

بهبود بازدهی انرژی در شبکه‌های فراسوی دسترسی چندگانه پویای

متعامد و غیر متعامد

علی ترابزاده^۱، کارشناسی ارشد، مهدی مجیدی^۲، استادیار، مینا باغانی^۳، استادیار

۱- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر-دانشگاه کاشان-کاشان-ایران-ali.torabzadeh@grad.kashanu.ac.ir

۲- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر-دانشگاه کاشان-کاشان-ایران-m.majidi@kashanu.ac.ir

۳- دانشکده فنی مهندسی-دانشگاه بین‌المللی امام خمینی (ره)-قزوین-ایران-baghani@eng.ikiu.ac.ir

چکیده: یکی از راهکارهای ارائه شده در نسل پنجم سیستم‌های مخابراتی برای پشتیبانی تعداد کاربر بیشتر در سیستم، استفاده‌ی پویا از روش‌های دسترسی متعامد و غیرمتعامد است. در این پژوهش، یک سیستم دسترسی چندگانه پویای متعامد و غیر متعامد فراسو، با هدف بیشینگی بازدهی انرژی، پیشنهاد شده است و برای تخصیص زیرکانال‌ها و توان، راهکارهای مختلف ارائه شده است. با توجه به پیچیدگی مسئله پیشنهادی و عدم تحذب آن، امکان ارائه راه حل عمومی وجود ندارد. بنابراین مسئله کلی به دو زیرمسئله تخصیص زیرحامل‌ها و توان تبدیل می‌شود. در مرحله اول تخصیص زیرحامل‌ها صورت می‌گیرد که با حل یک برنامه‌نویسی صحیح عملیاتی می‌شود و خروجی آن اختصاص زیرکانال‌ها به همه کاربران فعال و تعیین نوع دسترسی برای زیرحامل‌ها است. مرحله دوم تخصیص توان بین کاربران است که به کمک روش تفاضل توابع محدب، مسئله به صورت تکراری، به یک مسئله بهینه‌سازی شبه‌محدب تبدیل می‌شود. سپس از روش دوبخشی برای حل مسئله شبه محدب در هر مرحله استفاده می‌گردد. همچنین، برای مسئله امکان‌پذیری روش دوبخشی، معادلات KKT ارائه می‌گردد. نهایتاً، در بخش شبیه‌سازی بیشترین مقدار بازدهی انرژی به ازای توان بی‌شینه برای هر کاربر محاسبه می‌شود. همچنین تأثیر حضور کاربران در لبه سلول بر روی بازدهی انرژی سیستم بررسی می‌گردد. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد روش تخصیص منابع پیشنهادی ما می‌تواند نرخ مجموع و بازدهی انرژی سیستم را در مقایسه با روش ابتکاری مقالات قبل، بهبود دهد.

واژه‌های کلیدی: بازدهی انرژی، تخصیص منابع پویا، دسترسی چندگانه غیرمتعامد، تفاضل توابع محدب، شبه‌محدب، تخصیص توان و زیرحامل‌ها، جفت‌سازی کاربران.

Energy Efficiency Improvement in Dynamic Orthogonal and Non-Orthogonal Multiple Access Uplink Networks

Ali Torabzadeh, MSc student¹, Mahdi Majidi, Assistant Professor², Mina Baghani, Assistant Professor³

1- Department of Electrical and Computer Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran, ali.torabzadeh@grad.kashanu.ac.ir

2- Department of Electrical and Computer Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran, m.majidi@kashanu.ac.ir

3- Faculty of Technical and Engineering, Imam Khomeini International University, Qazvin, Iran, baghani@eng.ikiu.ac.ir

Abstract: One proposed approach in fifth-generation wireless communication to support more users is the dynamic use of orthogonal and non-orthogonal multiple access schemes. In this research, a dynamic orthogonal and non-orthogonal multiple access system is proposed to maximize the energy efficiency (EE), and several schemes are presented for allocation of sub-channels and power. Due to the complexity of the proposed resource allocation problem and its non-convexity property, it is not possible to find a global solution. Hence, the main problem is divided into two sub-problems which are sub-channels and power allocation. In the first step, the sub-channel allocation problem is solved and its output is sub-channel allocation for all active users and determining the access mode for each sub-carrier. The second step is the power allocation sub-problem which is converted into a quasi-convex sub-problem by using the difference of convex functions algorithm iteratively, and ultimately. Then, the bisection method is applied for solving the quasi-convex sub-problem. Also, the KKT equations are provided for the feasibility problem of the bisection method. Finally, in the simulation section, the maximum EE versus the maximum power for each user is calculated. Besides, the impact of user's presence at the cell edge on the EE is discussed. According to the simulation results, our proposed resource allocation approach can improve the sum rate and EE of the system compared to the heuristic approach of the previous literature.

Keywords: Energy efficiency, Dynamic resource allocation, Non-orthogonal multiple access (NOMA), Difference of convex functions, Quasi-convex, Subchannel and power allocation, user pairing.

نام نویسنده مسئول: مهدی مجیدی.

نشانی نویسنده مسئول: ایران - کاشان - بلوار قطب راوندی - دانشگاه کاشان - ساختمان سائر - دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر.

۱- مقدمه

Archive of SID

زیرحامل‌ها، از الگوریتم تفاضل توابع محدب استفاده می‌شود. مقاله

[۶] یک الگوریتم جدید برای تخصیص توان به صورت بهینه برای یک شبکه مخابرات بی‌سیم با چندکاربر با روش NOMA در پیوند فراسو با در نظر گرفتن کیفیت خدمات (QoS) برای هر کاربر پیشنهاد می‌شود. هدف در این مقاله بیشینه سازی بازدهی انرژی است ولی در این مقاله تخصیص زیرحامل‌ها و جفت سازی کاربران صورت نگرفته است. در مقاله [۷] یک سیستم فرسوسو دارای NOMA پیشنهاد می‌شود و نویسندگان در این سیستم بر روی کاربرانی که دارای شرایط کانالی ضعیف‌تری هستند، متمرکز شده‌اند. به همین منظور کارایی این کاربران از نظر بازدهی انرژی در این سیستم بیشینه می‌شود که این موضوع عدالت را بین کاربران تضمین می‌کند. مقاله [۸] یک سیستم در پیوند فرسوسو با استفاده از NOMA را پیشنهاد می‌دهد که بازدهی انرژی و گذردهی را در سیستم بیشینه کنند. اما برخلاف مقالات دیگر، این مقاله با تشکیل مسأله بهینه‌سازی صحیح مختلط به دنبال یک روش حل یکپارچه و عمومی است.

مقاله [۹] سیستم پیشنهادی شامل یک ایستگاه پایه دارای یک آنتن است و کاربران در زیرحامل‌های متعامد با استفاده از روش NOMA سیگنال خود را در پیوند فرسوسو از سمت ایستگاه پایه دریافت می‌کنند. در این مقاله فرض می‌شود تخصیص زیرحامل‌ها و جفت‌سازی کاربران صورت گرفته و بر اساس آن روشی برای تخصیص توان بین کاربران با هدف بیشینگی بازدهی انرژی معرفی می‌شود. مقاله [۱۰] یک سیستم فرسوسو تک‌آنتنی دارای ترکیبی از دسترسی چندگانه متعامد و غیر متعامد را معرفی می‌کند که با تخصیص توان، زیرحامل‌ها و جفت‌سازی کاربران، به دنبال توازن بین بازدهی انرژی و بازدهی طیف است. توازن در این مقاله به صورتی است که نرخ داده و توان تخصیصی برای کاربران به طور همزمان به ترتیب بیشینه و کمینه شود که این امر سبب ایجاد یک تابع چندهدفه خواهد شد. در مقاله [۱۱]، نویسنده یک سیستم فرسوسو چندکاربری با ادغام روش دسترسی چندگانه متعامد و غیرمتعامد پیشنهاد می‌کند. با معرفی یک تابع هزینه که پیچیدگی NOMA را لحاظ می‌کند. تابع هدف در این سیستم شامل تفریق تابع نرخ مجموع و تابع هزینه NOMA است و این اختلاف مشخص می‌کند کدامیک از روش دسترسی NOMA و OMA برای هر زیرحامل انتخاب شود.

در این مقاله، یک سیستم فرسوسو چندکاربری و چندحاملی در نظر گرفته شده است به صورتی که تعداد کاربران در این سیستم کوچکتر یا مساوی دو برابر تعداد زیرحامل‌ها می‌تواند باشد. در این مقاله برخلاف بقیه مقالات، کلیه کاربران سرویس‌دهی می‌شوند و به همین منظور برخی کاربران با روش NOMA و برخی دیگر با روش OMA به شبکه متصل خواهند شد. همچنین هدف، بیشینه شدن بازدهی انرژی است که با تقسیم نرخ مجموع کاربران بر توان مصرفی کل سیستم حاصل می‌شود. به دلیل غیرمحدب بودن مسأله بهینه‌سازی از روش تفاضل توابع محدب^۱ و روش دوبخشی^۱ استفاده می‌شود.

در ادامه مقاله، در بخش دوم، مدل سیستم و فرمول‌بندی مسأله بیان می‌شود. در بخش سوم به حل مسأله پرداخته شده که شامل تخصیص زیرحامل‌ها، مشخص کردن نوع دسترسی در هر زیرحامل و

با توجه به افزایش خدمات ارائه شده در سیستم‌های ارتباطی بی‌سیم، این فناوری در زندگی روزمره نفوذ زیادی پیدا کرده است. در نتیجه، نسل بعدی ارتباطات بی‌سیم باید تعداد بسیار زیادی از کاربران را پشتیبانی نماید. لذا باید یک شبکه مخابراتی ایجاد کنیم که بتواند گروه زیادی از کاربران را تحت پوشش قرار دهد و به دنبال آن برخی نیازها نظیر افزایش نرخ داده، کاهش تأخیر، افزایش ظرفیت شبکه، گسترش شبکه و ... را برآورده کند.

همانطور که می‌دانیم در نسل فعلی مخابرات بی‌سیم، کاربران از طریق روش‌های دسترسی چندگانه متعامد (OMA^۱) نظیر روش دسترسی چندگانه تقسیم فرکانس متعامد (OFDMA^۲) اطلاعات خود را برای گیرنده ارسال می‌کنند. در OFDMA به هر کاربر یک یا چند زیرحامل اختصاص داده می‌شود و با توجه به اینکه پهنای باند از منابع محدود در مخابرات بی‌سیم محسوب می‌شود، انتظار می‌رود از روشی بهتر برای استفاده از پهنای باند بهره ببریم. لذا در این مورد، دسترسی چندگانه غیرمتعامد (NOMA^۳) جایگزین مناسبی است. در روش NOMA، به چندین کاربر یک زیرحامل اختصاص داده می‌شود، ولی چالش اصلی پیش‌رو، تداخلی است که بین کاربران یک زیرحامل ایجاد می‌شود. با استفاده از روش حذف تداخل پیاپی (SIC^۴) می‌توان تا حد قابل قبولی تداخل را از بین برد [۱]. از این ایده هم در پیوند فرسوسو و هم در پیوند فراسوسو می‌توان استفاده کرد. از طرف دیگر یکی از مهم‌ترین چالش‌هایی که با آن روبرو می‌شویم، تخصیص توان است که یکی از منابع محدود به شمار می‌رود و این چالش ما را به سمت مخابرات سبب سوق می‌دهد. در مخابرات سبب ما به دنبال این هدف هستیم که بتوانیم با کمترین مصرف توان نرخ ارسال داده را حداکثر کنیم [۲].

بنابراین با توجه به نیازهای مخابرات بی‌سیم نسل پنجم، در یک شبکه به دنبال یک روش دسترسی چندگانه هستیم که با روشی بهینه برای تخصیص زیرحامل‌ها و توان بین کاربران منجر به افزایش بهینگی در منابع محدود شود. در نهایت با این هدف خواهیم توانست با حداقل مصرف توان، حداکثر نرخ داده را داشته باشیم که به این نسبت، بازدهی انرژی (EE^۵) گفته می‌شود.

در [۳]، یک سیستم تک‌آنتنی در بستر شبکه‌های ناهمگون با روش NOMA با هدف کمینه شدن توان ارسال به از ایستگاه پایه به سمت کاربران در نظر گرفته شده است. همچنین به دلیل غیرمحدب بودن مسأله بهینه سازی، این مسأله به دو زیرمسأله تخصیص زیرحامل‌ها و تخصیص توان تجزیه می‌شود که تخصیص زیرحامل‌ها با استفاده از روش تکراری نقطه درونی^۶ و تخصیص توان با استفاده از روش تقریب محدب متوالی (SCA^۷) انجام می‌شود. در مقاله [۴] و [۵] یک شبکه مخابرات بی‌سیم دارای روش NOMA در پیوند فرسوسو معرفی می‌شود که برای بهبود بازدهی انرژی در سیستم پیشنهاد شده با استفاده از نظریه بازی‌ها، تعادل نش در سیستم به وجود می‌آید که با وجود تعادل نش در سیستم، زیرحامل‌ها به کاربران اختصاص داده می‌شود. همچنین به دلیل غیرمحدب بودن مسأله تخصیص توان بین

تعیین نوع دسترسی در هر زیر حامل، تخصیص زیر حامل‌ها و جفت‌سازی کاربران ایفا می‌کنند و به صورت زیر تعریف می‌شوند:

♦ β_n : متغیر باینری β_n برای هر زیرحامل تعریف شده است و مشخص می‌کند که هر زیرحامل کدام یک از روش‌های دسترسی چندگانه را به خود اختصاص دهد. با توجه به اینکه β_n مقادیر یک و صفر را به خود می‌گیرد، برای هر زیرحامل که این متغیر مقدار یک داشته باشد روش NOMA تعیین می‌شود، در غیر این صورت روش انتخابی OMA خواهد بود.

♦ $\alpha_{k,k_2,n}$: مانند متغیر β_n یک متغیر باینری به شمار می‌رود و وظیفه آن تخصیص زیرحامل و جفت‌سازی کاربران است. مقدار متغیر $\alpha_{k,k_2,n}$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

• اگر برای کاربر k ($\forall k \in K$) در زیر حامل n ($\forall n \in N$) متغیر $\alpha_{k,k,n} = 1$ باشد، به این معنی است که کاربر k در زیر حامل n به عنوان کاربر OMA یا کاربر اول NOMA است.

• اگر برای کاربر k_2 ($\forall k_2 \in K$) در زیر حامل n ($\forall n \in N$) متغیر $\alpha_{k,k_2,n} = 1$ باشد، کاربر k_2 به عنوان کاربر دوم NOMA به همراه کاربر اول NOMA با شماره k قرار دارد.

• در سناریو و شرایطی که به غیر از دو مورد قبلی ذکر شده باشد، این متغیر برابر صفر است.

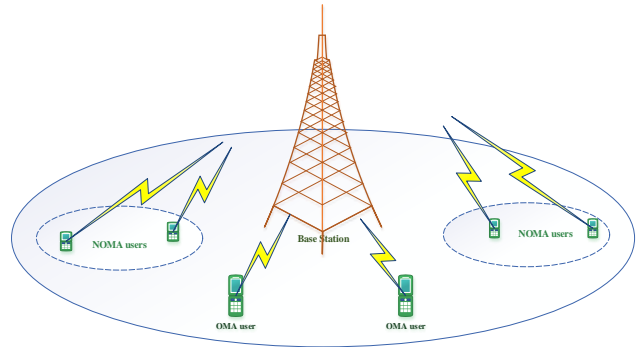
همانطور که در مقدمه بیان شد، در این سیستم پیشنهادی به دنبال یک الگوریتم بهینه برای تخصیص منابع جهت افزایش بازدهی انرژی شبکه هستیم. لذا در ادامه قصد داریم با حداقل مصرف توان بیشترین نرخ ارسال موفق را داشته باشیم که این نسبت بیانگر بازدهی انرژی خواهد بود. بنابراین بازدهی انرژی برای یک سیستم مخابراتی بی سیم در پیوند فراسو با روش انتخابی NOMA یا OMA را در رابطه (۲) تعریف می‌کنیم:

$$EE = \frac{\sum_{n=1}^N R_n}{\sum_{n \in N} \sum_{k \in K} \alpha_{k,k,n} \left(p_{k,n} + \beta_n \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} \alpha_{k,k_2,n} p_{k_2,n} \right) + K p_c} \quad (2)$$

که p_c میزان توان مصرفی مدار هر کاربر را نشان می‌دهد و با توجه به اینکه در شبکه، کلیه کاربران سرویس‌دهی می‌شوند، توان مصرفی کلیه کاربران با جمله $K p_c$ نشان داده شده است. همچنین در جمله

$$\sum_{n \in N} \sum_{k \in K} \alpha_{k,k,n} \left(p_{k,n} + \beta_n \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} \alpha_{k,k_2,n} p_{k_2,n} \right)$$

NOMA یا OMA در مخرج کسر رابطه (۲) در نظر گرفته می‌شود. با جایگذاری رابطه (۱) در رابطه (۲) خواهیم داشت:



شکل ۱: سیستم پیشنهادی در پیوند فراسو دارای پروتکل‌های OMA و NOMA

۲- مدل سیستم

در سیستم پیشنهادی، یک ایستگاه پایه با یک آنتن و N زیرحامل در نظر گرفته می‌شود و K کاربر در شبکه سلولی با توزیع یکنواخت پخش شده‌اند. در این شبکه کاربران سیگنال خود را براساس تخصیص زیرحامل و جفت‌سازی کاربران (برای کاربران NOMA) با استفاده از روش NOMA یا OMA به سمت ایستگاه پایه ارسال می‌کنند. در شکل ۱ سیستم پیشنهادی با حضور چند کاربر NOMA و OMA در پیوند فراسو را نشان می‌دهد

با ارسال سیگنال از طرف کاربران به سمت ایستگاه پایه در پیوند فراسو و با فرض $h_{k_2,n} > h_{k,n}$ ، نرخ داده در زیرحامل n ام در عبارت (۱) تعریف می‌شود:

$$R_n = \sum_{k \in K} \left[\alpha_{k,k,n} \log_2 \left(1 + \frac{p_{k,n} h_{k,n}}{\sigma^2} \right) + \beta_n \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} \alpha_{k,k,n} \alpha_{k,k_2,n} \log_2 \left(1 + \frac{p_{k_2,n} h_{k_2,n}}{\sigma^2 + p_{k,n} h_{k,n}} \right) \right] \quad (1)$$

در رابطه (۱)، بهره کانال بهره $h_{k,n}$ در زیر حامل n و بهره کانال کاربر k_2 در زیرحامل n را نشان می‌دهد. متغیر $p_{k,n}$ نشان دهنده توان اختصاص داده شده به کاربر k در زیرحامل n است. در روش NOMA در پیوند فراسو عملیات SIC برای حذف تداخل کاربر دوم (کاربر قوی‌تر) بر روی کاربر اول (کاربر ضعیف‌تر) به کار گرفته می‌شود، اما در جمله دوم رابطه (۱) که مربوط به کاربر دوم است و به عنوان کاربر قوی‌تر تلقی می‌شود توان تداخل کاربر اول (کاربر ضعیف‌تر) با عبارت $p_{k,n} h_{k,n}$ در مخرج جمله دوم در کنار توان نویز در نظر گرفته شده است. همچنین σ^2 توان نویز گوسی سفید جمع‌شونده (AWGN^(۱)) با میانگین صفر را نشان می‌دهد. در رابطه (۱) دو متغیر β_n و $\alpha_{k,k_2,n}$ وجود دارد که نقش اساسی را به ترتیب در

باید شرایطی را در سیستم ایجاد کرد که از فرار گرفتن یک کاربر در بیشتر از یک زیرحامل جلوگیری شود که قید (۱۱) این شرایط را تضمین می‌کند:

$$\sum_{k_2 \in K} \sum_{n \in N} \alpha_{k_2, k, n} = 1 \quad \forall k \in K \quad (11)$$

همچنین قید (۱۱) سیستم را ملزم به سرویس‌دهی به K کاربر (تعداد کل کاربران درون شبکه) می‌کند. در نهایت مسأله بهینه‌سازی سیستم به صورت زیر تعریف می‌شود و هدف در این مسأله بیشینگی بازدهی انرژی خواهد بود:

$$\max_{\alpha, \beta, P} EE \quad (12)$$

$$st: (\Delta), (\epsilon), (\gamma), (\lambda), (\theta), (\iota), (\kappa)$$

با توجه به تابع هدف مسأله، شاهد جمله‌های غیرخطی $\alpha_{k, k, n}, \alpha_{k, k_2, n}, \beta_n$ هستیم که برای حل این مشکل از یک متغیر کمکی تحت عنوان $u_{k, k_2, n} = \alpha_{k, k, n} \alpha_{k, k_2, n} \beta_n$ استفاده می‌شود. مقدار این متغیر به سه متغیر $\alpha_{k, k, n}, \alpha_{k, k_2, n}, \beta_n$ بستگی دارد و برای جلوگیری از مقادیر غیر قابل انتظار، سه قید (۱۳)، (۱۴) و (۱۵) جهت استفاده از این متغیر در مسأله بهینه‌سازی استفاده می‌شود:

$$\alpha_{k, k, n} - u_{k, k_2, n} \geq 0 \quad \forall k, k_2 \in K, \forall n \in N \quad (13)$$

$$\alpha_{k, k_2, n} - u_{k, k_2, n} \geq 0 \quad \forall k, k_2 \in K, k \neq k_2, \forall n \in N \quad (14)$$

$$\beta_n - u_{k, k_2, n} \geq 0 \quad \forall k, k_2 \in K, \forall n \in N \quad (15)$$

قید اول و دوم تضمین می‌کند که اگر $u_{k, k_2, n}$ برابر با یک باشد، لذا متغیر $\alpha_{k, k, n}$ و $\alpha_{k, k_2, n}$ باید یک شود. همچنین قید سوم اجبار می‌کند که اگر $u_{k, k_2, n}$ برابر یک باشد، متغیر β_n نیز باید یک شود. با توجه به پیچیدگی مسأله و غیرمحدب بودن آن، امکان ارائه راه حل عمومی با پیچیدگی چندجمله‌ای وجود ندارد.

۳- حل مسأله

همانطور که در قسمت قبل بیان شد، تخصیص منابع در این شبکه شامل تخصیص زیرحامل‌ها، جفت‌سازی کاربران NOAM، تعیین‌کننده نوع دسترس چندگانه و تخصیص توان است. بنابراین تخصیص این منابع را می‌توان با هدف بیشینگی بازدهی انرژی به صورت جداگانه انجام داد که این امر منجر به مسیری برای حل مسأله (۱۲) است. تخصیص منابع سیستم شامل دو مرحله است. مرحله اول شامل تخصیص زیرحامل‌ها، تعیین‌کننده نوع دسترس چندگانه و جفت‌سازی کاربران NOAM است که به طور همزمان صورت می‌گیرد و توسط متغیرهای α, β و u عملیاتی می‌شود. اما در مرحله دوم تخصیص توان میان کاربران است.

۳-۱- تخصیص زیرحامل‌ها و جفت‌سازی کاربران

در سیستم پیشنهادی به دنبال الگوریتمی هستیم که با تخصیص زیرحامل‌ها به کاربران و جفت‌سازی آن‌ها بازدهی انرژی را تا جایی که امکان دارد بیشینه کند. لذا در این مرحله از مسأله بهینه‌سازی، مقادیر بهینه متغیرهای α, β و u به دست خواهند آمد. در تخصیص توان زیرحامل‌ها و جفت‌سازی کاربران متغیر توان که برای تخصیص توان

$$EE = \frac{\sum_{n \in N} \sum_{k \in K} \alpha_{k, k, n} \log_2 \left(1 + \frac{p_{k, n} h_{k, n}}{\sigma^2} \right)}{\sum_{n \in N} \sum_{k \in K} \alpha_{k, k, n} \left(p_{k, n} + \beta_n \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} \alpha_{k, k_2, n} p_{k_2, n} \right) + K p_c} + \frac{\beta_n \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} \alpha_{k, k_2, n} \log_2 \left(1 + \frac{p_{k_2, n} h_{k_2, n}}{\sigma^2 + p_{k, n} h_{k, n}} \right)}{\sum_{n \in N} \sum_{k \in K} \alpha_{k, k, n} \left(p_{k, n} + \beta_n \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} \alpha_{k, k_2, n} p_{k_2, n} \right) + K p_c} \quad (3)$$

رابطه (۳) بیانگر تابع هدف سیستم است. با توجه به اینکه برای کاربران NOMA به دلیل وجود تداخل از سوی کاربر دیگر در هر زیرحامل از SIC استفاده می‌شود، اختلاف سطح توان دریافتی از دو کاربر NOMA در یک زیرحامل در ایستگاه پایه، باید از یک مقدار خاص به نام P_d بیشتر باشد. لذا قید (۴) باید برقرار باشد:

$$\beta_n \sum_{k \in K} \alpha_{k, k, n} \left[\sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} p_{k_2, n} h_{k_2, n} \alpha_{k, k_2, n} - p_{k, n} h_{k, n} \right] \geq \beta_n P_d \quad \forall n \in N \quad (4)$$

در پیوند فراسو برای زیرحامل‌هایی که دارای کاربران NOMA هستند، باید کاربر دوم به عنوان کاربر قوی تر در نظر گرفته شود و دارای بهره کانال بیشتری نسبت به کاربر اول باشد. لذا داریم:

$$\left(\frac{h_{k, n}}{h_{k_2, n}} \right) \alpha_{k, k_2, n} \leq 1 \quad \forall k, k_2 \in K, k \neq k_2, \forall n \in N \quad (5)$$

برای ارسال سیگنال با استفاده از روش NOMA، در زیرحامل n ام فقط یک کاربر مجاز است به عنوان کاربر دوم انتخاب شود. بنابراین قید (۶) تعریف می‌شود:

$$\sum_{k \in K} \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} \alpha_{k, k_2, n} \leq 1 \quad \forall n \in N \quad (6)$$

اگر در یک زیرحامل یک کاربر به عنوان کاربر دوم NOMA انتخاب شود، سیستم باید بر روی روش NOMA قرار بگیرد و مقدار β_n را برابر یک قرار بدهد. از این رو قید (۷) این شرایط را ایجاب می‌کند:

$$\beta_n = \sum_{k \in K} \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} \alpha_{k, k, n} \alpha_{k, k_2, n} \quad \forall n \in N \quad (7)$$

همچنین در یک زیرحامل فقط یک کاربر می‌تواند به عنوان کاربر OMA یا کاربر اول NOMA انتخاب شود. لذا داریم:

$$\sum_{k \in K} \alpha_{k, k, n} \leq 1 \quad \forall n \in N \quad (8)$$

همچنین توان هر کاربر همیشه مقدار غیرمنفی دارد:

$$0 \leq p_{k, n} \quad \forall k \in K, \forall n \in N \quad (9)$$

یک کران بالا برای توان تخصیصی هر کاربر می‌توان در نظر گرفت و اگر کاربر k از زیرحامل n استفاده نمی‌کند باید $p_{k, n}$ صفر شود. بنابراین:

$$p_{k, n} - \sum_{k_2 \in K} \alpha_{k_2, k, n} P_{\max} \leq 0 \quad \forall k \in K, \forall n \in N \quad (10)$$

۲-۲- تخصیص توان

با بدست آمدن متغیرهای α ، β و u در بخش تخصیص زیرحامل‌ها و جفت سازی کاربران، حال در گام تخصیص توان، مسأله (۱۲) به فرم زیر تغییر می‌کند:

$$\max_{\mathbf{P}} \frac{\sum_{n \in N} \sum_{k \in K} \alpha_{k,k,n} \log_2 \left(1 + \frac{p_{k,n} h_{k,n}}{\sigma^2} \right)}{\left(\sum_{n \in N} \sum_{k \in K} \alpha_{k,k,n} p_{k,n} + \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} p_{k_2,n} \right) + K p_c} + \frac{\sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} \log_2 \left(1 + \frac{p_{k_2,n} h_{k_2,n}}{\sigma^2 + p_{k,n} h_{k,n}} \right)}{\left(\sum_{n \in N} \sum_{k \in K} \alpha_{k,k,n} p_{k,n} + \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} p_{k_2,n} \right) + K p_c} \quad (25)$$

subject to:

$$0 \leq p_{k,n} \quad \forall k \in K, \forall n \in N \quad (26)$$

$$p_{k,n} - \sum_{k_2 \in K} \alpha_{k_2,k,n} p_{\max} \leq 0 \quad \forall k \in K, \forall n \in N \quad (27)$$

$$\sum_{\substack{k \in K \\ k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} p_{k_2,n} h_{k_2,n} \alpha_{k,k_2,n} - \beta_n \alpha_{k,k,n} p_{k,n} h_{k,n} \geq \beta_n p_d \quad \forall n \in N \quad (28)$$

به‌طوریکه \mathbf{P} یک ماتریس $K * N$ است که المان در ردیف k و ستون n برابر با $p_{k,n}$ است. رابطه (۲۵) تابع هدف مسأله به شمار می‌رود و در ادامه به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\frac{\sum_{n \in N} \sum_{k \in K} \alpha_{k,k,n} \log_2 \left(1 + \frac{p_{k,n} h_{k,n}}{\sigma^2} \right)}{\left(\sum_{n \in N} \sum_{k \in K} \alpha_{k,k,n} p_{k,n} + \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} p_{k_2,n} \right) + K p_c} + \frac{A}{\left(\sum_{n \in N} \sum_{k \in K} \alpha_{k,k,n} p_{k,n} + \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} p_{k_2,n} \right) + K p_c} \quad (29)$$

به‌طوریکه A صورت کسر دوم در تابع هدف است و A دارای یک جمله لگاریتمی است که به دلیل عبارت تداخل در مخرج ($SINR^{12}$) سبب از بین رفتن تحدب تابع هدف می‌شود، لذا به همین منظور با استفاده از برنامه‌نویسی تفاضل توابع محدب که در [۱۲] کامل توضیح داده شده است، صورت کسر تابع هدف را به صورت اختلاف دو تابع محدب بازنویسی می‌کنیم. لذا داریم:

$$A = \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} \log_2 \left(1 + \frac{p_{k_2,n} h_{k_2,n}}{\sigma^2 + p_{k,n} h_{k,n}} \right) = \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} \log_2 \left(\frac{\sigma^2 + p_{k,n} h_{k,n} + p_{k_2,n} h_{k_2,n}}{\sigma^2 + p_{k,n} h_{k,n}} \right) = \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} \left[\log_2 (\sigma^2 + p_{k,n} h_{k,n} + p_{k_2,n} h_{k_2,n}) - \log_2 (\sigma^2 + p_{k,n} h_{k,n}) \right] \quad (30)$$

بین کاربران به کار گرفته می‌شود، به عنوان یک مقدار ثابت در نظر گرفته می‌شود و در نتیجه کلیه جمله‌های لگاریتمی در تابع هدف و قیدها یک عدد ثابت به شمار خواهند رفت. در تخصیص زیرحامل‌ها با توجه به اینکه توان بین کاربران یک عدد ثابت در نظر گرفته شده است، فرم مسأله تغییر می‌کند و قیدهایی نظیر قید (۴)، (۹) و (۱۰) که مربوط به تخصیص توان هستند در این قسمت بدون تاثیر می‌شوند و در مسأله تخصیص زیرحامل‌ها حضور نخواهند داشت. در نهایت داریم:

$$\max_{\alpha, \beta, u} \frac{\sum_{n \in N} \sum_{k \in K} \alpha_{k,k,n} \log_2 \left(1 + \frac{p_{k,n} h_{k,n}}{\sigma^2} \right)}{\left(\sum_{n \in N} \sum_{k \in K} \alpha_{k,k,n} p_{k,n} + \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} p_{k_2,n} \right) + K p_c} + \frac{\sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} \log_2 \left(1 + \frac{p_{k_2,n} h_{k_2,n}}{\sigma^2 + p_{k,n} h_{k,n}} \right)}{\left(\sum_{n \in N} \sum_{k \in K} \alpha_{k,k,n} p_{k,n} + \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} p_{k_2,n} \right) + K p_c} \quad (16)$$

subject to

$$\alpha_{k,k,n} - u_{k,k_2,n} \geq 0 \quad \forall k, k_2 \in K, \forall n \in N \quad (17)$$

$$\alpha_{k,k_2,n} - u_{k,k_2,n} \geq 0 \quad \forall k, k_2 \in K, k \neq k_2, \forall n \in N \quad (18)$$

$$\beta_n - u_{k,k_2,n} \geq 0 \quad \forall k, k_2 \in K, \forall n \in N \quad (19)$$

$$\left(\frac{h_{k,n}}{h_{k_2,n}} \right) \alpha_{k,k_2,n} \leq 1 \quad \forall k, k_2 \in K, k \neq k_2, \forall n \in N \quad (20)$$

$$\sum_{\substack{k \in K \\ k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} \leq 1 \quad \forall n \in N \quad (21)$$

$$\beta_n = \sum_{\substack{k \in K \\ k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} \quad \forall n \in N \quad (22)$$

$$\sum_{k \in K} \alpha_{k,k,n} \leq 1 \quad \forall n \in N \quad (23)$$

$$\sum_{k_2 \in K} \sum_{n \in N} \alpha_{k_2,k,n} = 1 \quad \forall k \in K \quad (24)$$

با توجه به توان اولیه یک سان برای کلیه کاربران و با در نظر گرفتن قید (۱۱) مخرج کسر در حل مسأله بی اثر می‌شود و می‌توان آن را از مسأله خارج کرد و تنها صورت کسر در جایگاه تابع هدف قرار می‌گیرد و در نتیجه با استفاده از این روش برای تخصیص زیر حامل‌ها و جفت‌سازی کاربران با مسأله بیشینگی طیف (SE^{13}) روبه‌رو خواهیم شد. مسأله برنامه‌ریزی صحیح خطی حاصل شامل ترم‌های لگاریتمی است و لذا یک تابع مقعر به شمار می‌رود و در نهایت می‌توان به کمک بسته نرم‌افزاری CVX و حل‌کننده Mosek به دلیل متغیرهای صحیح در تابع هدف حل نمود.

$$-\left[\log_2(\sigma^2 + p_{k,n}^{t_2-1} h_{k,n}) + \frac{h_{k,n}(p_{k,n} - p_{k,n}^{t_2-1})}{\ln(2)(\sigma^2 + p_{k,n}^{t_2-1} h_{k,n})} \right] + \frac{\sum_{n \in N} \sum_{k \in K} \alpha_{k,k,n} p_{k,n} + \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} p_{k_2,n}}{\left(\sum_{n \in N} \sum_{k \in K} \alpha_{k,k,n} p_{k,n} + \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} p_{k_2,n} \right) + K p_c} \quad (35)$$

subject to:

$$\sum_{k \in K} \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} p_{k_2,n} h_{k_2,n} \alpha_{k,k_2,n} - \beta_n \alpha_{k,k,n} p_{k,n} h_{k,n} \geq \beta_n P_d \quad \forall n \in N \quad (36)$$

$$p_{k,n} - \sum_{k_2 \in K} \alpha_{k_2,k,n} P_{\max} \leq 0 \quad \forall k \in K, \forall n \in N \quad (37)$$

$$0 \leq p_{k,n} \quad \forall k \in K, \forall n \in N \quad (38)$$

تابع هدف، یک تابع شبه‌مقعر است و قید (۳۶)، (۳۷) و (۳۸) تابع همگر به شمار می‌روند. یکی از روش‌هایی که برای حل این مسأله به کار می‌رود، روش دوبخشی است که در [۱۳] و [۱۴] بیان شده است. اما در این مقاله یک تابع هدف شبه‌مقعر در اختیار داریم و با توجه به اینکه روش دوبخشی برای مسائل شبه‌محدب کاربرد دارد، لذا با در نظر گرفتن یک (-) قبل از کسر، تابع هدف شبه‌مقعر به تابع هدف شبه‌محدب تبدیل می‌شود و عملگر مسأله به min تغییر می‌کند. در مرحله اول، تابع هدف با مجموعه زیرسطح‌های^{۱۵} سطح صفر معادل‌سازی می‌شود و به قید وارد می‌شود:

$$\left[\frac{\sum_{n \in N} \sum_{k \in K} \alpha_{k,k,n} \log_2 \left(1 + \frac{p_{k,n} h_{k,n}}{\sigma^2} \right)}{\left(\sum_{n \in N} \sum_{k \in K} \alpha_{k,k,n} p_{k,n} + \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} p_{k_2,n} \right) + K p_c} + \frac{\sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} \left[\log_2(\sigma^2 + p_{k,n} h_{k,n} + p_{k_2,n} h_{k_2,n}) \right]}{\left(\sum_{n \in N} \sum_{k \in K} \alpha_{k,k,n} p_{k,n} + \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} p_{k_2,n} \right) + K p_c} - \left[\log_2(\sigma^2 + p_{k,n}^{t_2-1} h_{k,n}) + \frac{h_{k,n}(p_{k,n} - p_{k,n}^{t_2-1})}{\ln(2)(\sigma^2 + p_{k,n}^{t_2-1} h_{k,n})} \right] \right] < t + \frac{\left(\sum_{n \in N} \sum_{k \in K} \alpha_{k,k,n} p_{k,n} + \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} p_{k_2,n} \right) + K p_c}{\left(\sum_{n \in N} \sum_{k \in K} \alpha_{k,k,n} p_{k,n} + \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} p_{k_2,n} \right) + K p_c} \quad (39)$$

لذا داریم:

$$-\left(\sum_{n \in N} \sum_{k \in K} \alpha_{k,k,n} \log_2 \left(1 + \frac{p_{k,n} h_{k,n}}{\sigma^2} \right) + \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} \left[\log_2(\sigma^2 + p_{k,n} h_{k,n} + p_{k_2,n} h_{k_2,n}) \right] \right)$$

به دلیل وجود دو ترم لگاریتمی در رابطه (۳۰) به اختلاف دو تابع مقعر دست می‌یابیم و لذا داریم:

$$f(x) = \log_2(\sigma^2 + p_{k,n} h_{k,n} + p_{k_2,n} h_{k_2,n}) \quad (31)$$

$$g(x) = \log_2(\sigma^2 + p_{k,n} h_{k,n}) \quad (32)$$

اگر اختلاف دو تابع مقعر $f(x)$ و $g(x)$ را در نظر بگیریم، به دلیل قرار گرفتن منفی در پشت تابع $g(x)$ در نهایت با جمع دو تابع مقعر $f(x)$ و محدب ($-g(x)$) مواجه می‌شویم که الزاماً معادل یک تابع مقعر یا محدب نخواهد بود. لذا تابع $g(x)$ را با بسط تیلور آن که یک تابع هم‌گر^{۱۴} به شمار می‌رود در تکرار t_2 به صورت

$$g(x) \cong \log_2(\sigma^2 + p_{k,n}^{t_2-1} h_{k,n}) + \frac{h_{k,n}(p_{k,n} - p_{k,n}^{t_2-1})}{\ln(2)(\sigma^2 + p_{k,n}^{t_2-1} h_{k,n})} (x - x_{t_2-1}) \quad (33)$$

حال رابطه (۲۵) که تابع هدف مسأله بهینه‌سازی تخصیص توان است، به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\frac{\sum_{n \in N} \sum_{k \in K} \alpha_{k,k,n} \log_2 \left(1 + \frac{p_{k,n} h_{k,n}}{\sigma^2} \right)}{\left(\sum_{n \in N} \sum_{k \in K} \alpha_{k,k,n} p_{k,n} + \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} p_{k_2,n} \right) + K p_c} + \frac{\sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} \left[\log_2(\sigma^2 + p_{k,n} h_{k,n} + p_{k_2,n} h_{k_2,n}) \right]}{\left(\sum_{n \in N} \sum_{k \in K} \alpha_{k,k,n} p_{k,n} + \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} p_{k_2,n} \right) + K p_c} - \left[\log_2(\sigma^2 + p_{k,n}^{t_2-1} h_{k,n}) + \frac{h_{k,n}(p_{k,n} - p_{k,n}^{t_2-1})}{\ln(2)(\sigma^2 + p_{k,n}^{t_2-1} h_{k,n})} \right] + \frac{\left(\sum_{n \in N} \sum_{k \in K} \alpha_{k,k,n} p_{k,n} + \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} p_{k_2,n} \right) + K p_c}{\left(\sum_{n \in N} \sum_{k \in K} \alpha_{k,k,n} p_{k,n} + \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} p_{k_2,n} \right) + K p_c} \quad (34)$$

در نتیجه مسأله بهینه‌سازی تخصیص توان به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\max \frac{\sum_{n \in N} \sum_{k \in K} \alpha_{k,k,n} \log_2 \left(1 + \frac{p_{k,n} h_{k,n}}{\sigma^2} \right)}{\left(\sum_{n \in N} \sum_{k \in K} \alpha_{k,k,n} p_{k,n} + \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} p_{k_2,n} \right) + K p_c} + \frac{\sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} \left[\log_2(\sigma^2 + p_{k,n} h_{k,n} + p_{k_2,n} h_{k_2,n}) \right]}{\left(\sum_{n \in N} \sum_{k \in K} \alpha_{k,k,n} p_{k,n} + \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} p_{k_2,n} \right) + K p_c}$$

را حفظ می‌کند. این الگوریتم تکراری تا زمانی همین روند را تکرار می‌کند که اختلاف کران بالا و پایین بازه کوچک‌تر یا مساوی ε شود که باعث می‌شود به مقدار بهینه نزدیک‌تر شویم. مراحل انجام تخصیص توان بین کاربران به طور کامل در الگوریتم ۱ بیان شده است.

در این الگوریتم دو روش اختلاف توابع محدب و روش دوبخشی برای تخصیص توان بین کاربران ارائه شده است. در مقاله [۱۵] همگرایی روش اختلاف توابع محدب اثبات شده است و پیچیدگی آن برابر $o\left(\log\left(\frac{1}{\varepsilon_{dc}}\right)\right)$ است. همچنین، [۱۳] اثبات می‌کند که روش دوبخشی حداکثر به $\log_2\left(\frac{u-l}{\varepsilon}\right)$ تکرار نیاز دارد تا حداقل طول بازه در روش دوبخشی کمتر از ε شده و در نهایت همگرایی آن تضمین شود.

الگوریتم ۱ تخصیص توان برای سیستم پیشنهادی

- (۱) $t_2 = 1$
- (۲) مقداردهی اولیه $[l, u]$
- (۳) $t = \frac{l+u}{2}$
- (۴) حل مسأله (۴۱)
- (۵) اگر مسأله امکان‌پذیری امکان‌پذیر باشد
- (۶) $u = t$
- (۷) در غیر این صورت $l = t$
- (۸) پایان شرط
- (۹) $if (|u - l| \leq \varepsilon_2)$
- (۱۰) $P(t_2) = P^*$
- (۱۱) در غیر این صورت بازگشت به خط ۳
- (۱۲) پایان شرط
- (۱۳) $if (|P(t_2) - P(t_2 - 1)| \leq \varepsilon_{dc})$
- (۱۴) توقف حلقه
- (۱۵) در غیر این صورت بازگشت به خط ۲ و $t_2 = t_2 + 1$
- (۱۶) پایان الگوریتم

در روش دوبخشی، مسأله امکان‌پذیری سیستم پیشنهادی یک مسأله محدب به شمار می‌رود و از این رو یکی از روش‌هایی که برای حل آن می‌توان در نظر گرفت، بررسی شرایط (KKT^{۱۶}) است که در ادامه، معادلات مربوط استخراج می‌گردد [۱۳]. بنابراین با در نظر گرفتن ضرایب لاگرانژ $\lambda_{k,n}$ ، $\eta_{k,n}$ ، ξ_k و γ_n برای قیدهای (۴۲)، (۴۳)، (۴۴) و (۴۵) تابع لاگرانژ مسأله امکان‌پذیری به صورت زیر است:

$$L(P, \lambda, \eta, \xi, \gamma) = t - \sum_{n \in N} \sum_{k \in K} p_{k,n} \lambda_{k,n} + \sum_{n \in N} \sum_{k \in K} \eta_{k,n} \left(p_{k,n} - \sum_{k_2 \in K} \alpha_{k_2, k, n} P_{\max} \right) - \xi \left(\sum_{n \in N} \sum_{k \in K} \alpha_{k, k, n} \log_2 \left(1 + \frac{p_{k,n} h_{k,n}}{\sigma^2} \right) \right)$$

$$- \log_2 \left(\sigma^2 + p_{k,n}^{t_2-1} h_{k,n} \right) - \frac{h_{k,n} (p_{k,n} - p_{k,n}^{t_2-1})}{\ln(2) (\sigma^2 + p_{k,n}^{t_2-1} h_{k,n})} \Bigg] - t \left(\sum_{n \in N} \sum_{k \in K} \alpha_{k, k, n} p_{k,n} + \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k, k_2, n} p_{k_2, n} \right) + K p_c \leq 0 \quad (40)$$

همانطور که مشاهده می‌شود سمت راست نامساوی (۴۰) یک تابع محدب وجود دارد و بنابراین تابع هدف شبه‌محدب با استفاده از مجموعه زیرسطح‌های سطح صفر تبدیل به قید محدب معادل خود شده است. مقدار بهینه مسأله بهینه‌سازی شبه‌محدب با متغیر $-EE^*$ نشان داده می‌شود و مقدار آن مشخص نیست. در ادامه با حل مسأله امکان‌پذیری به دنبال متغیر بهینه‌سازی $p_{k,n}$ هستیم که در قید (۴۰) و دیگر قیود مسأله صدق کند. نقطه یافت شده در مسأله با $p_{k,n}^*$ نشان داده می‌شود. بنابراین مسأله امکان‌پذیری به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\min_{p_{k,n}} t \quad (41)$$

subject to:

$$- \left(\sum_{n \in N} \sum_{k \in K} \alpha_{k, k, n} \log_2 \left(1 + \frac{p_{k,n} h_{k,n}}{\sigma^2} \right) + \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k, k_2, n} \left[\log_2 (\sigma^2 + p_{k,n} h_{k,n} + p_{k_2, n} h_{k_2, n}) - \log_2 (\sigma^2 + p_{k,n}^{t_2-1} h_{k,n}) - \frac{h_{k,n} (p_{k,n} - p_{k,n}^{t_2-1})}{\ln(2) (\sigma^2 + p_{k,n}^{t_2-1} h_{k,n})} \right] \right) - t \left(\sum_{n \in N} \sum_{k \in K} \alpha_{k, k, n} p_{k,n} + \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k, k_2, n} p_{k_2, n} \right) + K p_c \leq 0 \quad (42)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k, k_2, n} p_{k_2, n} h_{k_2, n} \alpha_{k, k_2, n} - \beta_n \alpha_{k, k, n} p_{k,n} h_{k,n} \geq \beta_n P_d \quad \forall n \in N \quad (43)$$

$$p_{k,n} - \sum_{k_2 \in K} \alpha_{k_2, k, n} P_{\max} \leq 0 \quad \forall k \in K, \forall n \in N \quad (44)$$

$$0 \leq p_{k,n} \quad \forall k \in K, \forall n \in N \quad (45)$$

در مرحله اول با مقداردهی اولیه مناسب به l و u ، بازه $[l, u]$ را به گونه‌ای که حضور مقدار $-EE^*$ در این بازه تضمین شود در نظر می‌گیریم. مقدار l را می‌توان قرینه‌ی بیشترین مقدار بازدهی انرژی در نظر گرفت به طوری که کمترین مقدار برای آن حاضر شود. لذا زمانی بیشترین مقدار بازدهی انرژی حاصل خواهد شد که مخرج آن کمترین مقدار را دارا باشد. سپس باید مقداری برای t در نظر گرفته شود که در تکرار اول این پارامتر برابر با $\frac{l+u}{2}$ خواهد بود. اگر مسأله امکان‌پذیر باشد $-EE^* \leq t$ است، در غیر این صورت مسأله امکان‌پذیر نخواهد بود و $-EE^* \geq t$ است. در نتیجه اگر مسأله امکان‌پذیر بود، در تکرار بعد مقدار پارامتر t درون پارامتر u ریخته می‌شود و در غیر این صورت در تکرار بعد مقدار پارامتر t درون پارامتر l قرار می‌گیرد و u مقدار خود

$$\begin{aligned}
 & -\xi^* \left(\sum_{k \in K} \alpha_{k,k,n} \log_2 \left(1 + \frac{p_{k,n}^* h_{k,n}}{\sigma^2} \right) \right) \\
 & + \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} \left[\log_2 \left(\sigma^2 + p_{k,n}^* h_{k,n} + p_{k_2,n}^* h_{k_2,n} \right) \right. \\
 & \left. - \log_2 \left(\sigma^2 + p_{k,n}^{t_2-1} h_{k,n} \right) - \frac{h_{k,n} (p_{k,n}^* - p_{k,n}^{t_2-1})}{\ln 2 (\sigma^2 + p_{k,n}^{t_2-1} h_{k,n})} \right] \\
 & + t \left(\sum_{k \in K} \alpha_{k,k,n} p_{k,n}^* + \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} p_{k_2,n}^* + K p_c \right) = 0 \quad (58)
 \end{aligned}$$

• صفر بودن گرادیان تابع لاگرانژ در نقاط بهینه اولیه و دوگان: به دلیل اینکه هر کاربر می‌تواند هم به عنوان کاربر اول و دوم محسوب شود، لذا مشتق گیری تابع لاگرانژ در رابطه (۴۶) بر حسب $p_{k',n}^*$ خواهد بود:

$$\frac{\partial L(P, \lambda^*, \eta^*, \xi^*, \gamma^*)}{\partial p_{k',n}} = 0 \quad \forall k' \in K, \forall n \in N \quad (59)$$

لذا با محاسبه گرادیان تابع لاگرانژ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}
 & -\lambda_{k,n}^* + \eta_{k,n}^* - \xi^* \left(\alpha_{k,k,n} \frac{h_{k,n}}{\sigma^2 + p_{k,n}^* h_{k,n}} \right) \\
 & + \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} \left(\frac{h_{k,n}}{\sigma^2 + p_{k,n}^* h_{k,n} + p_{k_2,n}^* h_{k_2,n}} \right. \\
 & \left. - \frac{h_{k,n}}{\sigma^2 + p_{k,n}^{t_2-1} h_{k,n}} \right) + \sum_{\substack{k \in K \\ k \neq k_2}} \frac{u_{k,k_2,n} h_{k_2,n}}{\sigma^2 + p_{k_2,n}^* h_{k_2,n} + p_{k,n} h_{k,n}} \\
 & + t \left(\alpha_{k,k,n} + \sum_{\substack{k \in K \\ k \neq k_2}} u_{k,k_2,n} \right) - \gamma_n \sum_{\substack{k \in K \\ k \neq k_2}} u_{k,k_2,n} h_{k_2,n} - \beta_n \alpha_{k,k,n} h_{k,n} = 0 \quad (60)
 \end{aligned}$$

در ادامه با در اختیار داشتن شرایط KKT می‌توان با استفاده از روش عددی نیوتن توان اختصاص داده شده بین کاربران را بدست آورد. در سیستم پیشنهادی ما یک سیستم تک سلولی ارائه شد و هدف بازدهی انرژی با تخصیص پویای منابع بود. در این سیستم، در هر زیرحامل با دسترسی NOMA، به دلیل ارسال پیام توسط دو کاربر NOMA و با توجه به وجود روش SIC، برای یکی از کاربران NOMA تداخل ایجاد می‌شود. اما برای ادامه مسیر این مقاله می‌توان به شبکه‌های چندسلولی اشاره کرد. به همین منظور اگر یک سیستم چندسلولی را در نظر بگیریم و در صورتی که طیف مورد استفاده آن‌ها یکسان باشد، علاوه بر تداخلی درون سلولی (بین کاربران NOMA)، تداخل بین سلولی نیز حاصل خواهد شد. از این رو اگر یک کاربر NOMA یا OMA در پیوند فراسو اطلاعات خود را ارسال کند، از سوی کاربران سلول‌های دیگر نیز دچار تداخل می‌شود.

در شبکه چندسلولی، علاوه بر متغیرهای گسسته و پیوسته موجود در مسأله، یک متغیر باینری $\delta_{k,n}^j$ دیگر به صورت ضربی ظاهر می‌شود که اگر برابر یک باشد بدان معناست که به کاربر k ام، زیرحامل n ام از ایستگاه پایه k اختصاص یافته است و در غیراین صورت برابر صفر است. این متغیر در جمله تداخل بین سلولی ضرب می‌شود و جمله

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} \left[\log_2 \left(\sigma^2 + p_{k,n} h_{k,n} + p_{k_2,n} h_{k_2,n} \right) \right. \\
 & \left. - \log_2 \left(\sigma^2 + p_{k,n}^{t_2-1} h_{k,n} \right) - \frac{h_{k,n} (p_{k,n} - p_{k,n}^{t_2-1})}{\ln 2 (\sigma^2 + p_{k,n}^{t_2-1} h_{k,n})} \right] \\
 & - t \left(\sum_{n \in N} \sum_{k \in K} \alpha_{k,k,n} \left(p_{k,n} + \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} p_{k_2,n} + K p_c \right) \right) \\
 & + \sum_{n \in N} \gamma_n \left(\beta_n P_d + \sum_{k \in K} \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} p_{k_2,n} h_{k_2,n} \right. \\
 & \left. - \beta_n \alpha_{k,k,n} p_{k,n} h_{k,n} - \beta_n P_d \right) \quad (46)
 \end{aligned}$$

با در اختیار داشتن تابع لاگرانژ، شرایط KKT به صورت زیر بررسی می‌شود:

• شرط امکان پذیری اولیه:

$$\begin{aligned}
 & - \left(\sum_{n \in N} \sum_{k \in K} \alpha_{k,k,n} \log_2 \left(1 + \frac{p_{k,n}^* h_{k,n}}{\sigma^2} \right) \right. \\
 & + \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} \left[\log_2 \left(\sigma^2 + p_{k,n}^* h_{k,n} + p_{k_2,n}^* h_{k_2,n} \right) \right. \\
 & \left. - \log_2 \left(\sigma^2 + p_{k,n}^{t_2-1} h_{k,n} \right) - \frac{h_{k,n} (p_{k,n}^* - p_{k,n}^{t_2-1})}{\ln 2 (\sigma^2 + p_{k,n}^{t_2-1} h_{k,n})} \right] \\
 & \left. - t \left(\sum_{n \in N} \sum_{k \in K} \alpha_{k,k,n} p_{k,n}^* + \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} p_{k_2,n}^* \right) + K p_c \right) \leq 0 \quad (47)
 \end{aligned}$$

$$\beta_n P_d - \left(\sum_{k \in K} \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} p_{k_2,n}^* h_{k_2,n} - \beta_n \alpha_{k,k,n} p_{k,n}^* h_{k,n} \right) \leq 0 \quad \forall n \in N \quad (48)$$

$$p_{k,n}^* - \sum_{k_2 \in K} \alpha_{k_2,k,n} P_{\max} \leq 0 \quad \forall k \in K, \forall n \in N \quad (49)$$

$$-p_{k,n}^* \leq 0 \quad \forall k \in K, \forall n \in N \quad (50)$$

• امکان پذیری دوگان:

$$\lambda_{k,n}^* \geq 0 \quad \forall k \in K, \forall n \in N \quad (51)$$

$$\eta_{k,n}^* \geq 0 \quad \forall k \in K, \forall n \in N \quad (52)$$

$$\xi^* \geq 0 \quad (53)$$

$$\gamma_n^* \geq 0 \quad \forall n \in N \quad (54)$$

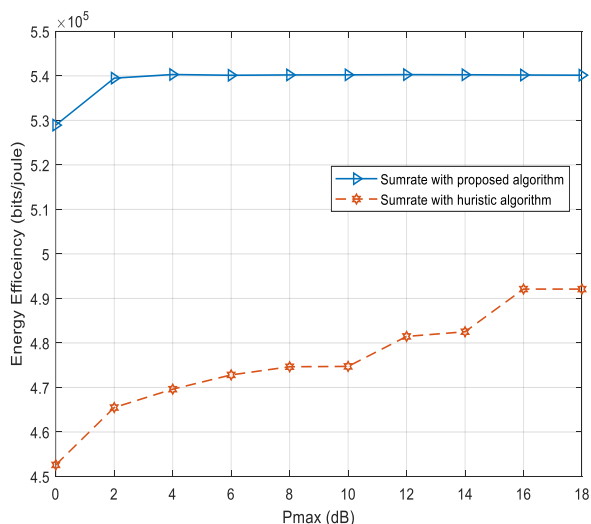
• شروط کندی مکمل^{۱۷}:

$$-\lambda_{k,n}^* p_{k,n}^* = 0 \quad \forall k \in K, \forall n \in N \quad (55)$$

$$\eta_{k,n}^* \left(p_{k,n}^* - \sum_{k_2 \in K} \alpha_{k_2,k,n} P_{\max} \right) = 0 \quad \forall k \in K, \forall n \in N \quad (56)$$

$$\gamma_n^* \left(\beta_n P_d - \sum_{k \in K} \sum_{\substack{k_2 \in K \\ k_2 \neq k}} u_{k,k_2,n} p_{k_2,n}^* h_{k_2,n} - \beta_n \alpha_{k,k,n} p_{k,n}^* h_{k,n} \right) = 0 \quad \forall n \in N \quad (57)$$

بهبود بازدهی انرژی در شبکه‌های فراسوی ...
 اضافه شده حذف می‌شوند. همانطور که مشاهده می‌شود بازدهی انرژی با تخصیص منابع روش پیشنهادی در مقاله در مقایسه با روش ابتکاری به طور میانگین ۱۱/۵ درصد بهبود داشته است.



شکل ۲ مقایسه بازدهی انرژی با روش پیشنهادی و روش ابتکاری

همچنین در شکل ۲ مجموع نرخ داده حاصل از دو روش پیشنهادی و ابتکاری مقایسه می‌شود. محور افقی نشان‌دهنده توان بیشینه هر کاربر و محور عمودی نشان‌دهنده نرخ مجموع کاربران است. در این شکل مشاهده می‌شود که به طور میانگین نرخ مجموع کاربران با استفاده از روش پیشنهادی ۱۲ درصد نسبت به روش ابتکاری بهبود یافته است. علاوه بر این می‌توان در یافت که با افزایش توان بی‌ش‌ی‌نه برای هر کاربر بازدهی انرژی افزایش می‌یابد. در نقطه ($p_{max} = 4 \text{ dB}$) بازدهی انرژی به بیشترین مقدار خود می‌رسد اما در توان‌های بیشینه بعد از آن تقریباً ثابت است، زیرا این پدیده به این دلیل است که تابع هدف بازدهی انرژی در مسأله تخصیص توان مقدار (۲۵) در توان بیشینه ۴ dB بیشترین مقدار را خواهد داشت و در توان‌های بیشینه بیشتر از ۴ dB نیز مسأله تخصیص توان این نقطه را به عنوان نقطه بهینه انتخاب می‌کند. علاوه بر این، عدم تغییر در نمودار نرخ مجموع کاربران در نقاط بعد از $p_{max} = 4 \text{ dB}$ گواهی بر این ادعاست. در نتیجه سیستم پیشنهادی در توان بیشینه ۴ dB بیشترین بازدهی مصرف انرژی را خواهد داشت.

در شکل ۳ بازدهی انرژی بر حسب درصد کاربران در لبه سلول با $p_{max} = 17 \text{ dB}$ محاسبه گردیده و تاثیر حضور کاربران در لبه سلول بر روی بازدهی انرژی بررسی شده است. در این شبیه‌سازی سلول مرکزی به طول نصف واحد در مرکز سلول در نظر گرفته شده است و بقیه نواحی لبه سلول در نظر گرفته می‌شود. محور افقی شکل ۳ درصد تعداد کاربران در لبه سلول را نشان می‌دهد و محور عمودی مقدار بازدهی انرژی بدست آمده را نمایش می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود، هر چه تعداد بیشتری از کاربران در لبه سلول قرار می‌گیرند مقدار بازدهی انرژی به دلیل افزایش افت مسیر بین کاربران و ایستگاه پایه، کاهش می‌یابد.

تداخل بین سلولی به مخرج SINR ها اضافه می‌شود. همچنین یک بعد که شماره سلول است، به متغیرهای بهینه‌سازی موجود مانند α اضافه می‌شود.

۴- نتایج شبیه‌سازی

برای شبیه‌سازی یک شبکه مخابراتی بی‌سیم با ۸ زیرحامل و ۱۲ کاربر در نظر گرفته می‌شود. بهره کانالی کاربران با در نظر گرفتن محوشدگی در مقیاس بزرگ و در مقیاس کوچک به صورت $h_{k,n} = s_{k,n} * d_k^{-\alpha}$ مدل سازی می‌شود، به طوریکه $s_{k,n}$ دارای توزیع نمایی است و $d_k^{-\alpha}$ افت مسیر هر کاربر تا ایستگاه پایه را نشان می‌دهد [۱۱]. کاربران در سطح سلولی به شکل مربع به طول واحد با توزیع یکنواخت پخش شده اند. نمایش شبیه‌سازی با استفاده از روش مونت کارلو حاصل شده است. همچنین پارامترهای در نظر گرفته شده در شبیه‌سازی در جدول ۱ بیان گردیده است.

جدول ۱ مقادیر پارامترهای مورد استفاده در شبیه‌سازی

$B = 1 \text{ MHz}$	پهنای باند در اختیار سیستم	۱
$\sigma^2 = 1$	واریانس نویز گوسی	۲
$P_d = 2 \text{ dB}$	اختلاف سطح توان دریافتی از دو کاربر NOMA	۳
$p_c = 5 \text{ w}$	توان مصرفی مدار برای هر کاربر	۴
$\alpha = 3$	افت مسیر هر کاربر تا ایستگاه پایه	۵
$\epsilon = 0.1$	حد تحمل توان در روش تفاضل محدب	۶
$\epsilon_2 = 1000$	حداقل طول بازه در روش دویخی	۷

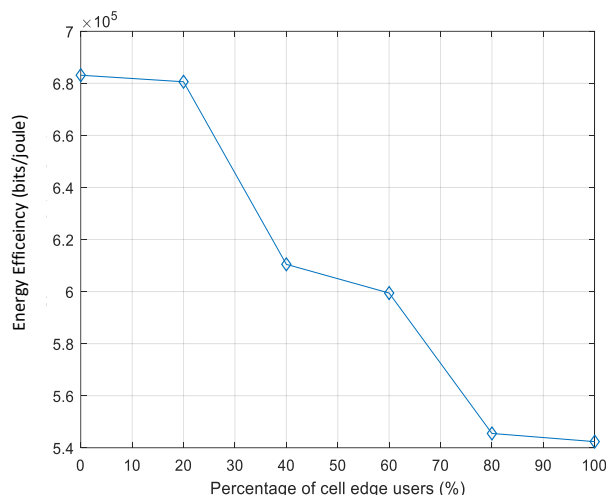
در شکل ۲ بازدهی انرژی حاصل از تخصیص منابع ارائه شده در مقاله به ازای توان‌های بیشینه مختلف برای هر کاربر محاسبه شده است. محور افقی نشان‌دهنده توان بیشینه هر کاربر و محور عمودی نشان‌دهنده بازدهی انرژی است. همچنین، در این شکل بازدهی انرژی محاسبه شده با استفاده از روش پیشنهادی با یک روش ابتکاری مقایسه شده است. در روش ابتکاری از روش ارائه شده در مقاله [۴] برای بهینه سازی مرحله اول (تخصیص زیرحامل به کاربران) با اعمال تغییراتی جزئی استفاده شده است. با توجه به اینکه روش ابتکاری در [۴] برای دسترسی NOMA با دو کاربر ارائه شده است، علاوه بر کاربرهای موجود در مدل سیستم این مقاله، تعدادی کاربر فرضی با بهره کانال بسیار کم در نظر گرفته می‌شود تا تعداد کاربران دو برابر تعداد زیرحامل‌ها شود. در روش ابتکاری، هر کاربر زیرحاملی را که در آن بیشترین بهره را دارد درخواست می‌کند. از طرف دیگر هر زیرحامل با توجه به بهره هر کاربر، حق انتخاب کاربران و رد درخواست آن‌ها را دارد. همچنین هر کاربر با کاربران دیگری که قبلاً یک زیرحامل را درخواست کرده‌اند رقابت می‌کنند. بنابراین زیرحامل، خوشه کاربرانی را انتخاب می‌کند که دارای بیشترین بازدهی انرژی را داشته باشند و کاربران رد شده بایستی دوباره درخواست خود را برای زیرحامل‌های دیگر ارسال کنند. همچنین اگر یک کاربر در یک زیرحامل قرار بگیرد، دیگر نمی‌تواند برای زیرحامل دیگری درخواستی ارسال کند. این روش زمانی متوقف می‌شود که تخصیص زیرحامل برای تمام کاربران انجام شده باشد. در انتهای تخصیص به روش زیرحامل به کاربران بر اساس [۴]، این کاربران فرضی

زیرحامل و توان تبدیل گردید. در گام تخصیص توان مسئله غیرمحدب با استفاده از روش تفاضل محدب به یک مسئله شبه‌محدب تغییر یافت و در نهایت با استفاده از روش دوبخشی توان بین کاربران بدست آمد. در نهایت نتایج شبیه‌سازی نشان داد که بازدهی انرژی به ازای یک توان بیشینه برای هر کاربر با حضور تخصیص پویای منابع به بیشترین مقدار خود می‌رسد. علاوه بر این، با افزایش درصد تعداد کاربران در لبه سلول، به دلیل افزایش افت مسیر بین ایستگاه پایه و کاربران بازدهی انرژی کاهش می‌یابد. در نهایت کاربرد تخصیص پویای منابع در شبکه‌های چندسلولی به عنوان ادامه این پژوهش پیشنهاد می‌شود.

مراجع

- [1] P. Sciences, Y. Liu, M. Elkhshlan, and Z. Qin, "Nonorthogonal multiple access for 5G and beyond," *Proc. IEEE*, vol. 105, no. 12, pp. 2347–2381, 2017.
- [2] M. Masoudi *et al.*, "Green mobile networks for 5G and beyond," *IEEE Access*, vol. 7, pp. 107270–107299, 2019.
- [3] M. Moltafet, P. Azmi, and N. Mokari, "Power minimization in 5G heterogeneous cellular networks," *Iran. Conf. Electr. Eng.*, pp. 234–238, 2016.
- [4] F. Fang, H. Zhang, J. Cheng, S. Member, and V. C. M. Leung, "Energy-efficient resource allocation for downlink non-orthogonal multiple access network," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 64, no. 9, pp. 3722–3732, 2016.
- [5] G. Liu, R. Wang, H. Zhang, S. Member, W. Kang, and T. Tsiftsis, "Super-modular game-based user scheduling and power allocation for energy-efficient NOMA network," *IEEE Trans. Wirel. Commun.*, vol. 17, no. 6, pp. 3877–3888, 2018.
- [6] M. Zeng, A. Yadav, O. A. Dobre, and H. V. Poor, "Energy-efficient power allocation for uplink NOMA," *2018 IEEE Glob. Commun. Conf.*, pp. 1–6, 2018.
- [7] A. J. Muhammed, Z. Ma, P. D. Diamantoulakis, S. Member, L. Li, and G. K. Karagiannidis, "Energy-efficient resource allocation in multicarrier NOMA systems with fairness," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 67, no. 12, pp. 8639–8654, 2019.
- [8] S. Fu, F. Fang, L. Zhao, Z. Ding, and X. Jian, "Joint transmission scheduling and power allocation in non-orthogonal multiple access," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 67, no. 11, pp. 8137–8150, 2019.
- [9] M. Zeng, A. Yadav, O. A. Dobre, and H. V. Poor, "Energy-efficient power allocation for hybrid multiple Access systems," *2018 IEEE Int. Conf. Commun. Work. (ICC Work.)*, pp. 1–5, 2018.
- [10] W. U. Khan *et al.*, "Joint spectral and energy efficiency optimization for downlink NOMA networks," *IEEE Trans. Cogn. Commun. Netw.*, vol. 6, no. 2, pp. 1–12, 2020.
- [11] M. Baghani, S. Parsaeefard, M. Derakhshani, and W. Saad, "Dynamic non-orthogonal multiple access (NOMA) and orthogonal multiple access (OMA) in 5G wireless networks," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 67, no. 9, pp. 6360–6373, 2019.
- [12] S. Boyd, L. Xiao, A. Mutapic, and J. Mattingley, "Sequential convex programming," Stanford University, Stanford, 2007.
- [13] S. Boyd and L. Vandenberghe, *Convex Optimization*. Cambridge University Press, 2004.
- [14] C.-Y. Chi, W.-C. Li, and L. Chia-Hsiang, *Convex Optimization for Signal Processing and Communications*. CRC Press, 2017.
- [15] A. L. Yuille and A. Rangarajan, "The Concave-Convex Procedure," *MIT Press Journals*, vol. 15, no. 4, pp. 915–936, 2003.

زیر نویس‌ها



شکل ۳ محاسبه بازدهی انرژی بر حسب درصد کاربران موجود در لبه سلول

برای مشاهده فاصله روش پیشنهادی مقاله با تخصیص منابع بهینه روش جست‌وجوی جامع^{۱۸} ارائه می‌شود. در صورتی که سیستم دارای ۳ کاربر ($K=3$) و ۲ زیرحامل ($N=2$) باشد، دو حالت S_1 و S_2 در نظر گرفته می‌شود. در حالت S_1 اگر زیرحامل اول OMA و زیرحامل دوم NOMA انتخاب گردد، در این صورت S_1 برابر C_1^1, C_2^1 حالت خواهد بود که ترکیب j از i است. همچنین به طور مشابه برای حالت S_2 به همین صورت محاسبه می‌شود و در نهایت تعداد کل حالت‌های بدست‌آمده در S_1 و S_2 جمع می‌شود. همچنین در شرایطی که $K=4$ و $N=2$ باشد، هر دو زیرحامل حتماً NOMA خواهند بود و تعداد کل حالت‌های تخصیص زیرحامل‌ها به کاربران برابر C_1^2, C_2^2 خواهد بود. با توجه به پیچیدگی زیادی که این روش دارا است، لذا از انتخاب مقادیر زیادی برای تعداد کاربران و زیرحامل‌ها پرهیز می‌کنیم. بنابراین برای این شبیه‌سازی $K=3$ و $N=2$ را با توان بیشینه 4dB در نظر می‌گیریم و نتایج بازدهی انرژی در جدول ۲ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، در این حالت، فاصله روش پیشنهادی با روش جست‌وجوی جامع ناچیز است.

جدول ۲ کارایی انرژی بدست‌آمده با روش پیشنهادی و روش

	جست‌وجوی جامع	
	روش پیشنهادی	روش جست‌وجوی جامع
$K=3, N=2$	$1.6069 \times 10^{+6}$	$1.6465 \times 10^{+6}$
$K=4, N=2$	$1.1894 \times 10^{+6}$	$1.1953 \times 10^{+6}$

۵- نتیجه

در سیستم ارائه‌شده یک سلول به همراه یک ایستگاه پایه تک آنتنی در پیوند فرا سو پیشنهاد کردیم. با تخصیص پویای منابع و با هدف بهبود بازدهی انرژی به یک مسئله غیرمحدب رسیدیم که روشی یکپارچه برای حل آن یافت نشد. لذا مسئله بهینه‌سازی به دو زیرمسئله تخصیص

- ^۱ Orthogonal multiple access
- ^۲ Orthogonal frequency division multiple access
- ^۳ Non-orthogonal multiple access
- ^۴ Successive interference cancellation
- ^۵ Energy efficiency
- ^۶ Interior-point
- ^۷ Successive convex approximation
- ^۸ Quality of service
- ^۹ Difference of convex function
- ^{۱۰} Bisection
- ^{۱۱} Additive white Gaussian noise
- ^{۱۲} Spectral efficiency
- ^{۱۳} Signal to interference plus noise ratio
- ^{۱۴} Affine
- ^{۱۵} Sublevel sets
- ^{۱۶} Karush Khun Tucker
- ^{۱۷} Complementary slackness
- ^{۱۸} Exhaustive search