

شبیه‌سازی جریان سیال کاریو-یاسودا با لزجت تابع دما: روش شبکه بولتزمن غیرنیوتنی

علی جلالی

امین امیری دلویی*

امیر محمد گل محمدی

مجتبی خوراشادیزاده

استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه پیام نور مرکز مشهد، مشهد، ایران

استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه بجنورد، بجنورد، ایران

دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه پیام نور مرکز مشهد، مشهد، ایران

دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه پیام نور مرکز مشهد، مشهد، ایران

چکیده

در مطالعه حاضر جریان سیال غیرنیوتنی از روی مانع دایروی در یک کانال دو بعدی با استفاده از روش شبکه بولتزمن مورد بررسی قرار گرفته است. از مدل غیرنیوتنی کاریو-یاسودا برای شبیه‌سازی خواص سیال بهره گرفته شده است. از مدل توانی با ضرایب باریک شونده دمایی مختلف برای بررسی اثرات دما بر لزجت سیال غیرنیوتنی استفاده شده است. با توجه به خاصیت محاسبات محلی در روش شبکه بولتزمن، خواص وابسته به برش و دما در سیال کاریو-یاسودا به آسانی و با دقت مرتبه دو مدل‌سازی شده‌اند. اعتبارسنجی نتایج برای پارامترهای جریان سیال و انتقال گرما با موفقیت انجام پذیرفته است. نتایج نشان می‌دهند با کاهش اندیس توانی در مدل غیرنیوتنی کاریو-یاسودا، خصوصاً در اعداد رینولدز بالاتر، عدد ناسلت متوسط حول سیلندر افزایش می‌یابد. شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهند با افزایش عدد کاریو اندازه گردابه‌های پشت سیلندر افزایش و ضریب پسا کاهش می‌یابد. نتایج بررسی تغییرات ضریب پسا بر حسب ضریب باریک-شوندگی دمایی نشان می‌دهند که لزجت تابع دما اثر قابل توجهی در میدان جریان سیال خواهد داشت؛ به نحوی که با افزایش ضریب باریک‌شوندگی دمایی، ضریب پسا و اندازه گردابه‌ها به ترتیب روندی صعودی و نزولی را تجربه خواهند کرد.

واژه‌های کلیدی: سیال غیرنیوتنی، مدل کاریو-یاسودا، روش شبکه بولتزمن، لزجت تابع دما.

Simulation of Carreau-Yasuda Fluid Flow with Temperature-dependent Viscosity: Non-Newtonian Lattice Boltzmann Method

A. Jalali

Mechanical Engineering Department, Payam-e-Noor University, Mashhad, Iran

A. miri Delouei

Mechanical Engineering Department, University of Bojnord, Bojnord, Iran

A.M. Golmaohammadi

Mechanical Engineering Department, Payam-e-Noor University, Mashhad, Iran

M. Khorashadizadeh

Mechanical Engineering Department, Payam-e-Noor University, Mashhad, Iran

Abstract

In this study non-Newtonian fluid flow in two-dimensional channel with a circular obstacle has been studied using lattice Boltzmann method. The Carreau-Yasuda non-Newtonian model is used to simulate the non-Newtonian fluid behavior. The exponential model with different temperature-thinning coefficients is utilized to investigate the temperature-dependent viscosity of non-Newtonian fluid. Regarding to the local properties of the lattice Boltzmann method, the shear-dependent and temperature-dependent properties of Carreau-Yasuda non-Newtonian fluid are easily modeled with two-order accuracy. The validation of results for fluid flow and heat transfer parameters are completed, successfully. Results show a reduction in the power index of Carreau-Yasuda non-Newtonian model leads to growth of average Nusselt number, especially in high Reynolds numbers. Simulations show an increasing in the Carreau number causes to increase of wakes formed behind the cylinder. The results of drag coefficient versus temperature-thinning coefficient shows that the temperature-dependent viscosity has a significant effect on the flow field; in a way that a growth in the temperature-thinning coefficient leads to increase and decrease of drag coefficient and size of the vortices, respectively.

Keywords: Non-Newtonian fluid, Carreau-Yasuda model, Lattice Boltzmann method, Temperature-dependent viscosity.

سیستم‌های پیچیده سیالی شکل گرفته است که سیال را نه به شکل محیط پیوسته بلکه به صورت مجموعه‌ای از ذرات تلقی می‌کند که به طور مداوم در حال تکرار سیکل برخورد - انتقال در یک شبکه گرهی هستند. این روش جدید که تحت عنوان روش شبکه بولتزمن شناخته می‌شود به واسطه ساختار هوشمندانه و بی‌بدیل خود به سرعت در زمینه شبیه‌سازی مرزهای پیچیده سیال و پدیده‌های میکروسکوپی بر حلقه‌های متداول معادلات ناویر - استوکس پیشی گرفته است [۲].

ایده اصلی در روش شبکه بولتزمن معرفی مدلی میکروسکوپی از سیال است که در آن ذرات معینی از سیال با پیروی از معادلات

۱- مقدمه

تاکنون تلاش‌های زیادی برای شبیه‌سازی جریان سیال غیرنیوتنی داخل کانال دارای مانع با اشکال هندسی متفاوت صورت گرفته است. اکثر این تحقیقات با کمک تکنیک‌های عددی مبتنی بر مکانیک پیوسته انجام شده است [۱]. این گونه تکنیک‌ها که عموماً در روش‌های مرسوم دینامیک سیالات محاسباتی، CFD، مورد استفاده قرار می‌گیرند، مبتنی بر حل عددی معادلات بقای ماکروسکوپی است. در نقطه مقابل این دیدگاه، روش جدیدی در زمینه شبیه‌سازی

را در حوزه‌ی مورد بررسی حل کردند و سیال را نیز غیرنیوتنی و تبعیت کننده از قانونی توانی در نظر گرفتند. آن‌ها نشان دادند که در سیالات غیرنیوتنی طول ناحیه‌ی گردابه‌ی تشکیل شده در پشت استوانه از طول ناحیه‌ی گردابه در حالت نیوتنی بزرگتر است. همچنین مشاهده کردند که با کاهش مقدار شاخص قانون توانی (n)، میزان طول چرخش جریان در پشت استوانه بزرگتر می‌شود که این نتایج با یافته‌های سایر محققین [۱۶] نیز مطابقت دارد. در پژوهشی دیگر چایتانیا و همکارش [۱۷] جریان سیال و انتقال گرما را برای دو استوانه با مقطع دایره که روبه روی جریان قرار دارند مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها سیال تابع قانون توانی را مورد مطالعه قرار دادند که در آن با قرار دادن ($n=1$) سیال با خواص نیوتنی، با قرار دادن ($n<1$) سیال با خواص غیرنیوتنی رقیق برشی (با خاصیت کاهش لزجت تحت برش) و نیز با قرار دادن ($n>1$) سیال با خواص غیرنیوتنی ضخیم برشی (با خاصیت افزایش لزجت تحت تنش برشی) بدست خواهد آمد. آن‌ها مسئله خود را با کمک روش حجم محدود و استفاده از نرم افزار تجاری Ansys حل و بررسی کردند. آن‌ها دریافته‌اند که مقدار عدد ناسلت یا به عبارتی مقدار انتقال گرما در سیالات غیرنیوتنی رقیق برشی بیشتر از سیالات نیوتنی ($n=1$) است و نیز مقدار ناسلت در سیالات نیوتنی بیشتر از سیالات غیرنیوتنی ضخیم برشی است. کومار و همکاران [۱۸] به صورت عددی و با نرم‌افزار Ansys جابجایی اجباری سیالات توانی را در اطراف استوانه مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها دریافته‌اند که رفتار سیال ضخیم-شونده، مقدار ضریب پسا بالتر و سیال باریک‌شونده ضریب درگ پایین‌تری را نسبت به سیالات نیوتنی ارائه می‌دهد. همچنین اندازه گردابه مشاهده شده در سیالات ضخیم‌شونده نسبت به سیالات نیوتنی و سیالات باریک‌شونده، کوچک‌تر است.

با توجه به محدودیت‌های روش شبکه بولتزمن (با توجه به نوع شبکه‌بندی آن که در یک شبکه دکارتی تعریف می‌شود) مدل‌سازی مرزهای منحنی، محدود به یک سری خطوط شکسته است که جدا از کاهش دقت شبیه‌سازی می‌تواند نتایج غیر فیزیکی نیز به دنبال داشته باشد. رایج‌ترین ایده برای بهبود دقت شبیه‌سازی برون‌یابی اطلاعات لازم در گره‌های مرزی است. در اغلب تحقیقات گذشته، متناسب با فاصله گره تا مرز منحنی از دو رابطه برای برون‌یابی استفاده شده است که می‌تواند تغییرات شدید توابع توزیع ذرات را به هنگام تعویض رابطه به دنبال داشته باشد. محمدی پور و همکاران [۱۹] در پژوهش خود طرحی جدید برای اعمال شرط مرزی پیشنهاد کردند که برون‌یابی صورت گرفته در آن فقط نیازمند به یک رابطه است و محدود به جریان سیال نبوده بلکه در تمام مسائل فیزیکی قابل اعمال است. آن‌ها به طور خاص برای شبیه‌سازی جریان سیال نیز شرط مرزی جدیدی معرفی کردند که در عین استقلال از شکل هندسی مرز، از برقراری شرط عدم لغزش در گره‌های مرزی اطمینان حاصل می‌نماید. شرط مرزی معرفی شده توسط آن‌ها در چندین مسئله فیزیکی مورد بررسی قرار گرفت و نتایج بدست آمده توسط آن‌ها، دقت مرتبه دوم آن شرط مرزی در شبیه‌سازی مرزهای منحنی را تایید کرد. همچنین امیری دلویی و همکاران [۲۰] جریان سیال غیرنیوتنی و انتقال گرمای آن را بر روی یک سیلندر داغ بررسی نمودند. آن‌ها برای شبیه‌سازی جریان و انتقال گرما از روش شبکه بولتزمن دمایی همراه با مرز غوطه‌ور استفاده نمودند. شی و همکاران [۲۱] نیز مساله‌ی انتقال گرمای کلاسیک حفره

سینماتیکی رفتار آن را به گونه‌ای شبیه‌سازی نمایند که خواص متوسط ماکروسکوپی سیال، معادلات مورد نظر در دیدگاه ماکروسکوپی (ناوبر - استوکس و پیوستگی) را ارضا نماید. روش شبکه بولتزمن با نگرشی ماکروسکوپی به سیال از یک طرف و تمرکز روی خواص متوسط ماکروسکوپی آن از طرف دیگر، سعی در تجمیع مزایای دو دیدگاه ماکروسکوپی و ماکروسکوپی در غالب ارائه نگاهی موزوسکوپی (بینابینی) به سیال دارد [۳].

در زمینه جریان سیال و انتقال گرما حول استوانه‌های با مقطع دایره‌ای نامحدود، مطالعات زیادی انجام گرفته است که نمونه‌های آن جریان استوکس است. در این زمینه نیز مطالعاتی در مورد جریان سیال غیر نیوتنی با رفتار توانی بر روی استوانه‌های نامحدود انجام شده است. تانر [۴] اولین کسی بود که در تحقیقات خود به این نتیجه رسید که قضیه استوکس دست کم در مورد سیالات غیرنیوتنی با لزجت کاهش یابنده در حضور تنش برشی با سیالات نیوتنی همخوانی ندارد. او مقدار حدی پسا روی استوانه را در رینولدز صفر به دست آورد. نتایج او در مطالعات مستقل بعدی نیز تصدیق شد [۵، ۶]. در ادامه این مطالعات بررسی انتقال گرما نیز در بررسی‌های پژوهشگران وارد شد به‌صورتی که معادله انرژی نیز با در نظر گرفتن غیرنیوتنی بودن سیال حل می‌شد. در این ارتباط، مقالات [۷-۹] در زمینه انتقال گرمای جابجایی اجباری شده است. در این تحقیقات از سیالات غیرنیوتنی برای شبیه‌سازی استفاده شده است. مدل‌سازی جریان سیال غیرنیوتنی در پژوهش آن‌ها مدل توانی بوده است. آن‌ها دریافته‌اند که شاخص توانی به شدت وابسته به شرایط سینماتیکی جریان بوده و تاثیر کمتری به نوع شرط مرزی دمایی روی سطح استوانه دارد. پژوهش‌های [۱۰، ۱۱] در موضوع ترکیب جابجایی اجباری و طبیعی را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها جریان سیال غیرنیوتنی با مدل توانی را بر روی استوانه مورد بررسی قرار داده‌اند. آن‌ها دریافته‌اند که الگوی خطوط جریان و خطوط جریان به واسطه جابجایی ترکیبی تغییر نموده و سبب افزایش ضریب درگ و آهنگ انتقال گرما از استوانه می‌گردد. تحقیق [۱۲] در مورد جابجایی طبیعی در رژیم جریان لایه‌ای، ارائه شده‌اند. آن‌ها جریان سیال غیرنیوتنی بر روی استوانه افقی را مطالعه نمودند. آن‌ها دریافته‌اند که رفتار سیال باریک‌شونده، آهنگ انتقال گرما را در مقایسه با سیال نیوتنی افزایش می‌دهد. این در حالیست که سیال ضخیم‌شونده تاثیری معکوس بر روی انتقال گرما دارد. در ادامه‌ی این تحقیقات، مطالعاتی بر روی جریان سیال غیرنیوتنی و نیز انتقال گرما بر روی استوانه دایروی محدود در بین دو صفحه موازی و یا کانال صورت گرفته است که از جمله این مطالعات می‌توان به بررسی‌های بارتی و همکاران [۱۳] اشاره کرد. آن‌ها نتایج زیادی را در مورد پسا وارد بر استوانه و نیز مشخصه‌های گردابه‌های پشت استوانه ارائه دادند. آن‌ها دریافته‌اند که مقدار ضریب پسا تابعی از عدد رینولدز و شاخص توانی است. همچنین گردابه‌های ایجاد شده در پشت استوانه با کاهش شاخص توانی، افزایش می‌یابد. او و همکاران [۱۴] در پژوهشی دیگر بررسی‌های قبلی خود را بر روی انتقال گرمای جابجایی اجباری حول استوانه‌ای دایروی که بین دو صفحه موازی به‌صورت متقارن محدود شده بود را تکرار و بررسی کردند.

نیرمالکار و همکارش [۱۵] تاثیر عدم تقارن استوانه‌ی محدود شده توسط دو صفحه موازی را بررسی کردند. آنها معادله انرژی و مومنوم

مدل سازی لزجت به صورت زیر است [۲۴]:

$$\frac{\eta(\dot{\gamma}) - \eta_{\infty}}{\eta_0 - \eta_{\infty}} = \left[1 + (\lambda \dot{\gamma})^a \right]^{\frac{n-1}{a}} \quad (1)$$

که در آن η_0 و η_{∞} به ترتیب لزجت سیال در نرخ برش بینهایت و صفر است، همچنین در رابطه‌ی فوق n اندیس توانی، λ ثابت زمانی مدل، a ثابت بدون بعد و $\dot{\gamma}$ نرخ برش هستند. همانگونه که ذکر شد در رابطه (۱) برای محاسبه ویسکوزیته مقادیر η_0 ، η_{∞} ، λ ، n ، a و $\dot{\gamma}$ مقادیر ثابتی هستند. نحوه بدست آوردن نرخ برش $\dot{\gamma}$ و طریقه محاسبه این پارامتر را می‌توان در مرجع [۲۴] مشاهده نمود. در تحلیل‌های صورت گرفته متغیر s نسبت لزجت سیال در نرخ برش بی نهایت به صفر تعریف شده است. در تحلیل حاضر برای مدل‌سازی سیالات غیرنیوتنی با مدل کاربو-یاسودا از اعداد بدون بعد زیر استفاده شده است که به ترتیب عدد رینولدز، کاربو، نسبت لزجت سیال و عدد پرانتل نام دارند:

$$Re = \frac{\rho u_0 D}{\eta_0} \quad (2)$$

$$Ca = \frac{\lambda u_0}{D} \quad (3)$$

$$s = \frac{\eta_{\infty}}{\eta_0} \quad (4)$$

$$Pr = \frac{\eta_0}{\rho \alpha} \quad (5)$$

۳- روش عددی

۳-۱- روش شبکه بولتزمن

در روش شبکه بولتزمن، ذره با استفاده از تابع توزیع بیان می‌شود. تابع توزیع با حل کردن معادله شبکه بولتزمن محاسبه می‌گردد [۲۵]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + c \cdot \nabla f = -\frac{1}{\tau} (f - f^e) \quad (6)$$

که در آن c بردار سرعت ذره، f تابع توزیع تعادلی و τ زمان آسایش بر اثر برخورد است و به لزجت سیال بستگی دارد. معادله زیر فرمول گسسته معادله (۶) است [۲۶]:

$$\frac{\partial f_{\alpha}}{\partial t} + c_{\alpha} \cdot \nabla f_{\alpha} = -\frac{1}{\tau} (f_{\alpha} - f_{\alpha}^e) \quad (7)$$

که در آن f_{α} تابع توزیع مربوطه در جهت α ، c_{α} سرعت گسسته در جهت α ، و f_{α}^e تابع توزیع تعادلی مربوطه هستند. مجموعه سرعت گسسته به صورت زیر است:

$$e_{\alpha} = \begin{cases} (0,0) & \alpha = 0 \\ (\cos\left(\left(\alpha-1\right)\frac{\pi}{4}\right), \sin\left(\left(\alpha-1\right)\frac{\pi}{4}\right))c, & \alpha = 1-4 \\ \sqrt{2}(\cos\left(\left(\alpha-1\right)\frac{\pi}{4}\right), \sin\left(\left(\alpha-1\right)\frac{\pi}{4}\right))c, & \alpha = 5-8 \end{cases} \quad (8)$$

که در آن $c = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ و Δx اندازه سلول شبکه و Δt اندازه گام

زمانی هستند. برای راحتی در روش شبکه بولتزمن فرض می‌شود که

$$\Delta x = \Delta t = 1 \quad (9)$$

متخلخل را برای حالتی که لزجت سیال آن تابع دما باشد را به روش شبکه بولتزمن حل کردند. یکی دیگر از پژوهش‌های صورت گرفته در زمینه تحلیل جریان سیال غیرنیوتنی در کانالی باوجود مانع استوانه‌ای شکل، مطالعه نجات و همکاران [۲۲] است. آن‌ها برای سیال غیرنیوتنی از مدل توانی و برای شبیه‌سازی جریان از الگوریتم شبکه بولتزمن با دقت مرتبه دو استفاده کردند. آن‌ها برای لزجت سیال که تابع تنش برشی است از محاسبه نرخ برش به‌صورت محلی با استفاده از توابع توزیع شبکه بهره بردند. آن‌ها برای اعمال شرط مرزی منحنی برای استوانه از برونیابی مرتبه دوم استفاده کردند که روش برونیابی آن‌ها برگرفته‌شده از پژوهش چن و همکاران [۲۳] است.

مساله جریان سیال غیرنیوتنی و انتقال گرما از روی سیلندر به عنوان یک هندسه مبنا برای اعتبارسنجی روش‌های مختلف عددی در هندسه‌های پیچیده بسیار متداول است. این پیکربندی جریان اطلاعات بسیار مفیدی به منظور فهم و مقایسه پدیده‌های فیزیکی مرتبط با معادلات مومنوم و گرما در هندسه‌های پیچیده ارائه می‌دهد. اگر چه تحقیقات نسبتاً زیادی درخصوص نحوه رفتار جریان سیال از روی سیلندرها با سطح مقطع دایروی انجام شده است اما بررسی اثرات لزجت تابع دما و نرخ برش کمتر مورد توجه قرار گرفته است. هدف از این مقاله شبیه‌سازی عددی جریان سیال غیرنیوتنی کاربو-یاسودا در داخل کانال با مانع دایروی است. روش مورد استفاده در این مقاله روش شبکه بولتزمن است. اثرات عدد کاربو و اندیس توانی مختلف بر روی ضرایب برآ و پسا بررسی شده است. همچنین اثر طول گردابه ایجادشده در پشت مانع، برحسب اعداد کاربو متفاوت نمایش و بررسی خواهد گردید. علاوه بر این، مساله انتقال گرما با بررسی پارامتری نظیر ناسلت و ضریب پسا مورد مطالعه قرار گرفته است. هدف اصلی از این مقاله بررسی تاثیر لزجت تابع دما بر جریان و انتقال گرما است. بر خلاف سیالات نیوتنی، سیالات غیرنیوتنی وابستگی بیشتری نسبت به دما دارند به طوری که فرض ثابت در نظر گرفتن دما در حل برای این دسته از سیالات موجب خطا در شبیه‌سازی می‌گردد. لذا در این پژوهش لزجت را تابعی از دما در نظر گرفته شده است و اثرات این تغییر بر روی ضریب پسا، طول گردابه و خطوط همدمای مورد بررسی قرار گرفته است.

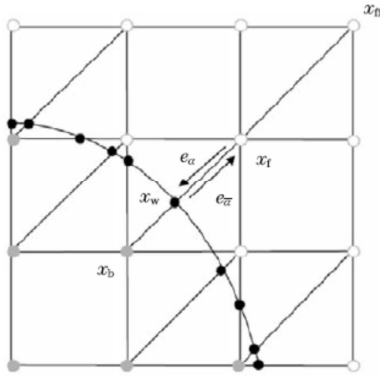
۲- سیال غیرنیوتنی کاربو-یاسودا

همان‌طور که می‌دانیم تنش در سیال نیوتنی رابطه‌ای خطی با نرخ برش دارد ولی این رابطه در سیالات غیرنیوتنی به‌صورت غیرخطی است. وابستگی لزجت به نرخ برش در اغلب سیالات غیرنیوتنی به‌صورت رقیق شونده است (لزجت تابعی نزولی از نرخ برش). به همین سبب بیشتر توابع لزجتی به صورت رقیق‌شونده مدل می‌شوند. مدل‌های مختلفی برای مدل‌سازی سیالات غیرنیوتنی وجود دارد اما اکثر آن‌ها و به‌طور خاص در مدل توانی، نرخ برش را در صفر و بی نهایت به ترتیب صفر و بی‌نهایت در نظر می‌گیرند که سبب ایجاد خطا می‌گردد. اما در این پژوهش، برای مدل کردن لزجت از مدل کاربو-یاسودا استفاده شده است که نرخ برش را در تمامی نواحی پوشش داده و همچنین رفتار باریک‌شوندگی سیالات غیرنیوتنی را به خوبی مدل‌سازی می‌نماید. رابطه‌ی رئولوژیکی مدل کاربو-یاسودا برای

مورد نیاز است.

در شکل ۱، Δ برای ارزیابی نسبت پیوند عرضی در محدوده سیال به صورت زیر تعریف می‌گردد [۲۹]:

$$\Delta = \frac{\|x_f - x_w\|}{\|x_f - x_b\|} \quad (20)$$



شکل ۱- هندسه دیواره منحنی دلخواه [۲۹]

در شرط مرزی بدون لغزش بازگشت به عقب همواره فرض می‌شود که $\Delta = 0.5$ در مرز دیواره برقرار است. به علت مرزهای منحنی شکل، مقادیر Δ همواره در بازه $(0,1)$ قرار دارند.

برای محاسبه توزیع در ناحیه جامد، بر پایه گره‌های مرزی در درون سیال، شرایط مرزی برگشتی با میان‌یابی در مرز رخ می‌دهد و بسط چابمپن برای تابع توزیع برخورد به صورت زیر به دست است [۳۰]:

$$\tilde{f}_\alpha(x_b, t + \Delta t) = (1 - \lambda) \tilde{f}_\alpha(x_f, t + \Delta t) + \lambda f_\alpha^*(x_b, t + \Delta t) - \quad (21)$$

$$2 \frac{3}{c^2} \omega_\alpha \rho(x_f, t + \Delta t) e_\alpha \cdot u_w$$

که در آن

$$u_{bf} = \begin{cases} u_{ff}, \lambda = \frac{2\Delta - 1}{\tau_m - 2}, & 0 < \Delta \leq 0.5, \\ \left(1 - \frac{3}{2}\Delta\right)u_f + \frac{3}{2}\Delta u_w, \lambda = \frac{2\Delta - 1}{\tau_m + \frac{1}{2}}, & \\ 0.5 < \Delta \leq 1 \end{cases} \quad (22)$$

در معادله بالا u_{bf} و u_w به ترتیب بیانگر سرعت موهومی برای میان‌یابی‌ها و سرعت دیواره است.

جدول (۱) نتایج مطالعه حاضر و مرجع [۳۱] در $Re=20$

گردابه	طول L_r / D	ضریب برآ	ضریب پسا	
مطالعه حاضر	۰/۱۸۵	۰/۰۱۲۷	۵/۶۰۲	
مرجع [۳۱]	۰/۱۸۴۲-۰/۱۸۵۲	۰/۰۱۰۴-۰/۰۱۱	۵/۵۷-۵/۵۹	

۴- اعتبارسنجی

جهت اعتبارسنجی روش ارائه شده از مقایسه ضرایب برآ، پسا و طول گردابه به دست آمده از کار حاضر با پژوهش اسپاچر و همکاران [۳۱] استفاده شده است (جدول ۱). با توجه به جدول ۱، نتایج حاصل از کار حاضر در محدوده قابل قبولی قرار دارند. همچنین برای صحت

برای مدل دوبعدی D2Q9 تابع توزیع تعادلی به صورت زیر به دست می‌آید [۲۶]:

$$f_\alpha^e = \omega_\alpha \rho \left(1 + \frac{3}{c^2} e_\alpha \cdot u + \frac{9}{2c^4} (e_\alpha \cdot u)^2 - \frac{3}{2c^2} u \cdot u \right) \quad (10)$$

که ω_α ضریب وزنی توزیع تعادلی در راستای α است.

$$\begin{cases} w_\alpha = 4/9 & \alpha = 0 \\ w_\alpha = 1/9 & \alpha = 1-4 \\ w_\alpha = 1/36 & \alpha = 5-8 \end{cases} \quad (11)$$

چگالی و سرعت سیال از روابط زیر به دست خواهند آمد:

$$\rho = \sum_\alpha f_\alpha \quad (12)$$

$$\rho = \sum_\alpha e_\alpha f_\alpha \quad (13)$$

مدل‌سازی سرعت گسسته با استفاده از شبکه بولتزمن به صورت زیر به دست می‌آید [۲۷]:

$$f_\alpha(x + e_\alpha \Delta t, t + \Delta t) - f_\alpha(x, t) = -\frac{1}{\tau_m} (f_\alpha(x, t) - f_\alpha^e(x, t)) \quad (14)$$

زمان آسایش برای ممنتوم τ_m برابر است با [۲۸]:

$$\tau_m = 3v + \frac{1}{2} \quad (15)$$

که u لزجت سینماتیکی است.

۳-۲- معادله شبکه بولتزمن برای دما

معادله شبکه بولتزمن برای میدان دمایی با صرفنظر از اتلاف لزج به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$g_\alpha(x + e_\alpha \Delta t, t + \Delta t) - g_\alpha(x, t) = -\frac{1}{\tau_h} (g_\alpha(x, t) - g_\alpha^e(x, t)) \quad (16)$$

که g_α تابع توزیع تعادلی دمایی در جهت α و τ_h زمان آسایش است. g_α^e تابع توزیع تعادلی متناظر است که می‌توان به صورت زیر نمایش داد [۲۷، ۲۸]:

$$g_\alpha^e = \omega_\alpha T \left(1 + \frac{3}{c^2} e_\alpha \cdot u \right) \quad (17)$$

که T دمای سیال است و از رابطه زیر به دست آمده است:

$$T = \sum_\alpha g_\alpha \quad (18)$$

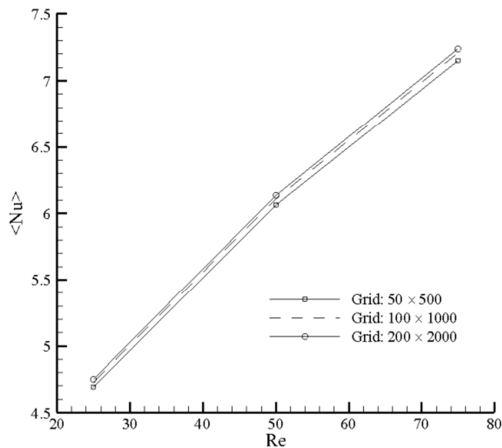
مشابه با مومنتوم، زمان آسایش برای دما به صورت زیر معین می‌گردد:

$$\tau_h = 3\sigma + \frac{1}{2} \quad (19)$$

که σ ضریب پخش است.

۳-۳- معادله شبکه بولتزمن برای دما

شکل ۱ هندسه دیواره منحنی را نمایش می‌دهد، که دایره‌های کوچک مرز x_w ، دایره‌های توخالی گره‌های مرزی در سیال x_f و دایره‌های خاکستری ناحیه جامد x_b را نشان می‌دهند. برای تکمیل نمودن حل شبکه بولتزمن، توابع $\tilde{f}(x_b, t)$ و $\tilde{g}(x_b, t)$ در مرزها



شکل ۴- تاثیر اندازه شبکه بر تغییرات عدد ناسلت بر حسب رینولدز

جدول (۲) طول گردابه در $Ca=0.32$, $a=2$ و $S=0.5$

عدد رینولدز	$n=0.25$	$n=0.5$	$n=0.75$	$n=1$
۲۵	۰/۵۷۶	۰/۵۱۷	۰/۴۴۱	۰/۳۹۵
۵۰	۱/۳۹۵	۱/۲۹۱	۱/۱۸۸	۱/۰۸۱
۷۵	۲/۰۵۹	۱/۹۲۲	۱/۷۸۳	۱/۶۳۵
۱۰۰	-	-	۲/۲۷۴	۲/۱۰۸

با توجه به این شکل مشخص است که از شبکه 100×100 به بالاتر، تغییری در نتایج رخ نداده است. لذا این تعداد شبکه برای بررسی سایر نتایج انتخاب گردیده است. در جدول ۲ مقادیر طول گردابه برای اندیس‌های توانی مختلف و در اعداد رینولدز متفاوت آورده شده است. در اعداد رینولدز کوچک‌تر از ۱۰۰ جریان پایا است و پدیده ریزش گردابه‌ها رخ نمی‌دهد. همچنین در عدد رینولدز ۱۰۰ به ازای اندیس‌های توانی بزرگتر از ۰/۵ نیز جریان پایدار است و ریزش گردابه‌ها رخ نمی‌دهد.

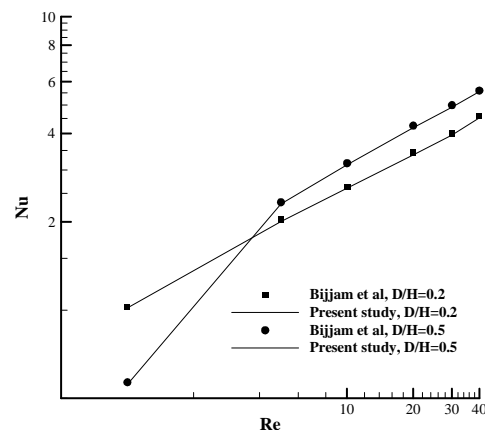
با توجه به این جدول در تمامی اعداد رینولدز با افزایش اندیس توانی طول گردابه‌های پشت سیلندر دایروی کاهش می‌یابد. در شکل ۵ تغییرات ضریب پسا با اندیس‌های توانی مختلف به ازای اعداد رینولدز مختلف آورده شده است. با توجه به این شکل با افزایش عدد رینولدز ضریب پسا کاهش می‌یابد. همچنین در تمامی اعداد رینولدز با افزایش اندیس توانی ضریب پسا افزایش می‌یابد. با توجه به این شکل تغییرات ضریب پسا از اندیس توانی ۰/۲۵ تا ۱ در رینولدز ۲۵، ۲۳/۶ درصد و در عدد رینولدز ۷۵، ۱۷/۳۹ درصد است. این تغییرات بدان معنا است که در اعداد رینولدز کوچکتر وابستگی ضریب پسا به اندیس توانی بیشتر است.

در مطالعه‌ی حاضر عدد ناسلت محلی (Nu) و عدد ناسلت متوسط مکانی ($\langle Nu \rangle$)، به ترتیب به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$Nu = -\frac{D}{(T_w - T_i)} \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_{wall} \quad (23)$$

$$\langle Nu \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} Nu d\theta \quad (24)$$

سنجی نتایج دمایی، در این حالت جایجایی اجباری سیال نیوتنی عبوری از روی سیلندر دایروی واقع در کانال مورد ارزیابی قرار گرفته است. مقایسه اعداد ناسلت حاصل از مطالعه حاضر در اعداد رینولدز مختلف و مرجع [۳۲] در شکل ۲ آورده شده است. با توجه به این شکل مقدار بیشینه درصد خطا در رینولدزهای مختلف مورد بررسی، برابر ۴/۵٪ بوده که نشان می‌دهد نتایج با مطالعات پیشین انطباق مناسبی دارد.

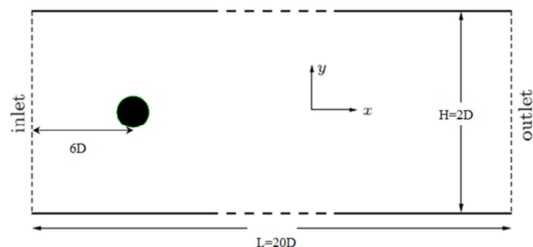


شکل ۲- تغییرات عدد ناسلت بر حسب رینولدز در مطالعه حاضر و مرجع [۳۲]

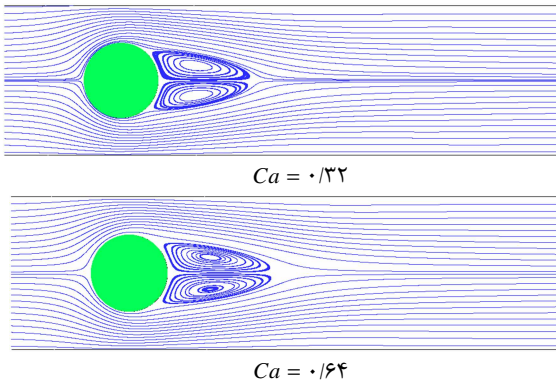
۵- نتایج

هندسه مورد بررسی برای ارائه نتایج، شامل کانالی است که در درون آن یک مانع تعبیه شده است. شکل ۳ ابعاد کانال و محل قرارگیری مانع دایروی را نشان می‌دهد. تمامی ابعاد موجود در مسئله در این شکل آمده است. در این تحلیل قطر استوانه $H/2$ در نظر گرفته شده است.

در ابتدا برای بررسی عدم وابستگی نتایج به اندازه شبکه و همچنین کاهش زمان محاسباتی، در شکل ۴ نحوه تغییرات عدد ناسلت بر حسب عدد رینولدز برای تعداد شبکه‌های مختلف آورده شده است.

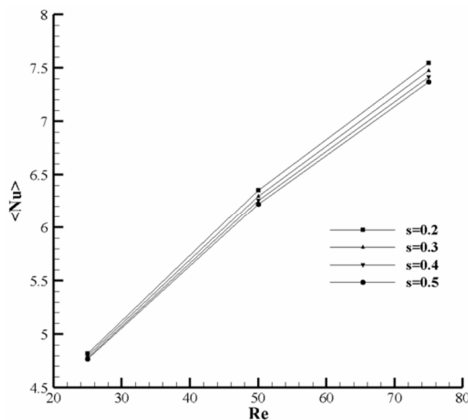


شکل ۳- هندسه مورد بررسی



شکل ۷- خطوط جریان حول سیلندر به ازای اعداد کاربو مختلف
 در $Re=50$ و $n=0.5$, $s=0.5$, $a=2$, $Ca=0.32$, b , $Ca=0.64$

تغییرات عدد ناسلت متوسط $\langle Nu \rangle$ حول سیلندر به ازای نسبت لزجت‌های مختلف در شکل ۸ آورده شده است. تغییرات به گونه‌ای است که آهنگ انتقال گرما در نسبت لزجت‌های کمتر، بیشینه است.



شکل ۸- تغییرات ضریب پسا بر حسب نسبت لزجت در اعداد رینولدز مختلف، $Ca=0.32$, $a=2$ و $n=0.5$

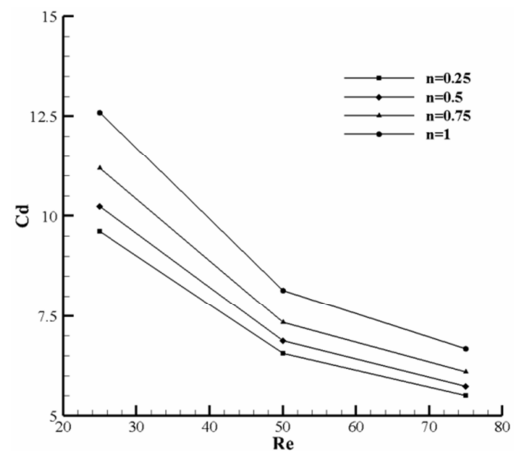
علت در این موضوع نهفته است که با کاهش این نسبت رفتار باریک شوندگی سیالات غیرنیوتنی افزایش یافته و در نهایت افزایش عدد ناسلت را سبب می‌شود. همچنین وابستگی عدد ناسلت به پارامتر نسبت لزجت در اعداد رینولدز بزرگتر بیشتر است. در شکل ۹ توزیع دما حول سیلندر به ازای نسبت لزجت‌های مختلف نمایش داده شده است. در جدول ۳ نحوه تغییرات عدد ناسلت $\langle Nu \rangle$ به ازای اعداد کاربو مختلف آورده شده است. با توجه به این جدول تغییر عدد کاربو نسبت به دیگر پارامترها اثر کمتری بر روی انتقال گرما از روی سیلندر دارد. اما با این وجود در هر رینولدز با افزایش عدد کاربو افزایش ناچیزی در ضریب انتقال گرما دیده می‌شود.

جدول ۳- تغییرات عدد ناسلت به ازای اعداد کاربو مختلف

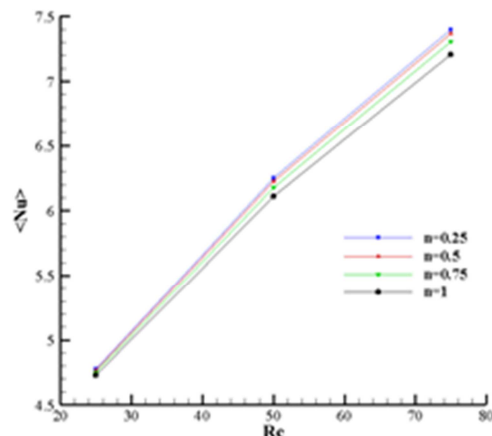
Ca=0.64	Ca=0.32	Ca=0.16	Re
3/117	3/109	3/096	25
6/232	6/225	6/210	50
7/378	7/369	7/352	75

در شکل ۶ تغییرات عدد ناسلت متوسط $\langle Nu \rangle$ با اندیس‌های توانی مختلف و در اعداد رینولدز مختلف ($Re \leq 75$) آورده شده است. همانطور که انتظار می‌رود با افزایش عدد رینولدز عدد ناسلت متوسط به دلیل افزایش خاصیت جابجایی افزایش می‌یابد و همچنین در کلیه اعداد رینولدز با کاهش اندیس توانی عدد ناسلت متوسط حول سیلندر افزایش می‌یابد.

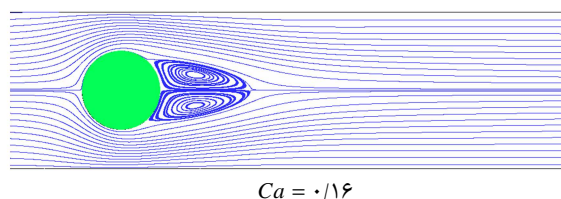
خطوط جریان به ازای اعداد کاربو مختلف در شکل ۷ آورده شده است. همان‌طور که در این شکل‌ها مشخص است با افزایش عدد کاربو اندازه گردابه‌های پشت سیلندر افزایش می‌یابد. این موضوع اهمیت بررسی عدد کاربو و در نظر گرفتن آن جهت ایجاد و کنترل گردابه در پشت مانع دایره‌ای ایجاد شده را نشان می‌دهد.



شکل ۵- تغییرات ضریب پسا بر حسب اندیس توانی در اعداد رینولدز مختلف، $S=0.5$ و $a=2$, $Ca=0.32$

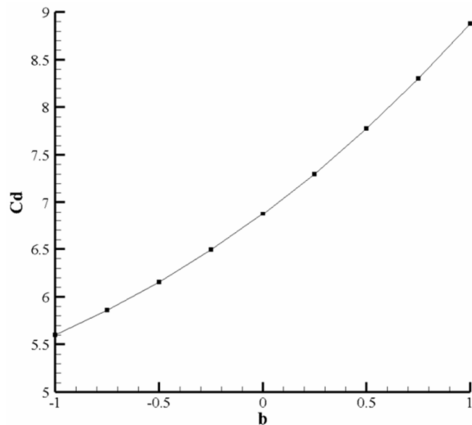


شکل ۶- تغییرات عدد ناسلت متوسط با اندیس‌های توانی مختلف در اعداد رینولدز مختلف

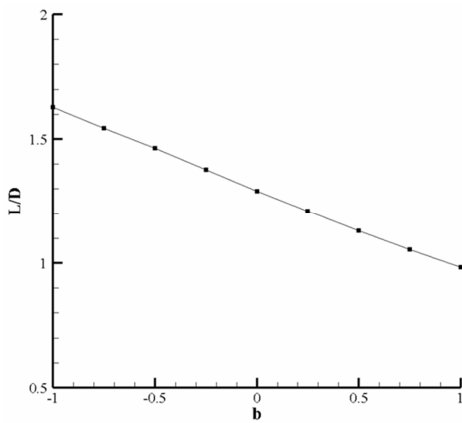


$Ca = 0.16$

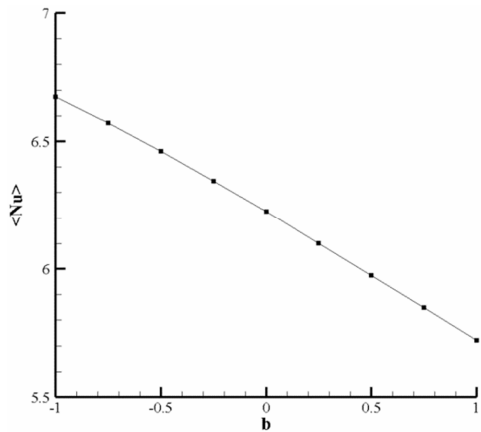
کاهش در ضریب پسا می‌شود.



شکل ۱۱- تغییرات ضریب پسا بر حسب b , $ca=0/32$, $a=2$, $s=0/5$, $Re=50$ و $n=0/5$



شکل ۱۲- تغییرات طول گردابه بر حسب b , $ca=0/32$, $a=2$, $s=0/5$, $Re=50$ و $n=0/5$



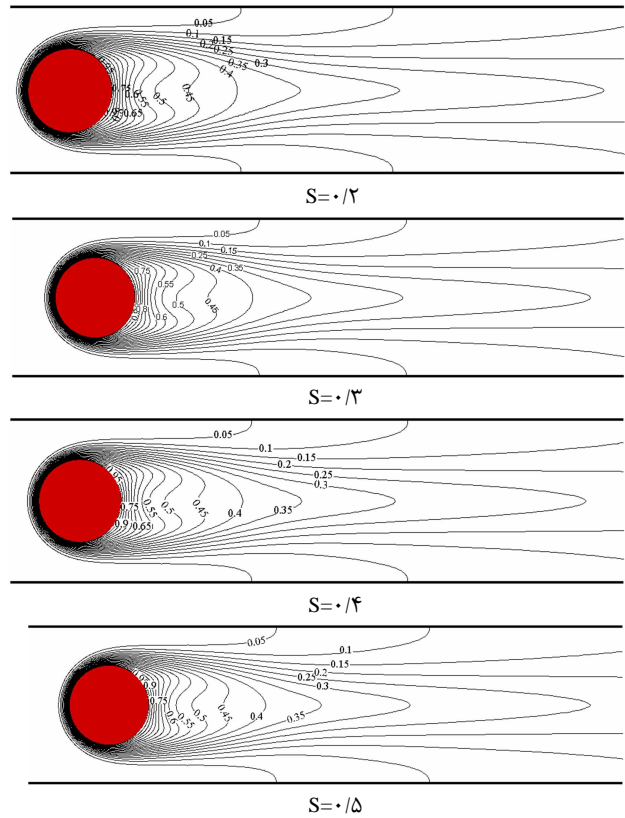
شکل ۱۳- تغییرات عدد ناسلت بر حسب b , $ca=0/32$, $a=2$, $s=0/5$, $Re=50$ و $n=0/5$

شکل ۱۲ تغییرات طول گردابه‌های پشت استوانه را بر حسب پارامتر b نمایش می‌دهد. تغییرات طول بی‌بعد گردابه‌ها در این محدوده از پارامترهای ذکر شده روند نزولی دارد و همچنین رابطه‌ای خطی بین طول گردابه و این پارامتر برقرار است. در شکل ۱۳ تغییرات عدد ناسلت بر حسب تغییرات پارامتر b آورده شده است. مطابق شکل با افزایش ثابت b ، عدد ناسلت متوسط

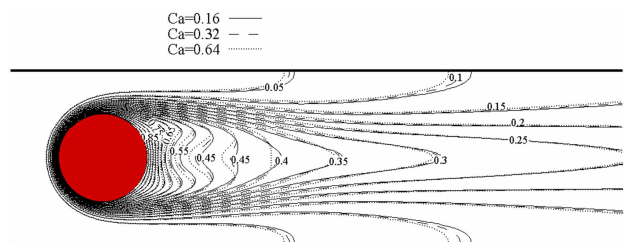
در شکل ۱۰ توزیع دما به ازای اعداد کاربو مختلف آورده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود خطوط هم‌تراز دما به ازای اعداد کاربو مختلف تفاوت چندانی ندارد. برای بررسی اثر دما بر روی ویسکوزیته سیال از مدل زیر استفاده شده است:

$$\eta = \eta(\dot{\gamma}) \exp(bT) \quad (25)$$

که b ضریب باریک شونده دمایی است و در تحلیل حاضر محدوده تغییرات این ثابت بین -1 تا 1 است.



شکل ۹- خطوط هم‌تراز دما حول سیلندر به ازای نسبت لزجت‌های مختلف در $Re=50$ و $n=0/5$, $a=2$, $ca=0/32$



شکل ۱۰- خطوط هم‌تراز دما حول سیلندر به ازای اعداد کاربو مختلف در $Re=50$ و $n=0/5$, $s=0/5$, $a=2$

شکل ۱۱ تغییرات ضریب پسا بر حسب b را نمایش می‌دهد. با توجه به این شکل تغییرات ضریب پسا بر حسب این پارامتر صعودی است. با توجه به این شکل ۱۱، ویسکوزیته تابع دما اثر مهمی در میدان جریان سیال دارد. در اطراف سیلندر داغ به ازای $b > 1$ ویسکوزیته ظاهری سیال افزایش می‌یابد و سبب افزایش نیروهای برشی به سیلندر می‌شود که این افزایش در نیروهای برشی، افزایش ضریب پسا را ناشی می‌شود و در مقابل به ازای $b < 1$ ویسکوزیته ظاهری سیال کاهش یافته و سبب

عدد کاربو، اندازه طول گردابه‌های پشت سیلندر افزایش می‌یابد. اما این عدد در مقایسه سایر اعداد بی بعد مورد بررسی، اثر کمتری بر انتقال حرارت از روی سیلندر دارد.

- لزجت تابع دما بر روی جریان تاثیر قابل توجهی دارد؛ به گونه‌ای که افزایش ضریب باریک شونده‌گی دمایی (b)، افزایش ضریب پسا را در پی دارد. همچنین تغییرات این پارامتر بر روی تغییرات طول بی‌بعد گردابه‌ها نیز بررسی گردید و مشخص شد که بین طول بی‌بعد گردابه و ضریب باریک شونده‌گی دمایی (b) رابطه ای نزولی و خطی برقرار است.
- با ترسیم خطوط هم‌تراز دما مشخص گردید که با کاهش این ضریب، خطوط جریان در نزدیکی مانع دایروی، از تراکم بیشتری برخوردار می‌شوند.

۷- مراجع

[1] Dhiman A. K., Heat transfer to power-law dilatant fluids in channel with a built-in square cylinder, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 48, pp. 1552-1563, 2009/08/01 2009.

[2] Chen S., Lattice Boltzmann Method for Fluid Flows, in *AGU Fall Meeting Abstracts*, pp. 04, 2001.

[3] Aidun C. K. and Clausen J. R., "Lattice-Boltzmann method for complex flows, *Annual review of fluid mechanics*, Vol. 42, pp. 439-472, 2010.

[4] Tanner R., Stokes paradox for power-law flow around a cylinder *Journal of non-Newtonian fluid mechanics*, Vol. 50, pp. 217-224 1993.

[5] He X., Zou Q., Luo L.-S. and Dembo M., Analytic solutions of simple flows and analysis of nonslip boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model, *Journal of Statistical Physics*, Vol. 87, pp. 115-136, 1997.

[6] Whitney M. J. and Rodin G. J., Force-velocity relationships for rigid bodies translating through unbounded shear-thinning power-law fluids, *International journal of non-linear mechanics*, Vol. 36, pp. 947-953, 2001.

[7] Soares A., Ferreira J. and R. Chhabra, Flow and forced convection heat transfer in crossflow of non-Newtonian fluids over a circular cylinder, *Industrial & Engineering Chemistry Research*, Vol. 44, pp. 5815-5827, 2005.

[8] Bharti R. P., Chhabra R., and Eswaran V., Steady forced convection heat transfer from a heated circular cylinder to power-law fluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 50, pp. 977-990, 2007.

[9] Patnana V. K., Bharti R. P., and Chhabra R. P., Two-dimensional unsteady forced convection heat transfer in power-law fluids from a cylinder, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 53, pp. 4152-4167, 2010.

[10] Soares A., Anacleto J., Caramelo L., Ferreira J., and Chhabra R., Mixed convection from a circular cylinder to power law fluids, *Industrial & Engineering Chemistry Research*, Vol. 48, pp. 8219-8231, 2008.

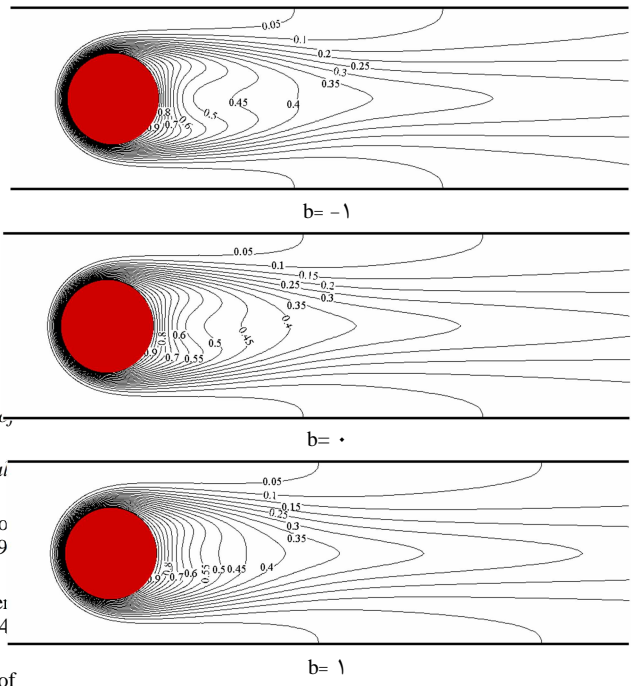
[11] Srinivas A. T., Bharti R. P., and Chhabra R. P., Mixed convection heat transfer from a cylinder in power-law fluids: effect of aiding buoyancy, *Industrial & Engineering Chemistry Research*, Vol. 48, pp. 9735-9754, 2009.

[12] Prhashanna A., and Chhabra R., Laminar natural convection from a horizontal cylinder in power-law fluids, *Industrial & Engineering Chemistry Research*, Vol. 50, pp. 2424-2440, 2011.

[13] Bharti R. P., Chhabra R., and Eswaran V., Two-dimensional steady Poiseuille flow of power-law fluids across a circular cylinder in a plane confined channel: wall effects and drag coefficients, *Industrial & engineering chemistry research*, Vol. 46, pp. 3820-3840, 2007.

[14] Bharti R. P., Chhabra R., and Eswaran V., Effect of blockage on heat transfer from a cylinder to power law liquids, *Chemical Engineering Science*, Vol. 62, pp. 4729-4741, 2007.

افزایش می‌یابد. با افزایش ضریب b لزجت ظاهری سیال افزایش می‌یابد و این افزایش به معنی ضخیم‌تر شدن ضخامت لایه مرزی هیدرودینامیکی و حرارتی و در پی آن کاهش گردابان دما بر روی سیلندر است که کاهش عدد ناسلت را سبب می‌شود.



شکل ۱۴- خطوط هم‌تراز دما حول سیلندر بر حسب b, n=0/5, a=2, Re=50 و s=0/5

در شکل ۱۴ خطوط هم‌تراز دما به ازای تغییرات پارامتر b آمده است. با کاهش این متغیر فشردگی خطوط هم‌تراز دما در اطراف سیلندر افزایش می‌یابد.

۶- نتیجه گیری

- در این پژوهش، شبیه‌سازی جریان سیال غیر نیوتنی با خواص تابع دما در داخل کانال با مانع دایروی به روش شبکه بولتزمن بررسی گردیده است. برای مدل‌سازی سیال غیرنیوتنی از مدل کاریو-یاسودا استفاده شده است. اعتبارسنجی نتایج برای پارامترهای جریان و انتقال گرما با موفقیت انجام شده است. نتایج حاصل از شبیه‌سازی انجام گرفته به صورت زیر قابل بیان است:
- در اعداد رینولدز کوچکتر از ۱۰۰، جریان پایا بوده و پدیده ریزش گردابه‌ها رخ نمی‌دهد. در تمامی اعداد رینولدز بررسی شده با افزایش اندیس توانی، طول گردابه‌های پشت سیلندر دایروی کاهش و ضریب پسا افزایش می‌یابد. با افزایش عدد رینولدز عدد ناسلت متوسط نیز به دلیل افزایش ضریب جابجایی افزایش می‌یابد.
 - با کاهش اندیس توانی عدد ناسلت متوسط حول سیلندر افزایش می‌یابد؛ البته در اعداد رینولدز بالاتر، عدد ناسلت بیشتر به اندیس توانی وابسته است.
 - با افزایش نسبت لزجت، عدد ناسلت افزایش و ضریب پسا کاهش می‌یابد.
 - با افزایش عدد کاربو، ضریب پسا کاهش می‌یابد. همچنین با افزایش

- [15] Nirmalkar N., and Chhabra R., Forced convection in power-law fluids from an asymmetrically confined heated circular cylinder, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 55, pp. 235-250, 2012.
- [16] D'Alessio S., and Finlay L., Power-law flow past a cylinder at large distances, *Industrial & engineering chemistry research*, Vol. 43, pp. 8407-8410, 2004.
- [17] Chaitanya N., and Dhiman A., Non-Newtonian power-law flow and heat transfer across a pair of side-by-side circular cylinders, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 55, pp. 5941-5958, 2012.
- [18] Kumar A., Dhiman A., and Baranyi L., CFD analysis of power-law fluid flow and heat transfer around a confined semi-circular cylinder, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 82, pp. 159-169, 3// 2015.
- [19] Mohammadipoor O., Niazmand H., and Mirbozorgi S., A new curved boundary treatment for the lattice Boltzmann method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, pp. 28-41, 2013.
- [20] Delouei A. A., Nazari M., Kayhani M., and Succi S., Non-Newtonian unconfined flow and heat transfer over a heated cylinder using the direct-forcing immersed boundary-thermal lattice Boltzmann method, *Physical Review E*, Vol. 89, p. 053312, 2014.
- [21] Rong F., Guo, Z., Zhang T., and Shi B., NUMERICAL STUDY OF BÉNARD CONVECTION WITH TEMPERATURE-DEPENDENT VISCOSITY IN A POROUS CAVITY VIA LATTICE BOLTZMANN METHOD, *International Journal of Modern Physics C*, Vol. 21, pp. 1407-1419, 2010.
- [22] Nejat A., Abdollahi V., and Vahidkhal K., Lattice Boltzmann simulation of non-Newtonian flows past confined cylinders, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 166, pp. 689-697, 2011.
- [23] Chen S., Martinez D., and Mei R., On boundary conditions in lattice Boltzmann methods, *Physics of Fluids (1994-present)*, Vol. 8, pp. 2527-2536, 1996.
- [24] Bird R., Armstrong R., and Hassager O., Dynamics of polymer liquids, vol. 1, *Fluid Dynamics*, Wiley/Interscience, New York, pp. 296-423, 1987.
- [25] Bhatnagar P. L., Gross E. P., and Krook M., A model for collision processes in gases. I. Small amplitude processes in charged and neutral one-component systems, *Physical review*, Vol. 94, pp. 511, 1954.
- [26] Yu D., Mei R., Luo L.-S., and Shyy W., Viscous flow computations with the method of lattice Boltzmann equation, *Progress in Aerospace Sciences*, vol. 39, pp. 329-367, 2003.
- [27] Guo Z., Shi B., and Zheng C., A coupled lattice BGK model for the Boussinesq equations, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 39, pp. 325-342, 2002.
- [28] Barrios G., Rechtman R., Rojas J., and Tovar R., The lattice Boltzmann equation for natural convection in a two-dimensional cavity with a partially heated wall, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 522, pp. 91-100, 2005.
- [29] Nemati H., Farhadi M., Sedighi K., Pirouz M. M., and Abatari N. N., Convective heat transfer from two rotating circular cylinders in tandem arrangement by using lattice Boltzmann method, *Applied Mathematics and Mechanics*, Vol. 33, pp. 427-444, 2012.
- [30] Mei R., Yu D., Shyy W., and Luo L.-S., Force evaluation in the lattice Boltzmann method involving curved geometry, *Physical Review E*, Vol. 65, pp. 041203, 2002.
- [31] Schäfer M., Turek S., Durst F., Krause E., and Rannacher R., Benchmark computations of laminar flow around a cylinder: Springer, 1996.
- [32] Bijjam S., Dhiman A., and Gautam V., Laminar momentum and heat transfer phenomena of power-law dilatant fluids around an asymmetrically confined cylinder, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 88, pp. 110-127, 2015.