

# تحلیل عملکرد سیستم‌های رله تقویت و ارسال انتخابی دو راهه در حضور تداخل هم‌کانال روی کانال‌های محوشدگی ناکاگامی

احسان سلیمانی‌نسب<sup>۱</sup>، استادیار

۱- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته - کرمان - ایران - ehsan.soleimani@kgut.ac.ir

**چکیده:** در این مقاله به تحلیل عملکرد سیستم‌های رله دو راهه تداخل محدود با روش ترکیب انتخابی در گیرنده و رله تقویت و ارسال روی کانال‌های محوشدگی ناکاگامی مستقل و ناهمسان پرداخته می‌شود. کران‌های پایین محکمی برای احتمال قطع و نرخ خطای سرتاسری سیستم به فرم بسته بدست می‌آید، همچنین تحلیل مجانبی سیستم در سیگنال به نویزهای زیاد انجام می‌شود تا روابط مفیدی برای مرتبه چندگانگی و بهره کدینگ بدست آید. حالات خاص کاربردی (به عنوان مثال: حالات بی‌تداخل، توان نامحدود و کانال‌های محوشدگی رایلی) نیز بررسی شده‌اند. در ادامه، مسئله بهینه‌سازی حداقل سازی احتمال قطع برای سه سناریوی عملی فرمول بندی و حل تحلیلی می‌شود. این مسائل، مسائل بهینه‌سازی تخصیص توان با فرض مکان ثابت رله، بهینه‌سازی مکان رله با فرض تخصیص توان ثابت و بهینه‌سازی همزمان تخصیص توان و مکانیابی رله هستند. نتایج عددی صحت و دقت روابط استخراج شده را تأیید کرده و دید فیزیکی مهمی از تاثیر پارامترهای مدل بر روی عملکرد سیستم را فراهم می‌آورند. به عنوان مثال نشان داده شده است که سناریوهای اول و سوم بهینه‌سازی نسبت به سناریوی دوم بهینه‌سازی عملکرد به مراتب بهتری دارند.

**واژه‌های کلیدی:** تقویت و ارسال، سیستم‌های تداخل محدود، رله دو راهه، ترکیب انتخابی، احتمال قطع.

## Performance Analysis of Two-Way Selective Amplify-and-Forward Relaying Systems in the Presence of Co-Channel Interference over Nakagami- $m$ Fading Channels

E. Soleimani Nasab<sup>1</sup>, Assistant Professor

1- Department of Electrical and Computer Engineering, Graduate University of Advanced Technology, Kerman, Iran,  
Email: ehsan.soleimani@kgut.ac.ir

**Abstract:** The performance of two-way interference-limited amplify-and-forward selective combining relaying systems over independent and non-identically distributed (i.n.i.d.) Nakagami- $m$  fading channels is investigated. Tight lower bounds on the end-to-end outage probability and symbol error rate are derived in closed-form. An asymptotic analysis at high SNRs is done to derive useful expressions for the diversity order and coding gain. Some practical special cases (for example: interference free, infinite power, and Rayleigh fading channels cases) are also studied. Subsequently, an outage minimization problem for three practical scenarios is formulated and solved, analytically. They are power allocation under fixed relay location, relay position optimization under fixed power allocation and joint power allocation and relay position optimization problems. The numerical results confirm the correctness and accuracy of derivations and provide important physical insights into the impact of model parameters on the system performance. For instance, it is demonstrated that the first and third optimization scenarios offer significant performance enhancement over the second optimization scenario.

**Keywords:** Amplify-and-forward, Interference limited systems, Two-way relaying, Selective combining, Outage probability.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۸/۰۴/۱۱

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۳۹۸/۰۶/۲۳

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۸/۰۶/۲۶

نام نویسنده مسئول: احسان سلیمانی‌نسب

نشانی نویسنده مسئول: ایران - کرمان - انتهای اتوبان هفت باغ علوی - دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته - دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر.

## ۱- مقدمه

با افزایش تقاضای نرخ داده کاربردهای بیسیم نظیر شبکه مخابرات سلولی نسل پنجم (5G)، مفهومی به نام مخابرات مشارکتی مطرح شد. استراتژی‌های مشارکتی تقویت و ارسال (AF) و کدبرداری و ارسال (DF) در این سیستم‌ها به طور وسیعی بکار رفته و می‌رود. به طور خاص در روش رله کردن AF رله سیگنال دریافتی از مبدأ را تقویت و بدون هیچ نوع کدبرداری و دمدولاسیون به سمت مقصد ارسال می‌کند [۴-۱]. بر این اساس روش AF دارای پیچیدگی کم و بخصوص در سیستم‌های خودروئی و حسگر بیسیم بکار می‌رود [۵].

شبکه‌های بیسیم آتی با بار ترافیکی زیاد و محدودیت استفاده مجدد از فرکانس‌ها روبرو هستند. در این میان فاکتور غالب موثر بر عملکرد شبکه، تداخل هم‌کانال (CCI) بین سلولی است. به همین دلیل CCI در چارچوب رله بیسیم به طور وسیعی در مقالات بررسی شده است. به عنوان مثال در [۶] فرم بسته احتمال قطع در حضور CCI در مقصد بدست آمد. با فرض CCI در رله، احتمال قطع برای کانال‌های محوشدگی رایلی در [۷] ارائه شد. کار [۷] در [۸] برای کانال‌های محوشدگی ناکاگامی نیز بررسی شد. اثر تاخیر فیدبک و CCI در رله در [۹] بررسی شد. مولفان در [۱۰] و [۱۱] احتمال قطع و احتمال خطای سیستم رله دو پرشی در حضور تداخل در رله و مقصد را بدست آوردند.

برای کیفیت بهتر مخابرات مشارکتی مرسوم است که از چندین رله به طور موازی برای ارسال اطلاعات استفاده شود. اما چون سیگنال‌های دریافتی دارای فازهای تصادفی متفاوتی هستند و بدلیل آفست-های زمانی و فرکانسی نمی‌توان برآحتی آنها را در گیرنده همفاز کرد. در این حالات معمولاً بهتر آنست که تنها یک رله در مخابرات مشارکتی شرکت کند. به این روش، روش ترکیب انتخابی یا رله کردن فرصت طلبانه گفته می‌شود [۱۲، ۱۳].

راندمان طیفی در روش‌های رله دو پرشی تک راهه که در بالا بررسی شدند ذاتاً کم است زیرا که ارسال‌ها در دو شکاف زمانی به وقوع می‌پیوندد. بنابراین مخابرات رله دو جهته یا دو راهه توجه زیادی را به خود جلب کرده اند زیرا که آنها می‌توانند راندمان طیفی را نسبت به روش‌های سنتی، دو برابر کنند [۱۴]. در سیستم‌های رله دو راهه، در شکاف زمانی اول، دو گره همزمان به سمت رله ارسال می‌کنند و در شکاف زمانی دوم، رله به مقصد معین شده اطلاعات را ارسال می‌کند.

در [۱۵] مولفان احتمال قطع بهینه شبکه رله دو راهه بدون تداخل را محاسبه کردند. مولفان در [۱۶] کران احتمال قطع و خطای سمبل سیستم رله دو راهه تداخل محدود را روی کانال‌های محوشدگی رایلی بدست آوردند. در [۱۷] مولفان عملکرد قطع سیستم رله تقویت و ارسال تک راهه را با فرض وجود CCI روی کانال‌های محوشدگی مستقل ناهمسان ناکاگامی بررسی کردند. آنها در [۱۸] کارشان را به سیستم‌های رله دو راهه توسعه دادند که در آن CCI فقط عملکرد رله را خراب می‌کند. برای راحتی مدل تداخل، آنها مجموع

توان دریافتی از تداخلگرها را با متغیر تصادفی گاما تقریب زدند و اثر تداخل در بهره رله نیز در نظر گرفته نشده است. در [۱۹] مولفان احتمال قطع سیستم رله AF دو راهه در حضور CCI روی کانال‌های محوشدگی ناکاگامی با چشمپوشی از تداخل روی رله بدست آوردند. در این کار تمامی تحلیل‌ها محدود به احتمال قطع بود و نتایج فرم بسته فقط برای کانال محوشدگی رایلی ارائه شد. در [۲۰] و [۲۱] مولفان روابط تقریبی و مجانبی احتمال قطع و احتمال خطای سمبل سیستم رله AF دو راهه تداخل محدود را روی کانال‌های محوشدگی ناکاگامی در حالت تک رله استخراج کردند. در [۲۲] یک سیستم رله انتخابی دوراهه با رله‌های متأثر از تداخل بررسی شده و کران پائین رابطه احتمال قطع بدست آمده است. تفاوت کار حاضر با [۲۰-۲۱] در این است که برخلاف این دو کار که برای سیستم تک رله تحلیل‌ها را انجام داده اند، در اینجا سیستم چند رله با انتخاب بهترین رله بررسی شده است. همچنین در [۲۰-۲۱] توان گره‌های انتهایی یکسان فرض شده در حالیکه در [۲۲] حالت کلی عدم توان یکسان در نظر گرفته شده است. در مقایسه با [۲۲] می‌توان گفت که در [۲۲] تنها سنجه احتمال قطع سیستم بدست آمده است ولی در کار حاضر علاوه بر احتمال قطع، احتمال خطای سمبل نیز بدست آمده است. تحلیل مجانبی نیز در [۲۲] وجود ندارد و تنها رابطه مرتبه دایورسیتی بدست آمده است ولی در کار حاضر بهره کدینگ نیز به صورت تحلیلی محاسبه گشته است. در [۲۲] توان گره‌های انتهایی یکسان فرض شده در حالیکه در [۲۲] حالت کلی عدم توان یکسان گره‌های انتهایی در نظر گرفته شده است. علاوه بر این برخلاف [۲۲] که هیچ مسئله بهینه سازی را فرض نکرده است در اینجا مسئله بهینه سازی در سه سناریوی مختلف بررسی و به صورت ریاضی حل شده است. حالت خاص توان نامحدود نیز تنها در کار حاضر بررسی شده است.

در [۲۳] مولفان عملکرد سیستم رله دو راهه با تداخل بر رله را بررسی کردند و احتمال قطع و گذردهی این سیستم را با فرض رله AF به فرم بسته بدست آوردند. مولفان در [۲۴] شبکه رله دو راهه رادیو شناختی را همراه با انتخاب رله بررسی کردند. آنها به مدلسازی اثر تداخل شبکه ثانویه و شبکه اولیه بر یکدیگر پرداخته و احتمال قطع را با فرض کانال محوشدگی رایلی بدست آوردند. در [۲۵] مولفان پروتکل‌های ارسال را در یک شبکه دو راهه تداخل محدود بررسی کرده و روابط احتمال قطع و نرخ خطای بیت را با فرض محوشدگی رایلی بدست آوردند. مولفان در [۲۶] تحلیل خاموشی سیستم را در شبکه‌های رله دو راهه رادیو شناختگر انجام دادند. آنها همچنین مسئله بهینه سازی تخصیص منابع و انتخاب رله را به منظور حداقل کردن احتمال قطع تعریف و حل کردند. در [۲۷] مولفان سیستم رادیو شناختگر دو راهه را بررسی کرده و روابطی برای احتمال قطع، احتمال خطای سمبل و ظرفیت ارگادیک به فرم بسته ارائه دادند. تحلیل مجانبی نیز توسط ایشان انجام و مرتبه دایورسیتی برای محوشدگی رایلی بدست آمد. مولفان در [۲۸] مسئله انتخاب رله امن را برای

عملکرد سیستم انجام شده و روابط کران پائین به فرم بسته برای احتمال قطع و احتمال خطای سمبل حاصل شده است. تحلیل مجانبی و نتایج بهینه سازی بترتیب در بخش‌های ۴ و ۵ ارائه شده اند. در بخش ۶ نتایج بخش ۳ به حالات خاص تبدیل می‌شود. در نهایت در بخش ۷ نتایج شبیه سازی عددی ارائه شده و بخش ۸ به جمع بندی و نتیجه گیری می‌پردازد.

**نمادها:** در این مقاله،  $f_h(\cdot)$  و  $F_h(\cdot)$  نشان دهنده تابع چگالی احتمال (PDF) و تابع توزیع تجمعی (CDF) متغیر تصادفی  $h$  هستند.  $g(a,b)$  توزیع احتمال گاما را نشان می‌دهد که  $a$  و  $b$  پارامترهای شکلدهی و تطبیق هستند. PDF و CDF توزیع گاما به صورت زیر تعریف می‌شوند

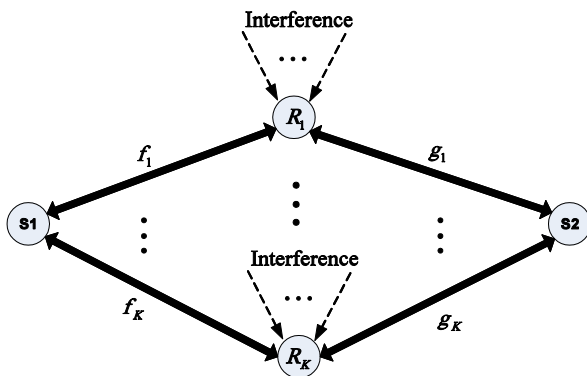
$$f_\gamma(\gamma) = \frac{\gamma^{a-1} e^{-\frac{\gamma}{b}}}{b^a \Gamma(a)} \quad (1)$$

$$F_\gamma(\gamma) = 1 - \frac{\Gamma(a, \gamma/b)}{\Gamma(a)} \quad (2)$$

که در رابطه بالا  $\Gamma(n) = \int_0^\infty e^{-t} t^{n-1} dt$  تابع گاما و  $\Gamma(b, x) = \int_x^\infty e^{-t} t^{b-1} dt$  تابع گامای ناقص می‌باشد. عملگر  $\mathbb{E}[\cdot]$  امید ریاضی و  $\text{Pr}(\cdot)$  احتمال را نشان می‌دهد.

## ۲- مدل سیستم و آماره‌های محوشدگی

سیستم رله مشارکتی دو راهه شکل ۱ را در نظر بگیرید که در آن دو گره مبدأ  $S_1$  و  $S_2$  در حال تبادل اطلاعات از طریق  $K$  رله می‌باشند.



شکل ۱. مدل سیستم مشارکتی دو راهه

تعداد  $N_k$  تداخلگر روی رله  $k$  ام یعنی  $R_k$  تاثیر می‌گذارند.  $f_k$  ضریب کانال بین  $S_1$  و  $R_k$  یعنی لینک  $S_1 \rightarrow R_k$  و  $g_k$  ضریب کانال بین  $S_2$  و  $R_k$  یعنی لینک  $R_k \rightarrow S_2$  را نشان می‌دهد.  $h_{k,i}$  ضریب کانال بین  $R_k$  و  $i$  امین تداخلگر روی  $R_k$  را به ازای  $i=1, \dots, N_k$  نشان می‌دهد.  $P_{S_1}$ ،  $P_{S_2}$  و  $P_{R_k}$  بترتیب توان ارسالی  $S_1$ ،  $S_2$  و  $R_k$  را نشان می‌دهد.  $P_{k,i}$  توان ارسالی  $i$  امین تداخلگر روی رله  $k$  ام می‌باشد. بدون دست رفتن کلیت مسئله، تمام نویزها، نویز گوسی سفید جمع شونده (AWGN) با واریانس  $\sigma^2$  می‌باشند.

سیستم رله AF دو راهه بررسی کردند و نرخ امن را در حضور مهاجمان شنودگر به منظور تامین امنیت لایه فیزیکی محاسبه کردند. در [۲۹] مولفان اثر تداخل هم‌کانال و خطای تخمین کانال بر عملکرد شبکه رله دو راهه در یک سیستم سلولی چندکاربره بررسی کردند. کران‌های پائین احتمال قطع به فرم بسته با حل مسئله بهینه سازی انتخاب رله توسط ایشان بدست آمد. در آخر مولفان در [۳۰] احتمال قطع سیستم رله دو راهه AF بهره ثابت را در حضور چندین تداخلگر با فرض محوشدگی رایلی به فرم بسته بدست آوردند. آنها همچنین مسئله بهینه سازی تخصیص توان و مکان رله را بررسی و حل کردند. با شناخت کافی از محدودیت‌های کارهای قبلی، در اینجا تحلیلی جامع و عمومی از سیستم‌های رله دو راهه تداخل محدود ترکیب انتخابی انجام می‌شود. در این منظر، کران‌های محکم تحلیلی برای دو سنجه مهم تعیین عملکرد یکی احتمال قطع و دیگری احتمال خطای روی کانال‌های محوشدگی ناکاگامی در سیگنال به نویزهای دلخواه ارائه می‌شود. همچنین روابط مجانبی در شرایط SNR زیاد بدست می‌آید. نوآوری کار حاضر به صورت زیر خلاصه می‌شود:

- سیستم مشارکتی چند رله دو راهه بررسی می‌شود که گره‌های مبدأ تک آنتنه متاثر از تنها نویز هستند ولی رله‌ها از چندین تداخلگر تاثیر می‌پذیرند. با تمرکز بر مدل محوشدگی ناکاگامی که به طور گسترده در سیستم‌های مخابراتی بکار می‌رود، کران‌های محکم به فرم بسته برای احتمال قطع و احتمال خطای سمبل بدست آمده که نتایج مقالات قبلی را تکمیل می‌کند. روابط یکبار برای زمانی که توان ارسالی گره‌های انتهایی یکسان و یکبار برای وقتی که توان‌های ارسالی یکسان نباشند بدست آمده است.
- برای اینکه فهم بهتری از اثر پارامترهای سیستم مانند پارامترهای محوشدگی یا تعداد تداخل‌ها وجود داشته باشد، روابط مجانبی در شرایط قطعی کم در نظر گرفته شده است. در این باب، مرتبه چندگانگی و بهره کدینگ به صورت تحلیلی بدست می‌آیند. همچنین روابط به حالات بدون تداخل، توان نامحدود و کانال محوشدگی رایلی ساده می‌شوند. همچنین ارتباط روابط بدست آمده با روابط مقالات قبلی در صورت وجود بیان می‌شود.
- در ادامه مسئله بهینه سازی عملی برای حداقل کردن احتمال قطع تعریف شده که در آن سه سناریوی مختلف بررسی شده است. این سناریوها تخصیص بهینه توان با فرض مکان ثابت رله، مکانیابی بهینه رله با تخصیص توان ثابت و بهینه سازی همزمان تخصیص توان و مکان رله با قید توان ارسال می‌باشند. برای هر سه سناریو، جواب مسئله بهینه سازی به صورت تحلیلی بدست آمده است.

این مقاله بخش‌های زیر را شامل می‌شود. بخش ۲ مدل سیستم و آماره‌های محوشدگی مورد نظر را معرفی می‌کند. در بخش ۳، تحلیل

$$\gamma_{S_{1k}} = \frac{\frac{P_{R_k} P_{S_2} |f_k|^2 |g_k|^2}{\sigma^2 \left[ \sum_{i=1}^{N_k} P_{k,i} |h_{k,i}|^2 + \sigma^2 \right]}}{\frac{P_{S_1} |f_k|^2 + P_{S_2} |g_k|^2}{\left[ \sum_{i=1}^{N_k} P_{k,i} |h_{k,i}|^2 + \sigma^2 \right]} + \frac{P_{R_k} |f_k|^2}{\sigma^2} + 1} \quad (9)$$

با تعریف  $\rho_{1k} \triangleq \frac{P_{R_k}}{P_{S_1}}$ ، رابطه (۹) به صورت زیر نوشته می‌شود

$$\gamma_{S_{1k}} = \frac{\frac{\rho_{1k} \gamma_{1k} \gamma_{2k}}{\left[ \sum_{i=1}^{N_k} \gamma_{k,i} + 1 \right]}}{\frac{\gamma_{1k} + \gamma_{2k}}{\left[ \sum_{i=1}^{N_k} \gamma_{k,i} + 1 \right]} + \rho_{1k} \gamma_{1k} + 1} \quad (10)$$

با فرض  $\rho_{2k} \triangleq \frac{P_{R_k}}{P_{S_2}}$ ، رابطه مشابهی برای SINR دریافتی در گره دوم حاصل می‌شود

$$\gamma_{S_{2k}} = \frac{\frac{\rho_{2k} \gamma_{1k} \gamma_{2k}}{\left[ \sum_{i=1}^{N_k} \gamma_{k,i} + 1 \right]}}{\frac{\gamma_{1k} + \gamma_{2k}}{\left[ \sum_{i=1}^{N_k} \gamma_{k,i} + 1 \right]} + \rho_{2k} \gamma_{2k} + 1} \quad (11)$$

SNRهای لحظه ای لینک‌های  $S_2 \rightarrow R_k$ ،  $S_1 \rightarrow R_k$  بترتیب  $\gamma_{1k} = \bar{\gamma}_1 |f_k|^2$  و  $\gamma_{2k} = \bar{\gamma}_2 |g_k|^2$  است که در آن  $\bar{\gamma}_1 = \frac{P_{S_1}}{\sigma^2}$  و  $\bar{\gamma}_2 = \frac{P_{S_2}}{\sigma^2}$  است.

### ۳- تحلیل عملکرد

با تعریف  $\gamma_{R_k} \triangleq \sum_{i=1}^{N_k} \gamma_{k,i} + 1$ ، کران محکمی برای SINR دریافتی در گره اول در حالت تداخل محدود بدست می‌آید.

$$\gamma_{S_{1k}} \leq \frac{\frac{\rho_{1k} \gamma_{1k} \gamma_{2k}}{\gamma_{R_k}}}{\frac{\gamma_{1k} + \gamma_{2k}}{\gamma_{R_k}} + \rho_{1k} \gamma_{1k}} = \frac{\rho_{1k} \gamma_{1k} \gamma_{2k}}{\gamma_{1k} (\rho_{1k} \gamma_{R_k} + 1) + \gamma_{2k}} \quad (12)$$

$$= \frac{\frac{\rho_{1k} \gamma_{1k} \gamma_{2k}}{\rho_{1k} \gamma_{R_k} + 1}}{\gamma_{1k} + \frac{\gamma_{2k}}{\rho_{1k} \gamma_{R_k} + 1}} = \rho_{1k} \frac{X_k Y_k}{X_k + Y_k}$$

در رابطه (۱۲)  $X_k \triangleq \gamma_{1k}$  و  $Y_k \triangleq \frac{\gamma_{2k}}{\rho_{1k} \gamma_{R_k} + 1}$  می‌باشند. رابطه

مشابهی برای SINR گره دوم حاصل می‌شود. برای رابطه  $\frac{XY}{X+Y}$  در مقالات کران محکم بالای  $\min(X, Y)$  وجود دارد [۲۷]. اگر  $X, Y$  مقادیر بزرگی داشته باشند دو رابطه یکی می‌شوند. بنابراین ما از این کران برای استخراج روابط استفاده می‌کنیم. کران بالای SINR گره اول و دوم بترتیب بشکل زیر حاصل می‌شود.

با این تفاسیر، SNR لحظه‌ای لینک‌های  $S_1 \rightarrow R_k$ ،  $S_2 \rightarrow R_k$ ،  $R_k \rightarrow S_2$  و  $R_k \rightarrow S_1$  بصورت  $\gamma_{1k} = \frac{P_{S_1} |f_k|^2}{\sigma^2}$ ،  $\gamma_{2k} = \frac{P_{S_2} |g_k|^2}{\sigma^2}$ ،  $\gamma_{3k} = \frac{P_{R_k} |f_k|^2}{\sigma^2}$  و  $\gamma_{4k} = \frac{P_{R_k} |g_k|^2}{\sigma^2}$  است. همچنین نسبت تداخل به نوبز لحظه‌ای لینک‌های تداخلی (INR) به صورت  $\gamma_{k,i} = \frac{P_{k,i} |h_{k,i}|^2}{\sigma^2}$  است.

همانطور که قبلاً اشاره شد دامنه تمام لینک‌ها از توزیع ناگامی پیروی می‌کند. این توزیع احتمال بهترین مدل برای داده‌های واقعی در سیستم‌های مخابرات بیسیم سلولی می‌باشد که در حالت  $m = 0.5$  به توزیع گوسی یک طرفه و در حالت  $m = 1$  به توزیع رایلی تقلیل می‌یابد. بنابراین توزیع احتمال SNR لینک‌ها مطابق با توزیع گاما می‌باشد و به صورت زیر تعریف می‌شود

$$|f_k|^2 \sim \mathbf{g}(m_{1k}, 1/a_k), \quad |g_k|^2 \sim \mathbf{g}(m_{2k}, 1/b_k), \quad (3)$$

$$|h_{k,i}|^2 \sim \mathbf{g}(m_{k,i}, 1/\beta_k)$$

که سمبل  $\sim$  "توزیع شده با" است. در رابطه (۳)،  $a_k \triangleq m_{1k} / \Omega_{1k}$ ،  $\beta_k \triangleq m_{k,i} / \Omega_{k,i}$  و  $b_k \triangleq m_{2k} / \Omega_{2k}$  می‌باشند که  $m$  شدت محوشدگی و  $\Omega$  متوسط SNR بر سمبل را برای لینک مربوطه نشان می‌دهد. سیگنال دریافتی در رله بصورت زیر نوشته می‌شود

$$y_{R_k} = \sqrt{P_{S_1}} f_k x_{S_1} + \sqrt{P_{S_2}} g_k x_{S_2} + \sum_{i=1}^{N_k} \sqrt{P_{k,i}} h_{k,i} x_{k,i} + n_{R_k} \quad (4)$$

که  $x_{S_1}$ ،  $x_{S_2}$ ،  $x_{k,i}$  سیگنال‌های تولیدی  $S_1$ ،  $S_2$  و  $i$  امین تداخلگر روی  $R_k$  و  $n_{R_k}$  نوبز AWGN در رله  $k$  ام می‌باشند. سیگنال دریافتی در  $S_1$  و  $S_2$  پس از تقویت توسط رله به صورت زیر بدست می‌آیند.

$$y_{S_{1k}} = \sqrt{P_{R_k}} G_k f_k y_{R_k} + n_{S_1} \quad (5)$$

$$y_{S_{2k}} = \sqrt{P_{R_k}} G_k g_k y_{R_k} + n_{S_2}$$

که  $n_{S_1}$  و  $n_{S_2}$  نوبز AWGN در  $S_1$  و  $S_2$  و  $G_k$  بهره تقویت رله به صورت زیر تعریف می‌شود

$$G_k \triangleq \frac{1}{\sqrt{P_{S_1} |f_k|^2 + P_{S_2} |g_k|^2 + \sum_{i=1}^{N_k} P_{k,i} |h_{k,i}|^2 + \sigma^2}} \quad (6)$$

از آنجا که  $S_1$  سیگنال ارسالی خودش را می‌داند می‌توان از جمله خودتداخلی صرف نظر کرده و رابطه زیر را بدست آورد

$$y_{S_{1,k}} = \sqrt{P_{R_k} P_{S_2}} G_k f_k g_k x_{S_2} + G_k f_k \sqrt{P_{R_k}} \sum_{i=1}^{N_k} \sqrt{P_{k,i}} h_{k,i} x_{k,i} + \sqrt{P_{R_k}} f_k G_k n_{R_k} + n_{S_1} \quad (7)$$

بنابراین SINR دریافتی در گره اول بصورت زیر نوشته می‌شود

$$\gamma_{S_{1k}} = \frac{P_{R_k} P_{S_2} G_k^2 |f_k|^2 |g_k|^2}{G_k^2 P_{R_k} |f_k|^2 \sum_{i=1}^{N_k} P_{k,i} |h_{k,i}|^2 + \sigma^2 (G_k^2 P_{R_k} |f_k|^2 + 1)} \quad (8)$$

با چند عمل جبری، رابطه (۸) به صورت زیر بازنویسی می‌شود

$$F_{\gamma_{S_{2k}}^{\text{up}}}(z) = 1 - \frac{\Gamma\left(m_{2k}, \frac{b_k z}{\varrho_{2k} \bar{\gamma}_2}\right) (\beta_k)^{m_k} e^{-a_k(\varrho_{2k}+1)\frac{z}{\varrho_{2k} \bar{\gamma}_1}}}{\Gamma(m_{2k}) \Gamma(m_k)} \times \sum_{j=0}^{m_k-1} \sum_{l=0}^j \binom{j}{l} \frac{(a_k z)^j \varrho_{2k}^l (\varrho_{2k}+1)^{j-l}}{(\varrho_{2k} \bar{\gamma}_1)^j j!} \frac{\Gamma(m_k+l)}{\left(\beta_k + \frac{a_k z}{\bar{\gamma}_1}\right)^{m_k+l}} \quad (20)$$

اثبات در پیوست آمده است.

برای سادگی و به جهت مشکل بودن استفاده از روابط انتها به انتها معمولاً مقالات زیادی به روابط (۲۰-۱۹) بسنده می‌کنند.

**قضیه سوم:** CDF متغیر تصادفی  $\gamma_{S_{2k}}$  به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$F_{\gamma_{S_{2k}}^{\text{up}}}(z) = 1 - e^{-\left(\frac{a_k \varrho_k + 1}{\varrho_k \bar{\gamma}} + b_k \frac{\varrho_k + 1}{\varrho_k \bar{\gamma}}\right) z} \times \sum_{i=0}^{m_k-1} \sum_{j=0}^{m_{2k}-1} \sum_{t=0}^i \binom{i}{t} \binom{j}{l} \frac{z^{i+j} a_k^i b_k^j \varrho_k^{t-i} (\varrho_k+1)^{i-t}}{\bar{\gamma}^{i+j} i! j! \varrho_k^{j-l} (\varrho_k+1)^{l-j}} \times \frac{(\beta_k)^{m_k}}{\Gamma(m_k)} \frac{\Gamma(t+l+m_k)}{\left(\left(\frac{a_k}{\bar{\gamma}} + \frac{b_k}{\bar{\gamma}}\right) z + \beta_k\right)^{t+l+m_k}} \quad (21)$$

اثبات در پیوست آمده است.

همانگونه که مشاهده می‌شود در رابطه (۲۱) اثر پارامترهای هر دو لینک سمت چپ و راست رله به طور یکسان وجود دارد.

**قضیه چهارم:** با فرض  $\varrho_{1k} = \varrho_{2k}$ ، CDF مربوط به SNR سرتاسری به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$F_{\gamma_{S_{2k}}^{\text{up}}}(z) = \sum_{k=0}^K \frac{(-1)^k}{k!} \sum_{n_1, \dots, n_k}^{m_{2k}-1} \sum_{i_1=0}^{m_{2k}-1} \sum_{j_1=0}^{i_1} \dots \sum_{i_k=0}^{m_{2k}-1} \sum_{j_k=0}^{i_k} \sum_{t_k=0}^{j_k} \sum_{l_k=0}^{t_k} \frac{z^{\sum_{p=1}^k (i_p+j_p)}}{\left(\frac{z}{\bar{\gamma}}\right)^{\sum_{p=1}^k (i_p+j_p)}} e^{-\left(\sum_{p=1}^k a_{n_p} \frac{\varrho_{n_p}+1}{\varrho_{n_p} \bar{\gamma}} + \sum_{p=1}^k b_{n_p} \frac{\varrho_{n_p}+1}{\varrho_{n_p} \bar{\gamma}}\right) z} \times \prod_{p=1}^k \left[ \binom{i_p}{t_p} \binom{j_p}{l_p} \frac{(a_{n_p})^{i_p} (b_{n_p})^{j_p} (\varrho_{n_p})^{t_p-i_p} (\varrho_{n_p}+1)^{i_p-t_p}}{i_p! j_p! (\varrho_{n_p})^{j_p-l_p} (\varrho_{n_p}+1)^{l_p-j_p}} \right] \times \left[ \frac{(\beta_{n_p})^{m_{n_p}}}{\Gamma(m_{n_p})} \frac{\Gamma(t_p+l_p+m_{n_p})}{\left(\left(\frac{a_{n_p}}{\bar{\gamma}} + \frac{b_{n_p}}{\bar{\gamma}}\right) z + \beta_{n_p}\right)^{t_p+l_p+m_{n_p}}} \right] \quad (22)$$

که در آن  $\sum_{n_1, \dots, n_k}^K = \sum_{n_1=1}^K \dots \sum_{n_k=1}^K$  می‌باشد.

اثبات در پیوست آمده است.

رابطه (۲۲) برای زمانی که گره‌های طرفین رله دارای توان ارسالی یکسانی هستند صادق است.

$$\gamma_{S_{1k}}^{\text{up}} = \varrho_{1k} \min\left(\gamma_{1k}, \frac{\gamma_{2k}}{\varrho_{1k} \gamma_{R_k} + 1}\right), \quad (13)$$

$$\gamma_{S_{2k}}^{\text{up}} = \varrho_{2k} \min\left(\gamma_{2k}, \frac{\gamma_{1k}}{\varrho_{2k} \gamma_{R_k} + 1}\right).$$

SINR انتها به انتها برای رله  $k$ ام بصورت زیر نوشته می‌شود

$$\gamma_{S_{2k}} = \min(\gamma_{S_{1k}}, \gamma_{S_{2k}}) \leq \min(\gamma_{S_{1k}}^{\text{up}}, \gamma_{S_{2k}}^{\text{up}}) \triangleq \gamma_{S_{2k}}^{\text{up}}.$$

در نهایت با انتخاب بهترین رله به شیوه زیر، SINR سرتاسری زیر بکار می‌رود.

$$\gamma_{e2e} = \max_k \gamma_{S_{2k}} \leq \max_k \gamma_{S_{2k}}^{\text{up}} \triangleq \gamma_{e2e}^{\text{up}} \quad (14)$$

برای اینکه رابطه احتمال قطع براساس (۱۴) بدست آید ابتدا باید

احتمال قطع  $X_k$  و  $Y_k$  بدست آورده شود. با تعریف  $\gamma_{r_k} \triangleq \sum_{i=1}^{N_k} \gamma_{k,i}$

PDF متغیر تصادفی  $\gamma_{r_k}$  به صورت زیر بدست می‌آید:

$$f_{\gamma_{r_k}}(\gamma) = \frac{\beta_k^{m_k}}{\Gamma(m_k)} \gamma^{m_k-1} e^{-\beta_k \gamma} \quad (15)$$

که در آن  $m_k \triangleq \sum_{i=1}^{N_k} m_{k,i}$  می‌باشد. به کمک معادله (۲) می‌توان CDF

این متغیر را به صورت زیر نوشت

$$F_{\gamma_{r_k}}(\gamma) = 1 - \frac{\Gamma(m_k, \beta_k \gamma)}{\Gamma(m_k)} \quad (16)$$

**قضیه اول:** CDF متغیرهای تصادفی  $X_k$  و  $Y_k$  به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$F_{X_k}(z) = 1 - \Gamma\left(m_{1k}, \frac{a_k z}{\bar{\gamma}_1}\right) / \Gamma(m_{1k}) \quad (17)$$

$$F_{Y_k}(z) = 1 - \frac{\beta_k^{m_k}}{\Gamma(m_k)} e^{-\frac{b_k z}{\bar{\gamma}_2} (\varrho_k+1) m_{2k}} \sum_{i=0}^{m_{2k}-1} \sum_{j=0}^i \binom{i}{j} \times \frac{(b_k z)^j \varrho_{1k}^j (\varrho_{1k}+1)^{i-j}}{\bar{\gamma}_2^j i!} \frac{\Gamma(j+m_k)}{\left(\frac{\varrho_{1k} b_k z}{\bar{\gamma}_2} + \beta_k\right)^{j+m_k}} \quad (18)$$

اثبات در پیوست آمده است.

مشخص است که روابط (۱۷-۱۸) به سادگی قابل محاسبه اند.

**قضیه دوم:** CDF متغیرهای تصادفی  $\gamma_{S_{1k}}^{\text{up}}$  و  $\gamma_{S_{2k}}^{\text{up}}$  به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$F_{\gamma_{S_{1k}}^{\text{up}}}(z) = 1 - \frac{\Gamma\left(m_{1k}, \frac{a_k z}{\varrho_{1k} \bar{\gamma}_1}\right) (\beta_k)^{m_k} e^{-b_k(\varrho_k+1)\frac{z}{\varrho_k \bar{\gamma}_2}}}{\Gamma(m_{1k}) \Gamma(m_k)} \times \sum_{i=0}^{m_{2k}-1} \sum_{t=0}^i \binom{i}{t} \frac{(b_k z)^i \varrho_{1k}^t (\varrho_{1k}+1)^{i-t}}{(\varrho_{1k} \bar{\gamma}_2)^i i!} \frac{\Gamma(m_k+t)}{\left(\beta_k + \frac{b_k z}{\bar{\gamma}_2}\right)^{m_k+t}} \quad (19)$$

منجر به استخراج روابط ساده ای برای احتمال قطع و احتمال خطای سمبل می شود.

در ادامه به استخراج روابطی به فرم بسته برای سنج‌های تعیین عملکرد پرداخته می شود.

### ۳-۱- احتمال قطع

احتمال قطع احتمال اینست که SINR سرتاسری از آستانه مشخص  $\gamma_{th}$  کمتر شود. بنابراین کران محکم زیر برای احتمال قطع سیستم رله انتخابی دواراهه تداخل محدود بدست می آید.

$$P_{out}(\gamma_{th}) \geq P_{out}^{lb}(\gamma_{th}) = F_{\gamma_{\text{cse}}^{up}}(\gamma_{th}) \quad (26)$$

### ۳-۲- احتمال خطای سمبل

احتمال خطای سمبل برای اکثر مدولاسیون‌های دیجیتال به صورت زیر نوشته می شود.

$$\bar{P}_e = \frac{c}{2} \sqrt{\frac{d}{\pi}} \int_0^{\infty} \frac{e^{-d\gamma}}{\sqrt{\gamma}} F_Y(\gamma) d\gamma \quad (27)$$

که در آن ثابت‌های  $c$  و  $d$  به نوع مدولاسیون وابسته اند [۳۱]. برای مثال برای مدولاسیون کلیدزنی با تغییر فاز (PSK)  $c=1$  و

$d = \sin^2\left(\frac{\pi}{M}\right)$  می باشد. با بکارگیری بسط کسره‌های جزئی، می توان کسرها را بصورت زیر مجزا کرد

$$T = \prod_{p=1}^k \frac{A_p}{(z + \beta_p)^{m_p}} = \sum_{l=1}^k \sum_{i_l=1}^{m_{l-1}} \frac{\tau_{i_l}}{(z + \beta_l)^{i_l}} \prod_{p=1}^k A_p$$

$$\tau_{i_l} \triangleq \lim_{z \rightarrow -\beta_l} \frac{1}{(m_l - i_l)!} \frac{\partial^{m_l - i_l}}{\partial z^{m_l - i_l}} [(z + \beta_l)^{m_l} \times T] \quad (28)$$

می توان از انتگرال رابطه (۲۹) که رابطه ۳.۳۸۳،۵ در [۳۲] است بهره جست که در آن تابع فوق هندسی تریکومی تعریف شده در رابطه ۲.۲۱۰،۲ در [۳۲] است.

$$\int_0^{\infty} \frac{x^{\mu}}{(x+z)^{\nu}} e^{-sx} dx = \Gamma(\mu+1) z^{\mu-\nu+1} \Psi(\mu+1, \mu-\nu+2; sz) \quad (29)$$

بنابراین با جایگذاری (۲۶) در (۲۷)، بکارگیری بسط کسره‌های جزئی مانند (۲۸) و استفاده از (۲۹)، احتمال خطای سیستم دو راهه تداخل محدود به فرم بسته بدست می آید. رابطه بدست آمده بدلیل کمبود جا در اینجا آورده نشده است. برای  $K=1$ ، احتمال خطا به صورت زیر بدست می آید

**قضیه پنجم:** با فرض  $\varrho_{1k} \neq \varrho_{2k}$ ، CDF مربوط به SNR سرتاسری به صورت زیر نوشته می شود:

$$\hat{F}_{\gamma_{\text{cse}}}^{up}(z) \approx \prod_{k=1}^K [1 - \mathcal{P}_1(z) \mathcal{P}_2(z)] \quad (23)$$

که در آن وقتی  $\frac{1}{\varrho_{2k}} - \frac{1}{\varrho_{1k}} \geq 1$  باشد داریم

$$\mathcal{P}_1(z) = \frac{\Gamma\left(m_{1k}, \frac{a_k z}{\bar{\gamma}_1 \varrho_{1k}}\right)}{\Gamma(m_{1k})} \left[ 1 - \frac{\Gamma\left(m_k, \beta_k \left(\frac{1}{\varrho_{1k}} - \frac{1}{\varrho_{2k}} - 1\right)\right)}{\Gamma(m_k)} \right]$$

$$+ e^{-\frac{a_k z}{\bar{\gamma}_1 \varrho_{2k}} (\varrho_{2k} + 1)} \sum_{i=0}^{m_{1k}-1} \sum_{t=0}^i \binom{i}{t} \frac{(a_k z)^i \varrho_{2k}' (\beta_k)^{m_k} (\varrho_{2k} + 1)^{i-t}}{\Gamma(m_k) (\bar{\gamma}_1 \varrho_{2k})^i i!}$$

$$\times \frac{\Gamma\left(m_k + t, \left(\frac{a_k z}{\bar{\gamma}_1} + \beta_k\right) \left(\frac{1}{\varrho_{1k}} - \frac{1}{\varrho_{2k}} - 1\right)\right)}{\left(\frac{a_k z}{\bar{\gamma}_1} + \beta_k\right)^{m_k + t}}$$

$$\mathcal{P}_2(z) = e^{-\frac{b_k z}{\bar{\gamma}_2 \varrho_{1k}} (\varrho_{1k} + 1)} \sum_{j=0}^{m_{2k}-1} \sum_{l=0}^j \binom{j}{l} \frac{\Gamma(m_k + l)}{\left(\frac{b_k z}{\bar{\gamma}_2} + \beta_k\right)^{m_k + l}}$$

$$\times \frac{(b_k z)^j \varrho_{1k}' (\beta_k)^{m_k} (\varrho_{1k} + 1)^{j-l}}{\Gamma(m_k) (\bar{\gamma}_2 \varrho_{1k})^j j!} \quad (24)$$

وقتی  $\frac{1}{\varrho_{1k}} - \frac{1}{\varrho_{2k}} \geq 1$  باشد رابطه (۲۳) با تبدیل متغیرهای

$\varrho_{1k}, a_k, m_{1k}, \bar{\gamma}_1, i, t, j, l$  به  $\varrho_{2k}, b_k, m_{2k}, \bar{\gamma}_2, j, l, i, t$  در رابطه (۲۴) بدست می آید.

و هنگامی که  $\left| \frac{1}{\varrho_{2k}} - \frac{1}{\varrho_{1k}} \right| \leq 1$  می شوند

$$\mathcal{P}_1(z) = e^{-\frac{a_k z}{\bar{\gamma}_1 \varrho_{2k}} (\varrho_{2k} + 1)} \sum_{i=0}^{m_{1k}-1} \sum_{t=0}^i \binom{i}{t} \frac{(a_k z)^i \varrho_{2k}' (\beta_k)^{m_k} (\varrho_{2k} + 1)^{i-t}}{\Gamma(m_k) (\bar{\gamma}_1 \varrho_{2k})^i i!} \frac{\Gamma(m_k + t)}{\left(\frac{a_k z}{\bar{\gamma}_1} + \beta_k\right)^{m_k + t}}$$

$$\mathcal{P}_2(z) = e^{-\frac{b_k z}{\bar{\gamma}_2 \varrho_{1k}} (\varrho_{1k} + 1)} \sum_{j=0}^{m_{2k}-1} \sum_{l=0}^j \binom{j}{l} \frac{(b_k z)^j \varrho_{1k}' (\beta_k)^{m_k} (\varrho_{1k} + 1)^{j-l}}{\Gamma(m_k) (\bar{\gamma}_2 \varrho_{1k})^j j!} \frac{\Gamma(m_k + l)}{\left(\frac{b_k z}{\bar{\gamma}_2} + \beta_k\right)^{m_k + l}} \quad (25)$$

**اثبات در پیوست آمده است.**

رابطه (۲۳) برای زمانی که گره های طرفین رله دارای توان ارسالی یکسانی هستند درست است.

نکته: روابط (۲۲) و (۲۳) به راحتی قابل پیاده سازی هستند زیرا که از مجموع محدودی از توابع ساده و مقدماتی تشکیل شده اند. این روابط

اثبات در پیوست آمده است.

رابطه (۳۳) بیانگر آن است که مرتبه دایورسیتی با فرض توان ثابت تداخلگرها فرقی با حالت بدون تداخل ندارد. با این وجود اگر توان ارسال  $S_1$  و  $S_2$  نسبت به توان تداخلگرها، عددی ثابت باشد، عملکرد سیستم دلیل غالب شدن تداخل بهبود نمی‌یابد و مرتبه دایورسیتی برابر صفر می‌شود. این نتایج با نتایج [۱۶] و [۱۸] همخوانی دارند. می‌توان رابطه ساده‌ای برای محوشدگی رایلی با قراردادن تمامی  $m$  برابر یک به صورت زیر بدست آورد

$$P_{out}^{\infty}(\gamma_{th}) = \sum_{k=0}^K \frac{(-1)^k}{k!} \sum_{n_1, \dots, n_k} \prod_{p=1}^k \left[ 1 - \left( a_{n_p} + b_{n_p} \right) \left( \frac{N_{n_p} + \varrho_{n_p} + 1}{\beta_{n_p} \varrho_{n_p}} \right) \right] \gamma_{th}^k \quad (34)$$

با فرض  $\bar{\gamma}_1 = \bar{\gamma}_2 = \bar{\gamma}$  و بکارگیری (۷۵)، احتمال قطع مجانبی به صورت زیر حاصل می‌شود

$$P_{out}^{\infty}(\gamma_{th}) = \sum_{k=0}^K \frac{(-1)^k}{k!} \sum_{n_1, \dots, n_k} \sum_{p=0}^k \frac{1}{p!} \sum_{r_1, \dots, r_p} \prod_{q=1}^p \left[ \left( a_{n_q} + b_{n_q} \right) \left( \frac{N_{n_q} + 1}{\beta_{n_q} \varrho_{n_q}} + \frac{1}{\varrho_{n_q}} \right) \right] \gamma_{th}^k \quad (35)$$

که در آن  $\sum_{r_1, \dots, r_p} = \sum_{\substack{r_1=1 \\ \dots \\ r_p=1 \\ r_1 \neq \dots \neq r_p}}^k$

همانگونه که انتظار می‌رفت، مرتبه دایورسیتی برای حالت محوشدگی رایلی مساوی  $K$  می‌باشد.

همچنین احتمال خطای مجانبی با جایگذاری (۳۵) در (۲۷) به صورت زیر بدست می‌آید

$$\bar{P}_e^{\infty} = \frac{c}{4d} \sum_{k=0}^K \frac{(-1)^k}{k!} \sum_{n_1, \dots, n_k} \sum_{p=0}^k \frac{1}{p!} \sum_{r_1, \dots, r_p} \prod_{q=1}^p \left[ \left( \frac{a_{n_q} + b_{n_q}}{\bar{\gamma}} \right) \left( \frac{N_{n_q} + \varrho_{n_q} + 1}{\beta_{n_q} \varrho_{n_q}} \right) \right] \quad (36)$$

برای حالت بدون تداخل ( $N_k = 0, \forall k = 1, \dots, K$ )، (۳۵) و (۳۶) بترتیب به صورت زیر ساده می‌شوند

$$P_{out}^{\infty}(\gamma_{th}) = \sum_{k=0}^K \frac{(-1)^k}{k!} \sum_{n_1, \dots, n_k} \sum_{p=0}^k \frac{1}{p!} \sum_{r_1, \dots, r_p} \prod_{q=1}^p \left[ \left( a_{n_q} + b_{n_q} \right) \left( \frac{\varrho_{n_q} + 1}{\varrho_{n_q}} \right) \right] \gamma_{th}^k$$

$$\bar{P}_e^{\infty} = \frac{c}{4d} \sum_{k=0}^K \frac{(-1)^k}{k!} \sum_{n_1, \dots, n_k} \sum_{p=0}^k \frac{1}{p!} \sum_{r_1, \dots, r_p} \prod_{q=1}^p \left[ \left( \frac{a_{n_q}}{\bar{\gamma}} + \frac{b_{n_q}}{\bar{\gamma}} \right) \left( \frac{\varrho_{n_q} + 1}{\varrho_{n_q}} \right) \right] \quad (37)$$

لازم به ذکر است که در این حالت رابطه SINR برابر است با

$$\gamma_{e2e}^{up} = \max_k \min \left( \frac{\varrho_k \gamma_{1k}}{\varrho_k + 1}, \frac{\varrho_k \gamma_{2k}}{\varrho_k + 1} \right) \quad (38)$$

#### ۵- مسائل بهینه سازی تخصیص توان و مکان رله

جایگذاری بهینه رله‌ها همراه با تخصیص بهینه توان به منظور بهبود عملکرد سیستم از طریق حداقل کردن احتمال قطع در سالیان اخیر موضوع تحقیقاتی داغی بوده است. برای مثال، مولفان در [۳۳] مسئله بهینه سازی شبکه تک راه تک رله با محوشوندگی رایلی را

$$\bar{P}_e = 1 - \sum_{i=0}^{m_1-1} \sum_{j=0}^{m_2-1} \sum_{t=0}^i \sum_{l=0}^j \binom{i}{t} \binom{j}{l} \frac{a^i b^j}{\bar{\gamma}^{i+j}} \frac{\varrho^{t-i} (\varrho + 1)^{i-t}}{\varrho^{j-l} (\varrho + 1)^{j-l}}$$

$$\times \frac{(\beta)^m}{\Gamma(m)} \frac{\Gamma(t+l+m)}{\left( \frac{a}{\bar{\gamma}} + \frac{b}{\bar{\gamma}} \right)^{m+t+l}} \Gamma(i+j+1) \left( \frac{\beta \bar{\gamma}}{a+b} \right)^{i+j-m-t-l+1}$$

$$\times \Psi \left( i+j+1, i+j-m-t-l+2; \frac{\varrho+1}{\varrho} \beta \right) \quad (30)$$

که در آن  $\beta = \beta_1, \varrho = \varrho_1, m_1 = m_{11}, m_2 = m_{21}, a = a_1, b = b_1$  و  $m = m_1$  می‌باشند.

#### ۴- تحلیل عملکرد مجانبی

از آنجا که روابط بدست آمده بخش‌های قبل، دید فیزیکی محدودی را فراهم می‌آورند، در اینجا بر روی حالت مجانبی تمرکز می‌شود. در این حالت با فرض تامین SNRهای زیاد در لینک مخابراتی، می‌توان توزیع PDF رابطه SINR آنها به انتها را حول مبدأ با بسط سری تیلور تقریب زد. تقریب‌های زیر در تحلیل مجانبی با میل  $\gamma_{th}$  به سمت صفر بکار گرفته می‌شوند.

$$(1 + \gamma_{th})^{-n} \approx \sum_{i=0}^K \binom{-n}{i} \gamma_{th}^i \quad (31)$$

$$e^{\gamma_{th}} \approx \sum_{i=0}^K \frac{\gamma_{th}^i}{i!}$$

که در آن  $n$  و  $K$  اعداد مثبتی هستند. با اعمال تقریب‌های (۳۱) به (۲۶) و پس از انجام چند عمل ساده جبری، احتمال قطع مجانبی بدست می‌آید.

قضیه ششم: احتمال قطع مجانبی به صورت زیر نوشته می‌شود

$$P_{out}^{\infty}(\gamma_{th}) = G_c \gamma_{th}^{G_d} \quad (32)$$

که در آن مرتبه دایورسیتی و بهره کدینگ به صورت زیر بدست می‌آیند.

$$G_d = \min(m_1, m_2) \times K$$

$$G_c = \begin{cases} \prod_{k=1}^K G_{c_{1k}} & m_1 < m_2 \\ \prod_{k=1}^K G_{c_{2k}} & m_1 > m_2 \\ \prod_{k=1}^K [G_{c_{1k}} + G_{c_{2k}}] & m_1 = m_2 = m \end{cases} \quad (33)$$

که در آن

$$G_{c_{1k}} = \frac{(a_k)^{m_1}}{\Gamma(m_1+1)} \sum_{i=0}^{m_1} \binom{m_1}{i} \frac{(\varrho_k + 1)^{m_1-i} \varrho_k^{i-m_1}}{(\beta_k)^i} \frac{\Gamma(m_k + i)}{\Gamma(m_k)}$$

$$G_{c_{2k}} = \frac{(b_k)^{m_2}}{\Gamma(m_2+1)} \sum_{j=0}^{m_2} \binom{m_2}{j} \frac{(\varrho_k + 1)^{m_2-j} \varrho_k^{j-m_2}}{(\beta_k)^j} \frac{\Gamma(m_k + j)}{\Gamma(m_k)}$$

$$\begin{aligned} & \min \prod_{k=1}^K \left[ \left( \frac{m_k}{\beta_k} (a_k + b_k) + \frac{a_k (\varrho_k + 1)}{\varrho_k} + \frac{b_k (\varrho_k + 1)}{\varrho_k} \right) \gamma_{th} \right] \\ & \text{subject to } 2P_S + P_{R_k} = P_{tot}, 0 < P_S, 0 < P_{R_k}, 0 < d_{S_1, R_k}, 0 < d_{S_2, R_k} \\ & \equiv \min \sum_{k=1}^K \log \left[ \left( \frac{m_k}{\beta_k} (a_k + b_k) + \frac{a_k (\varrho_k + 1)}{\varrho_k} + \frac{b_k (\varrho_k + 1)}{\varrho_k} \right) \gamma_{th} \right] \\ & \text{subject to } 2P_S + P_{R_k} = P_{tot}, 0 < P_S, 0 < P_{R_k}, 0 < d_{S_1, R_k}, 0 < d_{S_2, R_k} \end{aligned} \quad (43)$$

بنابراین تابع هدف به صورت زیر ت می‌شود

$$L(\gamma_{th}) \triangleq \sum_{k=1}^K \log \left[ \left( \frac{m_k}{\beta_k} (a_k + b_k) + \frac{a_k (\varrho_k + 1)}{\varrho_k} + \frac{b_k (\varrho_k + 1)}{\varrho_k} \right) \gamma_{th} \right] \quad (44)$$

از این به بعد تابع هدف ما  $L(\gamma_{th})$  می‌شود که خوشبختانه به ما اجازه می‌دهد از عملیات جبری استفاده کنیم. حال سه مسئله بهینه سازی تخصیص توان بهینه با فرض مکان ثابت رله، بهینه سازی مکان رله با تخصیص توان ثابت و بهینه سازی همزمان توان و مکان رله را در نظر می‌گیریم.

#### ۵-۱- بهینه سازی تخصیص توان با فرض مکان ثابت رله

با جایگذاری روابط (۴۰) در (۴۴) و فرض مکان ثابتی برای رله، (۴۴) به صورت زیر بازنویسی می‌شود

$$L(\gamma_{th}) = \sum_{k=1}^K \log \left[ \left( d_{S_1, R_k}^v + d_{S_2, R_k}^v \right) \left( \frac{A_k}{P_S} + \frac{B}{P_{R_k}} \right) \right] \quad (45)$$

که در آن  $A_k \triangleq \left( \frac{m_k}{\beta_k} + 1 \right) \sigma^2 \gamma_0$  و  $B \triangleq \sigma^2 \gamma_0$

مشتق دوم (۴۵) نسبت به  $P_S$  برابر است با

$$\frac{\partial^2 L(\gamma_{th})}{\partial P_S^2} = \frac{1}{\ln 2} \times \sum_{k=1}^K \left( \frac{A_k^2 P_{R_k}^4 + 4B^2 P_S^4 + 2A_k B P_S P_{R_k}^3 + 8A_k B P_S^2 P_{R_k} + 4A_k B P_S^2 P_{R_k}^2}{A_k^2 P_S^2 P_{R_k}^3 + B^2 P_S^2 P_{R_k}^2 + 2A_k B P_S^2 P_{R_k}^3} \right) \quad (46)$$

که در آن  $P_{R_k} = P_{tot} - 2P_S$ . از آنجا که رابطه (۴۶) همواره مثبت است، بنابراین مسئله بهینه سازی محدب است [۴۰]. بنابراین با معرفی ضرائب لاگرانژی و اعمال شرایط KKT [۴۰]، می‌توان بهینه را با حل معادله زیر بدست آورد

$$\frac{\partial L(\gamma_{th})}{\partial P_S} = \frac{1}{\ln 2} \sum_{k=1}^K \left( \frac{2BP_S^2 - A_k P_{R_k}^2}{A_k P_S P_{R_k}^2 + BP_S^2 P_{R_k}} \right) = 0 \quad (47)$$

با حل رابطه (۴۷) یک چندجمله ای از درجه  $3K - 1$  برحسب  $P_S$  حاصل می‌شود. برای  $K \neq 1$  معادله به صورت عددی قابل حل است اما برای  $K = 1$  می‌توان حل ریاضی زیر را بدست آورد

بررسی کردند. در [۳۴] آنها کار خود را به محوشدگی ناکامی گسترش دادند که در آن از تقریب‌های مجانبی احتمال قطع بهره جستند. در باب سیستم‌های رله دو راهه، مولفان در [۳۵] احتمال قطع هر کدام از گره‌های مبدأ را در SNRهای زیاد حداقل کردند. در [۳۶] نتایج عددی برای حالت بدون تداخل با فرض خطای تخمین کانال فراهم آورده شد. مولفان در [۳۷] نرخ انتها به انتهای بهینه دردسترس سیستم دو راهه بدون تداخل را استخراج کردند. در [۳۸]، مولفان نتایج تخصیص توان بهینه را برای حداکثرکردن مجموع نرخ قابل حصول سیستم بدون تداخل ارائه دادند. مولفان در [۳۹]، نتایج تخصیص توان بهینه سیستم رله دو راهه DF را استخراج کردند. اخیراً در [۲۶]، [۲۹] و [۳۰] نیز مسائل بهینه سازی تخصیص توان و تعیین مکان بهینه مطرح شده اند.

براین اساس در این بخش به معرفی و حل مسائل بهینه سازی به منظور تخصیص بهینه توان به گره‌ها و مکان یابی بهینه رله پرداخته می‌شود. لازم به ذکر است که تحلیل SINR کلی امکان پذیر نمی‌باشد و به همین منظور تمرکز خود را روی روابط مجانبی معطوف کرده و فرض وجود محوشدگی رایلی را برای تمامی کانال‌های بیسیم خواهیم داشت. با توجه به (۲۴) مسئله بهینه سازی به صورت زیر نوشته می‌شود

$$\begin{aligned} & \min_{P_{S_1}, P_{S_2}, P_{R_k}, d_{S_1, R_k}, d_{S_2, R_k}} P_{out}^{lb}(\gamma_{th}) \\ & \text{subject to } P_{S_1} + P_{S_2} + P_{R_k} = P_{tot}, \\ & 0 < P_{S_1}, 0 < P_{S_2}, 0 < P_{R_k}, 0 < d_{S_1, R_k}, 0 < d_{S_2, R_k} \end{aligned} \quad (39)$$

در رابطه (۳۹)،  $P_{tot}$  مجموع توان سیستم می‌باشد.  $d_{S_1, R_k}$  و  $d_{S_2, R_k}$  ترتیب فاصله بین  $S_1$  و  $R_k$  و فاصله بین  $S_2$  و  $R_k$  می‌باشند. حال با این فرض استاندارد که متوسط SNR یعنی  $\Omega$  متناسب با عکس فاصله به صورت نمائی کاهش می‌یابد [۳۴]، می‌توان نوشت

$$b_k = \frac{m_{2k}}{d_{S_2, R_k}^{-v}} \quad \text{و} \quad a_k = \frac{m_{1k}}{d_{S_1, R_k}^{-v}} \quad (40)$$

که در آن  $v$  نمای افت مسیر است که مقادیری بین ۲ تا ۶ دارد. با اعمال محوشدگی رایلی به (۳۳)، کران پائین احتمال قطع به شکل زیر ساده می‌شود

$$P_{out}^{lb}(\gamma_{th}) = \prod_{k=1}^K \left[ 1 - \left( \frac{\beta_k}{\beta_k + (a_k + b_k) \gamma_{th}} \right)^{m_k} e^{-\left( a_k \frac{\varrho_k + 1}{\varrho_k} + b_k \frac{\varrho_k + 1}{\varrho_k} \right) \gamma_{th}} \right] \quad (41)$$

با فرض  $P_{S_1} = P_{S_2} = P_S$  و  $\bar{\gamma}_1 = \bar{\gamma}_2 = \bar{\gamma}$ ، (۴۱) برابر است با

$$P_{out}^{\infty}(\gamma_{th}) = \prod_{k=1}^K \left[ \left( \frac{m_k}{\beta_k} (a_k + b_k) + \frac{a_k (\varrho_k + 1)}{\varrho_k} + \frac{b_k (\varrho_k + 1)}{\varrho_k} \right) \gamma_{th} \right] \quad (42)$$

با اعمال تابع لگاریتم به (۴۲) و بکارگیری خواص این تابع، مسئله بهینه سازی معادل به صورت زیر حاصل می‌شود.



$$\frac{\partial L(\gamma_{th})}{\partial d} = \frac{1}{\ln 2} \sum_{k=1}^K \left( \frac{vd^{v-1} - v(1-d)^{v-1}}{d^v + (1-d)^v} \right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{d} - 1 = 1 \Rightarrow d^* = \frac{1}{2}$$

(۵۳)

با مشاهده (۵۳) واضح است که مکان رله بهینه همواره بین فاصله گره-های فرستنده قرار دارد که با نتایج [۳۳] همخوانی دارد. با جایگذاری مقدار بهینه (۵۳) در (۵۱) و (۳۹) و اینکه  $P_S^* = P_{R_k}^* = \frac{P_{tot}}{3}$ ، حداقل

مقدار تابع هدف برای سناریوی دوم به صورت زیر بدست می‌آید

$$L_{sc2}^*(\gamma_{th}) = \sum_{k=1}^K \log \left[ \frac{3}{P_{tot}} \frac{A_k + B}{2^{v-1}} \right]$$

$$P_{out,sc2}^*(\gamma_{th}) = \prod_{k=1}^K \left[ \frac{3}{P_{tot}} \frac{A_k + B}{2^{v-1}} \right]$$

مشابه (۴۹) با کاهش  $m_k$ ،  $N_k$  و  $\gamma_{th}$  و افزایش  $\beta_k$ ،  $\nu$  و  $P_{tot}$ ، حداقل مقدار احتمال قطع در (۵۴) کاهش می‌یابد.

### ۵-۳- بهینه سازی همزمان تخصیص توان و مکان رله

مسئله بهینه سازی همزمان به صورت زیر است

$$\min_{P_S, P_{R_k}, d} L(\gamma_{th}) = \sum_{k=1}^K \log \left[ \left( d^v + (1-d)^v \right) \left( \frac{A_k}{P_S} + \frac{B}{P_{R_k}} \right) \right]$$

subject to  $2P_S + P_{R_k} = P_{tot}, 0 < P_S, 0 < P_{R_k}, 0 < d < 1$ .

(۵۵)

قضیه هفتم: مسئله بهینه سازی (۵۵) محدب است.

اثبات: ماتریس هسیان به صورت زیر نوشته می‌شود

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L(\gamma_{th})}{\partial P_S^2} & \frac{\partial^2 L(\gamma_{th})}{\partial d \partial P_S} \\ \frac{\partial^2 L(\gamma_{th})}{\partial P_S \partial d} & \frac{\partial^2 L(\gamma_{th})}{\partial d^2} \end{bmatrix}$$

(۵۶)

که در آن  $\frac{\partial^2 L(\gamma_{th})}{\partial P_S^2}$  و  $\frac{\partial^2 L(\gamma_{th})}{\partial d^2}$  بترتیب در (۴۶) و (۵۲) محاسبه شده اند. همچنین  $\frac{\partial^2 L(\gamma_{th})}{\partial P_S \partial d} = \frac{\partial^2 L(\gamma_{th})}{\partial d \partial P_S} = 0$ . بنابراین چون مقادیر

روی قطر اصلی ماتریس هسیان همواره مثبت هستند، این ماتریس معین مثبت است و مسئله بهینه سازی (۵۵) محدب است.

بنابراین با مشتق گیری از (۵۰) نسبت به  $P_S$  و  $d$  به روابط زیر می‌رسیم

$$\frac{1}{\ln 2} \sum_{k=1}^K \left( \frac{2BP_S^2 - A_k P_{R_k}^2}{A_k P_S P_{R_k}^2 + BP_S^2 P_{R_k}} \right) = 0$$

$$\frac{1}{\ln 2} \sum_{k=1}^K \left( \frac{vd^{v-1} - v(1-d)^{v-1}}{d^v + (1-d)^v} \right) = 0.$$

(۵۷)

حل (۵۷) تنها به صورت عددی امکان پذیر است منتها برای حالت محوشدگی i.i.d. و یا تک رله مقادیر بهینه عبارتند از

$$2BP_S^2 - A_k P_{R_k}^2 = 0 \Rightarrow P_S^* = \frac{P_{tot}}{2 + \sqrt{\frac{2B}{A_k}}}, P_{R_k}^* = P_{tot} - 2P_S^* \quad \forall k$$

(۴۸)

جالب است که در (۴۸) توان بهینه مستقل از مکان رله، آستانه و واریانس نویز است. برای محوشدگی مستقل و مشابه (i.i.d.) و کانال متقارن (یعنی  $m_k = \beta_k$ ) که در آن  $A_k = 2B$ ، حل تخصیص توان بهینه به صورت  $P_S^* = P_{R_k}^* = \frac{P_{tot}}{3}$  بدست می‌آید. برای حالت بدون تداخل (یعنی  $\beta \gg m$ ) که در آن  $A_k = B$ ، حل بهینه به صورت  $P_{R_k}^* = \frac{P_{tot}}{1 + \sqrt{2}}$ ،  $P_S^* = \frac{P_{tot}}{2 + \sqrt{2}}$  حاصل می‌شود. با جایگذاری مقادیر بهینه (۴۸) در (۴۵) و (۳۹)، حداقل مقدار احتمال قطع برای سناریوی اول به صورت زیر بدست می‌آید.

$$L_{sc1}^*(\gamma_{th}) = \sum_{k=1}^K \log \left[ \left( d_{S_1, R_k}^v + d_{S_2, R_k}^v \right) \left( \frac{2A_k + 2\sqrt{2A_k B} + B}{P_{tot}} \right) \right]$$

(۴۹)

$$P_{out,sc1}^*(\gamma_{th}) = \prod_{k=1}^K \left[ \left( d_{S_1, R_k}^v + d_{S_2, R_k}^v \right) \left( \frac{2A_k + 2\sqrt{2A_k B} + B}{P_{tot}} \right) \right]$$

(۵۰)

واضح است که با کاهش  $m_k$ ،  $N_k$  و  $\gamma_{th}$  و افزایش  $\beta_k$ ،  $\nu$  و  $P_{tot}$ ، حداقل مقدار احتمال قطع در (۵۰) کاهش می‌یابد.

### ۵-۲- بهینه سازی مکان رله با فرض تخصیص توان ثابت

برای حداقل کردن اثر افت مسیر، واضح است که رله می‌بایست بین گره‌های فرستنده قرار بگیرد. این فرض منطقی است زیرا که لینک خط مستقیم بین  $S_1$  و  $S_2$ ، افت توان ارسالی را حداقل می‌کند [۳۴]. با فرض  $d_{S_1, R_k} = d$  و  $d_{S_2, R_k} = 1-d$ ، احتمال قطع در (۴۴) برابر است با

$$L(\gamma_{th}) = \sum_{k=1}^K \log \left[ \left( \frac{A_k}{P_S} + \frac{B}{P_{R_k}} \right) \left( d^v + (1-d)^v \right) \right]$$

(۵۱)

مشابه این مسئله نیز محدب است زیرا که مشتق دوم نسبت به  $d$  مثبت است

$$\frac{\partial^2 L(\gamma_{th})}{\partial d^2} = \frac{1}{\ln 2} \sum_{k=1}^K \left( \frac{v(v-1) [d^{v-2}(1-d)^v + (1-d)^{v-2}d^v]}{[d^v + (1-d)^v]^2} \right) + \frac{1}{\ln 2} \sum_{k=1}^K \left( \frac{2v^2 d^{v-1}(1-d)^{v-1} - v [d^{2v-2} + (1-d)^{2v-2}]}{[d^v + (1-d)^v]^2} \right)$$

(۵۲)

بنابراین با بکارگیری تعریف ضرائب لاگرانژی و اعمال شرایط KKT [۳۹]، مکان بهینه رله به صورت زیر حاصل می‌شود.

۶- حالات خاص کاربردی

در این بخش روابط گزارش شده قبلی را برای چند حالت خاص کاربردی ساده می‌کنیم.

۶-۱- بدون تداخل (یعنی  $N_k = 0 \forall k = 1, \dots, K$ )

با فرض  $P_{k,i} = P_i = 0 \forall k = 1, \dots, K$  (۲۶) به رابطه زیر ساده می‌شود

$$P_{out}^{lb}(\gamma_{th}) = \sum_{k=0}^K \frac{(-1)^k}{k!} \sum_{n_1, \dots, n_k}^{m_{11}-1, m_{21}-1, \dots, m_{1k}-1, m_{2k}-1} \sum_{j_1=0}^{m_{11}-1} \dots \sum_{j_k=0}^{m_{1k}-1} (\gamma_{th})^{\sum_{p=1}^k (i_p + j_p)} \times \exp \left\{ - \sum_{p=1}^k \left[ (a_{n_p} + b_{n_p}) \frac{1 + \varrho_{n_p}}{\varrho_{n_p} \bar{\gamma}} \right] \gamma_{th} \prod_{p=1}^k \left[ \frac{(a_{n_p})^{i_p} (b_{n_p})^{j_p}}{i_p! j_p!} \left( \frac{1 + \varrho_{n_p}}{\varrho_{n_p} \bar{\gamma}} \right)^{i_p + j_p} \right] \right\} \quad (63)$$

که در این حالت  $\gamma_{S_{1k}}^{up} = \varrho_k \min \left( \gamma_{1k}, \frac{\gamma_{2k}}{\varrho_k + 1} \right)$  کران محکمی برای  $\gamma_{S_{2k}}^{up} = \varrho_k \min \left( \gamma_{2k}, \frac{\gamma_{1k}}{\varrho_k + 1} \right)$  است و  $\frac{\varrho_k \gamma_{1k} \gamma_{2k}}{(\varrho_k + 1) \gamma_{1k} + \gamma_{2k}}$  لازم به ذکر است که رابطه (۶۳) کران محکمی برای رابطه ۴ مرجع [۴۱] است.

۶-۲- توان بی نهایت

برای سادگی در این حالت فرض می‌کنیم که  $\varrho_{1k} = \varrho_{2k} = \varrho_k$ ،  $m_{k,i} = \frac{m_k}{N_k}$ ،  $\Omega_{k,i} = \Omega_k \forall i = 1, \dots, N_k$ ،  $P_{k,i} = P_i, \forall k = 1, \dots, K$  و  $\frac{P_S}{P_I} = \rho \geq 1$  باشد. با فرض اینکه  $P_S, P_I, P_{R_k} \rightarrow \infty$  رابطه (۲۶) بعد از چند عمل جبری به (۶۴) ساده می‌شود.

$$P_{out}^{lb}(\gamma_{th}) = \sum_{k=0}^K \frac{(-1)^k}{k!} \sum_{n_1, \dots, n_k}^{m_{11}-1, m_{21}-1, \dots, m_{1k}-1, m_{2k}-1} \sum_{j_1=0}^{m_{11}-1} \dots \sum_{j_k=0}^{m_{1k}-1} \prod_{p=1}^k \left[ \frac{(\gamma_{th})^{i_p + j_p}}{\Gamma(m_{n_p}) i_p! j_p!} \left( \frac{m_{1n_p} \Omega_{n_p} N_{n_p}}{m_{n_p} \Omega_{1n_p} \rho} \right)^{i_p} \left( \frac{m_{2n_p} \Omega_{n_p} N_{n_p}}{m_{n_p} \Omega_{2n_p} \rho} \right)^{j_p} \right] \times \frac{\Gamma(i_p + j_p + m_{n_p})}{\left[ \gamma_{th} \left( \frac{m_{1n_p} \Omega_{n_p} N_{n_p}}{m_{n_p} \Omega_{1n_p} \rho} + \frac{m_{2n_p} \Omega_{n_p} N_{n_p}}{m_{n_p} \Omega_{2n_p} \rho} \right) + 1 \right]^{i_p + j_p + m_{n_p}}} \quad (64)$$

که در آن  $\Omega_k = \mathbb{E}[|h_{k,i}|^2]$  و  $\Omega_{2k} = \mathbb{E}[|g_k|^2]$ ،  $\Omega_{1k} = \mathbb{E}[|f_k|^2]$  لازم به ذکر است که در این حالت مرتبه دایورسیتی برابر صفر و به منزله اشباع شدن و عدم بهبود احتمال قطع می‌باشد.

$$P_S^* = \frac{P_{tot}}{2 + \sqrt{\frac{2B}{A_k}}}, P_{R_k}^* = P_{tot} - 2P_S^* \quad (58)$$

$$d^* = \frac{1}{2}$$

این نتایج پیش بینی می‌شد زیرا که (۴۴) به صورت حاصلضرب دو تابع مستقل از هم بترتیب نسبت به  $P_S$  و  $d$  قابل بازنویسی است. با جایگذاری مقادیر بهینه (۵۸) در تابع هدف (۵۵)، حداقل مقدار احتمال قطع برای سناریوی سوم به صورت زیر حاصل می‌شود

$$L_{sc3}^*(\gamma_{th}) = \sum_{k=1}^K \log \left[ \frac{2A_k + 2\sqrt{2A_k B} + B}{2^{v-1} P_{tot}} \right] P_{out,sc3}^*(\gamma_{th}) = \prod_{k=1}^K \left[ \frac{2A_k + 2\sqrt{2A_k B} + B}{2^{v-1} P_{tot}} \right] \quad (59)$$

مشابه سناریوی قبلی با کاهش  $m_k$ ،  $N_k$  و  $\gamma_{th}$  و افزایش  $\beta_k$ ،  $\nu$  و  $P_{tot}$ ، حداقل مقدار احتمال قطع در (۵۹) کاهش می‌یابد.

۴-۵- جمع بندی

برای محوشدگی i.i.d. و کانال‌های متقارن (یعنی  $A_k = 2B$ ) می‌توان نوشت

$$P_{out}^{\infty, non-opt}(\gamma_{th}) = P_{out,sc1}^{\infty,*}(\gamma_{th}) = P_{out,sc2}^{\infty,*}(\gamma_{th}) = P_{out,sc3}^{\infty,*}(\gamma_{th}) = \left[ \frac{9B}{P_{tot} 2^{v-1}} \right]^K \stackrel{v=4}{=} \left[ \frac{1.125B}{P_{tot}} \right]^K \quad (60)$$

که  $P_{out}^{\infty, non-opt}(\gamma_{th})$  به منزله عدم بهینه سازی احتمال قطع انتها به انتها با فرض  $d^* = \frac{1}{2}$  و  $P_S^* = P_{R_k}^* = \frac{P_{tot}}{3}$  است. رابطه آخر به ازای  $\nu = 4$  که یک مقدار نوعی در کانال‌های محوشدگی بیسیم است بدست آمده است. رابطه (۶۰) بیانگر این است که با فرض شرایط محوشدگی مشابه لینک‌ها، عملکرد سیستم با بهینه سازی بهبود نمی‌یابد. برای حالت بدون تداخل که  $A_k = B$  نتایج زیر حاصل می‌شود.

$$P_{out}^{\infty, non-opt}(\gamma_{th}) = P_{out,sc2}^{\infty,*}(\gamma_{th}) \approx \left[ \frac{6B}{P_{tot} 2^{v-1}} \right]^K \stackrel{v=4}{=} \left[ \frac{0.75B}{P_{tot}} \right]^K P_{out,sc1}^{\infty,*}(\gamma_{th}) = P_{out,sc3}^{\infty,*}(\gamma_{th}) \approx \left[ \frac{(3 + 2\sqrt{2})B}{P_{tot} 2^{v-1}} \right]^K \stackrel{v=4}{=} \left[ \frac{0.728B}{P_{tot}} \right]^K \quad (61)$$

با فرض  $\beta \ll m$  روابط زیر حاصل می‌شوند.

$$P_{out}^{\infty, non-opt}(\gamma_{th}) = P_{out,sc2}^{\infty,*}(\gamma_{th}) \approx \left[ \frac{3A}{P_{tot} 2^{v-1}} \right]^K \stackrel{v=4}{=} \left[ \frac{0.375A}{P_{tot}} \right]^K P_{out,sc1}^{\infty,*}(\gamma_{th}) = P_{out,sc3}^{\infty,*}(\gamma_{th}) \approx \left[ \frac{2A}{P_{tot} 2^{v-1}} \right]^K \stackrel{v=4}{=} \left[ \frac{0.25A}{P_{tot}} \right]^K \quad (62)$$

همانگونه که مشاهده می‌شود، بهبود عملکرد با بکارگیری سناریوی اول و سوم حاصل می‌شود.

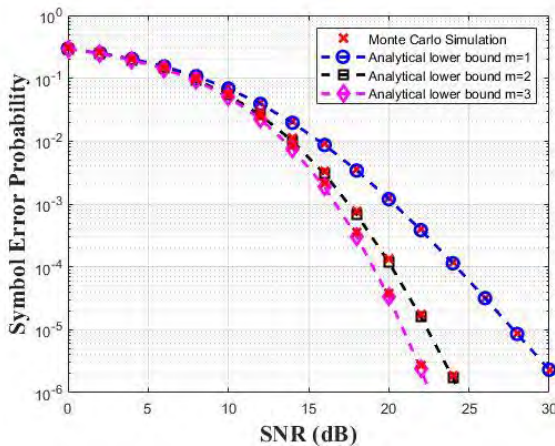
### ۳-۶- محوشدگی رایلی

به ۲۸ دسیبل SNR نیاز است در حالی که در حالت  $m = 3$  این مقدار به ۲۱ دسیبل کاهش می‌یابد.

برای کانال محوشدگی رایلی که  
به رابطه زیر ساده می‌شود

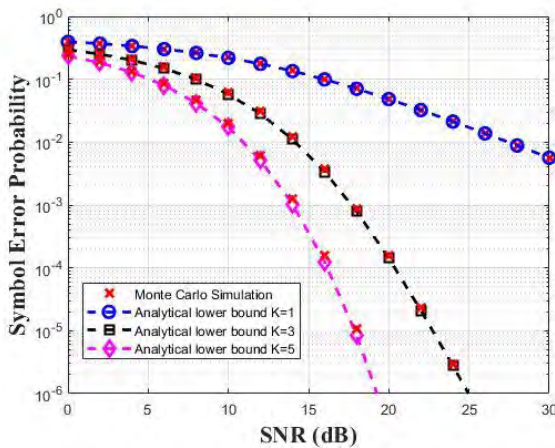
$$P_{out}^{lb,ray}(\gamma_{th}) = \sum_{k=0}^K \frac{(-1)^k}{k!} \sum_{n_1, \dots, n_k} e^{-\sum_{p=1}^k (a_{n_p} + b_{n_p}) \frac{\gamma_{th}^{n_p+1}}{\gamma_{th}^{n_p}}}$$

$$\times \prod_{p=1}^k \left[ \frac{(\beta_{n_p})^{N_{n_p}}}{\left( \gamma_{th} \left( \frac{a_{n_p}}{\gamma} + \frac{b_{n_p}}{\gamma} \right) + \beta_{n_p} \right)^{N_{n_p}}} \right] \quad (65)$$



شکل ۳. احتمال خطای سمبل بر حسب SNR با تغییر  $m$

شکل ۴ به مقایسه احتمال خطای رابطه (۲۷) و روابط شبیه سازی مونت کارلو با تغییر تعداد رله‌ها می‌پردازد. تعداد  $N = 3$  تداخلگر بر روی هر رله و مدولاسیون BPSK در اینجا فرض شده است. همانگونه که پیش بینی می‌شد با افزایش تعداد رله‌ها احتمال خطا کاهش می‌یابد. به عنوان مثال با مصرف ۱۵ دسیبل SNR در حالت  $K = 1$  احتمال خطای ۰،۰۰۰۴ بدست می‌آید در حالی که در حالت  $K = 5$  این مقدار به ۰،۰۰۰۴ کاهش می‌یابد.



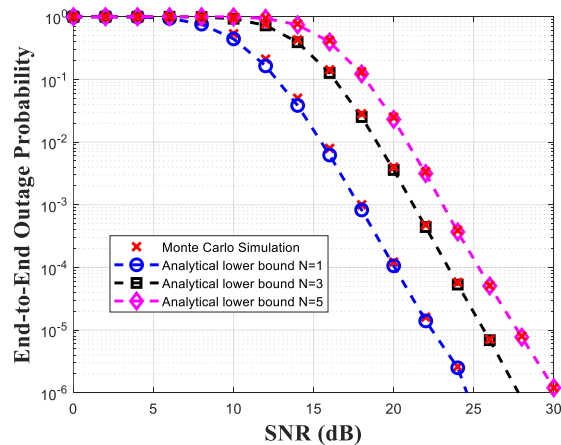
شکل ۴. احتمال خطای سمبل بر حسب SNR با تغییر  $K$

شکل ۵ به مقایسه احتمال قطع رابطه (۲۶) و روابط شبیه سازی مونت کارلو با تغییر توان تداخلگرها می‌پردازد. تعداد  $K = 3$  رله،  $N = 3$  تداخلگر و محوشدگی رایلی در اینجا فرض شده است. همانگونه که انتظار می‌رفت با کاهش توان تداخلگرها احتمال قطع کاهش می‌یابد. به عنوان مثال با مصرف ۳۰ دسیبل SNR در حالت  $P_I = 20$  dB احتمال قطع ۰،۰۰۰۱ بدست می‌آید در حالی که در حالت  $P_I = 10$  dB این مقدار به ۰،۰۰۰۰۰۳ کاهش می‌یابد.

### ۷- نتایج شبیه سازی

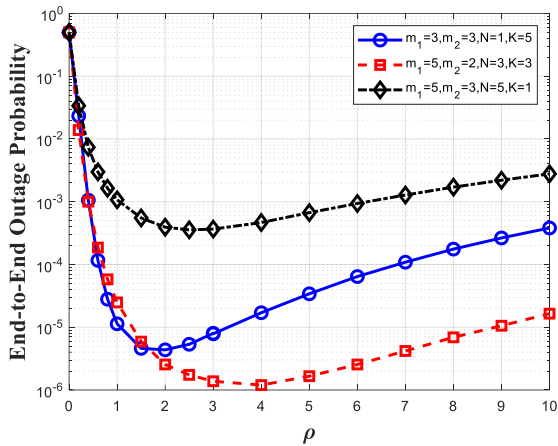
در این بخش، نتایج تئوری ارائه شده با یک مجموعه شبیه سازی‌های مونت کارلو ارزیابی می‌شوند.

شکل ۲ به مقایسه احتمال قطع رابطه (۲۶) و روابط شبیه سازی مونت کارلو با تغییر تعداد تداخلگرها می‌پردازد. تعداد  $K = 3$  رله در اینجا فرض شده است.  $m_1 = [1, 2, 3]$ ،  $m_2 = [3, 2, 1]$  و  $m_r = 2$  در نظر گرفته شده اند. همانگونه که مشاهده می‌شود نتایج تحلیلی و شبیه سازی تطبیق بسیار خوبی دارند که صحت رابطه (۲۶) را نشان می‌دهد. همچنین با کاهش تعداد تداخلگرها یعنی  $N$  احتمال قطع کاهش می‌یابد. به عنوان مثال برای دستیابی به احتمال قطع  $10^{-5}$  در حالت  $N = 5$  به ۲۸ دسیبل SNR نیاز است در حالی که در حالت  $N = 1$  این مقدار به ۲۲ دسیبل کاهش می‌یابد.



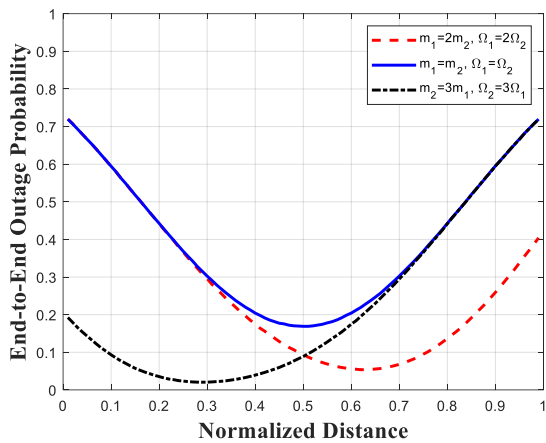
شکل ۵. احتمال قطع بر حسب SNR با تغییر  $N$

شکل ۳ به مقایسه احتمال خطای بیت رابطه (۲۷) و روابط شبیه سازی مونت کارلو با تغییر پارامتر شدت محوشدگی کانال می‌پردازد. تعداد  $K = 3$  رله،  $N = 3$  تداخلگر و مدولاسیون BPSK در اینجا فرض شده است. همانگونه که مشاهده می‌شود نتایج تحلیلی و شبیه سازی تطبیق بسیار خوبی دارند که صحت رابطه (۲۷) را نشان می‌دهد. همچنین با افزایش پارامتر  $m$  احتمال خطا کاهش می‌یابد. به عنوان مثال برای دستیابی به احتمال خطای  $10^{-5}$  در حالت  $m = 1$



شکل ۷. احتمال قطع بر حسب  $\rho$

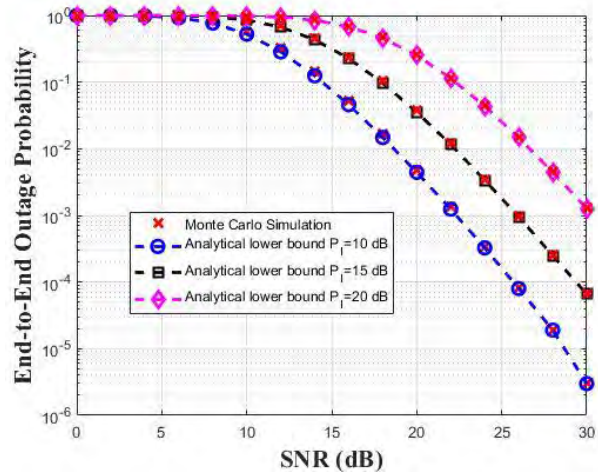
در آخر، شکل ۸ احتمال قطع را بر حسب فاصله نشان می‌دهد. می‌بینیم که در هر سه حالت مکان بهینه رله تعیین کننده حداقل احتمال قطع است. همانگونه که انتظار می‌رفت در حالت شرایط یکسان کانال‌های مبدأ - رله و رله - مقصد (حالت متقارن)، مکان بهینه رله دقیقاً روی عمودمنصف خط واصل مبدأ - مقصد است. در حالات با شرایط متفاوت کانال‌های مبدأ - رله و رله - مقصد (حالات نامتقارن)، مکان رله از وسط فاصله می‌گیرد طوری که اگر کانال مبدأ - رله بهتر از کانال رله - مقصد باشد رله در نزدیکی مقصد جایگذاری می‌شود و بالعکس.



شکل ۸. احتمال قطع بر حسب فاصله

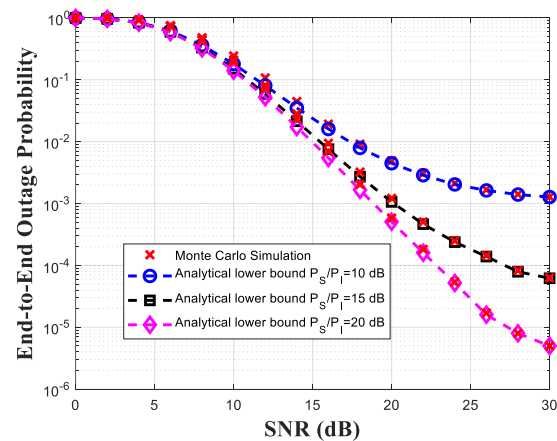
### ۸- نتیجه گیری

در این مقاله عملکرد سیستم رله تقویت و ارسال دو راهه تداخل محدود را روی کانال‌های ناکاگامی مستقل و ناهمسان بررسی شد که در آن گره رله از تداخل رنج می‌برد. روابط به فرم بسته برای احتمال قطع و احتمال خطای سیستم در SNRهای دلخواه بدست آمد. همچنین روابط ساده شده مجانبی و مرتبه دایورسیتی سیستم محاسبه شدند. این روابط به طراحان این امکان را می‌دهند که قبل از طراحی سیستم‌های مخابرات سلولی بی‌سیم دو راهه، عملکرد سیستم را در



شکل ۵. احتمال قطع بر حسب SNR با تغییر توان تداخلگرها

شکل ۶ به مقایسه احتمال قطع رابطه (۲۶) و روابط شبیه سازی مونت کارلو با تغییر نسبت توان منابع به توان تداخلگرها می‌پردازد. تعداد  $K=3$  رله،  $N=3$  تداخلگر و محوشدگی رایلی در اینجا فرض شده است. همانگونه که مشاهده می‌شود با افزایش نسبت توان منابع به توان تداخلگرها احتمال قطع کاهش می‌یابد. برخلاف شکل ۵ که همواره با افزایش SNR، احتمال قطع کاهش می‌یافت در اینجا با افزایش SNR، کف احتمال قطع حاصل می‌شود یعنی بعد از یک مقدار خاص SNR، احتمال قطع کاهش نمی‌یابد زیرا که در این حالت اثر تداخلات هم-کانال غالب می‌شود و بهبودی حاصل نمی‌شود.



شکل ۶. احتمال قطع بر حسب SNR با تغییر  $\frac{P_s}{P_1}$

در شکل ۷ تغییرات احتمال قطع بر حسب نسبت توان رله‌ها به توان منابع یعنی  $\rho$  رسم شده است. مقدار SNR برابر ۲۰ دسیبل فرض شده است. دیده می‌شود که با افزایش  $\rho$  ابتدا احتمال قطع کاهش و پس از رسیدن به نقطه مشخصی، احتمال قطع شروع به افزایش می‌کند. در واقع این نقطه تعیین کننده میزان توان بهینه گره‌های اصلی سیستم است. همچنین با بدتر شدن وضعیت لینک‌های مبدأ - رله نسبت به لینک‌های رله - مقصد، مقدار  $\rho$  بهینه افزایش می‌یابد زیرا که می‌بایست توان بیشتری به رله‌ها تخصیص یابد.

$$F_{\gamma_{S_k}^{up}}(z) = 1 - \frac{\Gamma\left(m_k, \frac{a_k z}{\varrho_{1k} \bar{\gamma}_1}\right)}{\Gamma(m_k)} \times \mathbb{E}_{\gamma_{r_k}} \left[ e^{-\frac{b_k z}{\varrho_{1k} \bar{\gamma}_2} (\varrho_{1k} \gamma_{r_k} + \varrho_k + 1)} \sum_{i=0}^{m_k-1} \frac{(b_k z)^i}{(\varrho_{1k} \bar{\gamma}_2)^i i!} (\varrho_{1k} \gamma_{r_k} + \varrho_k + 1)^i \right] \quad (71)$$

با بکارگیری بسط دو جمله ای و رابطه ۱۷،۱۳،۳ مرجع [۳۲] به رابطه (۱۹) می‌رسیم.

### اثبات قضیه ۳:

برای اثبات رابطه (۲۰) می‌توان مشابه پیوست قبل نوشت:

$$\begin{aligned} F_{\gamma_{S_k}^{up}}(z) &= 1 - \Pr(\gamma_{S_k}^{up} \geq z, \gamma_{S_k}^{up} \geq z) \\ &= 1 - \mathbb{E}_{\gamma_{r_k}} \left[ \Pr\left(\gamma_{1k} \geq \frac{z}{\varrho_k}, \gamma_{1k} \geq \frac{z}{\varrho_k} (\varrho_k \gamma_{r_k} + \varrho_k + 1) \mid \gamma_{r_k}\right) \right. \\ &\quad \left. \times \Pr\left(\gamma_{2k} \geq \frac{z}{\varrho_k}, \gamma_{2k} \geq \frac{z}{\varrho_k} (\varrho_k \gamma_{r_k} + \varrho_k + 1) \mid \gamma_{r_k}\right) \right] \\ &= 1 - \mathbb{E}_{\gamma_{r_k}} \left[ \Pr\left(\gamma_{1k} \geq \frac{z}{\varrho_k} (\varrho_k \gamma_{r_k} + \varrho_k + 1) \mid \gamma_{r_k}\right) \right. \\ &\quad \left. \times \Pr\left(\gamma_{2k} \geq \frac{z}{\varrho_k} (\varrho_k \gamma_{r_k} + \varrho_k + 1) \mid \gamma_{r_k}\right) \right] \\ &= 1 - \mathbb{E}_{\gamma_{r_k}} \left[ \frac{\Gamma\left(m_k, \frac{a_k z}{\varrho_k \bar{\gamma}} (\varrho_k \gamma_{r_k} + \varrho_k + 1)\right)}{\Gamma(m_k)} \right. \\ &\quad \left. \times \frac{\Gamma\left(m_{2k}, \frac{b_k z}{\varrho_k \bar{\gamma}} (\varrho_k \gamma_{r_k} + \varrho_k + 1)\right)}{\Gamma(m_{2k})} \right] \\ &= 1 - e^{-a_k (\varrho_k + 1) \frac{z}{\varrho_k \bar{\gamma}} - b_k (\varrho_k + 1) \frac{z}{\varrho_k \bar{\gamma}}} \sum_{i=0}^{m_k-1} \sum_{j=0}^{m_{2k}-1} \sum_{t=0}^i \sum_{l=0}^j \binom{i}{t} \binom{j}{l} \\ &\quad \times \frac{z^{i+j} a_k^i b_k^j \varrho_k^{i-t} (\varrho_k + 1)^{i-t} (\beta_k)^{m_k}}{\bar{\gamma}^{i+j} i! j! \varrho_k^{j-1} (\varrho_k + 1)^{l-j} \Gamma(m_k)} \mathbb{E}_{\gamma_{r_k}} \left[ \gamma_{r_k}^{i+t} e^{-\gamma_{r_k} \left(\frac{\varrho_k + b_k}{\bar{\gamma}}\right) z} \right] \end{aligned} \quad (72)$$

در نهایت به کمک رابطه ۱۷،۱۳،۳ در [۳۲]، به رابطه (۲۰) می‌رسیم.

### اثبات قضیه ۴:

بر اساس رابطه (۱۴) می‌توان نوشت

$$F_{\gamma_{S_k}^{up}}(z) = \prod_{k=1}^K F_{\gamma_{S_k}^{up}}(z) \quad (73)$$

با جایگذاری (۲۰) در (۷۳)، رابطه زیر بدست می‌آید

SNRهای دلخواه سنجیده و سپس به طراحی و راه اندازی لینک های بسیم پردازند. در ادامه، سه مسئله بهینه سازی عملی مطرح شدند که نشان داده شد که مکانیابی بهینه رله و تخصیص بهینه توان، حداقل احتمال قطع را بوجود می‌آورند. در ادامه این کار می‌توان یک سیستم تمام تداخل که تمامی گره‌ها از تداخل رنج می‌برند را بررسی کرد.

### پیوست‌ها

#### اثبات قضیه ۱:

با بکارگیری تئوری فرایندهای تصادفی می‌توان نوشت

$$F_{X_k}(z) = \Pr(X_k \leq z) = F_{\gamma_{1k}}(z) \quad (66)$$

$$F_{Y_k}(z) = \Pr(Y_k \leq z) = F_{\gamma_{2k}}\left(z (\varrho_{1k} \gamma_{r_k} + 1) \mid \gamma_{r_k}\right) \quad (67)$$

با جایگذاری روابط (۲) و (۳) در (۶۶)، داریم

$$F_{Y_k}(z) = \frac{\beta_k^{m_k}}{\Gamma(m_k)} \int_0^\infty x^{m_k-1} e^{-\beta_k x} \times \left[ 1 - \Gamma\left(m_{2k}, \frac{b_k z}{\bar{\gamma}_2} (\varrho_{1k} x + \varrho_k + 1)\right) / \Gamma(m_{2k}) \right] dx \quad (67)$$

با فرض اعداد صحیح برای  $m_{2k}$ ، به صورت زیر ساده می‌شود

$$F_{Y_k}(z) = 1 - \frac{\beta_k^{m_k}}{\Gamma(m_k)} \sum_{i=0}^{m_{2k}-1} \frac{(b_k z)^i}{\bar{\gamma}_2^i i!} \times \int_0^\infty e^{-\frac{b_k z}{\bar{\gamma}_2} (\varrho_{1k} x + \varrho_k + 1)} (\varrho_{1k} x + \varrho_k + 1)^i x^{m_k-1} e^{-\beta_k x} dx \quad (68)$$

با استفاده از بسط دو جمله ای، (۶۸) بصورت زیر بازنویسی می‌شود

$$F_{Y_k}(z) = 1 - \frac{\beta_k^{m_k}}{\Gamma(m_k)} \sum_{i=0}^{m_{2k}-1} \sum_{j=0}^i \binom{i}{j} e^{-\frac{b_k z}{\bar{\gamma}_2} (\varrho_k + 1)} \times \frac{(b_k z)^j \varrho_{1k}^j (\varrho_{1k} + 1)^{i-j}}{\bar{\gamma}_2^j j!} \int_0^\infty e^{-\left(\frac{\varrho_k b_k z}{\bar{\gamma}_2} + \beta_k\right) x} x^{j+m_k-1} dx \quad (69)$$

سرانجام با استفاده از رابطه ۱۷،۱۳،۲ در [۳۲] رابطه (۶۹) به رابطه (۱۸) تبدیل می‌شود.

#### اثبات قضیه ۲:

برای بدست آوردن CDF می‌توان نوشت

$$F_{\gamma_{S_k}^{up}}(z) = \mathbb{E}_{\gamma_{r_k}} \left[ \Pr\left(\gamma_{1k} < \frac{z}{\varrho_{1k}}, \gamma_{2k} < \frac{z}{\varrho_{1k}} (\varrho_{1k} \gamma_{r_k} + \varrho_k + 1) \mid \gamma_{r_k}\right) \right] \\ = 1 - \left( 1 - \mathbb{E}_{\gamma_{r_k}} \left[ F_{\gamma_{1k}}\left(\frac{z}{\varrho_{1k}}\right) \right] \right) \left( 1 - \mathbb{E}_{\gamma_{r_k}} \left[ F_{\gamma_{2k}}\left(\frac{z}{\varrho_{1k}} (\varrho_{1k} \gamma_{r_k} + \varrho_k + 1)\right) \right] \right) \quad (70)$$

با جایگذاری روابط (۲) و (۳) در (۷۰)، داریم

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_1(z) &= \mathbb{E}_{\gamma_{r_k}} \left[ \Pr \left( \gamma_{1k} \geq \frac{z}{\varrho_{1k}}, \frac{z}{\varrho_{1k}} \geq \frac{z}{\varrho_{2k}} (\varrho_{2k} \gamma_{r_k} + \varrho_{2k} + 1) \mid \gamma_{r_k} \right) \right] \\ &+ \mathbb{E}_{\gamma_{r_k}} \left[ \Pr \left( \gamma_{1k} \geq \frac{z}{\varrho_{2k}} (\varrho_{2k} \gamma_{r_k} + \varrho_{2k} + 1), \frac{z}{\varrho_{1k}} \leq \frac{z}{\varrho_{2k}} (\varrho_{2k} \gamma_{r_k} + \varrho_{2k} + 1) \mid \gamma_{r_k} \right) \right] \\ \mathcal{P}_2(z) &= \mathbb{E}_{\gamma_{r_k}} \left[ \Pr \left( \gamma_{2k} \geq \frac{z}{\varrho_{2k}}, \frac{z}{\varrho_{2k}} \geq \frac{z}{\varrho_{1k}} (\varrho_{1k} \gamma_{r_k} + \varrho_{1k} + 1) \mid \gamma_{r_k} \right) \right] \\ &+ \mathbb{E}_{\gamma_{r_k}} \left[ \Pr \left( \gamma_{2k} \geq \frac{z}{\varrho_{1k}} (\varrho_{1k} \gamma_{r_k} + \varrho_{1k} + 1), \frac{z}{\varrho_{2k}} \leq \frac{z}{\varrho_{1k}} (\varrho_{1k} \gamma_{r_k} + \varrho_{1k} + 1) \mid \gamma_{r_k} \right) \right] \end{aligned} \quad (۷۸)$$

رابطه (۷۸) به صورت زیر ساده می‌شود

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_1(z) &= \mathbb{E}_{\gamma_{r_k}} \left[ \Pr \left( \gamma_{1k} \geq \frac{z}{\varrho_{1k}}, \gamma_{r_k} \leq \frac{1}{\varrho_{1k}} - \frac{1}{\varrho_{2k}} - 1 \mid \gamma_{r_k} \right) \right] \\ &+ \mathbb{E}_{\gamma_{r_k}} \left[ \Pr \left( \gamma_{1k} \geq \frac{z}{\varrho_{2k}} (\varrho_{2k} \gamma_{r_k} + \varrho_{2k} + 1), \gamma_{r_k} \geq \frac{1}{\varrho_{1k}} - \frac{1}{\varrho_{2k}} - 1 \mid \gamma_{r_k} \right) \right] \\ \mathcal{P}_2(z) &= \mathbb{E}_{\gamma_{r_k}} \left[ \Pr \left( \gamma_{2k} \geq \frac{z}{\varrho_{2k}}, \gamma_{r_k} \leq \frac{1}{\varrho_{2k}} - \frac{1}{\varrho_{1k}} - 1 \mid \gamma_{r_k} \right) \right] \\ &+ \mathbb{E}_{\gamma_{r_k}} \left[ \Pr \left( \gamma_{2k} \geq \frac{z}{\varrho_{1k}} (\varrho_{1k} \gamma_{r_k} + \varrho_{1k} + 1), \gamma_{r_k} \geq \frac{1}{\varrho_{2k}} - \frac{1}{\varrho_{1k}} - 1 \mid \gamma_{r_k} \right) \right] \end{aligned} \quad (۷۹)$$

رابطه (۷۹) برای ۳ حالت  $\frac{1}{\varrho_{2k}} - \frac{1}{\varrho_{1k}} \geq 1$ ،  $\left| \frac{1}{\varrho_{1k}} - \frac{1}{\varrho_{2k}} \right| \leq 1$  و  $\frac{1}{\varrho_{2k}} - \frac{1}{\varrho_{1k}} \leq 1$  به طور مجزا حساب می‌شود.

برای حالت اول:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_1(z) &= \mathbb{E}_{\gamma_{r_k}} \left[ \Pr \left( \gamma_{1k} \geq \frac{z}{\varrho_{1k}}, 0 \leq \gamma_{r_k} \leq \frac{1}{\varrho_{1k}} - \frac{1}{\varrho_{2k}} - 1 \mid \gamma_{r_k} \right) \right] \\ &+ \mathbb{E}_{\gamma_{r_k}} \left[ \Pr \left( \gamma_{1k} \geq \frac{z}{\varrho_{2k}} (\varrho_{2k} \gamma_{r_k} + \varrho_{2k} + 1), \gamma_{r_k} \geq \frac{1}{\varrho_{1k}} - \frac{1}{\varrho_{2k}} - 1 \mid \gamma_{r_k} \right) \right] \\ \mathcal{P}_2(z) &= \mathbb{E}_{\gamma_{r_k}} \left[ \Pr \left( \gamma_{2k} \geq \frac{z}{\varrho_{1k}} (\varrho_{1k} \gamma_{r_k} + \varrho_{1k} + 1), \gamma_{r_k} \geq 0 \mid \gamma_{r_k} \right) \right] \end{aligned} \quad (۸۰)$$

با جایگذاری روابط مربوطه می‌توان نوشت

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_1(z) &= \frac{(\beta_k)^{m_k}}{\Gamma(m_k) \Gamma(m_{1k})} \\ &\times \int_0^{\frac{1}{\varrho_{1k}} - \frac{1}{\varrho_{2k}} - 1} e^{-\beta_k \gamma_{r_k}} (\gamma_{r_k})^{m_k - 1} \Gamma \left( m_{1k}, \frac{a_k z}{\gamma_{1k} \varrho_{1k}} \right) d\gamma_{r_k} \\ &+ \frac{(\beta_k)^{m_k}}{\Gamma(m_k) \Gamma(m_{1k})} \int_{\frac{1}{\varrho_{1k}} - \frac{1}{\varrho_{2k}} - 1}^{\infty} e^{-\beta_k \gamma_{r_k}} (\gamma_{r_k})^{m_k - 1} \\ &\times \Gamma \left( m_{1k}, \frac{a_k z}{\gamma_{1k} \varrho_{2k}} (\varrho_{2k} \gamma_{r_k} + \varrho_{2k} + 1) \right) d\gamma_{r_k} \end{aligned} \quad (۸۱)$$

با روش مشابه پیوست ۱ در نهایت رابطه (۲۴) بدست می‌آید.

$$\begin{aligned} F_{\gamma_{SCk}^{\text{up}}}(z) &= \prod_{k=1}^K \left[ 1 - e^{-\left( \varrho_k \frac{\varrho_k + 1}{\varrho_k \gamma_1} + b_k \frac{\varrho_k + 1}{\varrho_k \gamma} \right) z} \sum_{i=0}^{m_k - 1} \sum_{j=0}^{m_{2k} - 1} \sum_{t=0}^i \sum_{l=0}^j \binom{i}{t} \binom{j}{l} \frac{z^{i+j} a_k^i b_k^j}{\gamma^{i+j} i! j!} \right. \\ &\times \left. \frac{(\beta_k)^{m_k}}{\Gamma(m_k)} \frac{\Gamma(t+l+m_k)}{\left( \frac{z a_k}{\gamma} + \frac{z b_k}{\gamma} + \beta_k \right)^{t+l+m_k}} \frac{\varrho_k^{t-i} (\varrho_k + 1)^{i-t}}{\varrho_k^{j-l} (\varrho_k + 1)^{l-j}} \right] \end{aligned} \quad (۷۴)$$

رابطه زیر برای هر  $x_k$  ای برقرار است

$$\prod_{k=1}^K (1 - x_k) = \sum_{k=0}^K \frac{(-1)^k}{k!} \sum_{\substack{n_1=1 \\ n_1 \neq n_2 \neq \dots \neq n_k}}^K \dots \sum_{n_k=1}^K \prod_{p=1}^k x_{n_p} \quad (۷۵)$$

با اعمال (۷۵) به (۷۴) و استفاده از رابطه زیر، (۲۱) بدست می‌آید.

$$\prod_{l=1}^K \left( e^{-\alpha_l \gamma} \sum_{i=0}^{m_l} \frac{\alpha_l^i \gamma^i}{i!} \right) = e^{-\sum_{l=1}^K \alpha_l \gamma} \sum_{i_1=1}^{m_1} \dots \sum_{i_K=1}^{m_K} \left( \prod_{l=1}^K \frac{\alpha_l^{i_l}}{i_l!} \gamma^{\sum_{l=1}^K i_l} \right) \quad (۷۶)$$

اثبات قضیه ۵:

به کمک روابط ریاضی می‌توان نوشت

$$\begin{aligned} \hat{F}_{\gamma_{SCk}^{\text{up}}}(z) &= 1 - \Pr(\gamma_{S_{1k}}^{\text{up}} \geq z, \gamma_{S_{2k}}^{\text{up}} \geq z) \\ &= 1 - \Pr \left( \varrho_{1k} \min \left( \gamma_{1k}, \frac{\gamma_{2k}}{\varrho_{1k} \gamma_{r_k} + \varrho_{1k} + 1} \right) \geq z, \right. \\ &\quad \left. \varrho_{2k} \min \left( \gamma_{2k}, \frac{\gamma_{1k}}{\varrho_{2k} \gamma_{r_k} + \varrho_{2k} + 1} \right) \geq z \right) \\ &= 1 - \Pr \left( \gamma_{1k} \geq \frac{z}{\varrho_{1k}}, \frac{\gamma_{2k}}{\varrho_{1k} \gamma_{r_k} + \varrho_{1k} + 1} \geq \frac{z}{\varrho_{1k}}, \right. \\ &\quad \left. \gamma_{2k} \geq \frac{z}{\varrho_{2k}}, \frac{\gamma_{1k}}{\varrho_{2k} \gamma_{r_k} + \varrho_{2k} + 1} \geq \frac{z}{\varrho_{2k}} \right) \\ &\approx 1 - \mathbb{E}_{\gamma_{r_k}} \left[ \Pr \left( \gamma_{1k} \geq \frac{z}{\varrho_{1k}}, \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \gamma_{1k} \geq \frac{z}{\varrho_{2k}} (\varrho_{2k} \gamma_{r_k} + \varrho_{2k} + 1) \mid \gamma_{r_k} \right) \right] \\ &\times \mathbb{E}_{\gamma_{r_k}} \left[ \Pr \left( \gamma_{2k} \geq \frac{z}{\varrho_{2k}}, \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \gamma_{2k} \geq \frac{z}{\varrho_{1k}} (\varrho_{1k} \gamma_{r_k} + \varrho_{1k} + 1) \mid \gamma_{r_k} \right) \right] \\ &\approx 1 - \mathcal{P}_1(z) \mathcal{P}_2(z) \end{aligned} \quad (۷۷)$$

که در آن

برای حالت دوم:

وقتی  $\frac{1}{\varrho_{1k}} - \frac{1}{\varrho_{2k}} \geq 1$  باشد رابطه (۲۳) با تبدیل متغیرهای  $\varrho_{1k}, a_k, m_{1k}, \bar{\gamma}_1, i, t, j, l$  به  $\varrho_{2k}, b_k, m_{2k}, \bar{\gamma}_2, j, l, i, t$  در رابطه (۲۴) بدست می‌آید.

برای حالت سوم:

می‌توان نوشت

$$P_1(z) = \frac{(\beta_k)^{m_k}}{\Gamma(m_k)\Gamma(m_{1k})} \int_0^\infty e^{-\beta_k \gamma_{r_k}} (\gamma_{r_k})^{m_k-1} \times \Gamma\left(m_{1k}, \frac{a_k z}{\bar{\gamma}_1 \varrho_{2k}} (\varrho_{2k} \gamma_{r_k} + \varrho_{2k} + 1)\right) d\gamma_{r_k}$$

$$P_2(z) = e^{-\frac{b_k z}{\bar{\gamma}_2 \varrho_{1k}} (\varrho_{1k} + 1) m_{2k}} \sum_{j=0}^{m_{2k}-1} \sum_{l=0}^j \binom{j}{l} \frac{(b_k z)^j \varrho_{1k}^l (\beta_k)^{m_k} (\varrho_{1k} + 1)^{j-l}}{\Gamma(m_k) (\bar{\gamma}_2 \varrho_{1k})^j j!} \times \int_0^\infty (\gamma_{r_k})^{m_k+l-1} e^{-\left(\frac{b_k z}{\bar{\gamma}_2} + \beta_k\right) \gamma_{r_k}} d\gamma_{r_k}$$

(۸۲)

با حل انتگرال‌ها رابطه (۲۵) بدست می‌آید.

اثبات قضیه ۶:

برای بدست آوردن رابطه مجانبی احتمال قطع وقتی که  $\bar{\gamma} \rightarrow \infty$  از تقریب رابطه ۸، ۳۵۴، ۲ در [۳۲] بصورت زیر استفاده می‌شود

$$1 - \Gamma\left(m, \frac{\alpha z}{\bar{\gamma}}\right) / \Gamma(m) \rightarrow \left(\frac{\alpha z}{\bar{\gamma}}\right)^m / \Gamma(m+1)$$

(۸۳)

براساس رابطه (۱۴) می‌توان نوشت

$$F_{\gamma_{SC_k}^{up}}(z) = \prod_{k=1}^K F_{\gamma_{SC_k}^{up}}(z)$$

(۸۴)

که در آن

$$F_{\gamma_{SC_k}^{up}}(z) = 1 - \Pr(\gamma_{S_{1k}}^{up} \geq z, \gamma_{S_{2k}}^{up} \geq z)$$

$$= 1 - \Pr\left[\begin{array}{l} \varrho_k \min\left(\gamma_{1k}, \frac{\gamma_{2k}}{\varrho_k \gamma_{r_k} + \varrho_k + 1}\right) \geq z, \\ \varrho_k \min\left(\gamma_{2k}, \frac{\gamma_{1k}}{\varrho_k \gamma_{r_k} + \varrho_k + 1}\right) \geq z \end{array}\right]$$

$$= 1 - \mathbb{E}_{\gamma_{r_k}} \left[ \Pr\left(\gamma_{1k} \geq \frac{z}{\varrho_k} (\varrho_k \gamma_{r_k} + \varrho_k + 1) \mid \gamma_{r_k}\right) \times \Pr\left(\gamma_{2k} \geq \frac{z}{\varrho_k} (\varrho_k \gamma_{r_k} + \varrho_k + 1) \mid \gamma_{r_k}\right) \right]$$

$$\approx 1 - \mathbb{E}_{\gamma_{r_k}} \left[ \left\{ 1 - \frac{\left(\frac{a_k z}{\varrho_k \bar{\gamma}} (\varrho_k \gamma_{r_k} + \varrho_k + 1)\right)^{m_{1k}}}{\Gamma(m_{1k} + 1)} \right\} \times \left\{ 1 - \frac{\left(\frac{b_k z}{\varrho_k \bar{\gamma}} (\varrho_k \gamma_{r_k} + \varrho_k + 1)\right)^{m_{2k}}}{\Gamma(m_{2k} + 1)} \right\} \right]$$

$$\approx \mathbb{E}_{\gamma_{r_k}} \left[ \frac{\left(\frac{a_k z}{\varrho_k \bar{\gamma}} (\varrho_k \gamma_{r_k} + \varrho_k + 1)\right)^{m_{1k}}}{\Gamma(m_{1k} + 1)} + \frac{\left(\frac{b_k z}{\varrho_k \bar{\gamma}} (\varrho_k \gamma_{r_k} + \varrho_k + 1)\right)^{m_{2k}}}{\Gamma(m_{2k} + 1)} \right]$$

(۸۵)

با فرض اعداد صحیح برای  $m_{2k}$  و بکارگیری بسط دو جمله‌ای، می‌توان نوشت

$$F_{\gamma_{SC_k}^{up}}(z) \approx \mathbb{E}_{\gamma_{r_k}} \left[ \frac{\left(\frac{a_k z}{\varrho_k \bar{\gamma}}\right)^{m_{1k}}}{\Gamma(m_{1k} + 1)} \sum_{i=0}^{m_{1k}} \binom{m_{1k}}{i} (\varrho_k + 1)^{m_{1k}-i} \varrho_k^i \gamma_{r_k}^i + \frac{\left(\frac{b_k z}{\varrho_k \bar{\gamma}}\right)^{m_{2k}}}{\Gamma(m_{2k} + 1)} \sum_{j=0}^{m_{2k}} \binom{m_{2k}}{j} (\varrho_k + 1)^{m_{2k}-j} \varrho_k^j \gamma_{r_k}^j \right]$$

(۸۶)

در نهایت با انتگرال گیری روی  $\gamma_{r_k}$  رابطه بدست می‌آید

$$F_{\gamma_{SC_k}^{up}}(z) \approx \frac{\left(\frac{a_k z}{\varrho_k \bar{\gamma}}\right)^{m_{1k}}}{\Gamma(m_{1k} + 1)} \sum_{i=0}^{m_{1k}} \binom{m_{1k}}{i} \times (\varrho_k + 1)^{m_{1k}-i} \varrho_k^i \frac{\beta_k^{m_k}}{\Gamma(m_k)} \frac{\Gamma(m_k + i)}{(\beta_k)^{m_k+i}}$$

$$+ \frac{\left(\frac{b_k z}{\varrho_k \bar{\gamma}}\right)^{m_{2k}}}{\Gamma(m_{2k} + 1)} \sum_{j=0}^{m_{2k}} \binom{m_{2k}}{j} \times (\varrho_k + 1)^{m_{2k}-j} \varrho_k^j \frac{\beta_k^{m_k}}{\Gamma(m_k)} \frac{\Gamma(m_k + j)}{(\beta_k)^{m_k+j}}$$

(۸۷)

[15] Q. Li, S. H. Ting, A. Pandharipande, and Y. Han, "Adaptive two-way relaying and outage analysis," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 8, no. 6, pp. 3288–3299, 2009.

[16] S. S. Ikki and S. Aissa, "Performance analysis of two-way amplify-and-forward relaying in the presence of co-channel interferences," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 60, no. 4, pp. 933–939, 2012.

[17] D. B. da Costa and M. D. Yacoub, "Outage performance of two hop AF relaying systems with co-channel interferers over Nakagami- $m$  fading," *IEEE Communications Letters*, vol. 15, no. 9, pp. 980–982, 2011.

[18] D. B. da Costa, H. Ding, M. D. Yacoub, and J. Ge, "Two-way relaying in interference-limited AF cooperative networks over Nakagami- $m$  fading," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 61, no. 8, pp. 3766–3771, 2012.

[19] X. Liang, S. Jin, W. Wang, X. Gao, and K.-K. Wong, "Outage probability of amplify-and-forward two-way relay interference-limited systems," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 61, no. 7, pp. 3038–3049, 2012.

[20] E. Soleimani-Nasab, M. Matthaiou, M. Ardebilipour, and G. Karagiannidis, "Two-way AF relaying in the presence of co-channel interference," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 61, no. 8, pp. 3156–3169, 2013.

[21] E. Soleimani-Nasab, M. Matthaiou, G. K. Karagiannidis, and M. Ardebilipour, "Two-way interference-limited AF relaying over Nakagami- $m$  fading channels," *IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM)*, Atlanta, GA, USA, pp. 4275–4281, 2013.

[22] E. Soleimani-Nasab, M. Matthaiou, and G. K. Karagiannidis, "Two-Way Interference-Limited AF Relaying with Selection-Combining" *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP)*, Vancouver, Canada, pp. 4992–4996, 2013.

[23] A. K. Mandpura and S. Prakriya, "Performance of optimal three-phase two-way system with relay interference," *IET Communications*, vol. 8, no. 18, pp. 3234–3244, 2014.

[24] X. Zhang, Z. Zhang, J. Xing, R. Yu, P. Zhang and W. Wang, "Exact outage analysis in cognitive two-way relay networks with opportunistic relay selection under primary user's interference," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 64, no. 6, pp. 2502–2511, 2015.

[25] X. Xia, D. Zhang, K. Xu and Y. Xu, "A comparative study on interference-limited two-way transmission protocols," *Journal of Communications and Networks*, vol. 18, no. 3, pp. 351–363, 2016.

[26] Q. Li and P. K. Varshney, "Resource allocation and outage analysis for an adaptive cognitive two-way relay network," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 16, no. 7, pp. 4727–4737, 2017.

[27] S. Vahidian, E. Soleimani-Nasab, S. Aïssa and M. Ahmadian-Attari, "Bidirectional AF relaying with underlay spectrum sharing in cognitive radio networks," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 66, no. 3, pp. 2367–2381, 2017.

[28] T. Mekki, R. Yao, N. Qi and Y. Lu, "Secure relay selection for two way amplify-and-forward untrusted relaying networks," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 67, no. 12, pp. 11979–11987, 2018.

[29] M. K. Shukla, S. Yadav and N. Purohit, "Cellular multiuser two-way relay network with cochannel

رابطه (۸۷) به صورت رابطه (۳۲) قابل بازنویسی است.

## مراجع

[1] M. Dohler and Y. Li, *Cooperative Communication: Hardware, Channel and PHY*. John Wiley & Sons, 2010.

[2] J. N. Laneman, D. N. C. Tse, and G. W. Wornell, "Cooperative diversity in wireless networks: Efficient protocols and outage behavior," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 50, no. 12, pp. 3062–3080, 2004.

[3] A. Sendonaris, E. Erkip, and B. Aazhang, "User cooperation diversity-Part I: System description," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 51, no. 11, pp. 1927–1938, 2003.

[4] —, "User cooperation diversity-Part II: Implementation aspects and performance analysis," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 51, no. 11, pp. 1939–1948, 2003.

[5] B. H. and Walke, D. C. Schultz, P. Herhold, H. Yanikomeroglu, S. Mukherjee, H. Viswanathan, M. Lott, W. Zirwas, M. Dohler, H. Aghvami, D. D. Falconer, and G. P. Fettweis, "Relay-based deployment concepts for wireless and mobile broadband radio," *IEEE Communications Magazine*, vol. 42, no. 9, pp. 80–89, 2004.

[6] C. Zhong, S. Jin, and K.-K. Wong, "Dual-hop systems with noisy relay and interference-limited destination," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 58, no. 3, pp. 764–768, 2010.

[7] H. A. Suraweera, H. K. Garg, and A. Nallanathan, "Performance analysis of two hop amplify-and-forward systems with interference at the relay," *IEEE Communications Letters*, vol. 14, no. 8, pp. 692–694, 2010.

[8] D. B. da Costa, H. Ding, and J. Ge, "Interference-limited relaying transmissions in dual-hop cooperative networks over Nakagami- $m$  fading," *IEEE Communications Letters*, vol. 15, no. 5, pp. 503–505, 2011.

[9] H. Phan, T. Q. Duong, M. ElKashlan, and H.-J. Zepernick, "Beamforming amplify-and-forward relay networks with feedback delay and interference," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 19, no. 1, pp. 16–19, 2012.

[10] H. A. Suraweera, D. S. Michalopoulos, and C. Yuen, "Performance analysis of fixed gain relay systems with a single interferer in Nakagami- $m$  fading channels," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 61, no. 3, pp. 1457–1463, 2012.

[11] D. Lee and J. H. Lee, "Outage probability for dual-hop relaying systems with multiple interferers over Rayleigh fading channels," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 60, no. 1, pp. 333–338, 2011.

[12] A. Bletsas, A. Khisti, and M. Z. Win, "Opportunistic cooperative diversity with feedback and cheap radios," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 7, no. 5, pp. 1823–1827, 2008.

[13] A. Bletsas, A. Khisti, D. P. Reed, and A. Lippman, "A simple cooperative diversity method based on network path selection," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 24, no. 3, pp. 659–672, 2006.

[14] B. Rankov and A. Wittneben, "Spectral efficient protocols for half-duplex fading relay channels," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 25, pp. 379–389, 2007.



- interference and channel estimation error: Performance analysis and optimization," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 67, no. 4, pp. 3431-3446, 2018.
- [30] A. Mandpura, S. Prakriya and R. K. Mallik, "Outage probability of fixed-gain amplify-and-forward two-way relays with multiple co-channel interferers," *IET Communications*, vol. 13, no. 6, pp. 649-656, 2019.
- [31] M. K. Simon and M.-S. Alouini, *Digital Communication over Fading Channels*, 2nd ed. John Wiley & Sons, 2005.
- [32] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series and Products*, 7th ed., A. Jeffrey, Ed. Elsevier Inc., 2007.
- [33] S. S. Ikki and S. Aïssa, "Joint optimization of power allocation and relay position for regenerative relaying in the presence of co-channel interference," *IEEE International Symposium on Personal Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC)*, pp.1703-1707, 2011.
- [34] S. S. Ikki and S. Aïssa, "Performance evaluation and optimization of dual-hop communication over Nakagami- $m$  fading channels in the presence of co-channel interferences," *IEEE Communications Letters*, vol. 16, no. 8, pp. 1149-1152, 2012.
- [35] Y. Zhang, Y. Ma, and R. Tafazolli, "Power allocation for bidirectional AF relaying over Rayleigh fading channels," *IEEE Communications Letters*, vol. 14, no. 2, pp. 145-147, 2010.
- [36] Y. Jia and A. Vosoughi, "Outage probability and power allocation of two-way amplify-and-forward relaying with channel estimation errors," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 11, no. 6, pp. 1985-1990, 2012.
- [37] M. Zhou, Q. Cui, R. Jantti, and X. Tao, "Energy-efficient relay selection and power allocation for two-way relay channel with analog network coding," *IEEE Communications Letters*, vol. 16, no. 6, pp. 816-819, 2012.
- [38] F. S. Tabataba, P. Sadeghi, C. Hucher, and M. R. Pakravan, "Impact of channel estimation errors and power allocation on analog network coding and routing in two-way relaying," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 61, no. 7, pp. 3223-3239, 2012.
- [39] X. Liang, S. Jin, X. Gao, and K.-K. Wong, "Outage performance for decode-and-forward two-way relay network with multiple interferences and noisy relay," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 61, no. 2, pp. 521-531, 2013.
- [40] H. S. Boyd and L. Vandenberghe, *Convex Optimization*. Cambridge University Press, 2004.
- [41] J. Yang, P. Fan, T. Q. Duong, and X. Lei, "Exact performance of two-way AF relaying in Nakagami- $m$  fading environment," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 10, no. 3, pp. 980-987, 2011.