

# طراحی نمودار کنترل تعدیل ریسک شده میانگین متحرک موزون نمایی برنولی با پارامترهای تخمین زده شده

راضیه اشرفی نصرآبادی

دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شاهد،

تهران، r.ashrafi@shahed.ac.ir

امیرحسین امیری

(نویسنده مسئول) دانشیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شاهد، تهران\*

**چکیده** معمولاً برای ارزیابی عملکرد نمودارهای کنترل در حوزه بهداشت و درمان، پارامترهای نمودار کنترل معلوم فرض می‌شوند؛ هرچند که در عمل معمولاً این پارامترها نامعلوم بوده و برای پایش فرآیند، پارامترهای فرآیند باید در فاز ۱ تخمین زده شوند. زمانی که از تخمین پارامتر به جای مقادیر معلوم آنها استفاده می‌شود، عملکرد نمودار کنترل تحت تأثیر قرار می‌گیرد. در این مقاله ابتدا یک نمودار کنترل ریسک تعدیل شده میانگین متحرک موزون نمایی برنولی پیشنهاد می‌شود. سپس اثر تخمین پارامتر بر عملکرد کنترل و خارج از کنترل نمودار کنترل پیشنهادی بررسی می‌شود. در ادامه برای کاهش این اثر، روشهای افزایش اندازه نمونه و اصلاح حدود کنترل مورد استفاده قرار می‌گیرد. نتایج شبیه‌سازی بر حسب معیارهای متوسط طول دنباله، انحراف معیار طول دنباله و ضریب تغییرات طول دنباله گزارش می‌شود. نتایج حاصل از شبیه‌سازی، کاهش اثر تخمین پارامتر توسط روشهای افزایش اندازه نمونه و اصلاح حدود کنترل را تأیید می‌کند.

**کلمات کلیدی** تخمین پارامتر، نمودار کنترل میانگین متحرک موزون نمایی، سیستم‌های سلامت، تعدیل ریسک.

## ۱- مقدمه

در کنار تشابهاتی که موجب کارایی نمودارهای کنترل در حوزه بهداشت و درمان شده است؛ تفاوت‌هایی نیز وجود دارد که موجب می‌شود نمودارهای کنترل معمول نیازمند تغییراتی برای بهبود عملکردشان در این حوزه باشند.

فرآیندهایی در این حوزه وجود دارد که متغیرهای آن مربوط به بیمار است و شرایط بیمار بر مقدار متغیر تأثیر می‌گذارد. این متغیرها می‌تواند شامل سن، جنس، وزن، میزان قند خون و ... باشد. تأثیر این متغیرها بر روی متغیرهای خروجی با استفاده از تکنیک‌های مختلف تعدیل ریسک لحاظ می‌شود. در عمل، به منظور فراهم کردن سهولت در اجرای تعدیل ریسک، تأثیر عوامل ریسک مختلف در یک عدد ریسک مانند عدد پارسونز ترکیب می‌شوند [۲].

امروزه از کنترل فرآیند آماری در فرآیندهای بخش سلامت به طور گسترده استفاده می‌شود. استفاده از روش‌های پایش آماری در حوزه بهداشت و درمان، حاصل توسعه روش‌های کنترل فرآیند آماری در عرصه‌های صنعتی است [۱].

در میان ابزارهای کنترل فرآیند آماری، نمودارهای کنترل مورد توجه ویژه متخصصین حوزه بهداشت و درمان قرار گرفته است زیرا هزینه ناشی از اشتباهات در حوزه بهداشت و درمان نسبت به سایر حوزه‌ها زیاد است. لذا مراکز بهداشت و درمان در کشورهای پیشرفته به دنبال روش‌هایی هستند تا خطاهای سیستم را شناسایی کنند و به دنبال آن با اقدامات اصلاحی و پیشگیرانه اثر آن‌ها را کاهش دهند.

\* (Corresponding author) amiri@shahed.ac.ir

پس از فاز ۱ انجام شده و در این مرحله، پایش فرآیند با هدف کشف سریع شرایط خارج از کنترل اتفاق می‌افتد. بنابراین واضح است که صحت پایش فاز ۲ بستگی به دقت تخمین در فاز ۱ دارد [۶]. بیشتر مطالعاتی که به ارزیابی عملکرد نمودارهای کنترل در فاز ۲ می‌پردازند، بر این فرض استوارند که پارامترهای نمودار کنترل، معلوم هستند. با وجود اینکه اخیراً منبع ایجاد تغییر دیگری شناخته شده است که از طریق تخمین پارامترها به فرآیند کنترل اضافه می‌شود. اما متأسفانه در مطالعات اندکی، اثر تخمین پارامترها بر روی عملکرد نمودارهای کنترل بررسی شده است [۷].

در نظرگرفتن این فرض که پارامترهای کنترل معلوم باشند، باعث ساده‌سازی ارزیابی نمودارهای کنترل می‌شود. اما در واقع، به ندرت مقدار پارامترهای فرآیند معلوم هستند و نمودارهای کنترل معمولاً بر اساس تخمین پارامتر ساخته می‌شوند، زمانی که از تخمین پارامتر به جای مقادیر معلوم آنها استفاده می‌شود، عملکرد نمودار کنترل تحت تأثیر قرار می‌گیرد. جونز و اشتاینر [۸] اثر تخمین پارامتر بر عملکرد نمودار کنترل تعدیل ریسک شده CUSUM را با حدود کنترل ثابت بررسی کردند و دریافتند که این اثر می‌تواند قابل توجه باشد.

برای رفع این مشکل، افزایش تعداد نمونه‌های مرجع در فاز ۱ به عنوان روشی برای کاهش اثر تخمین پارامتر بر عملکرد نمودارهای کنترل مختلف توسط محققین در نظر گرفته شده است. اما در بعضی از فرآیندها، به دلیل محدودیت‌های مالی، جمع‌آوری نمونه‌ای بزرگ به منظور تخمین پارامترهای مدل امکان‌پذیر نیست لذا روش اصلاح حدود کنترل مطرح می‌شود. در این روش، حدود کنترل نمودار به گونه‌ای تعیین می‌شود که اثر تخمین پارامترها را جبران کند. این روش که حدود کنترل اصلاح-شده نامیده می‌شود؛ به دنبال طراحی حدود کنترل برای رسیدن به معیار مطلوب در فاز ۲ است.

در این مقاله ابتدا یک نمودار کنترل ریسک تعدیل شده میانگین متحرک موزون نمایی برنولی پیشنهاد می‌شود. سپس اثر تخمین پارامتر روی نمودار کنترل پیشنهادی با استفاده از داده‌های حاصل از عمل جراحی قلب که روی ۶۹۹۴ بیمار انجام گرفته [۵]، نشان داده می‌شود. سپس با استفاده از روش‌های افزایش اندازه نمونه و اصلاح حدود کنترل، اثر تخمین پارامتر روی عملکرد کنترل نمودار تعدیل ریسک شده EWMA کاهش داده می‌شود.

برای پایش فرآیندهای جراحی و درمانی بیمارستان‌ها، روش‌های مختلفی از سوی محققین ارائه شده است. نمودارهای شوهارت<sup>۱</sup>، آزمون نسبت احتمال دنباله‌ای<sup>۲</sup>، میانگین متحرک موزون نمایی<sup>۳</sup> و جمع تجمعی<sup>۴</sup> مهمترین روش‌هایی هستند که توسط محققان برای کنترل فرآیند آماری در بخش بهداشت و درمان پیشنهاد شده است [۳].

از آنجا که نمودار کنترل EWMA عملکرد بسیار خوبی از خود در کشف شیفت‌های کوچک نشان می‌دهد، یکی از نمودارهای متداول و پرکاربرد برای پایش مشخصه‌های برنولی در سیستم‌های سلامت به شمار می‌آید. نمودار کنترل تعدیل ریسک شده EWMA در کشف تغییرات کوچک عملکردی مشابه نمودار کنترل تعدیل ریسک شده CUSUM دارد. برتری اصلی این نمودار بر نمودار CUSUM در تفسیر بصری آنها است. زیرا می‌توان آماره EWMA را به عنوان تخمینی از سطح فعلی فرآیند در نظر گرفت. افزون بر این، به جای اینکه آماره مانند نمودار CUSUM تنظیم مجدد شود، اثر مشاهدات قبلی با تعدیل وزن-های داده شده به آنها از آماره خارج می‌شود که روش معقول‌تری برای انجام پایش است و برای متخصصان مراقبت سلامت قابل پذیرش است [۴].

یکی از حوزه‌های شناخته شده در زمینه‌ی سلامت، حوزه جراحی قلب می‌باشد که با استفاده از نمودارهای کنترل، عملکرد جراحان مختلف را در طول زمان مورد ارزیابی قرار می‌دهد. به طور کلی، تغییرپذیری زیادی در ریسک اولیه بیماران ورودی به بخش جراحی قلب وجود دارد و غافل شدن از تأثیر این عامل بر احتمال موفقیت جراحی و نادیده گرفتن آن در طراحی نمودار کنترل، امکان پایش مناسب فرآیند را از بین می‌برد. با استفاده از مدل رگرسیون لجستیک می‌توان این مشکل را حل کرد و امکان دخیل کردن ریسک پیش از عمل بیماران را در طراحی نمودار کنترل فراهم کرد [۵].

برای تعیین حدود کنترل بالا و پایین در نمودارهای کنترلی لازم است تا مقدار مشخصی برای پارامترهای نمودار کنترل در دست باشد. هرچند که در عمل و اغلب مواقع این پارامترها نامعلوم بوده و برای پایش فرآیند در طول زمان، پارامتر(های) فرآیند باید تخمین زده شود. این تخمین در فاز ۱ کنترل فرآیند اتفاق می‌افتد. در فاز ۱ هدف این است که انحرافات ایجاد شده در پارامترهای فرآیند با احتمال بالایی تشخیص داده شوند. فاز ۲

<sup>۱</sup> Exponentially Weighted Moving Average: EWMA

<sup>۲</sup> Cumulative Sum: CUSUM

<sup>۳</sup> Shewhart Chart

<sup>۴</sup> Sequential Probability Ratio Test: SPRT

به عبارت دیگر :

$$\pi_t = \frac{e^{\beta_0 + \beta_1 X_t}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1 X_t}} \quad (7)$$

$X_t$  امتیاز ریسک بیمار  $t$  ام است که به عنوان امتیاز پارسونت شناخته می‌شود.

با توجه به توضیحات بالا می‌توان رابطه (۲) را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$e_t = \frac{y_t - \pi_t}{\sqrt{\pi_t(1 - \pi_t)}} \quad (8)$$

### ۳- اثر تخمین پارامتر بر عملکرد تحت کنترل نمودار تعدیل ریسک شده EWMA برنولی

در این بخش برای بررسی اثر تخمین پارامتر روی عملکرد تحت کنترل نمودار تعدیل ریسک شده میانگین متحرک موزون نمایی برنولی از داده‌های حاصل از عمل جراحی قلب که توسط اشتاینر و همکاران [۵] ارائه شد، استفاده شده است.

متوسط نرخ مرگ و میر طی ۳۰ روز پس از عمل جراحی قلب روی ۶۹۹۴ بیمار حدود ۶/۶٪ محاسبه شد که مدل رگرسیون لجستیک آن به صورت زیر است :

$$\text{logit}(\pi_t) = -3.63 + 0.074X_t \quad (9)$$

رابطه‌ی (۹) ارتباط میان امتیاز پارسونت و نرخ مرگ و میر ۳۰ روزه را نشان می‌دهد [۱۰]. بر اساس این رابطه مقدار معلوم پارامترهای  $\beta_0$  و  $\beta_1$  به ترتیب برابر با ۳/۶۳- و ۰/۰۷۴ در نظر گرفته می‌شوند.

با استفاده از این مدل و آماره EWMA تعدیل ریسک شده، حد بالای نمودار کنترل به گونه‌ای با استفاده از ۱۰۰۰۰ بار شبیه‌سازی محاسبه شد که  $ARL_0$  دلخواه به دست آید. سپس به منظور نشان دادن اثر خطای تخمین پارامتر در فاز ۱ روی عملکرد نمودار کنترل در فاز ۲، از اندازه نمونه‌های ۱۰۰، ۳۰۰، ۵۰۰، ۷۵۰، ۱۵۰۰، ۳۰۰۰ استفاده شد. لازم به ذکر است که این نمونه‌ها از ۶۹۹۴ بیمار به صورت تصادفی انتخاب شدند. سپس با استفاده از این نمونه‌ها پارامترهای مدل رگرسیون لجستیک تخمین زده شده و از آنها به جای استفاده از پارامترهای معلوم در طراحی آماره نمودار کنترل استفاده شد.

### ۲- نمودار کنترل تعدیل ریسک شده EWMA برنولی پیشنهادی

آماره نمودار تعدیل ریسک شده میانگین متحرک موزون نمایی یک طرفه به صورت زیر است:

$$Z_t = \max\{0, \lambda e_t + (1 - \lambda)Z_{t-1}\}, \quad (1)$$

$e_t$  عدد EWMA است که به مشاهده  $t$  ام نسبت داده می‌شود و  $0 < \lambda \leq 1$  ثابت هموارسازی است. این آماره یک ترکیب خطی از همه مشاهدات قبلی است که وزن بیشتری به مشاهدات اخیر نسبت داده می‌شود. بسته به نوع داده‌ای که پایش می‌شود، تعریف‌های مختلفی برای عدد EWMA وجود دارد. با توجه به نوع مشخصه عملکرد، امتیاز میانگین متحرک موزون نمایی مشخص می‌شود. برای معیارهای عملکرد داده‌های دودویی، این امتیاز می‌تواند احتمال مرگ و میر مینا یا اختلاف بین احتمال مرگ و میر مشاهده شده و مینا باشد [۴]. برای معیارهای عملکرد زمان رخ دادن پیشامد، امتیاز میانگین متحرک موزون نمایی مانند امتیاز در نمودار کنترل جمع تجمعی تعدیل ریسک شده محاسبه می‌شود [۹].

در این مقاله، عدد EWMA به صورت زیر پیشنهاد می‌شود:

$$e_t = \frac{e'_t}{\sigma_t} \quad (2)$$

که در این رابطه  $e'_t$  اختلاف بین احتمال مرگ و میر مشاهده شده و مرگ و میر مینا است:

$$e'_t = y_t - E(Y_t), \quad (3)$$

$\sigma_t$  انحراف معیار متغیر  $y_t$  است.  $y_t = 1$  نشان دهنده‌ی مرگ بیمار  $t$  ام است و  $y_t = 0$  زنده ماندن بیمار  $t$  ام را نشان می‌دهد. از آن جایی که متغیر  $y_t$  دارای توزیع برنولی است، میانگین و انحراف معیار آن به ترتیب از روابط (۴) و (۵) محاسبه می‌شوند:

$$E(Y_t) = \pi_t, \quad (4)$$

$$SD(Y_t) = \sqrt{\pi_t(1 - \pi_t)}. \quad (5)$$

$\pi_t$  با استفاده از روش تعدیل ریسک رگرسیون لجستیک محاسبه می‌شود.

$$\text{logit}(\pi_t) = \beta_0 + \beta_1 X_t, \quad (6)$$

۵- اگر مقدار آماره محاسبه شده در گام ۴ کمتر یا مساوی حد بالای کنترل بود، قرار داده شد  $RL = RL + 1$  و به گام ۳ برگشت داده شد. در غیر این صورت در حالتی که مقدار آماره بزرگتر از حد بالای کنترل بود، گام ۶ اجرا شد.  
 ۶- مقدار  $RL$  ثبت و به گام ۲ برگشت داده شد.  
 ۷- گام‌های ۲ تا ۶ تا  $10000$  بار تکرار و مقدار  $ARDL_0$  و  $SDRL_0$  و  $CVRL_0$  محاسبه شد.  
 لازم به ذکر است اثر تخمین پارامتر برای اندازه نمونه‌های ۱۰۰، ۳۰۰، ۵۰۰، ۷۵۰، ۱۵۰۰، ۳۰۰۰ محاسبه و مقادیر  $ARDL_0$ ،  $SDRL_0$  و  $CVRL_0$  بر اساس تخمین‌های حاصل از این نمونه‌ها در جدول (۱) گزارش شد.

به منظور تحلیل اثر تخمین پارامتر بر عملکرد تحت کنترل نمودار کنترل تعدیل ریسک شده میانگین متحرک موزون نمایی، گام‌های زیر اجرا شده است:

- ۱- با فرض معلوم بودن ضرایب رگرسیونی  $\beta_0$  و  $\beta_1$  (مقدار معلوم پارامترهای  $\beta_0$  و  $\beta_1$  به ترتیب برابر با  $-3/63$  و  $0/074$  است)، بر اساس  $10000$  بار تکرار شبیه‌سازی، مقدار  $UCL$  برابر با  $1/2735$  تنظیم شد تا  $ARDL_0$  برابر ۲۰۰ شود.
- ۲- یک نمونه  $n$  تایی از مجموعه داده‌ها گرفته شد و براساس این نمونه، ضرایب رگرسیونی  $\hat{\beta}_0$  و  $\hat{\beta}_1$  برآورد شد.
- ۳- متغیر برنولی  $Y$  بر اساس پارامترهای معلوم تولید شد.
- ۴- مقدار آماره  $EWMA$  بر اساس رابطه‌ی (۱) با استفاده از پارامترهای تخمینی  $\hat{\beta}_0$  و  $\hat{\beta}_1$  محاسبه شد و با مقدار  $UCL$  به دست آمده در گام ۱ مقایسه شد.

جدول ۱. مقادیر  $ARDL_0$ ،  $SDRL_0$  و  $CVRL_0$  برای  $n$  های مختلف ( $UCL = 1/2735$  و  $\beta_0 = -3/63$  و  $\beta_1 = 0/074$ )

معیار			$n$
$CVRL$	$SDRL$	$ARDL$	
۲/۵۹۲۰	۹۶۴/۲۸۶۹	۳۷۲/۰۱۴۵	۱۰۰
۱/۴۸۸۷	۳۳۹/۱۲۱۴	۲۲۷/۷۹۱۳	۳۰۰
۱/۳۰۷۸	۲۷۴/۷۰۹۴	۲۱۰/۰۵۲۳	۵۰۰
۱/۱۶۳۴	۲۳۵/۹۲۲۱	۲۰۲/۷۸۵۳	۷۵۰
۱/۰۴۷۵	۲۱۰/۶۸۵۸	۲۰۱/۱۲۷۵	۱۵۰۰
۱/۰۰۱۲	۲۰۰/۹۴۶۰	۲۰۰/۷۰۸۹	۳۰۰۰

نیز مشاهده شده و پژوهش‌های دیگر از جمله صالح و همکاران [۱۱] این روند را تأیید می‌کند. همچنین مقادیر  $SDRL_0$  با افزایش اندازه نمونه کاهش یافته و به مقدار  $SDRL_0$  در حالت پارامترهای معلوم نزدیک می‌شود. معیار  $CVRL_0$  که نشان دهنده‌ی میزان پراکندگی به ازای هر واحد میانگین است با افزایش اندازه نمونه کاهش یافته و به مقدار خود در حالت معلوم بودن پارامترها نزدیک می‌شود.

همان‌گونه که در جدول (۱) مشاهده می‌شود؛ زمانی که از تخمین پارامترها به جای پارامترهای معلوم استفاده می‌شود، مقدار  $ARDL_0$  در حالت تخمین پارامترها از مقدار  $ARDL_0$  در حالت پارامترهای معلوم، فاصله دارد. با افزایش اندازه نمونه مقدار  $ARDL_0$  کاهش یافته و به مقدار  $ARDL_0$  در حالت پارامترهای معلوم ( $ARDL_0 = 200$ ) نزدیک می‌شود. این روند در مقالات قبلی

#### ۴- اثر تخمین پارامتر بر عملکرد خارج از کنترل نمودار تعدیل ریسک شده EWMA برنولی

در این بخش، با استفاده از اطلاعات مشابه بخش قبلی، اثر تخمین پارامتر بر عملکرد نمودار کنترل تعدیل ریسک شده میانگین متحرک موزون نمایی در کشف حالات خارج از کنترل مختلف در پارامترهای مدل بررسی می‌شود. به منظور داشتن مقایسات منطقی تحت  $N$  های مختلف، برای به دست آوردن مقادیر  $ARL_1$  و  $SDRL_1$  تحت هر مقدار  $N$ ، مقادیر حد کنترل بالای به کار برده شده در حالت پارامتر معلوم استفاده می‌شوند.

عملکرد خارج از کنترل نمودار کنترل EWMA با حدود ثابت تحت تغییرات مختلف بر حسب دو معیار  $ARL_1$  و  $SDRL_1$  برای  $N \in \{100, 300, 500, 750, 1500, 3000, \infty\}$  در جداول (۲) و (۳) گزارش شده است. شایان ذکر است که سطر آخر جداول (۲) و (۳) بیانگر آن است که مقادیر  $ARL_1$  و  $SDRL_1$  تحت حالت معلوم بودن پارامترها استخراج شده‌اند.

جدول (۲) حاوی مقادیر  $ARL_1$  و  $SDRL_1$  تحت مقادیر مختلف بزرگی شیفت در پارامتر عرض از مبدا در واحد  $\sigma_{\hat{\beta}_0}$

جدول ۲. مقادیر  $ARL_1$  و  $SDRL_1$  تحت تغییرات مختلف از  $\beta_0$  به  $\beta_0 + \delta\sigma_{\hat{\beta}_0}$  و  $UCL = 1/2735$  و  $\beta_0 = -3/63$  و  $\beta_1 = 0/074$

معیار	N	$\delta$					
		۰/۵	۱	۱/۵	۲	۳	۴
$ARL_1$	۱۰۰	۱۸۷/۹۸۶۵	۱۷۴/۸۷۶۲	۱۶۵/۱۳۹۳	۱۵۲/۶۶۴۵	۱۳۳/۶۶۰۴	۱۱۳/۶۰۶۸
	$SDRL_1$	۶۰۵/۹۶۱۳	۵۲۷/۹۷۷۸	۴۵۶/۱۸۷۶	۴۰۸/۱۷۴۶۷	۲۹۴/۰۵۶۷	۲۴۵/۵۰۵۸
$ARL_1$	۳۰۰	۱۸۷/۰۱۷۲	۱۷۴/۲۲۵۴	۱۶۴/۸۸۱۸	۱۵۰/۸۸۸۷	۱۳۲/۱۰۸۴	۱۱۲/۷۹۲۸
	$SDRL_1$	۲۸۹/۶۷۰۷	۲۵۴/۷۵۴۸	۲۳۵/۳۹۲۴	۲۱۲/۸۵۱۶	۱۸۳/۸۵۴۹	۱۵۴/۷۹۰۷
$ARL_1$	۵۰۰	۱۸۶/۴۷۴۲	۱۷۳/۴۱۷۲	۱۶۴/۴۳۸۶	۱۵۰/۰۵۶۲	۱۳۱/۵۸۲۴	۱۱۲/۵۳۹۰
	$SDRL_1$	۲۳۹/۵۴۱۱	۲۲۱/۱۳۲۵	۲۰۸/۷۲۷۸	۱۸۹/۳۷۹۹	۱۶۲/۹۸۸۲	۱۳۶/۰۸۲۹

جدول ۲. مقادیر  $ARL_1$  و  $SDRL_1$  تحت تغییرات مختلف از  $\beta_0$  به  $\beta_0 + \delta\sigma_{\hat{\beta}_0}$  ( $UCL = 1/2735$  و  $\beta_0 = -3/63$  و  $\beta_1 = 0/074$ )

N	معیار	$\delta$							
		۰/۵	۱	۱/۵	۲	۳	۴	۵	۶
۷۵۰	$ARL_1$	۱۸۶/۱۳۷۹	۱۷۳/۶۷۰۹	۱۶۲/۶۳۳۵	۱۴۹/۸۱۱۸	۱۳۰/۱۰۲۷	۱۱۱/۵۰۹۵	۹۸/۷۹۸۶	۸۵/۶۸۱۷
	$SDRL_1$	۲۲۰/۱۸۸۱	۱۹۹/۴۹۷۱	۱۸۵/۰۳۰۸	۱۶۹/۰۴۰۳	۱۴۴/۸۰۸۸	۱۲۱/۷۵۸۶	۱۰۹/۱۵۱۰	۹۲/۴۰۳۹
۱۵۰۰	$ARL_1$	۱۸۵/۹۶۰۶	۱۷۲/۷۸۶۳	۱۶۲/۳۲۸۳	۱۴۸/۵۹۱۴	۱۲۹/۹۸۵۵	۱۱۱/۳۳۵۷	۹۸/۶۰۳۵	۸۴/۹۸۴۲
	$SDRL_1$	۱۹۳/۶۳۰۵	۱۷۹/۸۲۰۴	۱۶۸/۵۶۶۹	۱۵۴/۶۵۸۶	۱۳۴/۴۵۴۴	۱۱۴/۷۸۹۷	۱۰۱/۶۳۸۳	۸۶/۷۵۳۷
۳۰۰۰	$ARL_1$	۱۸۵/۵۰۱۹	۱۷۲/۳۱۴۲	۱۶۱/۴۰۲۳	۱۴۸/۳۳۶۸	۱۲۹/۴۲۳۱	۱۱۱/۰۸۰۳	۹۸/۳۵۲۴	۸۴/۷۴۶۳
	$SDRL_1$	۱۸۷/۸۱۰۹	۱۷۳/۹۸۲۱	۱۶۰/۷۴۵۲	۱۴۸/۷۸۳۸	۱۳۰/۶۲۳۴	۱۱۱/۲۱۳۶	۹۸/۵۴۹۱	۸۵/۰۷۴۵
$\infty$	$ARL_1$	۱۸۴/۲۰۴۳	۱۷۲/۵۶۷۵	۱۶۱/۳۲۲۹	۱۴۷/۳۴۷۳	۱۲۸/۵۸۱۶	۱۱۱/۲۶۳۷	۹۸/۱۸۷۱	۸۴/۶۲۴۳
	$SDRL_1$	۱۸۲/۷۱۷۳	۱۷۳/۹۴۰۵	۱۵۹/۹۶۶۱	۱۴۷/۵۱۰۵	۱۲۸/۴۹۴۱	۱۰۹/۶۶۴۳	۹۸/۱۲۵۳	۸۲/۴۳۲۹

جدول ۳. مقادیر  $ARL_1$  و  $SDRL_1$  تحت تغییرات مختلف از  $\beta_1$  به  $\beta_1 + \delta\sigma_{\hat{\beta}_1}$  ( $UCL = 1/2735$  و  $\beta_0 = -3/63$  و  $\beta_1 = 0/074$ )

N	معیار	$\delta$							
		۰/۵	۱	۱/۵	۲	۳	۴	۵	۶
۱۰۰	$ARL_1$	۱۹۹/۵۲۰۲	۱۹۳/۶۸۸۴	۱۸۴/۹۲۸۳	۱۷۹/۳۷۰۷	۱۶۸/۵۲۵۲	۱۶۱/۳۳۲۱	۱۴۹/۵۷۰۲	۱۴۲/۰۱۳۱
	$SDRL_1$	۶۸۴/۱۷۹۵	۶۲۶/۶۵۷۷	۵۶۵/۹۰۳۶	۵۴۷/۶۴۲۷	۵۰۳/۰۹۰۶	۴۷۳/۰۴۸۸	۳۹۶/۳۱۱۲	۳۷۰/۱۲۰۹
۳۰۰	$ARL_1$	۱۹۴/۲۳۱۹	۱۹۱/۳۵۴۹	۱۸۳/۴۶۳۱	۱۷۹/۰۱۷۴	۱۶۸/۲۴۱۸	۱۶۰/۹۰۰۹	۱۴۸/۸۲۳۵	۱۴۱/۴۷۴۹

جدول ۳. مقادیر  $ARL_1$  و  $SDRL_1$  تحت تغییرات مختلف از  $\beta_1$  به  $\delta\sigma_{\hat{\beta}_1}$  ( $\beta_1 = 0.1074$  و  $\beta_0 = -3.63$  و  $UCL = 1/2735$ )

$\delta$								N	معیار
۶	۵	۴	۳	۲	۱/۵	۱	۰/۵		
۱۹۷/۶۶۰۹	۲۰۹/۸۳۹۱	۲۲۶/۹۵۵۷	۲۴۵/۱۳۱۷	۲۶۰/۱۶۷۳	۲۶۶/۷۷۱۳	۲۸۱/۸۱۰۴	۲۹۳/۵۲۱۷	$SDRL_1$	۵۰۰
۱۴۰/۰۹۹۴	۱۴۷/۷۵۲۳	۱۵۹/۳۴۲۳	۱۶۷/۹۹۲۳	۱۷۸/۳۴۳۳	۱۸۲/۴۱۵۶	۱۹۰/۱۷۹۲	۱۹۳/۱۹۳۸	$ARL_1$	
۱۶۹/۲۴۷۲	۱۸۱/۶۴۷۳	۱۹۶/۴۰۰۵	۲۱۴/۴۳۹۶	۲۲۸/۸۷۷۱	۲۳۴/۵۴۵۸	۲۴۵/۳۰۹۵	۲۴۹/۲۳۲۴	$SDRL_1$	۷۵۰
۱۳۹/۴۹۱۲	۱۴۶/۸۲۲۵	۱۵۷/۸۱۵۱	۱۶۶/۶۷۵۳	۱۷۷/۸۵۵۲	۱۸۲/۱۳۵۶	۱۸۹/۲۶۶۳	۱۹۲/۶۵۳۸	$ARL_1$	
۱۵۷/۰۱۹۳	۱۶۵/۲۰۳۸	۱۷۷/۵۸۰۳	۱۸۸/۳۵۳۹	۲۰۱/۲۶۱۳	۲۱۲/۹۷۵۶	۲۱۴/۲۵۸۱	۲۲۳/۶۹۰۳	$SDRL_1$	۱۵۰۰
۱۳۹/۰۳۰۶	۱۴۶/۸۶۸۶	۱۵۷/۶۷۰۹	۱۶۶/۵۳۲۱	۱۷۷/۱۲۰۹	۱۸۲/۰۵۰۲	۱۸۸/۴۴۴۷	۱۹۲/۴۳۲۹	$ARL_1$	
۱۴۵/۶۱۹	۱۵۴/۰۹۷۸	۱۶۴/۲۵۳۵	۱۷۳/۴۵۰۲	۱۸۵/۰۰۰۸	۱۹۳/۵۵۳۹	۲۰۱/۶۳۰۷	۲۰۶/۳۴۰۹	$SDRL_1$	۳۰۰۰
۱۳۹/۴۴۱۹	۱۴۶/۵۶۲۹	۱۵۷/۲۵۰۷	۱۶۶/۳۴۵۹	۱۷۶/۴۵۷۶	۱۸۱/۸۲۶۶	۱۸۷/۸۴۲۲	۱۹۲/۳۷۹۱	$ARL_1$	
۱۴۱/۷۹۶۹	۱۴۷/۱۴۰۱	۱۵۹/۴۶۷۱	۱۶۶/۹۰۱۲	۱۷۷/۱۹۰۵	۱۸۲/۶۱۹۸	۱۸۹/۵۹۷۹	۱۹۴/۰۱۴۴	$SDRL_1$	$\infty$
۱۳۸/۹۷۱۶	۱۴۵/۴۴۹۳	۱۵۶/۶۶۰۸	۱۶۵/۹۶۰۳	۱۷۶/۶۰۱۴	۱۸۱/۴۱۸۱	۱۸۷/۳۶۱۸	۱۹۲/۲۱۷۹	$ARL_1$	
۱۳۷/۲۴۷۶	۱۴۴/۴۰۲۹	۱۵۵/۲۱۵۳	۱۶۵/۱۸۳۲	۱۷۶/۹۶۸۱	۱۸۱/۱۸۰۳	۱۸۴/۷۴۸۸	۱۹۰/۹۰۱۳	$SDRL_1$	

### ۵- کاهش اثر تخمین پارامتر

همان‌طور که قبلاً اشاره شد، محاسبه آماره نمودار کنترل تعدیل ریسک شده میانگین متحرک موزون نمایی با استفاده از پارامترهای برآورد شده، عملکرد نمودار را تحت تاثیر قرار می‌دهد. برای رفع این مشکل، دو روش در قسمت‌های آتی برای جبران اثر تخمین پارامتر بر نمودار کنترل تعدیل ریسک شده میانگین متحرک موزون نمایی ارائه می‌شود.

لازم به ذکر است از آنجایی که مقدار انحراف معیار تخمین پارامتر عرض از مبدأ و تخمین پارامتر شیب رابطه‌ی رگرسیونی به ترتیب برابر با  $\sigma_{\hat{\beta}_0} = 0.1074$  و  $\sigma_{\hat{\beta}_1} = 0.036$  است و این مقادیر بسیار کوچک هستند و شیفتهای که در پارامترهای  $\beta_0$  و  $\beta_1$  اعمال می‌شود، بر حسب انحراف معیار پارامترهای تخمین زده شده است، بنابراین شیفتهای ایجاد شده در پارامترهای خیلی کوچک هستند و شیفتهای خیلی کوچک دیر شناسایی می‌شوند لذا مقادیر  $ARL_1$  اعداد بزرگی هستند. اگر مقادیر شیفتهای افزایش یابند، نمودار حالت خارج از کنترل را زودتر شناسایی می‌کند و عملکرد خوبی در کشف شیفتهای از خود نشان می‌دهد.

۵-۱- افزایش تعداد نمونه مرجع

۵-۲- اصلاح حدود کنترل

در ادبیات موضوع، افزایش تعداد نمونه‌های مرجع در فاز ۱ به عنوان روشی برای کاهش اثر تخمین پارامتر بر عملکرد نمودارهای کنترل مختلف توسط محققین در نظر گرفته شده است. اما در بعضی از فرآیندها، به دلیل محدودیت‌های مالی و غیره، جمع‌آوری نمونه‌ای بزرگ به منظور تخمین پارامترهای مدل امکان‌پذیر نیست. در نتیجه، در این شرایط تعیین حداقل مقدار  $N$  برای دستیابی به مقدار معینی از  $ARL_0$  حیاتی است.

در این بخش با استفاده از رویکرد شبیه‌سازی، حداقل تعداد نمونه‌های مرجع در فاز ۱ برای دستیابی به حداقل مقدار  $ARL_0$  تحت درصد‌های مختلفی از میزان دستیابی محاسبه می‌شوند.  $\Delta$  درصدی از دستیابی به مقدار  $ARL_0$  در حالت معلوم بودن پارامترهای مدل است که به صورت رابطه (۱۰) تعریف می‌شود:

$$\Delta = 100 \times \left( 1 - \frac{|ARL_{\infty} - ARL_m|}{ARL_{\infty}} \right) \quad (10)$$

مقادیر حداقل  $N$  برای دستیابی به  $\Delta \in \{80\%, 85\%, 90\%, 95\%\}$  در جدول (۴) گزارش شده است.

همان‌طور که در قسمت قبل بیان شد، در حالت تخمین پارامتر، عملکرد نمودار کنترل تعدیل ریسک شده میانگین متحرک موزون نمایی بر حسب  $ARL_0$  با افزایش  $N$  بهبود می‌یابد. اما، در بعضی از کاربردهای واقعی، جمع‌آوری نمونه‌ای مرجع با حجم کافی برای دستیابی به درصد معینی از  $ARL_0$  امکان‌پذیر نیست. در این شرایط، کاهش نرخ هشدار اشتباهی خارج از کنترل بدون تهیه نمونه‌های مرجع با ابعاد بزرگ امری حیاتی است. در این روش، با استفاده از مطالعات شبیه‌سازی، حدود کنترل اصلاح شده نمودار کنترل برای دستیابی به  $ARL_0 = 200$  محاسبه می‌شوند. این حدود اصلاح شده برای مقادیر مختلف  $N$  در جدول (۵) گزارش شده‌اند.

نتایج جدول (۵) بیانگر آن است که برای نمودار کنترل تعدیل ریسک شده EWMA به ازای  $\lambda = 0.2$  کاهش مقدار  $N$  باعث بسته‌تر شدن حدود کنترل می‌شود. برای مثال، به منظور دستیابی به  $ARL_0 = 200$  تحت  $N = 100$ ، نیاز است که حد کنترل بالا به میزان  $10/5$  درصد بسته‌تر شود در حالی که برای  $N = 750$  کافی است تنها حد کنترل را به میزان ۱ درصد کاهش داد.

جدول ۴. مقادیر  $N$  مناسب برای  $\Delta$  های مختلف ( $UCL = 1/2735$  و  $\beta_0 = -3/63$  و  $\beta_1 = 0.074$ )

معیار	$\Delta$			
	۸۰٪	۸۵٪	۹۰٪	۹۵٪
$N$	۲۳۰	۲۶۹	۳۴۸	۵۰۰
$ARL$	۲۴۰/۲۴۸۵	۲۲۹/۹۸۶۱	۲۲۰/۷۲۶	۲۱۰/۵۲۳
$SDRL$	۴۲۲/۲۸۵۷	۳۸۶/۱۹۷۵	۳۱۶/۷۳۴۳	۲۷۴/۷۰۹۴
$CVRL$	۱/۷۵۷۷	۱/۶۸۲۳	۱/۴۳۹۲	۱/۳۰۷۸

جدول ۵. مقادیر  $UCL$  برای دستیابی به  $ARL_0 \approx 200$ 

معیار				N
CVRL	SDRL	ARL	UCL	
۲/۹۱۳۰	۵۸۲/۶۹۸۵	۲۰۰/۰۳۴۸	۱/۱۴۰۰	۱۰۰
۱/۸۹۱۶	۳۷۷/۲۲۲۱	۱۹۹/۴۲۰۴	۱/۲۳۶۵	۳۰۰
۱/۲۷۳۹	۲۵۵/۸۸۳۴	۲۰۰/۸۵۹۴	۱/۲۶۲۳	۵۰۰
۱/۲۱۷۹	۲۴۳/۷۳۵۳	۲۰۰/۱۲۹۹	۱/۲۶۴۰	۷۵۰
۱/۰۶۸۱	۲۱۴/۴۷۸۵	۲۰۰/۸۰۶۸	۱/۲۷۱۰	۱۵۰۰
۱/۰۱۲۶	۲۰۳/۲۲۱۹	۲۰۰/۷۰۳۰	۱/۲۷۲۹	۳۰۰۰
۰/۹۹۱۳	۱۹۸/۳۷۱۲	۲۰۰/۱۰۵۸	۱/۲۷۳۵	$\infty$

اصلاح حدود کنترل برای کاهش اثر تخمین پارامتر، پیشنهاد شد و نتایج حاصل از عملکرد نمودار کنترل تعدیل ریسک شده میانگین متحرک موزون نمایی بر اساس معیارهای  $ARL_0$ ،  $SDRL_0$  و  $CVRL_0$  گزارش شد.

در این مقاله اثر تخمین پارامتر در فاز ۱ روی عملکرد نمودار کنترل تعدیل ریسک شده میانگین متحرک موزون نمایی در فاز ۲ مورد توجه قرار گرفت. اما در برخی از سیستم‌ها، دسترسی به داده‌های کافی برای انجام تحلیل فاز ۱ و تخمین پارامترهای مدل امکان‌پذیر نیست. نمودارهای کنترل خود آغاز کننده می‌توانند در شرایطی که نمونه‌های اولیه برای اجرای فاز ۱ و تخمین پارامترهای مدل رگرسیون وجود ندارد، مورد استفاده قرار گیرند. در مطالعات آتی، محققین می‌توانند بر نمودارهای کنترل خود آغاز کننده در شرایطی که نمونه‌های اولیه برای اجرای فاز ۱ و تخمین پارامترهای مدل رگرسیونی وجود ندارد، متمرکز شوند. همچنین استفاده از سایر معیارها همچون  $AARL$ ،  $SDARL$ ،  $CVARL$  و بررسی عملکرد نمودار با استفاده از این معیارها می‌تواند به عنوان یک زمینه تحقیقاتی مد نظر قرار گیرد.

## ۶- نتیجه‌گیری و پیشنهاد برای مطالعات آتی

طبق توضیحات ذکر شده در اغلب فعالیت‌های پژوهشی صورت گرفته در خصوص طراحی نمودارهای کنترل در حوزه بهداشت و درمان فرض بر آن است که پارامترهای فرآیند موردنظر معلوم هستند. حال آن‌که در عمل و اغلب مواقع این پارامترها نامعلوم بوده و برای پایش فرآیند در طول زمان، پارامترهای فرآیند باید در فاز ۱ تخمین زده شوند. زمانی که از تخمین پارامتر به جای مقادیر معلوم آنها استفاده می‌شود، عملکرد نمودار کنترل تحت تأثیر قرار می‌گیرد. لذا در این مقاله ابتدا یک نمودار کنترل ریسک تعدیل شده میانگین متحرک موزون نمایی برنولی پیشنهاد می‌شود. سپس اثر تخمین پارامتر در فاز ۱ روی عملکرد تحت کنترل و همچنین عملکرد خارج از کنترل نمودار کنترل پیشنهادی در فاز ۲ با استفاده از شبیه‌سازی مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان داد که عملکرد نمودار کنترل از خطای تخمین پارامتر اثر می‌پذیرد. لیکن با افزایش اندازه نمونه می‌توان اثر خطای تخمین پارامتر را کاهش داد. همچنین روش

[۶] Woodall, W. H., & Montgomery, D. C. (۲۰۱۴). Some current directions in the theory and application of statistical process monitoring. *Journal of Quality Technology*, ۴۶(۱), ۷۸-۹۴.

مراجع

[۷] Jensen, W. A., Jones-Farmer, L. A., Champ, C. W., & Woodall, W. H. (۲۰۰۶). Effects of parameter estimation on control chart properties: a literature review. *Journal of Quality Technology*, ۳۸(۴), ۳۴۹-۳۶۴.

[۸] Jones, M. A., & Steiner, S. H. (۲۰۱۱). Assessing the effect of estimation error on risk-adjusted CUSUM chart performance. *International Journal for Quality in Health Care*, ۲۴(۲), ۱۷۶-۱۸۱.

[۹] Steiner, S. H., & Jones, M. (۲۰۱۰). Risk-adjusted survival time monitoring with an updating exponentially weighted moving average (EWMA) control chart. *Statistics in Medicine*, ۲۹(۴), ۴۴۴-۴۵۴.

[۱۰] Zhang, X., & Woodall, W. H. (۲۰۱۷). Reduction of the effect of estimation error on in-control performance for risk-adjusted Bernoulli CUSUM chart with dynamic probability control limits. *Quality and Reliability Engineering International*, ۳۳(۲), ۳۸۱-۳۸۶.

[۱۱] Saleh, N. A., Zwetsloot, I. M., Mahmoud, M. A., & Woodall, W. H. (۲۰۱۶). CUSUM charts with controlled conditional performance under estimated parameters. *Quality Engineering*, ۲۸(۴), ۴۰۲-۴۱۵.

[۱] Woodall, W. H. (۲۰۰۶). The use of control charts in health-care and public-health surveillance. *Journal of Quality Technology*, ۳۸(۲), ۸۹-۱۰۴.

[۲] Parsonnet, V., Dean, D., & Bernstein, A. D. (۱۹۸۹). A method of uniform stratification of risk for evaluating the results of surgery in acquired adult heart disease. *Circulation*, ۷۹(۶ Pt ۲), I۳-۱۲.

[۳] آتشگر، ک.، النجری، ع.، (۱۳۹۶). ارتقاء کیفیت فرآیندهای جراحی و درمان با استفاده از نمودارهای کنترل جمع تجمعی: یک بررسی جامع و کاربردی، نشریه جراحی ایران، دوره ۲۵، شماره ۱.

[۴] Cook, D. A., Coory, M., & Webster, R. A. (۲۰۱۱). Exponentially weighted moving average charts to compare observed and expected values for monitoring risk-adjusted hospital indicators. *BMJ Quality & Safety*, ۲۰(۶), ۴۶۹-۴۷۴.

[۵] Steiner, S. H., Cook, R. J., Farewell, V. T., & Treasure, T. (۲۰۰۰). Monitoring surgical performance using risk-adjusted cumulative sum charts. *Biostatistics*, ۱(۴), ۴۴۱-۴۵۲.