

بررسی کمانش یک ورق دایروی FGM با لایه‌های پیزوالکتریک محرک-محرک بر اساس تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی صفحات

شهرزاد یوسف‌زاده*
 رضا شهوه
 استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، واحد الیگودرز، دانشگاه آزاد اسلامی، الیگودرز، ایران
 استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، واحد الیگودرز، دانشگاه آزاد اسلامی، الیگودرز، ایران

چکیده

در این مقاله کمانش حرارتی ورق نسبتاً ضخیم دایره‌ای شکل ساخته شده از مواد تابعی (FGM) با لایه‌های پیزوالکتریک محرک-محرک بر اساس تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی صفحات مورد بررسی قرار گرفته است. شرایط مرزی به صورت گیردار و خواص مکانیکی ورق در راستای ضخامت متغیر فرض شده است. روابط سینماتیکی بر اساس تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی صفحات در نظر گرفته شده است. معادلات غیرخطی تعادل و خطی پایداری با استفاده از حساب تغییرات و اعمال معادلات اویلر-لاگرانژ بر تابعی انرژی پتانسیل کل بدست آمده‌اند. سپس با حل معادلات حاصل تحلیل کمانش ورق ساخته شده از مواد تابعی تحت دو نوع بارگذاری گرمایی با تغییرات خطی و غیرخطی دما در جهت ضخامت ارائه شده است. در ادامه برای بررسی تأثیر پارامترهای مختلف بر روی دمای بحرانی کمانش، نتایج به صورت جدول‌ها و نمودارهایی ارائه گردیده و نتایج حاصل از تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی با نتایج حاصل از سایر پژوهش‌ها مورد مقایسه قرار گرفته و اطمینان کافی حاصل شده است. نتایج نشان می‌دهد که وجود لایه پیزوالکتریک باعث افزایش دمای بحرانی کمانش می‌گردد و این افزایش برای حالت ورق همگن بیشتر از ورق ساخته شده از مواد تابعی می‌باشد. همچنین، مقدار دمای بحرانی کمانش با افزایش نسبت ضخامت ورق و ضخامت لایه پیزوالکتریک بر شعاع ورق افزایش می‌یابد.

واژه‌های کلیدی: کمانش گرمایی، لایه پیزوالکتریک، ماده مدرج تابعی، ورق دایروی.

Buckling Analysis of a FGM Circular Plate with Actuator-Actuator Piezoelectric Layers Using First-Order Shear Deformation Plate Theory

Sh. Yousefzadeh Department of Mechanical Engineering, Aligudarz branch, Islamic Azad University, Aligudarz, Iran
 R. Shahveh Department of Mechanical Engineering, Aligudarz Branch, Islamic Azad University, Aligudarz, Iran

Abstract

In this paper, the thermal buckling of a thick circular plate made of functionally graded material (FGM) with actuator/actuator piezoelectric layers based on first order shear deformation plate theory under uniform and non-uniform thermal loads is studied. The clamped boundary condition are assumed. The material properties through the thickness are assumed to be power functions of the thickness. Equilibrium and stability equations are derived by using the calculus of variations method and applying Euler equations on total potential energy. Then, the analysis of the thermal buckling of the circular plate under two types of the thermal loadings are presented by solving the equations. In the following, to investigation of the several parameters effects on critical buckling temperatures, the results are displayed by tables and graphs. Finally, the results of this study are compared with results of other works. Results show that the piezoelectric layers increase the critical buckling temperatures and this increase for homogenous plate is more than FGM plate. Also, the critical buckling temperature increases by increasing plate and piezoelectric layer thickness to plate thickness ratios.

Keywords: Thermal buckling, Piezoelectric layer, FGM, Circular plate.

که موجب شکست آنها می‌شود کمانش^۲ ورق است. لذا دانشمندان همواره در پی ساختن موادی هستند که در مقابل این پدیده مقاومت خوبی داشته باشد.

نجفی‌زاده و اسلامی به تحلیل کمانش ورق دایره‌ای مدرج تابعی تحت بارگذاری شعاعی پرداختند و با استفاده از فرموله کردن تغییرات، معادلات تعادل و پایداری را بدست آورده و با استفاده از این معادلات نیروهای پیش کمانش و بارهای بحرانی کمانش را محاسبه کردند. معادلات بر مبنای تئوری کیرششف و روابط کرنش جابجایی غیرخطی ساندرز بوده است [۱].

نجفی‌زاده و حیدری به تحلیل کمانش ورق دایره‌ای مدرج تابعی تحت بارگذاری شعاعی پرداختند و با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی

۱- مقدمه

ورق‌ها سازه‌هایی هستند که در صنعت نقش بسیار مهمی را ایفا می‌کنند. رفتار ورق‌ها بسته به نوع ماده تشکیل دهنده آنها متفاوت است. بعضی از ورق‌ها در کل ماده خواص یکسانی دارند که آنها را ورق همگن^۱ می‌نامند. همچنین ورق‌های مرکب نیز از مواد غیر همگن و غیرهمسانگرد تشکیل شده‌اند. در سال‌های اخیر، مطالعات زیادی توسط دانشمندان بر روی ورق‌های و رفتار آنها نسبت به بارگذاری و شرایط مرزی مختلف انجام شده است. از ورق‌ها در صنایعی همچون خودروسازی، هواپیماسازی، کشتی سازی، صنایع فضایی، ساخت مخازن و غیره استفاده می‌شود. یکی از پدیده‌های بسیار مهم در ورق‌ها

² Buckling

¹ Homogeneous

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: shy@iau-aligudarz.ac.ir

۲- مواد تابعی

مواد مدرج تابعی کامپوزیت‌هایی هستند که لایه‌های آنها از سرامیک و فلز خالص تشکیل شده و بین لایه‌ها از ترکیبی از فلز و سرامیک پر شده است که خواص مکانیکی آنها بطور ملایم و پیوسته از یک سطح به سطح دیگر تغییر می‌کند. [۱۳]. طبق قانون ساده توانی برای خواص ماده تابعی داریم:

$$P(z) = P_m + P_{cm} \left(\frac{2z + h}{2h} \right)^k \quad (1)$$

که در آن، P_m و P_c به ترتیب خواص فلز و سرامیک می‌باشد. ضریب پواسون نیز ثابت در نظر گرفته می‌شود $\nu(z) = \nu$.

۳- معادلات تعادل و پایداری

یک ورق دایره‌ای شکل از جنس ماده FGM مفروض است، بطوری‌که با لایه‌های محرک-محرك پیزوالکتریک به ضخامت h_p پوشانیده شده است. ورق تحت بارگذاری گرمایی می‌باشد. با در نظر گرفتن تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی صفحات، معادلات تعادل ورق دایره‌ای شکل FGM با لایه‌های محرک پیزوالکتریک بر اساس تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی صفحات بصورت زیر بدست می‌آید:

$$N_{r,r} + \frac{1}{r} N_{r\theta,\theta} + \frac{1}{r} (N_r - N_\theta) = 0$$

$$N_{r\theta,r} + \frac{1}{r} N_{\theta,\theta} + \frac{2}{r} N_{r\theta} = 0$$

$$(rQ_r)_{,r} + Q_{\theta,\theta} + (r w_{,r} \cdot N_r + w_{,\theta} \cdot N_{r\theta})_{,r} + \left(\frac{1}{r} w_{,\theta} \cdot N_\theta + w_{,r} \cdot N_{r\theta} \right)_{,\theta} = 0 \quad (2)$$

$rQ_r + M_\theta - (rM_r)_{,r} - M_{r\theta,\theta} = 0$
 $rQ_\theta - M_{r\theta} - (rM_{r\theta})_{,r} - M_{\theta\theta} = 0$
 فرض می‌گردد حالت تعادل ورق تحت بارگذاری گرمایی توسط میدان جابه‌جایی $(w_\theta, v_\theta, u_\theta, \psi_{r\theta}, \psi_{\theta\theta})$ تعریف شود. برای این حالت رابطه (۱) برابر می‌شود با:

$$[N_{r\theta,r} + \frac{1}{r} N_{r\theta,\theta} + \frac{1}{r} (N_{r\theta} - N_{\theta\theta})] + [N_{r1,r} + \frac{1}{r} N_{r\theta1,\theta} + \frac{1}{r} (N_{r1} - N_{\theta1})] = 0 \quad (3)$$

با بکارگیری روش فوق معادلات پایداری ورق FGM با لایه‌های محرک-محرك پیزوالکتریک بر اساس تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$N_{r1,r} + \frac{1}{r} N_{r\theta1,\theta} + \frac{1}{r} (N_{r1} - N_{\theta1}) = 0$$

$$N_{r\theta1,r} + \frac{1}{r} N_{\theta1,\theta} + \frac{2}{r} N_{r\theta1} = 0$$

$$(rQ_{r1})_{,r} + Q_{\theta1,\theta} + (r \cdot w_{1,r} \cdot N_{r0} + w_{1,\theta} \cdot N_{r\theta0})_{,r} + \left(\frac{1}{r} \cdot w_{1,\theta} \cdot N_{\theta0} + w_{1,r} \cdot N_{r\theta0} \right)_{,\theta} = 0$$

$$rQ_{r1} + M_{\theta1} - (rM_{r1})_{,r} - M_{r\theta1,\theta} = 0$$

$$rQ_{\theta1} - M_{r\theta1} - (rM_{r\theta1})_{,r} - M_{\theta1,\theta} = 0 \quad (4)$$

مراتب بالا معادلات تعادل و پایداری را بدست آوردند و تغییرات ماده بصورت تابع توانی از Z فرض شد و با استفاده از روش تغییرات، معادلات پایه به دست آمد و تحلیل کمانش ورق دایره‌ای مدرج تابعی تحت فشار شعاعی یکنواخت مورد بررسی قرار گرفت. نتایج [۲].

ما و ونگ^۱ به تحلیل خمش متقارن و کمانش ورق دایره‌ای مدرج تابعی با استفاده از تئوری مرتبه سوم تغییر شکل برشی پرداختند و روابط بین نتایج حاصله از کمانش ورق دایره‌ای مدرج تابعی با استفاده از تئوری مرتبه سوم تغییر شکل برشی برای خمش متقارن و کمانش ورق دایره‌ای مدرج تابعی با ورق دایره‌ای ایزوتروپیک بر مبنای تئوری کلاسیک بدست آوردند [۳].

پندی^۲ و همکاران در مورد آنالیز کمانش ورق‌های کامپوزیتی تحت بارهای گرمایی و مکانیکی بر مبنای تئوری کلاسیک صفحات تحقیق کردند [۴].

نجفی‌زاده و حیدری به تحلیل کمانش ورق دایره‌ای مدرج تابعی در جهت ضخامت تحت بارهای مختلف گرمایی پرداختند که با استفاده از تئوری تغییر شکل مراتب بالا معادلات تعادل و پایداری را بدست آوردند [۵].

ردی^۳ و همکاران به تحلیل خمش متقارن در تغییر شکل بزرگ بر اساس تئوری غیرخطی ون کارمن ورق دایره‌ای مدرج تابعی تحت بارهای مکانیکی، گرمایی و یا ترکیبی از آنها و نیز تحلیل رفتار پس از کمانش ورق دایره‌ای مدرج تابعی پرداختند [۶].

فکویی^۴ تغییر خواص مکانیکی در مواد مدرج تابعی را با استفاده از فرض پروفیل نسبت حجمی در نظر گرفتند [۷]. ردی و خدیر^۵ تغییر خواص مکانیکی در مواد مدرج تابعی را با استفاده از تقریب میکرومکانیکی مورد بررسی قرار دادند [۸]. نن^۶ و همکاران مستقیماً روابط پیوستگی مواد مدرج تابعی را مورد استفاده قرار دادند و با استفاده از تقریبی تحلیلی خواص غیرکوپله ترمومکانیکی فلز و سرامیک مدرج تابعی را تشریح کردند [۹]. کلاسنر و فری^۷ کمانش ورق دایره‌ای تحت بار گرمایی یکنواخت متقارن با استفاده روش ریلی- ریتز مورد مطالعه قرار دادند [۱۰]. کریزوسکی و استاوسکی^۸ معادلات ورق دایره‌ای تو خالی لایه‌ای را با استفاده از اصل همیلتون بدست آوردند [۱۱]. چانگ و لیو^۹ حل‌های توسعه یافته معادلات ورق دایره‌ای تو خالی را که شامل اثر برش عمودی نیز می‌باشد را انجام دادند [۱۲].

در این مقاله تحلیل کمانش گرمایی ورق دایروی ساخته شده از مواد تابعی با لایه‌های پیزوالکتریک-محرك بر اساس محل تار خنثی و با استفاده از تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی صفحات انجام گرفته است.

¹ Ma L. S. & Wang T. J.

² Pandey J. N.

³ Reddy

⁴ Fukui Y.

⁵ Reddy J. N. and Khdeir A. A.

⁶ Nan C. W.

⁷ Klosner J.M. and Forry M. J.

⁸ Krizevsky G. and Stavsky Y.

⁹ Chang J. S. and Leu S. Y.

برای اطمینان از پاسخ‌های بدست آمده مقادیر ΔT_{cr} بدست آمده بر اساس تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی صفحات با نتایج حاصل از تئوری کلاسیک مرجع [14] در جداول (۱) و (۲) مورد مقایسه قرار گرفته است.

با توجه به شکلهای (۱) تا (۹) نتایج زیر قابل دستیابی هستند:
 - نتایج حاصل از این تحقیق که با استفاده از تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی صفحات بدست آمده تطابق خوبی با نتایج حاصل از تئوری کلاسیک دارد.

- مقادیر اختلاف دمای بحرانی کمانش مربوط به ورق FGM با لایه های پیزوالکتریک با افزایش نسبت h/a و h_p/a افزایش می یابد.

- در نظر گرفتن افزایش دما در جهت ضخامت ورق FGM بصورت یک رابطه غیرخطی منجر به مقادیر اختلاف دمای بحرانی کمانش ΔT_{cr} بزرگتری نسبت به فرض رابطه خطی توزیع دما می گردد.

- لایه های پیزوالکتریک موجب افزایش اختلاف دمای بحرانی می شود.
 - اختلاف دمای بحرانی کمانش مربوط به ورق FGM با لایه های پیزوالکتریک از مقادیر مربوط به ورق همگن کمتر است.
 - نتایج نشان می دهد با افزایش ولتاژ وارد بر لایه های پیزوالکتریک، اختلاف دمای بحرانی کمانش به صورت خطی افزایش می یابد.

جدول ۱- مقایسه اختلاف دمای بحرانی کمانش ورق FGM تحت

افزایش گرمای خطی در جهت ضخامت بر حسب h/a مبتنی بر

تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی صفحات و مرجع [14]

h/a	K=0		K=1		K=5	
	FSDT	Ref. [14]	FSDT	Ref. [14]	FSDT	Ref. [14]
0.01	25.4214	25.4331	25.4214	25.4331	25.4214	25.4331
0.02	101.545	101.733	101.545	101.733	101.545	101.733
0.03	227.953	228.898	227.953	228.898	227.953	228.898
0.04	403.951	406.93	403.951	406.93	403.951	406.93
0.05	628.585	635.828	628.585	635.828	628.585	635.828

جدول ۲- مقایسه اختلاف دمای بحرانی کمانش ورق FGM تحت

افزایش گرمای غیر خطی در جهت ضخامت بر حسب h/a مبتنی

تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی صفحات و مرجع [14]

h/a	K=0		K=1		K=5	
	FSDT	Ref. [14]	FSDT	Ref. [14]	FSDT	Ref. [14]
0.01	25.4214	25.4331	25.4214	25.4331	25.4214	25.4331
0.02	101.545	101.732	101.545	101.732	101.545	101.732
0.03	227.952	228.898	227.952	228.898	227.952	228.898
0.04	403.951	406.93	403.951	406.93	403.951	406.93
0.05	628.585	635.828	628.585	635.828	628.585	635.828

۴- تحلیل کمانش ورق دایروی تحت افزایش خطی

دما در جهت ضخامت ورق

یک ورق دایره ای شکل از جنس ماده FGM با دو لایه پیزوالکتریک از نوع محرک مفروض است. ورق با شرایط مرزی گیردار فرض می شود. ورق تحت افزایش دمای خطی در راستای ضخامت به صورت زیر قرار دارد.

$$T(z) = \frac{\Delta T}{h} \left(z + \frac{h}{2} \right) + T_m \quad \text{at} \quad -\frac{h}{2} \leq z \leq \frac{h}{2} \quad (5)$$

که ΔT اختلاف دما بین سطوح سرامیکی و فلزی ورق است که بصورت زیر تعریف می شود:

$$\Delta T = T\left(\frac{h}{2}\right) - T\left(-\frac{h}{2}\right) = T_c - T_m \quad (6)$$

بطوریکه T_c دمای سطح سرامیکی و T_m دمای سطح فلزی ورق FGM می باشد. N_{r0} نیروی پیش کمانش در جهت r می باشد. پس از انجام محاسبات لازم رابطه ی زیر برای اختلاف دما بدست خواهد آمد:

$$\Delta T = \frac{1}{L_1} \left[\frac{14.68 A_6 (A_1 B_3 - A_3^2) (1-\nu)}{h [A_1 A_6 a^2 - 14.68 (A_3^2 - A_1 B_3)]} + \frac{\bar{e}_{31} (V^{(2)} - V^{(1)}) (1-\nu)}{h} - L_2 \right] \quad (7)$$

۵- تحلیل کمانش ورق دایروی تحت افزایش

غیر خطی دما در جهت ضخامت ورق

با توجه به اینکه دمای T تنها تابع مختصه z می باشد، رابطه ی انتقال گرمای در حالت پایا به صورت زیر نوشته می شود:

$$\frac{d}{dz} \left[k(z) \frac{dT}{dz} \right] = 0 \quad (8)$$

با انجام عملیاتی مشابه قبل مقدار اختلاف دما بدست می آید:

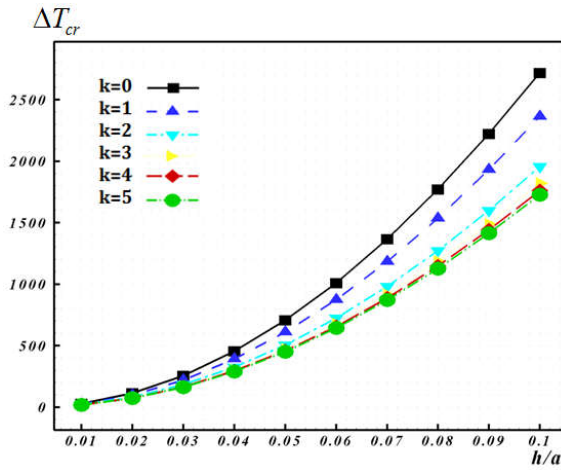
$$\Delta T = \frac{1}{L_3} \left[\frac{14.68 A_6 (A_1 B_3 - A_3^2) (1-\nu)}{h [A_1 A_6 a^2 - 14.68 (A_3^2 - A_1 B_3)]} + \frac{\bar{e}_{31} (V^{(2)} - V^{(1)}) (1-\nu)}{h} - L_2 \right] \quad (9)$$

۶- مشخصات ورق نمونه FGM و ماده پیزوالکتریک

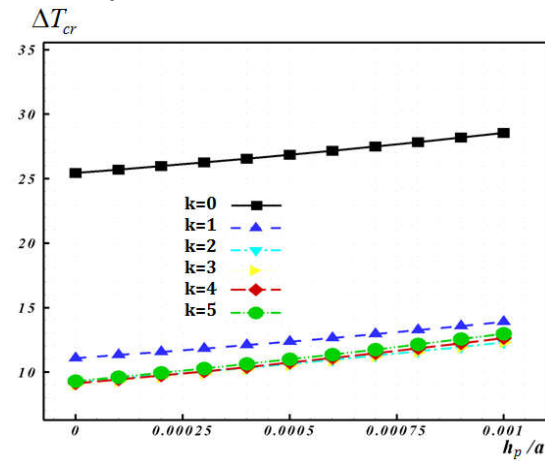
یک ورق دایره ای شکل FGM (آلومینیوم-آلومینا) با لایه های محرک پیزوالکتریک $PZT-5H$ در نظر گرفته شده است. ورق با شرایط مرزی گیردار فرض شده است. مشخصات هندسی و خواص مادی ورق بصورت مرجع [۱۴] در نظر گرفته شده است.

۷- بحث و نتیجه گیری

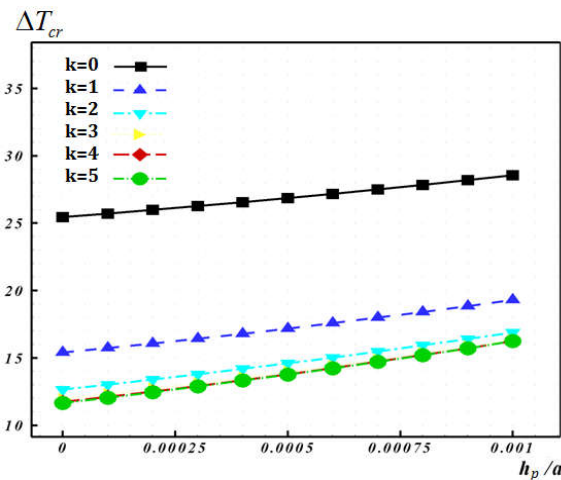
در این تحقیق تحلیل کمانش ورق دایره ای شکل FGM با لایه های محرک-محرک پیزوالکتریک تحت بارگذاری گرمایی و بر اساس تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی صفحات و با شرایط مرزی گیردار انجام شد.



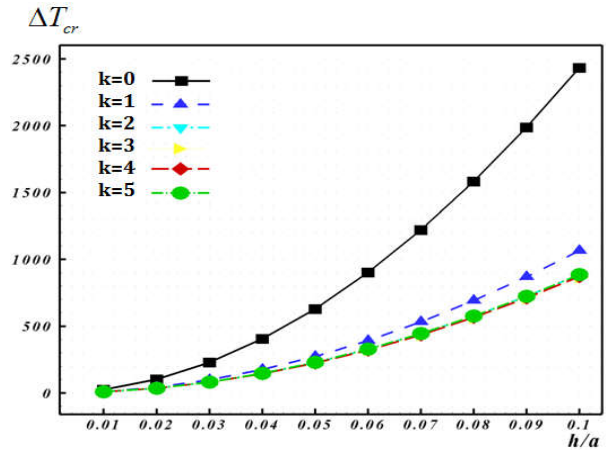
شکل ۴- اختلاف دمای بحرانی کماتش ورق FGM با لایه های محرک - محرک پیزوالکتریک تحت افزایش گرمای غیر خطی در جهت ضخامت بر حسب $h_p/a = 0.0001$.



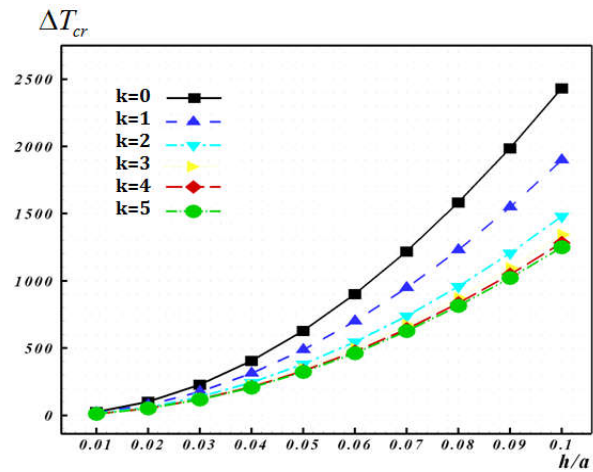
شکل ۵- تاثیر ضخامت لایه های پیزوالکتریک بر اختلاف دمای بحرانی کماتش ورق FGM با لایه های محرک - محرک پیزوالکتریک تحت افزایش گرمای خطی در جهت ضخامت بر حسب h_p/a .
($h/a = 0.01$)



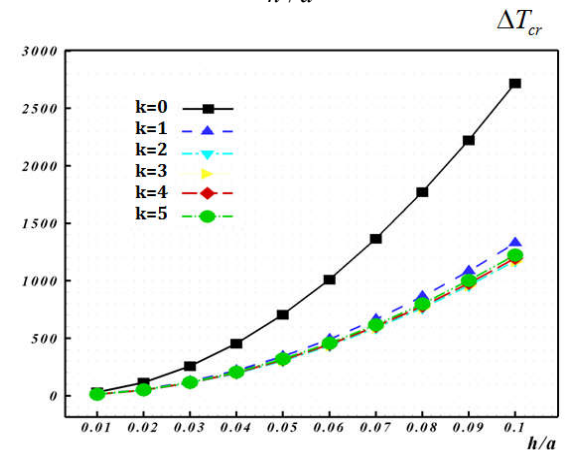
شکل ۶- تاثیر ضخامت لایه های پیزوالکتریک بر اختلاف دمای بحرانی کماتش ورق FGM با لایه های محرک - محرک پیزوالکتریک تحت افزایش گرمای غیر خطی در جهت ضخامت بر حسب h_p/a .
($h/a = 0.01$)



شکل ۱- اختلاف دمای بحرانی کماتش ورق FGM تحت افزایش گرمای خطی در جهت ضخامت بر حسب h/a مبتنی بر تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی صفحات



شکل ۲- اختلاف دمای بحرانی کماتش ورق FGM تحت افزایش گرمای غیر خطی در جهت ضخامت بر حسب h/a



شکل ۳- اختلاف دمای بحرانی کماتش ورق FGM با لایه های محرک - محرک پیزوالکتریک تحت افزایش گرمای خطی در جهت ضخامت بر حسب $h_p/a = 0.0001$.

۸- مراجع

[1] Najafizadeh M. M., Eslami M. R., "Thermoplastic Stability of orthotropic circular plates", *Journal of Thermal Stresses* Vol. 25, No.10, pp. 985-1005, 2002.

[2] Najafizadeh M. M., Heydari H. R., "Thermal buckling of functionally graded circular plates based on higher order shear deformation plate theory", *European Journal of Mechanics A/Solid*, Vol. 23, No. No. 6, pp. 1085- 1100, 2004.

[3] Ma L. S. Wang T. J. "Nonlinear bending and post buckling of a functionally graded circular plate under mechanical and thermal loading". *International Journal of Solid and Structures*; Vol. 40, pp.3311-30, 2003.

[4] Pandey M. D., Sherbourne A. N. "Buckling of anisotropic composite plates under stress gradient". *Journal of Engineering Mechanics*; Vol. 117, No. 2, pp. 260-75, 1991.

[5] Najafizadeh, M. M., and H. R. Heydari. "An exact solution for buckling of functionally graded circular plates based on higher order shear deformation plate theory under uniform radial compression." *International Journal of Mechanical Sciences*; Vol. 50, No. 3, pp. 603-612, 2008.

[6] Reddy J. N., Wang C. M., Kitopornchi S. "Axisymmetric bending of functionally graded circular and annular plates". *European Journal of Mechanics A/Solids*, Vol. 18, pp. 185-99, 1999.

[7] Fukui Y. "Fundamental investigation of functionally gradient material manufacturing system using centrifugal force". *Japan Society Mechanical Engineering International Journal Series III*, Vol. 34, No. No. 1, pp. 144-8, 1991.

[8] Reddy J. N., Khdeir A. A., "Buckling and vibration of laminated composite plate using various plate theories". *AIAA Journal*, Vol. 27, No. 12, pp. 1808-17, 1989.

[9] Nan C. W., Yuan R. Z., Zhang L. M., "The physics of metal/ceramic functionally gradient materials". *Ceramic Transactions Functionally Gradient Materials*, Vol. 34, pp. 75-82, 1993.

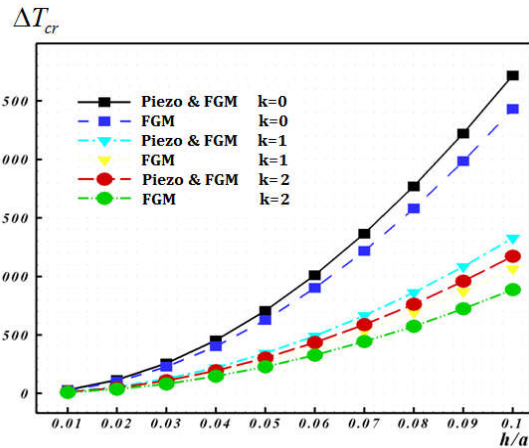
[10] Klosner J. M., Forry M. J., "Buckling of simply supported plates under arbitrary symmetrical temperature distributions" *Journal of the Aerospace Sciences*; Vol. 25, pp. 181-4, 1958.

[11] Krizevsky G., Stavsky Y. "Refined theory for vibrations and buckling of laminated isotropic annular plates" *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 38, No. 5, pp. 539-55, 1996.

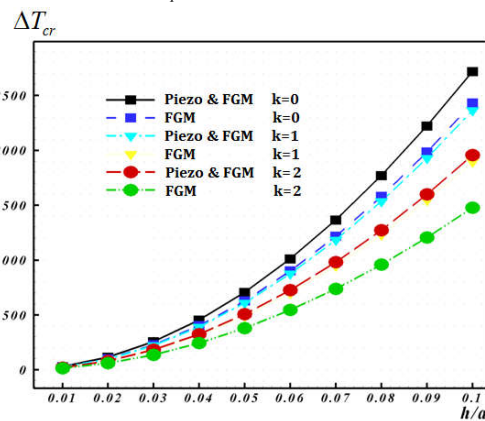
[12] Chang J. S., Leu S. Y. "Thermal buckling analysis of antisymmetric angleply laminates based on a higher order displacement field" *Composites Science and Technology*, Vol. 41, No. 2, pp. 109-208, 1991.

[13] Suresh S., Mortensen A. "Fundamentals of functionally graded materials", Barnes and Noble Publications; 1998.

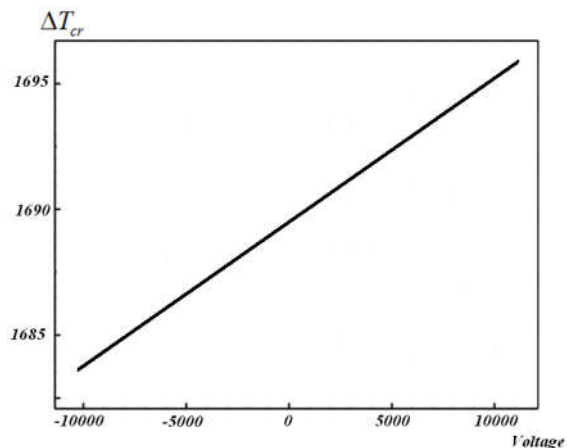
[14] Najafizadeh M. M., Malmorad M., Sharifi A., Thermal Buckling Analysis of a FGM Circular Plate with Actuator-Actuator Piezoelectric Layers, Based on Neutral-Axis' Position and Using First-Order Shear Deformation Plate Theory, *Journal of Solid Mechanic Engineering*, Vol. 15, No. 1, pp. 19-33, 2009 (In Persian).



شکل ۷- اختلاف دمای بحرانی کمانش ورق *FGM* با لایه‌های محرک-محرک پیزوالکتریک و اختلاف دمای بحرانی کمانش ورق *FGM* تحت افزایش گرمای خطی در جهت ضخامت بر حسب h/a ($h_p/a = 0.0001$)



شکل ۸- مقایسه اختلاف دمای بحرانی کمانش ورق *FGM* با لایه‌های محرک-محرک پیزوالکتریک و اختلاف دمای بحرانی کمانش ورق *FGM* تحت افزایش گرمای غیر خطی در جهت ضخامت بر حسب $(h_p/a = 0.0001) \cdot h/a$



شکل ۹- اختلاف دمای بحرانی کمانش ورق *FGM* با لایه‌های محرک-محرک پیزوالکتریک بر حسب اختلاف پتانسیل لایه‌های پیزوالکتریک. ($h/a = 0.1$ و $h_p/a = 0.0001$)