

بررسی معیارهای خستگی چند محوره در پیش‌بینی عمر استوانه توخالی از جنس آلیاژ GH4169 و مقایسه با نمونه مرجع تجربی

سوران حسنی فرد*

امین معماری

سیروس امینی

محمد رضا خوشروان آذر

دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران

دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران

دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران

استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران

چکیده

واماندگی خستگی که در اکثر قطعات مهندسی رخ می‌دهد عموماً به بارگذاری چند محوره ارتباط داده می‌شود. تغییر محورهای اصلی تنش و کرنش در بارگذاری چندمحوری سبب سخت‌شوندگی اضافی شده و به عنوان عامل اصلی در کاهش عمر خستگی تلقی می‌شود. منشا چندمحوره بودن ریشه در دلایل مختلفی دارد و ممکن است ناشی از چند محوره بودن بارگذاری خارجی، هندسه پیچیده اجزا و یا تنش‌های پسماند باشد. در تحقیق حاضر معیارهای خستگی چند محوره گوناگونی برای پیش‌بینی عمر خستگی قطعه‌ای از جنس آلیاژ مورد استفاده قرار گرفته است و با استفاده از روش اجزا محدود یک نمونه استوانه‌ای توخالی از جنس آلیاژ GH4169 تحت بارگذاری چند محوره کرنش کنترلی در دمای بالا، شبیه سازی شده است. حلقه‌های پسماند و تخمین عمر حاصل از نتایج شبیه‌سازی با نتایج تجربی نمونه مرجع صحت سنجی شده‌اند. نتایج نشان می‌دهند رهیافت‌هایی که اثر همزمان تنش، کرنش و سخت‌شوندگی اضافی را (خصوصاً در دمای بالا) در نظر می‌گیرند تخمین بهتری از عمر پیش‌بینی شده ارائه می‌کنند. از میان چندین معیار ارائه شده، به ترتیب معیارهای فاطمی-کورات، معیار فاطمی-سوسی و معیار انرژی بیشترین قرابت و همخوانی را با نتایج تجربی دارند.

واژه‌های کلیدی: خستگی چند محوره، حلقه‌های پسماند، خستگی در دمای بالا، خستگی کم‌چرخه.

Experimental and Numerical Investigation of Multiaxial Fatigue Criteria for Fatigue Life Estimation in the Hollow Cylinder of Alloy GH4169

S. Hasanifard

Faculty of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran

A. Memari

Faculty of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran

C. Amini

Faculty of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran

M.R. Khoshrovan Azar

Faculty of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran

Abstract

Fatigue failure occurring in most engineering components, generally is related to multiaxial loadings. Variation in principal axes of stresses and strains in multiaxial loading causes additional hardening and this is assumed as the main reason of fatigue life decrease. The origin of multiaxiality may have diverse reasons and may arise from multiaxial loading, complicated geometry or residual stresses. In the present study various multiaxial fatigue criteria were applied for predicting fatigue life of an alloy and by using the finite element method a hollow cylindrical specimen made of alloy GH4169 was simulated under strain controlled multi-axial loading at high temperature. Hysteresis loops derived from simulation results and estimated life have been validated and compared with reference sample experimental results. The results shows that approaches considering simultaneous effect of stress, strain and additional hardening, especially at high temperature loading condition, could better predict the life. Among the presented criteria, Fatemi-Kurath, Fatemi-Socie and energy criteria have closest predictions to experimental results.

Keywords: multiaxial fatigue, hysteresis loops, high temperature fatigue, low cycle fatigue.

۱- مقدمه

داشته باشد. چند محوره بودن بارگذاری خارجی، هندسه پیچیده اجزا و یا تنش‌های پسماند. چنین بارهای چندمحوره‌ای عمدتاً نامتناسب هستند [۴]. در سال‌های اخیر بسیاری از مطالعات ابتدایی خستگی چندمحوری مربوط به خستگی‌های پرچرخه و تحلیل‌های S-N هستند که معمولاً کرنش‌های پلاستیک ناچیز در نظر گرفته می‌شوند [۶]. برای بسیاری از قطعات مهندسی در معرض بارگذاری‌های نامتناسب، با افزایش سخت‌شوندگی کاهش عمر نهایی قطعه تا ۹۰ درصد نیز گزارش شده‌است. بنابراین به دلیل اینکه نظریه‌های خستگی

در بسیاری از قطعات مهندسی، واماندگی خستگی را به بارگذاری‌های چند محوره نسبت می‌دهند. حتی در بارگذاری‌های تک‌محوره، در محل‌های شکاف‌دار بارهای چندمحوری موجود هستند. تغییر محورهای اصلی تنش و کرنش در بارگذاری چندمحوری سبب سخت‌شوندگی اضافی می‌شود و به عنوان عامل اصلی در کاهش عمر خستگی تلقی می‌شود [۵-۱]. منشا چندمحوره بودن ممکن است دلایل مختلفی

تک محوری و چندمحوری بارگذاری متناسب پاسخگوی بارگذاری های خستگی چندمحوره نامتناسب نیستند، رهیافت های متعددی برای بارگذاری نامتناسب ارائه شده اند [۷-۱۰]. پیش بینی های عمر خستگی چند محوره ابتدا به وسیله پارامترهای معادل تک محوری انجام می گرفت و بعضا نتایج غیرمحافظة کارانه ای را ارائه می دادند. در ادامه تحقیقات محققان، رهیافت های انرژی و صفحه بحرانی معرفی شدند. در بین تمام رهیافت ها، نظریه صفحه بحرانی که براساس مشاهدات و درک فیزیکی خستگی چندمحوره بنا شده است، بیشتر از همه مورد توجه قرار گرفته و توانسته است در پیش بینی عمر قطعات خستگی موفق عمل کند. این نظریه بیان می کند که ترک خستگی از یک صفحه مشخص شروع و گسترش پیدا می کند [۱، ۲، ۴، ۵، ۱۰]. مدل های صفحه بحرانی را می توان به سه گروه تنش پایه، کرنش پایه و تنش-کرنش تقسیم کرد. مدل های تنش پایه تنها در مدل هایی که کرنش های پلاستیک قابل اغماض هستند می توانند مناسب باشند و عبارات های تنش مدنظر قرار می گیرند. مدل های کرنش پایه در تمام عمرها (پرچرخه، یا کم چرخه) می توانند مورد استفاده قرار بگیرند. در مدل های تنش-کرنش، عبارات های کرنش پارامتر اصلی آسیب و عبارات های تنش، پارامترهای ثانویه آسیب هستند. با ورود عبارات های تنش در کنار کرنش، علاوه بر سخت شونده گی نامتناسب، تنش های متوسط یا باقیمانده نیز در مدل ها در نظر گرفته خواهند شد که برای نمونه در مدل فاطمی-سوسی^۱ می توان آن را ملاحظه کرد [۷]. در بخش دوم به معرفی دقیق این مدل و مدل های دیگر مدل ها پرداخته خواهد شد.

۲- مواد روش ها

۲-۱- معادلات حاکم

در این بخش به معرفی جامع معادلات رهیافت های خستگی چند محوره که در این تحقیق ارائه شده اند، پرداخته می شود.

۲-۲- مدل براون و میلر (BM)

ایده صفحات بحرانی ابتدا به وسیله براون و میلر بیان شد [۷]. این نظریه بر طبق رابطه (۱) بیان می کند که حداکثر دامنه کرنش برشی به همراه دامنه کرنش عمودی وارد شونده در صفحه حداکثر دامنه کرنش برشی، کنترل کننده رشد ترک خستگی تحت بارگذاری چندمحوره خواهد بود:

$$\gamma_{a,max} + s\Delta\epsilon_n = c \quad (1)$$

دامنه کرنش برشی بیشینه در صفحه بحرانی و $\Delta\epsilon_n$ مربوط به محدوده کرنش عمودی موجود در صفحه مورد نظر است. پارامتر s نیز به عنوان یک ویژگی و ثابت ماده شناخته می شود و شرح آن در مرجع [۱۸] ارائه شده است. در پژوهش فعلی در بازه ۱۰۰ تا ۱۰۰۰ سیکل که بازه دربرگیرنده عمر تجربی قطعات مورد مطالعه است، s به عنوانی تابعی از عمر در محدوده ۰/۳۹۳۵ تا ۰/۳۵۳۹ قرار دارد. لذا از مقدار متوسط ۰/۳۷ استفاده شده است.

۲-۳- مدل کرنش معادل محوری

در مرجع [۱۴] رابطه بین پارامتر تفاضل کرنشی ϵ_n^* و عمر خستگی که موقعیت وقوع این پارامتر بر نتایج تأثیری نداشته و تنها مقدار آن مهم بوده است، بهتر از رابطه بین ϵ_n و عمر خستگی معرفی شده و به همین دلیل به عنوان یک پارامتر جدید و مناسب تر در روابط آسیب خستگی انتخاب شده است. رابطه ϵ_n^* به صورت زیر ارائه شده است:

$$\epsilon_n^* = \max(\epsilon_n(t))_{t_A < t < t_B} - \min(\epsilon_n(t))_{t_A < t < t_B} = \epsilon_n^{max} - \epsilon_n^{min} \quad (2)$$

در نظریه صفحه بحرانی، فیندلی [۱۱] صفحه وقوع حداکثر تنش برشی را به عنوان صفحه بحرانی معرفی کرد. اسمیت-واتسون-تاپر [۱۲] حداکثر کرنش عمودی را به عنوان پارامتر اصلی در نظر گرفتند. سوسی [۱۳] نوع شکست ماده را در تعیین صفحه حداکثر کرنش عمودی یا برشی موثر می دانست. براون و میلر [۷] صفحه وقوع دامنه کرنش برشی بیشینه را به عنوان صفحه شروع و گسترش ترک خستگی معرفی کردند و کرنش های عمودی در آن صفحات را تضمین کننده ادامه رشد ترک دانستند. وانگ و براون [۱۴] به کمک مدل کاندیل-براون-میلر^۲ [۱۵] صفحه وقوع حداکثر جابجایی کرنش عمودی^۳ را صفحه بحرانی دانستند و یک مدل جدید براساس مدل براون و میلر معرفی کردند. فاطمی و سوسی [۱۶] مدل براون و میلر را با در نظرگیری سخت شونده گی اضافی و اعمال تنش های عمودی اصلاح کردند. در این بین، مدل هایی که کرنش برشی را به عنوان پارامتر آسیب اصلی در تشخیص صفحه بحرانی معرفی می کنند، پارامتر نهایی در گسترش ترک را از ترکیب تنش ها یا کرنش های عمودی با کرنش های برشی در آن صفحات به دست می آورند [۳، ۵]. هم چنین، در تعدادی از رهیافت ها از ثوابت خاصی که تابع جنس ماده می باشد استفاده شده است که با تغییر عمر تغییر می کنند و در حقیقت ثابت نیستند. این مسئله به دلیل آنکه برای استفاده از مدل مربوطه نیاز به دانستن آن ثابت مشخص وجود دارد ممکن است به عنوان یک

در این بخش به معرفی جامع معادلات رهیافت های خستگی چند محوره که در این تحقیق ارائه شده اند، پرداخته می شود.

¹ Fatemi-Socie (FS)

² Kandil-Brown-Miller (KBM)

³ Normal Strain Excursion

۲-۵- مدل ترکیبی

اگر آسیب خستگی به صورت زیر تعریف شود:

$$D = \frac{1}{N_f} \quad (6)$$

می‌توان D_ε را برای حالت بارگذاری محوری و D_γ را نیز برای حالت بارگذاری برشی تعریف کرد. هریک از روابط کرنش معادل برشی و کرنش معادل محوری به ترتیب برای بارگذاری های عمودی و برشی نتایج مختلفی می‌دهند. در صورتی که D_γ و D_ε برای یک نوع بارگذاری معین، آسیب‌های خستگی به دست آمده از روابط ذکر شده باشند، می‌توان مدل ترکیبی زیر را ارائه کرد [۴]:

$$\begin{cases} \frac{\Delta \varepsilon_{eq}^{cr}}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c & \text{if } D_\varepsilon > D_\gamma \\ \frac{\Delta \gamma_{eq}^{cr}}{2} = \frac{\tau'_f}{G} (2N_f)^{b'} + \gamma'_f (2N_f)^{c'} & \text{if } D_\gamma > D_\varepsilon \end{cases} \quad (7)$$

$$\frac{\Delta \varepsilon_{eq}^{cr}}{2} = \sqrt{(\varepsilon_n^*)^2 + \frac{1}{3}(\gamma_{max,a})^2}$$

$$\frac{\Delta \gamma_{eq}^{cr}}{2} = \sqrt{3(\varepsilon_n^*)^2 + (\gamma_{max,a})^2}$$

مدل کرنش معادل محوری و برشی، به ترتیب برای حالت های برشی خالص و تک محوری نتایج درستی را پیش‌بینی نمی‌کنند. همچنین هیچ کدام از دو مدل برای حالت بارگذاری چندمحوری نتایج قابل اعتمادی ارائه نمی‌کنند و پراکندگی نتایج زیاد خواهد بود. در صورتی که مدل ترکیبی می‌تواند نتایج را برحسب نوع و اماندگی با دقت قابل قبول‌تری پیش‌بینی کند [۲].

۲-۶- مدل کاندیل، براون و میلر (KBM)

کاندیل، براون و میلر در [۱۵]، یک ایده جدید بر اساس شکل مرسوم و رایج از تئوری براون و میلر برای شکست خستگی کم‌چرخه پیشنهاد کردند:

$$\gamma_{a,max} + s\Delta \varepsilon_n = [1 + v_e + s(1 - v_e)] \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + [1 + v_p + s(1 - v_p)] \varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (8)$$

متغیرهای v_e و v_p ضرایب پواسون در حالت‌های الاستیک و پلاستیک هستند و پارامتر s بعد از برازش^۴ داده‌های تجربی تک‌محوری و پیچشی به دست می‌آید.

۲-۷- مدل فاطمی و سوسی (FS)

فاطمی و سوسی در [۱۶] سخت‌شوندگی اضافی را که در بارگذاری نامتناسب رخ می‌دهد، در مدل براون و میلر لحاظ کرده و به همین منظور پیشنهاد جایگزینی $\varepsilon_{a,n}$ را با $\sigma_{max,n}$ مطرح کردند که $\sigma_{max,n}$ برابر تنش حداکثر در صفحه دامنه کرنش برشی بیشینه است.

$$\gamma_{a,max} \left(1 + k \frac{\sigma_{max,n}}{\sigma_y} \right) = \quad (9)$$

^۴ fitting

نقاط A و B مربوط به زمان‌هایی هستند که در یک بلوک^۱ از بارگذاری کنترل‌شده کرنش، اندازه‌های اکسترمم (حداکثر و حداقل) کرنش برشی در آنها اتفاق می‌افتد و ε_n^* طبق رابطه (۲) در این بازه زمانی تعریف می‌شود. در این شرایط عمر خستگی N_f بر حسب تابعی از محدوده کرنش برشی حداکثر یا حداکثر دامنه کرنش برشی و نیز تفاضل کرنشی ε_n^* بیان می‌شود $(f(\Delta \gamma_{max}, \varepsilon_n^*))$. در این شیوه، در هنگام بارگذاری متناسب به دلیل وقوع همزمان نقاط حداکثر کرنش برشی و عمودی، مقدار ε_n^* برابر با $\Delta \varepsilon_n$ شده و روش ε_n^* و رهیافت براون و میلر معادل هم خواهند بود. در مرجع [۳، ۴] برای خستگی چندمحوره، پارامتر خستگی بر پایه کرنش محوری حاصل از ترکیب ε_n^* و $\gamma_{max,a}$ و بر اساس معیار وون مایزر^۲ جهت ایجاد دامنه کرنش عمودی معادل کاملاً معکوس شونده، با فرض خستگی کم‌چرخه و غالب بودن کرنش‌های پلاستیک و فرض نسبت پواسون ۰/۵، به صورت رابطه (۳) معرفی شده است:

$$\frac{\Delta \varepsilon_{eq}^{cr}}{2} = \sqrt{(\varepsilon_n^*)^2 + \frac{1}{3}(\gamma_{max,a})^2} \quad (3)$$

$$= \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c$$

این رابطه برای بارگذاری تک محوری به رابطه کافین-مانسون^۳ تغییر پیدا می‌کند و $\Delta \varepsilon_{eq}^{cr}/2$ برابر $\Delta \varepsilon_{eq}/2$ خواهد شد. N_f عمر خستگی بوده و b و c ثوابت ماده هستند.

۲-۴- مدل کرنش معادل برشی

در این مدل که در روابط (۴) و (۵) نشان داده شده‌است، دامنه کرنش برشی کاملاً معکوس شونده معادل، برحسب کرنش محوری وون مایزر معادل محاسبه شده‌است [۳، ۴]:

$$\frac{\Delta \varepsilon_{eq}^{cr}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_{a,x} - \varepsilon_{a,y})^2 + (\varepsilon_{a,x} - \varepsilon_{a,z})^2 + (\varepsilon_{a,y} - \varepsilon_{a,z})^2 + 6 \left(\frac{\gamma_{xy}^2}{4} + \frac{\gamma_{xz}^2}{4} + \frac{\gamma_{yz}^2}{4} \right)} \quad (4)$$

$$= \frac{\gamma}{\sqrt{3}} \rightarrow \gamma = \sqrt{3} \frac{\Delta \varepsilon_{eq}^{cr}}{2}$$

$$\frac{\Delta \gamma_{eq}^{cr}}{2} = \sqrt{3(\varepsilon_n^*)^2 + (\gamma_{max,a})^2} \quad (5)$$

$$= \frac{\tau'_f}{G} (2N_f)^{b'} + \gamma'_f (2N_f)^{c'}$$

مشابه کرنش معادل محوری، این رابطه نیز برای بارگذاری برشی خالص به رابطه کافین-مانسون در شکل برشی تغییر پیدا می‌کند و $\Delta \gamma_{eq}^{cr}/2$ برابر $\Delta \gamma_{eq}/2$ خواهد شد. τ'_f و γ'_f ثابت ماده هستند. یک مزیت پارامترهای معادل پیشنهاد شده در این است که رابطه محاسبه عمر خستگی فاقد ثابت اضافی ماده بوده و می‌تواند برای کاربرد مهندسی مناسب باشند.

^۱ هر بلوک بارگذاری، به طور متناوب تکرار می‌شود.

^۲ Von Mises

^۳ Coffin-Manson

۲-۱۱- مدل چگالی انرژی کرنشی - صفحه بحرانی

در این مدل [۸] با کمک روش سوسی و استفاده از صفحه کرنش عمودی اصلی حداکثر به عنوان صفحه بحرانی و استفاده از عبارت‌های برشی، ایده جدیدی به شرح زیر ارائه شده است:

$$\varepsilon_{1,a}^{max} \sigma_{a,n} + \gamma_{a,n} \tau_{a,n} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^{2b} + \sigma'_f \varepsilon'_f (2N_f)^{b+c} \quad (13)$$

مدل بالا به نام رهیافت چگالی انرژی کرنشی - صفحه بحرانی نام گذاری شده و $\varepsilon_{1,a}^{max}$ یا $\varepsilon_{1,a}$ دامنه حداکثر کرنش عمودی اصلی، و $\gamma_{a,n}$ ، $\tau_{a,n}$ ، $\sigma_{a,n}$ دامنه کرنش برشی، دامنه تنش برشی و دامنه تنش عمودی در صفحه وقوع حداکثر کرنش عمودی اصلی هستند. برای بارگذاری چندمحوره متناسب، $\gamma_{a,n}$ و $\tau_{a,n}$ برابر صفر بوده و رابطه بالا به رابطه سوسی کاهش پیدا می‌کند. در رهیافت چگالی انرژی کرنشی - صفحه بحرانی، برای شکست نوع برشی، صفحه دامنه کرنش برشی حداکثر به عنوان صفحه بحرانی شناخته می‌شود و رابطه به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$\gamma_{a,max} \tau_{a,n} + \varepsilon_{a,n} \sigma_{a,n} = \frac{\tau'_f}{G} (2N_f)^{2b_t} + \tau'_f \gamma'_f (2N_f)^{b+c} \quad (14)$$

که $\gamma_{a,max}$ صفحه دامنه کرنش برشی حداکثر و $\varepsilon_{a,n}$ ، $\sigma_{a,n}$ ، $\tau_{a,n}$ دامنه کرنش عمودی، دامنه تنش عمودی و دامنه تنش برشی در صفحه وقوع دامنه کرنش برشی حداکثر هستند.

۲-۱۲- مشخصات ابعادی و فیزیکی نمونه

هندسه نمونه مورد بررسی، بر طبق ابعاد و اندازه‌های مرجع [۱۰]، استوانه‌ای به طول ۵۰ میلی‌متر، قطر داخلی ۱۲ میلی‌متر و قطر خارجی ۱۶ میلی‌متر است. قطعه مورد بررسی آلیاژ GH4169 بوده و ویژگی‌های مکانیکی و خستگی آن به صورت زیر است:

جدول ۱- خصوصیات مکانیکی آلیاژ GH4169 در دمای ۶۵۰ درجه

سلسیوس [۱۰]			
$T/^\circ C$	E/GPa	ν_e	ν_p
650	182	0.325	0.5

منحنی تنش - کرنش بارگذاری متناوب محوری در دمای ۶۵۰ درجه سلسیوس از رابطه رامبرگ آژگود^۱ حاصل شده است.

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_a}{E} + \left(\frac{\sigma_a}{K'}\right)^{\frac{1}{n'}} \quad (15)$$

در این رابطه n' توان سخت‌شوندگی متناوب و K' مشخصه استحکام بارگذاری متناوب ماده است. K' برابر ۱۹۵۰ مگاپاسکال و n' برابر ۰/۱۵ است [۱۰]. در معادله عمر کافین-مانسون، برای بارگذاری برشی کم‌چرخه که به صورت زیر است:

$$\gamma_a = \frac{\tau'_f}{G} (2N_f)^{b'} + \gamma'_f (2N_f)^{c'} \quad (16)$$

چنانچه ثوابت مربوط به آزمایش بارگذاری برشی موجود نباشند،

^۱ Romberg Osgood

$$\frac{\tau'_f}{G} (2N_f)^{b'} + \gamma'_f (2N_f)^{c'}$$

در این رابطه σ_y تنش تسلیم، G مدول برشی بوده و b' ، γ'_f ، τ'_f و c' و ثوابت ماده هستند. پارامتر k نیز یک ضریب تجربی بوده و بعد از تطبیق داده‌های خستگی تک محوری و پیچشی به دست می‌آید و شرح آن در مرجع [۱۸] ارائه شده است. مشابه روال استفاده شده در تعیین پارامتر s مدل براون و میلر، در بازه تجربی ۱۰۰ تا ۱۰۰۰ سیکل، k در مدل فاطمی و سوسی در محدوده ۰/۱۲۲۶۰ تا ۰/۱۵۰۰۷ قرار دارد و از مقدار متوسط ۰/۱۴ استفاده می‌شود.

۲-۸- مدل فاطمی و کورات

فاطمی و کورات در [۱۹] رابطه زیر را برای خستگی کم چرخه، با در نظر گرفتن سخت‌شوندگی اضافی تحت بارگذاری نامتناسب ارائه کردند:

$$\gamma_{a,max} \left(1 + k \frac{\sigma_{max,n}}{\sigma_y}\right) = \left[(1 + \nu_e) \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + (1 + \nu_p) \varepsilon'_f (2N_f)^c \right] \times \left[1 + k \left(\frac{\sigma'_f}{2\sigma_y} (2N_f)^b \right) \right] \quad (10)$$

۲-۹- مدل سوسی

سوسی [۱۳] نوع ترک را در انتخاب مدل خستگی چندمحوره موثر می‌دانست و بدین منظور روش اسمیت-واتسون-تاپر را به عنوان معیار صفحه بحرانی برای ترک نوع کششی قرار داد و صفحه دامنه کرنش عمودی بیشینه را به عنوان صفحه بحرانی انتخاب کرد.

$$\sigma_{max,n} \varepsilon_{1,a} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^{2b} + \sigma'_f \varepsilon'_f (2N_f)^{b+c} \quad (11)$$

که ε_1 کرنش عمودی اصلی حداکثر بوده و $\sigma_{max,n}$ تنش حداکثر در صفحه مورد نظر است. طبق نتایج روش اسمیت-واتسون-تاپر نتایج درستی را تنها برای مواد با شکست عمودی خواهد داد.

۲-۱۰- مدل وو و همکاران (WHS)

از ترکیب دو معیار فاطمی و سوسی و اسمیت-واتسون-تاپر توسط وو و همکارانش [۵]، روش جدید زیر به نام WHS معرفی شده است:

$$\gamma_{a,max} + k \sqrt{\frac{\sigma_{max,n} \Delta \varepsilon_n}{E}} = \frac{\tau'_f}{G} (2N_f)^{b_0} + \gamma'_f (2N_f)^{c_0} \quad (12)$$

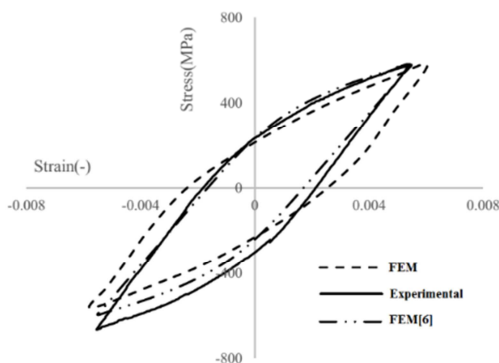
در این رابطه، صفحه دامنه کرنش برشی بیشینه به عنوان صفحه بحرانی در نظر گرفته شده است و $\sigma_{max,n}$ و $\Delta \varepsilon_n$ در این صفحه انتخاب می‌شوند. پارامتر k نیز ثابت ماده بوده و از روی داده‌های تک‌محوری و برشی به دست می‌آید. k از لحاظ تئوری ثابت نبوده و با عمر تغییر می‌کند و نیاز به حل سعی و خطا دارد. ولی می‌توان برای آن در محدوده عمر مورد نظر، از مقدار متوسطی استفاده کرد. در این مسئله در بازه ۱۰۰ تا ۱۰۰۰ سیکل k در محدوده ۰/۰۶۳ تا ۰/۷۱۵۶ قرار دارد و از مقدار متوسط ۰/۸۹ استفاده شده است.

بعدی مرتبه دوم با ۲۰ گره در هر المان، C3D20R انتخاب شده است. برای مقایسه نتایج عددی با نتایج تجربی، سه حالت بارگذاری در نظر گرفته شده به شرح زیر به نمونه اعمال شده است و عمر خستگی تجربی به دست آمده برای سه حالت در جدول (۴) ارائه شده است.

جدول ۴- عمر تجربی در سه حالت مختلف بارگذاری

ϵ_z	$\gamma_{\theta z}$	ϕ	$f(Hz)$	$N_f(cycle)$ [۱۰]
0.00546	0.00884	0	0.1	458
0.00789	0.01260	90	0.1	218
0.00701	0.01160	45	0.05	260

در این جدول ϕ اختلاف فاز بوده و N_f عمر خستگی تجربی را نشان می‌دهد. همانطور که از نتایج تجربی مشاهده می‌شود، در اختلاف فاز ۹۰ درجه بین کرنش‌های اعمالی، به دلیل وجود حداکثر سخت شوندهگی اضافی تحت بارگذاری نامتناسب، قطعه کمترین عمر را دارد. به منظور اعتبار سنجی و مقایسه نتایج عددی و تجربی، حلقه پسماند با نتایج تجربی و نتایج تحلیل عددی ارائه شده در مرجع [۱۰] مقایسه می‌شود. شکل (۱) نمایش حلقه پسماند برای بارگذاری متناسب است. از آنجا که هم‌پوشانی زیاد حلقه پسماند قابل رویت است، به نتایج شبیه‌سازی انجام شده می‌توان با اعتماد نگریست.



شکل ۱- حلقه پسماند تحلیل عددی، حلقه پسماند تجربی و تحلیل عددی مرجع

۵- تعیین متغیرها

در صورتی که در دستگاه مختصات استوانه‌ای جهت R برابر ۱، جهت θ برابر ۲ و جهت Z برابر ۳ باشد، کرنش برشی به صورت γ_{23} و کرنش عمودی به صورت ϵ_{33} خواهد بود. در صورتی که زاویه وقوع کرنش برشی بیشینه ψ باشد، این کرنش برشی از رابطه (۲۰) به دست می‌آید:

$$\gamma'_{23} = -\frac{\epsilon_{22} + \epsilon_{33}}{2} \sin 2\psi + \frac{\gamma_{23}}{2} \cos 2\psi \quad (20)$$

محل وقوع دامنه کرنش برشی بیشینه در محدوده ۰ تا ۱۸۰ درجه، در دو نقطه اتفاق می‌افتد و به اندازه ۹۰ درجه باهم تفاوت دارند. کرنش عمودی نیز از رابطه (۲۱) در صفحه محدوده کرنش برشی بیشینه به دست می‌آید و با داشتن مقادیر در هر نقطه در طول زمان می‌توان محدوده تغییرات آن ($\Delta\epsilon$) را به دست آورد.

می‌توان از روابط زیر برای به دست آوردن ثوابت بهره برد [۱]:

$$\begin{aligned} \tau'_{fz} &= \frac{\sigma'_f}{\sqrt{3}} ; \gamma'_{fz} = \sqrt{3} \epsilon'_f \\ b' &= b ; c' = c \end{aligned} \quad (17)$$

با استفاده از داده‌های مربوط به بارگذاری محوری موجود در مرجع [۱۰] و روابط بالا، ویژگی‌های خستگی ماده در جدول ۲ محاسبه شده‌اند.

۳- اعمال بارگذاری و شرایط مرزی

جهت اعمال بارگذاری مورد نظر، یک انتهای نمونه به صورت کامل گیردار در نظر گرفته شده و بارگذاری با کنترل کرنش به صورت دو کرنش طولی و برشی در انتهای دیگر نمونه اعمال شده است. به دلیل تقارن هندسی، در روابط کرنش بر حسب جابجایی در دستگاه مختصات استوانه‌ای می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \gamma_{\theta z} &= \frac{du_{\theta}}{dz} \Rightarrow du_{\theta} = \gamma_{\theta z} \cdot dz \\ du_{\theta} &= \bar{r} \cdot d\theta \Rightarrow d\theta = \frac{\gamma_{\theta z} \cdot dz}{\bar{r}} \end{aligned} \quad (18)$$

که \bar{r} شعاع موثر، $d\theta$ مقدار پیچش محوری بر حسب رادیان و dz طول المان است. برای محاسبه \bar{r} نیز از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$r_o^4 - r_i^4 = \bar{r}^4 \quad (19)$$

برای نمونه استوانه‌ای مقدار \bar{r} برابر ۷/۲۷ میلی‌متر محاسبه شده و مقدار dz نیز برابر ۵۰ میلی‌متر است. با توجه به بارگذاری کرنش کنترل شده، مقدار شرایط مرزی اعمال شونده در سه حالت مطابق جدول ۳ است.

جدول ۲- خصوصیات خستگی آلیاز GH4169 در دمای ۶۵۰ درجه سلسیوس [۱۰]

σ'_f/MPa	ϵ'_f	b	c
1565.2	0.162	-0.086	-0.580
τ'_{fz}/MPa	γ'_{fz}	b'	c'
903.7	0.281	-0.086	-0.580

جدول ۳- اعمال شرایط مرزی در سه حالت مختلف

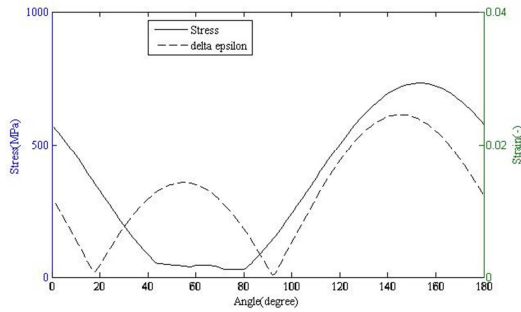
	$dl_z(mm)$	$d\theta(rad)$	$d\theta(deg)$
Case1	0.2730	0.0608	3.48
Case2	0.3945	0.0867	4.96
Case3	0.3505	0.0798	4.57

بارگذاری‌ها به ترتیب به صورت متناسب با فرکانس ۰/۱ هرتز، نامتناسب با اختلاف فاز ۹۰ درجه با فرکانس ۰/۱ هرتز و نامتناسب با اختلاف فاز ۴۵ درجه و فرکانس ۰/۰۵ هرتز هستند. شکل موجی بارگذاری‌ها، مثلثی و متناوب است.

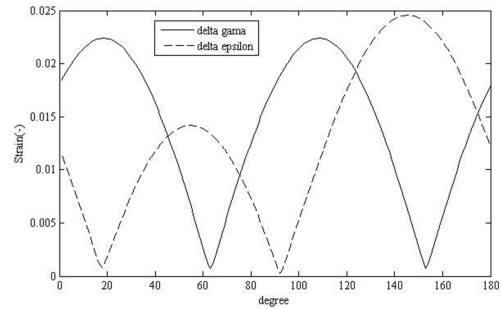
۴- مدل‌سازی و اعتبار سنجی

برای شبکه‌بندی از ۴۴ المان در راستای محیطی با زاویه ۸/۱۸ درجه استفاده شده است. تعداد کل گره‌ها ۲۴۵۵۲ گره و تعداد کل المان‌ها ۴۴۰۰ المان بوده است. نوع المان‌ها از نوع المان‌های سه

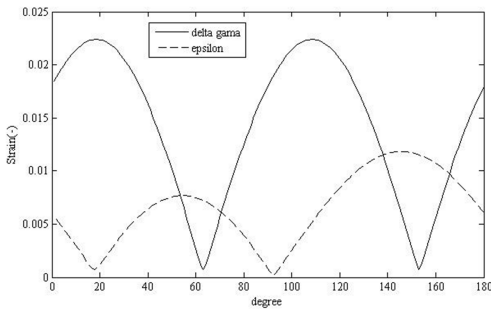
$$\epsilon'_{33} = \frac{\epsilon_{22} + \epsilon_{33}}{2} - \frac{\epsilon_{22} + \epsilon_{33}}{2} \cos 2\psi - \epsilon_{23} \sin 2\psi \quad (21)$$



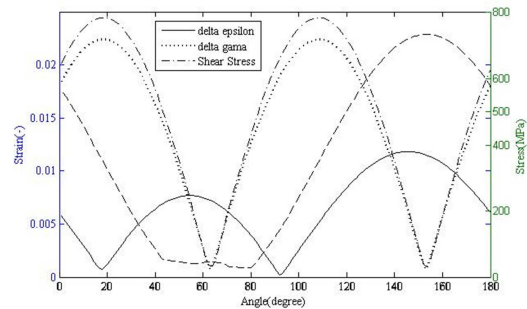
(ت) متغیرهای مورد نیاز مدل سوسی
محور چپ عمودی: ϵ ، محور راست عمودی: σ



(الف) متغیرهای مورد نیاز مدل‌های براون-میلر و کاندیل، براون و میلر
محور چپ عمودی: $\Delta\gamma$ و $\Delta\epsilon$ ، محور راست عمودی بدون متغیر

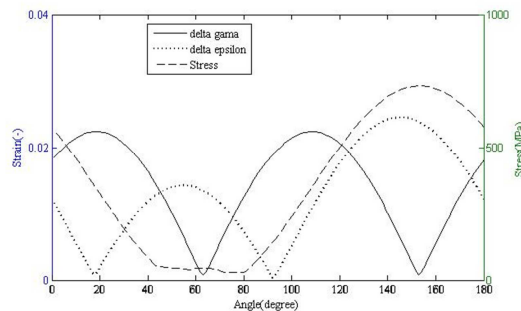


(ج) متغیرهای مورد نیاز مدل وانگ و براون (ترکیبی)
محور چپ عمودی: $\Delta\epsilon$ و $\Delta\gamma$ ، محور راست عمودی بدون متغیر

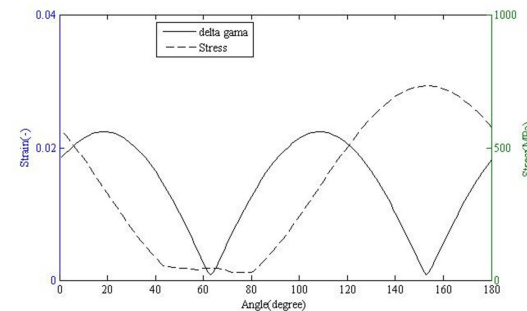


(ب) متغیرهای مورد نیاز مدل انرژی

محور چپ عمودی: $\Delta\epsilon$ و $\Delta\gamma$ ، محور راست عمودی τ و σ



(د) متغیرهای مورد نیاز مدل وو و همکاران
محور چپ عمودی: $\Delta\epsilon$ و $\Delta\gamma$ ، محور راست عمودی σ



(پ) متغیرهای مورد نیاز مدل فاطمی-سوسی و مدل فاطمی-کورات محور چپ
عمودی: $\Delta\gamma$ ، محور راست عمودی σ

شکل ۲- تغییرات متغیرهای مورد نیاز مدل‌ها برحسب درجه در بارگذاری متناسب

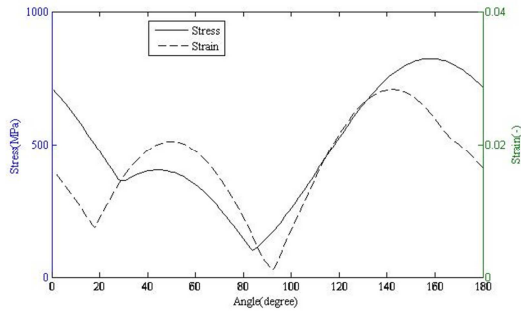
۶- نتایج

جدول ۵ پارامترها و ثوابت مورد نیاز مدل‌های مختلف، به منظور تخمین عمر را برای سه حالت بارگذاری متناسب، نامتناسب با اختلاف فاز ۴۵ درجه و ۹۰ درجه به ترتیب در سطر اول، دوم و سوم هر ردیف و مستخرج از سری شکل‌های (۲-۴) و فرض‌های بیان شده را نشان می‌دهد. با استفاده از متغیرها، پارامترها و ثوابت مشخص شده در جدول‌های مذکور، عمر تئوری در هر مدل تخمین زده شده و این عدد با نتایج تجربی مقایسه می‌شود که نتایج این فرایند در جدول ۶ کاملاً نمایان است. این جدول توانایی مدل‌های مختلف معرفی شده در پیش‌بینی عمر خستگی در مورد قطعه مورد نظر و با شرایط بیان شده را نشان می‌دهد. بخشی از خطای موجود مربوط به مدل‌سازی و تحلیل

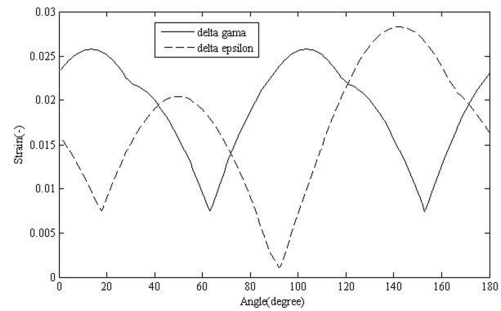
در کلیه شکل‌های (۲)، (۳) و (۴)، برای سه حالت بارگذاری، محدوده تغییرات متغیرهای مورد نیاز برای پیش‌بینی عمر خستگی در مدل‌های مختلف بر حسب تغییرات زاویه صفحه نشان داده شده‌اند. بدین ترتیب، شکل‌های (۲)، (۳) و (۴)، نمایانگر متغیرهای لازم جهت تخمین عمر خستگی با تغییرات زاویه برای مدل‌های براون-میلر و کاندیل، براون و میلر (الف)، انرژی (ب)، فاطمی-سوسی و فاطمی-کورات (پ)، سوسی (ت)، وانگ و براون (ترکیبی) (ج)، وو و همکاران (د)، به ترتیب در بارگذاری‌های متناسب، بارگذاری نامتناسب با اختلاف فاز ۴۵ درجه و بارگذاری نامتناسب با اختلاف فاز ۹۰ درجه هستند.

در پیش بینی عمر برخوردار هستند به خصوص در دمای بالا.

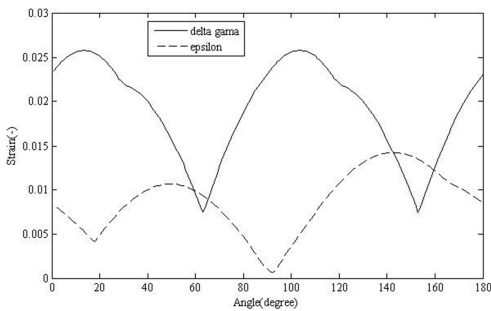
عددی است. ولی با این وجود همانطور که مشاهده می شود مدل هایی که تاثیر همزمان تنش و کرنش را در نظر می گیرند، از توانایی بیشتری



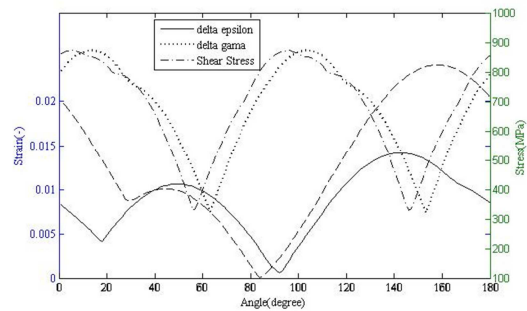
(ت) متغیرهای مورد نیاز مدل سوسی
محور چپ عمودی: $\Delta\epsilon$ ، محور راست عمودی: σ



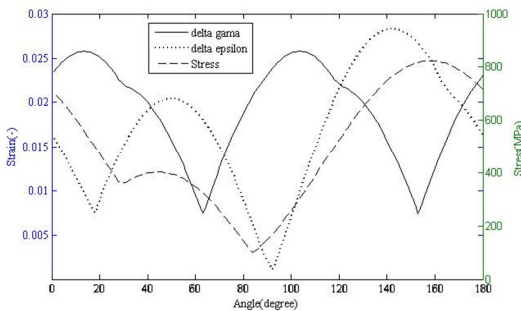
(الف) متغیرهای مورد نیاز مدل های براون-میلر و کاندیل، براون و میلر
محور چپ عمودی: $\Delta\gamma$ و $\Delta\epsilon$ ، محور راست عمودی بدون متغیر



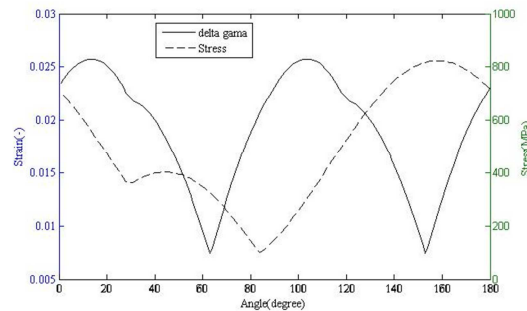
(ج) متغیرهای مورد نیاز مدل وانگ و براون (ترکیبی)
محور چپ عمودی: $\Delta\gamma$ و $\Delta\epsilon$ ، محور راست عمودی بدون متغیر



(ب) متغیرهای مورد نیاز مدل انرژی
محور چپ عمودی: $\Delta\gamma$ و $\Delta\epsilon$ ، محور راست عمودی σ و τ

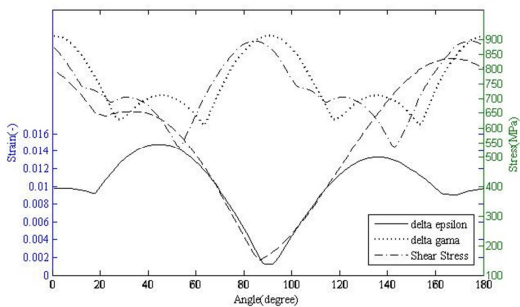


(د) متغیرهای مورد نیاز مدل وو و همکاران
محور چپ عمودی: $\Delta\gamma$ و $\Delta\epsilon$ ، محور راست عمودی σ

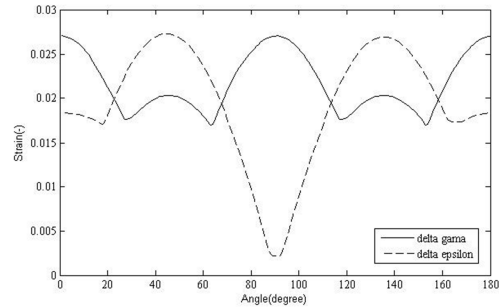


(پ) متغیرهای مورد نیاز مدل فاطمی-سوسی و مدل فاطمی-کورات
محور چپ عمودی: $\Delta\gamma$ ، محور راست عمودی σ

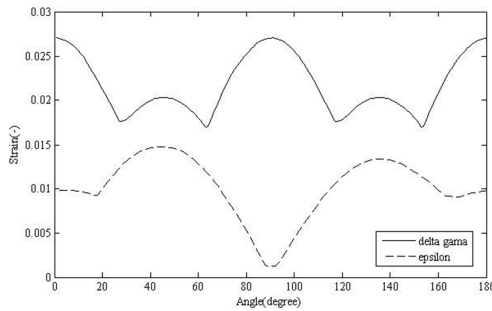
شکل ۳- تغییرات متغیرهای مورد نیاز مدل ها برحسب درجه در بارگذاری نامتناسب با اختلاف فاز ۴۵ درجه



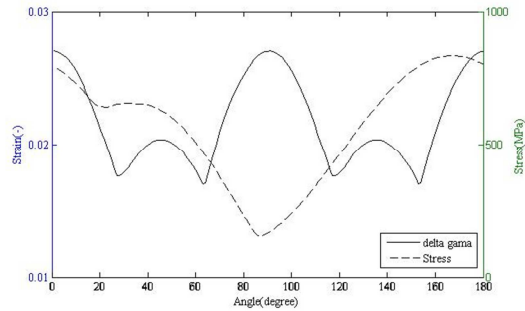
(ب) متغیرهای مورد نیاز مدل انرژی
محور چپ عمودی: $\Delta\gamma$ و $\Delta\epsilon$ ، محور راست عمودی σ و τ



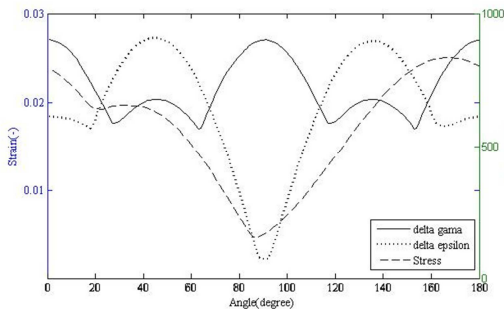
(الف) متغیرهای مورد نیاز مدل های براون-میلر و کاندیل، براون و میلر
محور چپ عمودی: $\Delta\gamma$ و $\Delta\epsilon$ ، محور راست عمودی بدون متغیر



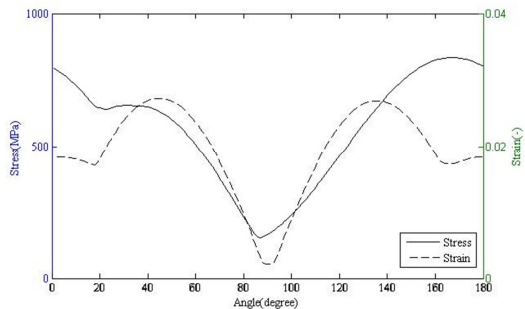
(ج) متغیرهای مورد نیاز مدل وانگ و براون (ترکیبی)
محور چپ عمودی: $\Delta\gamma$ و $\Delta\epsilon$ ، محور راست عمودی بدون متغیر



(پ) متغیرهای مورد نیاز مدل فاطمی-سوسی و مدل فاطمی-کورات محور چپ عمودی: $\Delta\gamma$ ، محور راست عمودی σ



(د) متغیرهای مورد نیاز مدل وو و همکاران
محور چپ عمودی: $\Delta\gamma$ و $\Delta\epsilon$ ، محور راست عمودی σ



(ت) متغیرهای مورد نیاز مدل سوسی
محور چپ عمودی: ϵ ، محور راست عمودی σ

شکل ۴- تغییرات متغیرهای مورد نیاز مدل‌ها بر حسب درجه در بارگذاری نامتناسب با اختلاف فاز ۹۰ درجه

شرایط مرزی، شبکه‌بندی و تحلیل عددی دقیق باشند، می‌توان به نتایج عددی اتکا کرد. این مطلب در نتایج پیش‌بینی مدل فاطمی-سوسی و فاطمی-کورات و مقایسه آن با نتایج تجربی به وضوح قابل مشاهده است.

ذکر این نکته ضروری است که اگر رهیافتی که برای یک نمونه و در شرایط مختلف عمر دقیق‌تری پیش‌بینی می‌کند، الزاماً نمی‌توان ادعا داشت که برای قطعه‌ای از جنس ماده‌ای دیگر و در شرایط جدید بارگذاری و محیطی، پیش‌بینی عمر درست‌تری در مقایسه با دیگر رهیافت‌ها داشته باشد و این نشان‌دهنده یکی از محدودیت‌ها و نقاط ضعف تمامی مدل‌های ارائه شده و نیز پیچیدگی بحث خستگی خصوصاً خستگی چندمحوره است. همانطور که اشاره شد، نتایج تنها مرتبط به این مسئله خاص و شرایط مسئله بوده و نمی‌توان عمومیتی کامل برای آن قائل شد. با رجوع به مراجع استفاده شده و مقایسه نتایج مدل‌هایی که در این پژوهش بررسی شده‌اند با نتایج همان مدل‌ها در نمونه‌های دیگر و شرایط بارگذاری مختلف، امکان مشاهده اینکه رهیافت‌های برتر در این پژوهش نتایج غیر محافظه‌کارانه‌ای در مقایسه با دیگر رهیافت‌های خستگی چندمحوره در پی داشته‌اند، دور از انتظار نخواهد بود.

۷- نتیجه‌گیری

نوع ماده در نوع شکست و در انتخاب مدل مناسب تاثیرگذار است و در پیش‌بینی عمر خستگی چندمحوره موثر خواهد بود.

با توجه به اینکه شرایط مسئله، بارگذاری نامتناسب در دمای بالا بوده‌است، مدل‌هایی که تاثیر سخت‌شوندگی اضافی را در نظر نگرفته‌اند قادر به پیش‌بینی بهتر نتایج نبوده‌اند و در مقابل مدل‌هایی که تاثیر تنش (به عنوان متغیر در برگیرنده سخت‌شوندگی اضافی) را در نظر گرفته‌اند، پیش‌بینی بهتری از عمر خستگی داشته‌اند. به عبارت بهتر رهیافت‌هایی که تاثیر هم‌زمان تنش و کرنش را در نظر می‌گیرند، پیش‌بینی بهتری از عمر خستگی چندمحوره ارائه می‌دهند. در این خصوص می‌توان به نتایج پیش‌بینی مدل‌های فاطمی-سوسی، فاطمی-کورات، مدل انرژي، مدل وو و همکاران و همچنین مدل سوسی که عبارت‌های متغیر تنش در همه آنها استفاده شده است در یک سمت و نتایج پیش‌بینی سه مدل دیگر که عبارت‌های متغیر تنش در آنها استفاده نشده است و تنها بر مبنای متغیرهای کرنش بیان شده‌اند، در سمت دیگر نگریست. دسته اول به مراتب پیش‌بینی بهتری ارائه کرده‌اند.

در مواقعی که امکان انجام آزمایش‌های تجربی خستگی چندمحوره وجود نداشته باشد، در صورتی که مدل‌سازی، شرایط بارگذاری و

جدول ۵- متغیرهای محاسبه شده مورد نیاز در سه حالت بارگذاری

Model	Critical Angle	$\gamma_{a,max}$	$\Delta\epsilon_n$	$\epsilon_{a,n}$	ϵ_n^*	$\epsilon_{1,a}$	$\sigma_{max,n}$	$\tau_{a,n}$	$\gamma_{a,n}$	$\sigma_{a,n}$	k	s
BM	108	0.0112	0.01052	-	-	-	-	-	-	-	-	0.37
	104	0.0129	0.01025	-	-	-	-	-	-	-	-	0.37
	104	0.01352	0.01838	-	-	-	-	-	-	-	-	0.37
WB	108	0.0112	-	-	0.02305	-	-	-	-	-	-	0.37
	104	0.0129	-	-	0.01101	-	-	-	-	-	-	0.37
	0	0.01352	-	-	0.01996	-	-	-	-	-	-	0.37
Mixed	108	0.0112	-	-	0.02305	-	-	-	-	-	-	0.37
	104	0.0129	-	-	0.01101	-	-	-	-	-	-	0.37
	0	0.01352	-	-	0.01996	-	-	-	-	-	-	0.37
KBM	108	0.0112	0.01052	-	-	-	-	-	-	-	-	0.37
	104	0.0129	0.01025	-	-	-	-	-	-	-	-	0.37
	0	0.01352	0.01838	-	-	-	-	-	-	-	-	0.37
FS	18	0.0112	-	-	-	-	351.8	-	-	-	0.14	-
	14	0.0129	-	-	-	-	553.1	-	-	-	0.14	-
	0	0.01352	-	-	-	-	800.6	-	-	-	0.14	-
Fatemi-Kurath	18	0.0112	-	-	-	-	351.8	-	-	-	0.14	-
	14	0.0129	-	-	-	-	553.1	-	-	-	0.14	-
	0	0.01352	-	-	-	-	800.6	-	-	-	0.14	-
Socie	145	-	-	-	-	0.01228	716.7	-	-	-	-	-
	142	-	-	-	-	0.01420	763.9	-	-	-	-	-
	44	-	-	-	-	0.01363	636	-	-	-	-	-
WHS	108	0.0112	0.01052	-	-	-	345.5	-	-	-	0.89	-
	14	0.0129	0.00976	-	-	-	553.1	-	-	-	0.89	-
	0	0.01352	0.01838	-	-	-	795.3	-	-	-	0.89	-
Energy Normal	145	-	-	-	-	0.01228	-	110.9	0.00324	726.5	-	-
	142	-	-	-	-	0.01420	-	210.3	0.00743	772	-	-
	44	-	-	-	-	0.01363	-	321.2	0.01016	625	-	-
Energy Shear	108	0.0112	-	0.00526	-	-	-	391.2	-	348.5	-	-
	14	0.0129	-	0.00485	-	-	-	425.5	-	556.5	-	-
	0	0.01352	-	0.00919	-	-	-	434.6	-	791.6	-	-

جدول ۶- عمرهای بدست آمده در مدل‌های مختلف و نتایج تجربی

Model	$N_{f_{pro}}/N_{f_{exp}}$	$N_{f_{45}}/N_{f_{exp}}$	$N_{f_{90}}/N_{f_{exp}}$
BM	67/548	53/260	33/218
WB	50/548	35/260	31/218
Mixed	144/548	93/260	80/218
KBM	262/548	194/260	112/218
FS	457/548	237/260	167/218
Fatemi-Kurath	470/548	249/260	176/218
Socie	240/548	147/260	110/218
WHS	232/548	165/260	104/218
Energy	Normal	212/548	106/260
	Shear	492/548	245/260

[4] Chen H., Shang D.-G. and Bao M., Selection of multiaxial fatigue damage model based on the dominated loading modes, *International Journal of Fatigue*, Vol. 33, pp. 735-739, 2011.

[5] Wu Z., Hu X. and Song Y., Multi-axial fatigue life prediction model based on maximum shear strain amplitude and modified SWT parameter, *Jixie Gongcheng Xuebao(Chinese Journal of Mechanical Engineering)*, Vol. 49, pp. 59-66, 2013.

[6] Fatemi A. and Shamsaei N., Multiaxial fatigue: An overview and some approximation models for life estimation, *International Journal of Fatigue*, Vol. 33, pp. 948-958, 2011.

[7] Brown M. and Miller K., A theory for fatigue failure under multiaxial stress-strain conditions, " *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, Vol. 187, pp. 745-755, 1973.

[8] Chen X., Xu S. and Huang D., A critical plane-strain energy density criterion for multiaxial low-cycle

۸- مراجع

[1] Aid A., Bendouba M., Aminallah L., Amrouche A., Benseddiq N. and Benguediab M., An equivalent stress process for fatigue life estimation under multiaxial loadings based on a new non linear damage model, *Materials Science and Engineering: A*, Vol. 538, pp. 20-27, 2012.

[2] Han C., Chen X. and Kim K., Evaluation of multiaxial fatigue criteria under irregular loading, *International Journal of Fatigue*, Vol. 24, pp. 913-922, 2002.

[3] Shang D.-G., Sun G.-Q., Deng J. and Yan C.-L., Multiaxial fatigue damage parameter and life prediction for medium-carbon steel based on the critical plane approach, *International Journal of Fatigue*, Vol. 29, pp. 2200-2207, 2007.

- fatigue life under non-proportional loading, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, Vol. 22, pp. 679-686, 1999.
- [9] Shamsaei N., Fatemi A. and Socie D. F., Multiaxial fatigue evaluation using discriminating strain paths, *International Journal of Fatigue*, Vol. 33, pp. 597-609, 2011.
- [10] Sun G.-Q. and Shang D.-G., Prediction of fatigue lifetime under multiaxial cyclic loading using finite element analysis, *Materials & Design*, Vol. 31, pp. 126-133, 2010.
- [11] Findley W. N., *A theory for the effect of mean stress on fatigue of metals under combined torsion and axial load or bending*: Engineering Materials Research Laboratory, Division of Engineering, Brown University, 1958.
- [12] Smith K., Topper T. and Watson P., A stress-strain function for the fatigue of metals (Stress-strain function for metal fatigue including mean stress effect), *Journal of materials*, Vol. 5, pp. 767-778, 1970.
- [13] Socie D., Multiaxial fatigue damage models, *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 109, pp. 293-298, 1987.
- [14] Wang C. and Brown M., A path-independent parameter for fatigue under proportional and non-proportional loading, *Fatigue & fracture of engineering materials & structures*, Vol. 16, pp. 1285-1297, 1993.
- [15] Kandil F., Brown M., and Miller K., Biaxial low-cycle fatigue failure of 316 stainless steel at elevated temperatures, in *Mechanical behaviour and nuclear applications of stainless steel at elevated temperatures*, ed, 1982.
- [16] Fatemi A. and Socie D. F., A Critical Plane Approach to Multiaxial Fatigue Damage Including out-of-Phase Loading, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 11, pp. 149-165, 1988.
- [17] Wang Y.-Y. and Yao W.-X., Evaluation and comparison of several multiaxial fatigue criteria, *International Journal of Fatigue*, Vol. 26, pp. 17-25, 2004.
- [18] G. M. Ghajar R, *Analysis of Mechanical Structures Under Multiaxial Fatigue*: KNTU Press, 2010.
- [19] Fatemi A. and Kurath P., Multiaxial fatigue life predictions under the influence of mean-stresses, *Journal of Engineering Materials and Technology*, vol. 110, pp. 380-388, 1988.