \sum_{t=w_B}^{T+g} SP_t \cdot PP_t \\ & - \sum_{t=1}^{T+g} [SC_t(x_t) + h_t \cdot I_t] \end{aligned}$$

در رابطه بالا اولین عبارت سود حاصل از فروش محصول است که حاصل ضرب میزان تولید در سود فروش هر محصول در هر بازه زمانی در نظر گرفته شده، عبارت دوم تا چهارم هزینه‌های ناشی از تعمیر حداقلی، ناقص و کامل را محاسبه کرده و عبارت پنجم تا هفتم نیز درآمد حاصل از فروش تعمیر حداقلی، ناقص و کامل را نشان می‌دهد و در نهایت دو عبارت آخر هزینه ناشی از تولید و نگهداری قطعات یدکی را نشان می‌دهد.

- وارانتی، سطح تعمیر و احتمال‌های انجام هر یک از تعمیرات کامل، ناقص و حداقلی.
۲. متغیرهای نوع دوم که توسط شبیه‌سازی مونت‌کارلو تخمین زده می‌شوند شامل: تعداد محصولاتی که تمدید وارانتی خریداری می‌کنند، تعداد محصولات تحت وارانتی و از وارانتی خارج شده خراب که با تعمیر حداقلی، ناقص و کامل تعمیر می‌شوند.
۳. متغیرهای نوع سوم که توسط الگوریتم برنامه‌ریزی پویا مورد بهینه‌سازی قرار می‌گیرد شامل میزان تولید قطعه یدکی و میزان نگهداری قطعات یدکی در هر دوره.

ساختار الگوریتم به صورت زیر است:

مقدار k را برابر با ۱ قرار بده؛
 به صورت تصادفی جمعیتی با n عضو از متغیرهای نوع ۱ تولید کن؛
 تا زمانی که شرط برقرار نشده حلقه زیر را ادامه بده؛
 برای هر عضو متغیرهای نوع دوم را با شبیه‌سازی مونت‌کارلو محاسبه کن؛
 برای هر عضو مقادیر بهینه متغیرهای نوع سوم را با الگوریتم برنامه‌ریزی پویا محاسبه کن؛
 مقدار تابع هدف را برای هر عضو محاسبه کن؛
 جمعیت جدید را تولید کن؛
 مقدار k را به $k+1$ تغییر بده؛
 پایان حلقه؛
 خروجی: بهترین جواب یافته شده.

۱-۵- فرآیند شبیه‌سازی مونت‌کارلو

روال اصلی محاسبات از راه شبیه‌سازی الگوریتم مونت‌کارلو برای هر فرآیند ساده یا پیچیده کمابیش شبیه به یکدیگر است. نمودار ۱ جریان شبیه‌سازی مونت‌کارلو را نشان می‌دهد. ابتدا یک عدد تصادفی معین شده و سپس احتمال انجام یک رخداد با مقدار عدد تصادفی تولید شده مقایسه می‌شود. در حالتی که عدد تولید شده، معیار احتمال را برآورده کند، در بخش بعدی یک فرآیند یا مجموعه‌ای از فرآیندها یا تحولات رخ می‌دهد. این روال می‌تواند چند بار تکرار شود و به ازای هر تکرار یک خروجی قابل‌اندازه‌گیری تولید شود. در بخش نهایی مجموعه آزمایش‌ها یا نتایج خروجی

$$\max z = \sum_{t=1}^T (p_t - C_t) \cdot D(p_t, w_B) \quad (8)$$

$$- \sum_{t=1}^{T+g} FM_t \cdot CM_t - \sum_{t=1}^{T+g} FI_t \cdot CI(q, t)$$

$$- \sum_{t=1}^{T+g} FP_t \cdot CP_t + \sum_{t=w_B}^{T+g} SM_t \cdot PR_t$$

$$+ \sum_{t=w_B}^{T+g} SI_t \cdot PI(q, t) + \sum_{t=w_B}^{T+g} SP_t \cdot PP_t$$

$$- \sum_{t=1}^{T+g} [SC_t(x_t) + h_t \cdot J_t]$$

$$P_{\min} \leq p_0 \leq P_{\max} \quad (9)$$

$$q_{\min} \leq q \leq q_{\max} \quad (10)$$

$$W_{\min} \leq w \leq W_{\max}, \quad (11)$$

$$P_1 + P_2 + P_3 = 1 \quad (12)$$

$$I_1 = X_1 - NP_1 \quad (13)$$

$$I_t = I_{t-1} + X_t - NP_t \quad (14)$$

$$I_{T+g-1} + X_{T+g} - NP_{T+g} = 0 \quad (15)$$

$$I_t, X_t \geq 0 \quad (16)$$

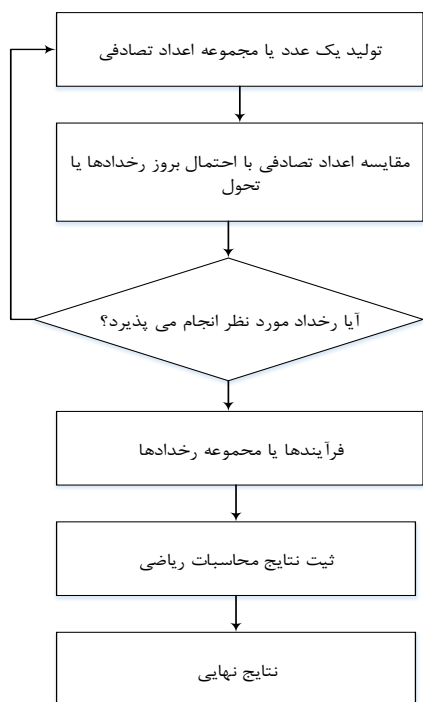
رابطه ۸ تابع هدف مدل را نشان می‌دهد. هدف بهینه‌سازی سود تولیدکننده در شرایطی که محصولات تحت وارانتی تولید می‌کند و به محصولات از وارانتی خارج شده خدمات تعمیر و تعویض نیز ارائه می‌دهد. رابطه ۹ تا ۱۱ به ترتیب محدودیت حد بالا و حد پایین را برای قیمت اولیه محصول، سطح تعمیر، طول مدت وارانتی پایه، طول مدت تمدید وارانتی و قیمت تمدید وارانتی نشان می‌دهد. رابطه ۱۲ این الزام را ایجاد می‌کند که مجموع احتمالات تعمیرها برابر با یک باشد. رابطه ۱۳ تا ۱۵ هم معادلات تعادلی موجودی است و رابطه ۱۶ بیان می‌دارد که کمبود جایز نیست.

۵- روش حل: ترکیب روش فرا ابتکاری، شبیه‌سازی

مونت‌کارلو و برنامه‌ریزی پویا

در این بخش در رابطه با الگوریتم پیشنهادی برای مسئله بیان شده بحث می‌شود. در این الگوریتم سه نوع متغیر تصمیم به ترتیب زیر در نظر گرفته شده است.

۱. متغیرهای نوع اول که توسط الگوریتم متاهوریستیک تعیین می‌شوند شامل قیمت اولیه محصول، طول وارانتی پایه، طول تمدید وارانتی، قیمت تمدید



نمودار انمودار فرآیند محاسبات در یک شبیه سازی مونت کارلو

۱-۵ الگوریتم شبیه سازی مونت کارلو خرابی محصولات

در این بخش الگوریتم شبیه سازی خرابی محصولات بر اساس مدل GRP I مورد بحث و بررسی قرار می گیرد.

شبیه سازی مونت کارلو خرابی محصولات بر اساس مدل GRP I

شروع

$$v_i = 0$$

دریافت متغیرهای نوع اول که توسط الگوریتم متاهوریستیک تعیین شده؛

تولید یک عدد تصادفی $R \in (0,1)$

$$x_i = [\ln(1 - R)]^{\frac{1}{\beta}} \times \beta$$

تولید یک عدد تصادفی $r \in (0,1)$

$$\text{اگر } r \leq P_r \text{ آنگاه تعمیر حداقلی انجام بده و } v_i = v_{i-1} + x_i$$

$$\text{اگر } P_r \leq r \leq P_r + P_q \text{ آنگاه تعمیر ناقص انجام بده و } v_i = v_{i-1} + qx_i$$

$$\text{اگر } P_r + P_q \leq r \leq P_r + P_q + P_p \text{ آنگاه تعمیر کامل انجام بده و } v_i = v_{i-1}$$

$$n=2, i=2$$

تا زمانی که شرط $\sum_{i=1}^n x_i \leq T + g$ برقرار است حلقه زیر را ادامه بده

تولید یک عدد تصادفی $R \in (0,1)$

$$x_i = \left[\left(\frac{v_{i-1}}{\alpha} \right)^{\beta} - \ln(1 - R) \right]^{\frac{1}{\beta}} \times \alpha - v_{i-1}$$

تولید یک عدد تصادفی $r \in (0,1)$

$$\begin{aligned}
 & \text{اگر } r \leq P_r \text{ آنگاه تعمیر حداقلی انجام بده و } v_i = v_{i-1} + x_i \\
 & \text{اگر } P_r \leq r \leq P_r + P_r \text{ آنگاه تعمیر ناقص انجام بده و } v_i = v_{i-1} + qx_i \\
 & \text{اگر } P_r + P_r \leq r \leq P_r + P_r + P_r \text{ آنگاه تعمیر کامل انجام بده و } v_i = v_{i-1} \\
 & n=n+1, \\
 & i=i+1, \\
 & \text{پایان حلقه} \\
 & \text{پایان}
 \end{aligned}$$

۲-۵- الگوریتم برنامه‌ریزی پویا

خواهیم کرد.

دستورالعمل پیشرو- بدون سفارش‌های عقب‌افتاده

فرض کنید که M_{jk} هزینه تولید در پریود $j+1$ جهت ارضا تقاضای پریودهای

$$j+1, j+2, \dots, k \quad (j=0, 1, \dots, T-1; k=j+1, j+2, \dots, T)$$

باشد، M_{jk} شامل هزینه‌های نگهداری موجودی و تولید خواهد بود. در اینجا فرض بر این است که انتهای پریود j و انتهای پریود k نقاط شروع مجدد هستند. یعنی $I_j=0$ و $I_k=0$ است. در این صورت خواهیم داشت:

$$X_{j+1} = D_{j+1} + D_{j+2} + \dots + D_k$$

$$I_t = X_{j+1} - \sum_{r=j+1}^t D_r = \sum_{r=t+1}^k D_r \quad (t=j+1, j+2, \dots, k-1)$$

بنابراین داریم:

$$M_{jk} = C_{j+1}(X_{j+1}) + \sum_{t=j+1}^{k-1} H_t(I_t) \quad (t=j+1, j+2, \dots, k-1)$$

$$= C_{j+1} \left(\sum_{r=j+1}^k D_r \right) + \sum_{r=j+1}^{k-1} H_r \left(\sum_{r=t+1}^k D_r \right)$$

در اینجا فرض می‌کنیم F_k دلالت بر هزینه سیاست بهینه برای پریودهای $1, 2, \dots, k$ نماید به شرط آنکه $I_k=0$ باشد. در آن صورت

$$F_k = \min_{0 \leq j \leq k-1} [F_j + M_{jk}], \quad (k=1, 2, \dots, T) \quad (t=j+1, \dots, k-1)$$

برای مرتب کردن روش محاسبه، α_{jk} را به عنوان هزینه بهینه برای یک افق k پریودی تعریف می‌کنیم که در آن $I_k=0$ بوده و $j+1$ آخرین پریود تولید در نظر گرفته می‌شود.

یعنی $X_{j+1} > 0$ بوده و $X_{j+2} = X_{j+3} = \dots = X_k = 0$ خواهد بود، در آن صورت داریم:

در این تحقیق فرض بر این است که تابع هزینه تولید قطعات یدکی مقعر است و کمبود موجودی مجاز نیست. همچنین بخشی از تقاضای بازار قطعات یدکی در هر دوره با بازتعمیر مؤلفه‌های خراب تأمین می‌شود. فرض بر این است که موجودی اولین دوره یا ICP با آخرین دوره برابر با صفر خواهد بود. بدیهی است که حداقل کردن یک تابع مقعر بر روی یک مجموعه از محدودیت‌های خطی حتماً بر روی یکی از نقاط غایی آن اتفاق خواهد افتاد. یک نقطه غایی در اینجا حداکثر به تعداد کل ICPها متغیر غیر صفر خواهد داشت. اگر تقاضا در دوره t بزرگ‌تر از صفر باشد آنگاه یکی یا هر دو X_t و I_{t-1} باید بزرگ‌تر از صفر باشند. چون که $T+g$ محدودیت و فقط $T+g$ متغیر در یک حل غایی موجود بوده، لذا دقیقاً یکی از متغیرهای X_t و I_{t-1} باید در سطح مثبت قرار گیرند. بنابراین تمام حل‌های غایی، شامل حل بهینه دارای خاصیت $X_t \times I_{t-1} = 0$ برای $t = 1, 2, \dots, T+g$ خواهد بود. حال اگر تقاضا در پریودی مانند k صفر باشد می‌توانیم هر دو رابطه $X_t = 0$ و $I_{t-1} = 0$ را داشته باشیم.

می‌توان حل مسئله حداقل هزینه کنترل تولید و موجودی قطعات یدکی را از تجزیه مسئله اصلی به دو مسئله مستقل به دست آورد. بدین ترتیب اطلاع از این خاصیت حل بهینه این اجازه را می‌دهد تا در کسب جواب از مدل برنامه‌ریزی پویا، فضای تصمیم‌گیری و وضعیت سیستم به نحو عظیمی کاهش یابد. در این صورت فقط لازم است مقادیر زیر را برای X_t در نظر بگیریم.

$$0, D_t, D_t + D_{t+1}, \dots, D_t + D_{t+1} + \dots + D_T$$

نقاطی از زمان که سطح موجودی دوباره صفر می‌شود بنام نقاط شروع مجدد می‌نامند. برای هر پریود زمانی که تولید برنامه‌ریزی شده باشد، شروع آن پریود یک نقطه شروع مجدد خواهد بود. بر این اساس از روش زیر برای حل مسئله استفاده

$$E_t = E_{..} (1 + r)^t \quad (12)$$

$$CP_t = CP_{..} (1 + r)^t \quad (13)$$

$$CM_t = CM_{..} (1 + r)^t \quad (14)$$

$$h_t = h_{..} (1 + r)^t \quad (15)$$

در روابط بالا r نرخ تورم در هر بازه زمانی در نظر گرفته شده است.

۱-۶- الگوریتم فرا ابتکاری حل مطالعه موردی

در این بخش الگوریتم‌های فرا ابتکاری حل مثال موردی بررسی می‌شود. از دو الگوریتم الهام گرفته از نور^{۱۶} (OIO) و الگوریتم ازدحام ذرات (PSO) استفاده شده است. در ادامه الگوریتم OIO مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۱-۶-۱- الگوریتم فرا ابتکاری الهام گرفته از نور (OIO)

OIO یک الگوریتم فرا ابتکاری مبتنی بر جمعیت است که اولین بار در سال ۲۰۱۵ توسط حسین‌زاده کاشان^{۱۷} ارائه شد [۲۸]. اساس کار این الگوریتم از قوانین فیزیک حاکم بر نور و آینه‌ها الهام گرفته شده است. سطح تابع مانند یک آینه در نظر گرفته می‌شود، اگر نقطه در بخش قله تابع باشد، آینه محدب و اگر در دره تابع باشد، آینه مقعر در نظر گرفته می‌شود. هر جواب به‌عنوان یک نقطه نورانی مجازی در تصور شده و در هر تکرار تعدادی از این نقاط نورانی به آینه (تابع هدف) برخورد کرده و با بازتابش آن‌ها نقاط جدیدی ایجاد می‌شود. شکل زیر ساختار عملکرد الگوریتم را نشان می‌دهد.

همان‌طور که در شکل ۳ نشان داده شده است، تابع $f(\vec{X}) = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ نشان‌دهنده تابع هدف با n متغیر است که در فضای تصمیم n بعدی به‌واسطه $l_d \leq x_d \leq u_d$ و $d = 1, \dots, n$ تعریف می‌شود. در اینجا هدف یافتن مقدار کمینه جهانی برای تابع f بطوریکه $f: R^n \rightarrow R$ است.

$$\alpha_{jk} = F_j + M_{jk}$$

$$F_k = \min[\alpha_{jk}]$$

در مرحله بعدی جدولی به‌صورت زیر بنا می‌کنیم. برای یک افق k پرودی، نقطه شروع مجدد قبلی بهینه $j^*(k)$ بوده که با رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$\alpha_{j^*(k),k} = \min_{0 \leq j \leq k-1} \alpha_{jk}$$

در مرحله بعدی جدولی به‌صورت جدول ۳-۶ بنا می‌کنیم. برای یک افق k پرودی، نقطه شروع مجدد قبلی بهینه $j^*(k)$ بوده که با رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$\alpha_{j^*(k),k} = \min_{0 \leq j \leq k-1} \alpha_{jk}$$

برای هر نقطه شروع مجدد k داده شده، می‌توان نقطه شروع مجدد قبلی بهینه k ، یعنی $j^*(k)$ را که در آن سطح موجودی برابر صفر بوده را پیدا نمود. به‌عبارت‌دیگر، آخرین تولید در پرود $j^*(k)+1$ اتفاق می‌افتد. با شروع از $k=T$ و استفاده از روش پس‌رو، می‌توان نقاط شروع مجدد را در حل بهینه مشخص نمود.

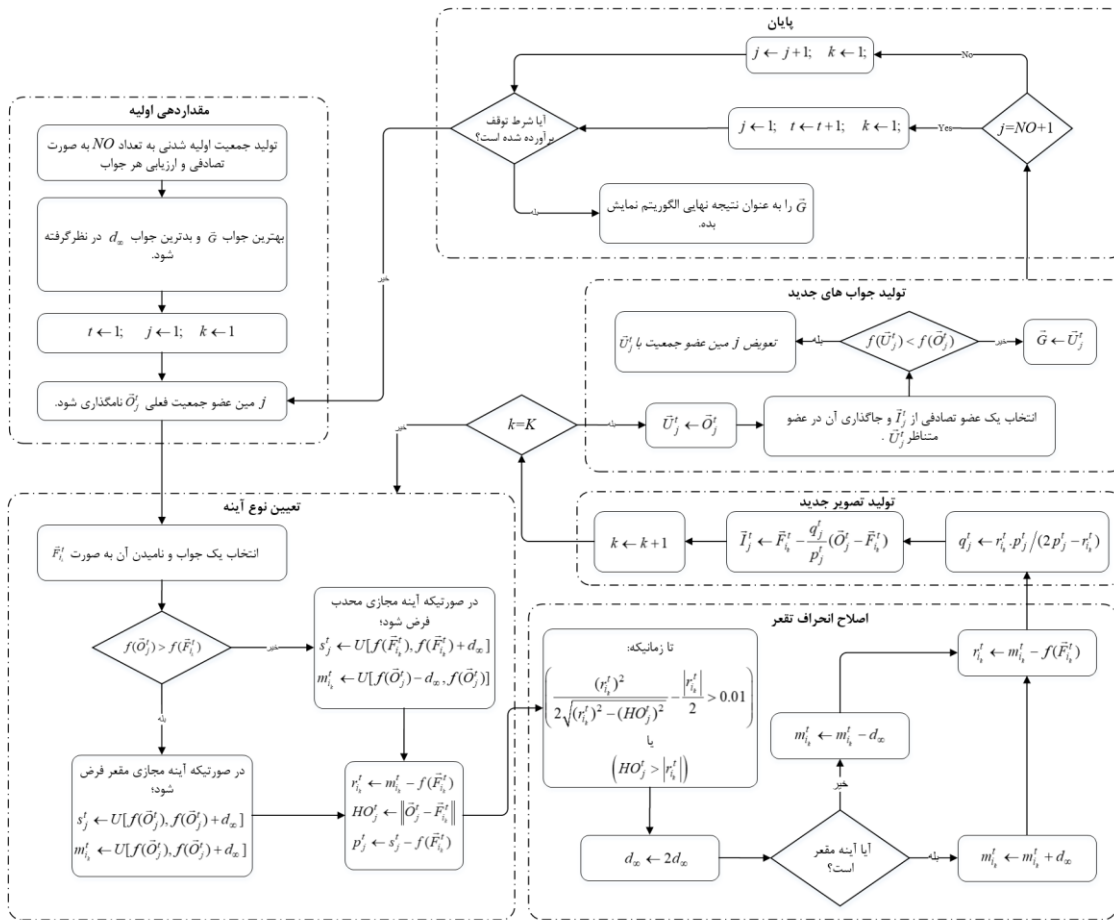
۶- مطالعه موردی و نتایج محاسباتی

به‌منظور مشاهده رفتار مدل و متغیرهای تصمیم در این بخش یک مطالعه موردی در رابطه با محصول جاروبرقی ال‌جی که توسط شرکت گلدیران وارانته شده است مورد مطالعه قرار گرفته است. این شرکت برای محصول ۱۸ ماه وارانته پایه و ۱۲ ماه تمدید وارانته ارائه می‌دهد. در ادامه پارامترهای در نظر گرفته شده ارائه می‌شود و سپس الگوریتم جدید الهام گرفته از فیزیک نور معرفی شده و در نهایت نتایج حاصل از حل مسائل متعدد و تحلیل حساسیت‌ها بر روی مقادیر مختلف پارامترها مورد بررسی قرار می‌گیرد. بدیهی است که تورم باعث تغییر هزینه‌ها در طول زمان می‌شود. در این تحقیق اثر تورم بر هزینه‌ها در نظر گرفته شده است. روابط زیر نحوه تغییر هزینه‌ها را نشان می‌دهد.

$$C_t = C_{..} (1 + r)^t \quad (11)$$

^{۱۶} Husseinzadeh Kashan

^{۱۷} Optic Inspired Optimization



شکل ۲. فلوجارت الگوریتم OIO

موقعیت نقطه نورانی مجازی Z بر محور تابع هدف در تکرار t .	$S_{j,i,k}^t$
فاصله بین موقعیت نقطه نورانی مجازی Z بر محور تابع هدف و موقعیت رأس آینه مجازی بر محور تابع هدف در تکرار t .	$p_{j,i,k}^t$
فاصله بین موقعیت تصویر نقطه نورانی مجازی Z بر محور تابع هدف و موقعیت رأس آینه مجازی بر محور تابع هدف در تکرار t .	$q_{j,i,k}^t$
شعاع انحنای آینه مجازی که در مرکز انحنای محور اصلی \bar{F}_j^t	$r_{j,i,k}^t$

نمادهای استفاده‌شده در شکل ۳ به صورت زیر تعریف می‌شوند:	
تعداد نقاط نورانی مجازی	NO
موقعیت نقاط نورانی مجازی Z در n امین بعد فضای جستجو در تکرار t (به عبارت دیگر j^{th} جواب در جمعیت)	$\bar{O}_j^t = [o_{j1}^t \ o_{j12}^t \ \dots \ o_{j1n}^t]_{1 \times n}$
نشان‌دهنده نقطه‌ای دیگر د فضای جستجو است، (به معنی یک عضو از جمعیت).	$\bar{F}_j^t = [f_{j1}^t \ f_{j12}^t \ \dots \ f_{j1n}^t]_{1 \times n}$
نشان‌دهنده موقعیت تصویر نقطه نورانی مجازی Z در فضای جستجو در تکرار t .	$\bar{I}_j^t = [i_{j1}^t \ i_{j12}^t \ \dots \ i_{j1n}^t]_{1 \times n}$

مجازی z با موقعیت $\vec{O}'_j = [o'_{j1} o'_{j12} \dots o'_{jnm}]$ که در فضای جستجو (با ترکیب تابع هدف با فضای جستجو داریم $[o'_{j1} o'_{j12} \dots o'_{jnm} s'_{j,ik}]$) در مقابل آینه مجازی (سطح تابع) بافاصله $p'_{j,ik}$ از رأس آینه قرار می‌گیرد و تصویر مجازی آن بافاصله $q'_{j,ik}$ از رأس آینه تشکیل می‌شود. با نگاشت موقعیت تصویر مجازی به فضای جواب، موقعیت تصویر مجازی $\vec{I}'_{j,ik}$ تولید می‌شود که می‌توان از آن به‌عنوان جواب جدید یاد کرد.

۲-۱-۶- الگوریتم فرا ابتکاری

یکی از مزیت‌های الگوریتم OIO نسبت به الگوریتم‌های فرا ابتکاری دیگر تعداد کم پارامترها جهت تنظیم است. در اینجا تعداد کل توابع هدفی که باید ارزیابی شود و جمعیت هر بار نقاط نورانی مورد ارزیابی و تحلیل قرار می‌گیرد. جدول زیر نتایج را نشان می‌دهد.

جدول ۲. تنظیم پارامتر برای الگوریتم OIO

ارزیابی ۱۶۰۰ تابع هدف				ارزیابی ۱۶۰۰ تابع هدف			
NoI*	PS*	MOF*	MT*	NoI	PS	MOF	MT
۴۰	۴۰	۲,۴۸۸,۵۳۳	۱۷	۴۰	۴۵	۲,۶۲۲,۰۲۳	۲۰
۳۰	۵۴	۲,۵۶۲,۴۸۲	۱۹	۳۰	۶۰	۲,۶۴۲,۸۵۹	۲۲
۲۰	۸۰	۲,۵۵۲,۱۱۴	۱۸	۲۰	۹۰	۲,۶۹۸,۳۹۱	۲۳
ارزیابی ۱۶۰۰ تابع هدف				ارزیابی ۱۶۰۰ تابع هدف			
NoI	PS	MOF	MT	NoI	PS	MOF	MT
۴۰	۵۰	۲,۷۸۴,۹۱۸	۲۳	۴۰	۵۵	۲,۹۷۰,۱۳۵	۲۹
۳۰	۶۷	۲,۸۱۳,۰۲۱	۲۴	۳۰	۷۴	۲,۹۷۱,۰۷۲	۳۲
۲۰	۱۰۰	۲,۹۷۱,۰۱۹	۲۶	۲۰	۱۱۰	۲,۹۷۱,۳۱۶	۳۶

* NoI: Number of Iteration, PS: Population Size, MOF: Mean Objective Function value for ۱۰ times run the algorithm, MT: Mean runs Time per hours

مطالعه موردی بر محصول جاروبرقی شرکت ال‌جی با ضمانت گلدیران صورت گرفته است. در این بخش علاوه بر حل مدل موضوع مهمی که مورد بررسی و تحلیل قرار گرفت این است که طول چرخه عمر محصول و طول مدت‌زمان تأمین قطعات یدکی چطور بر سود شرکت و متغیرهای تصمیم تأثیر می‌گذارد. الگوریتم ۱۰ بار با هر الگوریتم تکرار شده و نتایج بهترین پاسخ و میانگین پاسخ‌ها برای تابع هدف در جدول زیر آورده شده است. این مسئله با استفاده از نرم‌افزار متلب و رایانه‌ای با مشخصات Pentium ۴ با ۳,۶۱ GHz CPU و ۷ GB RAM و Core i7 مورد حل قرار گرفت. جدول ۲ مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم و سود

	قرار دارد.
$m'_{j,ik}$	موقعیت مرکز انحنا بر محور تابع هدف در تکرار t .
$HO'_{j,ik}$	ارتفاع نقطه نورانی مجازی z از محور اصلی در تکرار t .
$HI'_{j,ik}$	ارتفاع تصویر نقطه نورانی مجازی z از محور اصلی در تکرار t .
$K'_{j,ik}$	مقدار انحراف جانبی مربوط به آینه مجازی منعکس‌کننده تصویر نقطه نورانی z در تکرار t .

مکانیسم کلی OIO بدین ترتیب است که ابتدا به تعداد NO نقطه نورانی در فضای جستجو تولید می‌کند. سپس در تکرار t ، هر نقطه

با توجه به نتایج محاسبه‌شده در جدول ۲، از آنجاکه الگوریتم بهبود خاصی نداشته در ۲۲۰۰ تابع هدف با توجه به زمان اضافی که صرف می‌شود. در اینجا ارزیابی ۲۰۰۰ تابع هدف با ۲۰ تکرار و جمعیت ۱۰۰ عضو انتخاب می‌شود.

۲-۶- مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم و تابع هدف برای مقادیر مختلف دوره‌های زمانی برنامه‌ریزی

در این بخش نتایج محاسباتی حل مدل ارائه‌شده با الگوریتم پیشنهادی مورد بررسی قرار می‌گیرد. همان‌طور که اشاره شد،

کنند در صورتی که گلدیران این موضوع را مورد توجه قرار نمی‌دهد و فارغ از این موضوع به تعیین مقادیر این متغیرها می‌پردازد.

دوم اینکه نتایج به‌دست‌آمده از الگوریتم ترکیبی PSO_MCS_DP در اکثر موارد از الگوریتم PSO_MCS_DP بهتر است.

تولیدکننده را که با الگوریتم‌های OIO_MCS_DP و PSO_MCS_DP حل شده است را نشان می‌دهد. با توجه به نتایج محاسباتی این دو جدول چند نکته قابل توجه را می‌توان دریافت. اول اینکه تولیدکنندگان می‌بایست مقادیر بهینه طول وارانتهی پایه، طول تمدید وارانتهی، قیمت تمدید وارانتهی، قیمت محصول و سطح تعمیر را با توجه به طول مدت برنامه‌ریزی تعیین

جدول ۳. مقادیر بهینه و مقدار سود با در نظر گرفتن مدل عمر مجازی کیچیمما ۱ در تعمیر ناقص

مقادیر بهینه با الگوریتم ترکیبی OIO_MCS_DP						مقادیر بهینه با الگوریتم ترکیبی PSO_MCS_DP						
P_0	q	w	P_1, P_2, P_3	mean	Best sol	P_0	q	w	P_1, P_2, P_3	mean	Best sol	
۲۶۰	۰.۲۸	۲۱	۰.۲۱۰۰, ۰.۳۱۰۰, ۰.۴۸	۲.۵۹۶.۴۴۰	۲.۶۷۹.۵۲۶	۲۵۹	۰.۲۲	۲۰	۰.۲۵۰۰, ۰.۳۶۰۰, ۰.۳۹	۲.۵۱۸.۵۴۷	۲.۵۹۴.۱۰۳	۵۴
۲۵۹	۰.۳۲	۲۱	۰.۲۵۰۰, ۰.۳۵۰۰, ۰.۴	۲.۸۱۷۹.۴۱۵	۲.۹۷۴.۴۳۶	۲۵۹	۰.۳۵	۲۲	۰.۲۸۰۰, ۰.۳۷۰۰, ۰.۳۵	۲.۸۲۱.۸۲۷	۲.۹۰۶.۴۸۲	۵۸ ۳۴
۲۵۷.۵	۰.۳۶	۲۲	۰.۲۷۰۰, ۰.۳۷۰۰, ۰.۳۶	۳.۰۷۸.۲۹۵	۳.۱۸۶.۰۳۶	۲۵۸	۰.۳۸	۲۲	۰.۳۲۰۰, ۰.۳۹۰۰, ۰.۲۹	۳.۱۰۹۰.۰۷۸	۳.۲۰۲.۲۵۰	۶۲
۲۵۹	۰.۳۳	۲۱	۰.۲۵۰۰, ۰.۴۳۰۰, ۰.۳۲	۲.۹۶۹.۲۸۵	۳.۰۶۴.۳۰۲	۲۵۹	۰.۲۹	۲۱	۰.۲۷۰۰, ۰.۴۶۰۰, ۰.۲۷	۲.۹۰۹.۸۹۹	۲.۹۹۷.۱۹۶	۵۴
۲۵۸	۰.۳۸	۲۲	۰.۲۸۰۰, ۰.۴۷۰۰, ۰.۲۵	۳.۰۳۷.۷۰۵	۳.۱۳۷.۹۴۹	۲۵۹.۵	۰.۳۳	۲۲	۰.۳۱۰۰, ۰.۴۹۰۰, ۰.۲	۲.۹۴۶.۵۷۴	۳.۰۳۴.۹۷۱	۵۸ ۳۶
۲۵۷.۲	۰.۴۲	۲۲	۰.۳۱۰۰, ۰.۴۹۰۰, ۰.۲	۳.۲۴۴.۷۸۰	۳.۳۵۵.۱۰۲	۲۶۰	۰.۲۷	۲۲	۰.۳۴۰۰, ۰.۵۱۰۰, ۰.۱۵	۳.۱۷۹.۸۸۴	۳.۲۷۵.۲۸۱	۶۲
۲۵۸	۰.۳۹	۲۲	۰.۲۴۰۰, ۰.۴۷۰۰, ۰.۲۹	۲.۹۹۵.۴۶۶	۳.۰۹۱.۳۲۱	۲۶۰	۰.۳۱	۲۳	۰.۲۶۰۰, ۰.۴۹۰۰, ۰.۲۵	۳.۱۴۵.۲۳۹	۳.۱۲۹.۵۹۷	۵۴
۲۵۷	۰.۴۴	۲۱	۰.۲۹۰۰, ۰.۴۷۰۰, ۰.۲۴	۳.۲۰۰.۵۶۰	۳.۳۰۶.۱۷۹	۲۶۰	۰.۳۸	۲۳	۰.۳۲۰۰, ۰.۴۹۰۰, ۰.۱۹	۳.۱۰۴.۵۴۳	۳.۱۹۷.۶۸۰	۵۸ ۳۸
۲۵۷	۰.۴۷	۲۲	۰.۳۲۰۰, ۰.۵۳۰۰, ۰.۱۵	۳.۳۶۳.۹۹۵	۳.۴۸۱.۷۳۵	۲۵۹.۷	۰.۴	۲۲	۰.۳۵۰۰, ۰.۵۱۰۰, ۰.۱۴	۳.۲۹۶.۷۱۵	۳.۳۹۵.۱۶۶	۶۲
۲۵۸	۰.۴۱	۲۲	۰.۲۷۰۰, ۰.۴۷۰۰, ۰.۲۶	۳.۳۸۲.۳۵۴	۳.۴۹۳.۹۷۲	۲۶۰	۰.۴۴	۲۲	۰.۲۵۰۰, ۰.۵۰۰, ۰.۲۵	۳.۳۱۴.۷۰۷	۳.۴۱۴.۱۴۸	۵۴
۲۵۷	۰.۴۵	۲۱	۰.۲۹۰۰, ۰.۴۵۰۰, ۰.۲۶	۳.۳۸۲.۹۷۳	۳.۴۹۷.۹۹۴	۲۵۸.۷	۰.۴۵	۲۴	۰.۳۱۰۰, ۰.۴۸۰۰, ۰.۲۰	۳.۴۴۲.۱۲۲	۳.۴۹۳.۶۸۵	۵۸ ۴۰
۲۵۶	۰.۴۸	۲۳	۰.۳۸۰۰, ۰.۴۸۰۰, ۰.۱۴	۳.۵۶۷.۱۳۶	۳.۶۹۵.۵۵۳	۲۵۷	۰.۴۹	۲۴	۰.۳۵۰۰, ۰.۵۲۰۰, ۰.۱۳	۳.۵۳۱.۴۶۴	۳.۶۳۷.۴۰۸	۶۲
۲۵۸	۰.۴۲	۲۳	۰.۳۲۰۰, ۰.۴۸۰۰, ۰.۲	۳.۳۴۹.۸۱۵	۳.۴۵۷.۰۰۹	۲۵۹.۱	۰.۵	۲۴	۰.۳۵۰۰, ۰.۵۱۰۰, ۰.۱۴	۳.۲۸۲.۸۱۹	۳.۴۱۱.۵۵۳	۵۴
۲۵۵	۰.۵۱	۲۳	۰.۳۵۰۰, ۰.۴۳۰۰, ۰.۲۲	۳.۷۰۹.۹۲۳	۳.۸۳۶.۰۶۱	۲۵۷	۰.۵۵	۲۴	۰.۳۸۰۰, ۰.۴۸۰۰, ۰.۱۴	۳.۶۳۵.۷۲۴	۳.۷۹۶.۴۹۶	۵۸ ۴۲
۲۵۵	۰.۵۵	۲۳	۰.۳۹۰۰, ۰.۴۵۰۰, ۰.۱۷	۴.۰۸۰.۷۸۰	۴.۲۱۹.۵۲۶	۲۵۷	۰.۵۷	۲۴	۰.۴۰۰, ۰.۴۹۰۰, ۰.۱۱	۳.۹۹۹.۱۶۴	۴.۱۸۰.۷۳۹	۶۲

قیمت تمدید وارانتهی، سطح تعمیر، در صد محصولاتیکه تحت هر یک از تعمیرها قرار می‌گیرند و میزان تولید قطعات یدکی باهدف بیشینه سازی سود تولیدکننده مورد مطالعه قرار گرفت. از رویکرد بهینه‌سازی مبتنی بر شبیه‌سازی برای مدل سازی مسئله استفاده

۷- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این تحقیق مسئله یکپارچه‌سازی تصمیمات قیمت‌گذاری محصول به‌صورت پویا، تعیین طول دوره وارانتهی پایه، طول و

به منظور مشاهده رفتار مدل و متغیرهای تصمیم در این بخش یک مطالعه موردی در رابطه با محصول جاروبرقی ال جی که توسط شرکت گلدیران وارانته شده است مورد مطالعه قرار گرفت. همچنین از دو الگوریتم OIO و PSO به عنوان الگوریتم های فرا ابتکاری روش پیشنهادی استفاده شد. در حل مدل این موضوع مهم مورد بررسی قرار گرفت که چطور طول چرخه عمر محصول و طول مدت زمان تامین قطعات یدکی چطور بر سود شرکت و متغیرهای تصمیم تأثیر می گذارد. با توجه به نتایج محاسباتی چند نکته قابل توجه دریافت شد. اول اینکه تولیدکنندگان می بایست مقادیر بهینه طول وارانته، قیمت محصول و سطح تعمیر را با توجه به طول مدت برنامه ریزی تعیین کنند در صورتیکه گلدیران این موضوع را مورد توجه قرار نمی دهد و فارغ از این موضوع به تعیین مقادیر این متغیرها می پردازد.

شده است. همچنین برای حل مسئله الگوریتم پیشنهادی با ترکیب الگوریتم فراابتکاری، شبیه سازی مونت کارلو و الگوریتم برنامه ریزی پویا ارائه شد. روال کار الگوریتم بدین صورت است که ابتدا متغیرهای نوع اول شامل قیمت اولیه محصول، طول وارانته پایه، طول تمدید وارانته، قیمت تمدید وارانته، سطح تعمیر و احتمال های انجام هر یک از تعمیرات کامل، ناقص و حداقلی توسط الگوریتم متاهوریستیک تعیین می شوند، سپس متغیرهای نوع دوم شامل: تعداد محصولات که تمدید وارانته خریداری می کنند، تعداد محصولات تحت وارانته و از وارانته خارج شده خراب که با تعمیر حداقلی، ناقص و کامل تعمیر می شوند، توسط شبیه سازی مونت کارلو تخمین زده می شوند و در نهایت متغیرهای نوع سوم شامل میزان تولید قطعه یدکی و میزان نگهداری قطعات یدکی در هر دوره توسط الگوریتم برنامه ریزی پویا مورد بهینه سازی قرار می گیرد.

مراجع

- lifetime distributions," *Comput. Ind. Eng.*, vol. ۴۸, no. ۱, pp. ۶۹-۸۲, Jan. ۲۰۰۵.
- [۱۱] B. Kim and S. Park, "Optimal pricing, EOL (end of life) warranty, and spare parts manufacturing strategy amid product transition," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. ۱۸۸, no. ۳, pp. ۷۲۳-۷۴۵, Aug. ۲۰۰۸.
- [۱۲] Z. Zhou, Y. Li, and K. Tang, "Dynamic pricing and warranty policies for products with fixed lifetime," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. ۱۹۶, no. ۳, pp. ۹۴۰-۹۴۸, Aug. ۲۰۰۹.
- [۱۳] S. A. Yazdian, K. Shahanaghi, and A. Makui, "Joint optimisation of price, warranty and recovery planning in remanufacturing of used products under linear and non-linear demand, return and cost functions," *Int. J. Syst. Sci.*, vol. ۴۷, no. ۵, pp. ۱۱۵۵-۱۱۷۵, Apr. ۲۰۱۶.
- [۱۴] M. N. Darghouth, D. Ait-kadi, and A. Chelbi, "Joint optimization of design, warranty and price for products sold with maintenance service contracts," *Reliab. Eng. Syst. Saf.*, vol. ۱۶۵, pp. ۱۹۷-۲۰۸, Sep. ۲۰۱۷.
- [۱۵] C.-K. Chen, C.-C. Lo, and T.-C. Weng, "Optimal production run length and warranty period for an imperfect production system under selling price dependent on warranty period," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. ۲۵۹, no. ۲, pp. ۴۰۱-۴۱۲, Jun. ۲۰۱۷.
- [۱۶] H.-Z. Huang, Z.-J. Liu, and D. N. P. Murthy, "Optimal reliability, warranty and price for new products," *IIE Trans.*, vol. ۳۹, no. ۸, pp. ۸۱۹-۸۲۷, May ۲۰۰۷.
- [۱۷] J. Khawam, W. H. Hausman, and D. W. Cheng, "Warranty Inventory Optimization for Hitachi Global Storage Technologies, Inc.," *Interfaces (Providence)*, vol. ۳۷, no. ۵, pp. ۴۵۵-۴۷۱, Oct. ۲۰۰۷.
- [۱۸] Y.-C. Tsao, W.-G. Teng, R.-S. Chen, and W.-Y. Chou, "Pricing and inventory policies for Hi-tech products under replacement warranty," *Int. J. Syst.*
- [۱] W. R. Blischke and D. N. P. Murthy, "Product warranty management-I: A taxonomy for warranty policies," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. ۶۲, no. ۲, pp. ۱۲۷-۱۴۸, Oct. ۱۹۹۲.
- [۲] D. N. P. Murthy and I. Djmaludin, "New product warranty: A literature review," *Int. J. Prod. Econ.*, vol. ۲۹, no. ۳, pp. ۲۳۱-۲۶۰, Oct. ۲۰۰۲.
- [۳] D. Murthy, O. Solem, T. R.-E. J. of Operational, and undefined ۲۰۰۴, "Product warranty logistics: Issues and challenges," *Elsevier*.
- [۴] M. Shafiee and S. Chukova, "Maintenance models in warranty: A literature review," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. ۲۲۹, no. ۳, pp. ۵۶۱-۵۷۲, Sep. ۲۰۱۳.
- [۵] D. N. P. Murthy, O. Solem, and T. Roren, "Product warranty logistics: Issues and challenges," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. ۱۵۶, no. ۱, pp. ۱۱۰-۱۲۶, Jul. ۲۰۰۴.
- [۶] D. N. P. Murthy and I. Djmaludin, "New product warranty: A literature review," *Int. J. Prod. Econ.*, vol. ۲۹, no. ۳, pp. ۲۳۱-۲۶۰, Oct. ۲۰۰۲.
- [۷] Y. Lam and P. Kwok Wai Lam, "An extended warranty policy with options open to consumers," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. ۱۳۱, no. ۳, pp. ۵۱۴-۵۲۹, Jun. ۲۰۰۱.
- [۸] T. S. Glickman and P. D. Berger, "Optimal Price and Protection Period Decisions for a Product Under Warranty," *Manage. Sci.*, vol. ۲۲, no. ۱۲, pp. ۱۳۸۱-۱۳۹۰, Aug. ۱۹۷۶.
- [۹] J.-T. Teng and G. L. Thompson, "Optimal strategies for general price-quality decision models of new products with learning production costs," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. ۹۳, no. ۳, pp. ۴۷۶-۴۸۹, Sep. ۱۹۹۶.
- [۱۰] P.-C. Lin and L.-Y. Shue, "Application of optimal control theory to product pricing and warranty with free replacement under the influence of basic

- Sci.*, vol. ۴۵, no. ۶, pp. ۱۲۵۵-۱۲۶۷, Jun. ۲۰۱۴.
- [۱۹] V. Padmanabhan, "U sage H eterogeneity and E xtended W arranties," *J. Econ. Manag. Strateg.*, vol. ۴, no. ۱, pp. ۳۳-۵۳, Mar. ۱۹۹۵.
- [۲۰] N. Jack and D. N. P. Murthy, "A flexible extended warranty and related optimal strategies," *J. Oper. Res. Soc.*, vol. ۵۸, no. ۱۲, pp. ۱۶۱۲-۱۶۲۰, Dec. ۲۰۰۷.
- [۲۱] J. C. Hartman and K. Laksana, "Designing and pricing menus of extended warranty contracts," *Nav. Res. Logist.*, vol. ۵۶, no. ۳, pp. ۱۹۹-۲۱۴, Apr. ۲۰۰۹.
- [۲۲] S. Wu and P. Longhurst, "Optimising age-replacement and extended non-renewing warranty policies in lifecycle costing," *Int. J. Prod. Econ.*, vol. ۱۳۰, no. ۲, pp. ۲۶۲-۲۶۷, Apr. ۲۰۱۱.
- [۲۳] S. Bouguerra, A. Chelbi, and N. Rezg, "A decision model for adopting an extended warranty under different maintenance policies," *Int. J. Prod. Econ.*, vol. ۱۳۵, no. ۲, pp. ۸۴۰-۸۴۹, Feb. ۲۰۱۲.
- [۲۴] N. Tao and S. Zhang, "The optimal extended warranty length of durable-goods-based preventive maintenance behaviour," *Syst. Sci. Control Eng.*, vol. ۳, no. ۱, pp. ۴۷۲-۴۷۷, Jan. ۲۰۱۵.
- [۲۵] M. Park, K. M. Jung, and D. H. Park, "Optimal maintenance strategy under renewable warranty with repair time threshold," *Appl. Math. Model.*, vol. ۴۳, pp. ۴۹۸-۵۰۸, Mar. ۲۰۱۷.
- [۲۶] Z. Lu and J. Shang, "Warranty Mechanism for Pre-owned Tech Products: Collaboration Between E-tailers and Online Warranty Provider," *Int. J. Prod. Econ.*, Jan. ۲۰۱۹.
- [۲۷] M. Kijima and T. Nakagawa, "A cumulative damage shock model with imperfect preventive maintenance," *Nav. Res. Logist.*, vol. ۳۸, no. ۲, pp. ۱۴۵-۱۵۶, Apr. ۱۹۹۱.
- [۲۸] A. Husseinzadeh Kashan, "A new metaheuristic for optimization: Optics inspired optimization (OIO)," *Comput. Oper. Res.*, vol. ۵۵, pp. ۹۹-۱۲۵, Mar. ۲۰۱۵.