

حل عددی و بررسی تاثیرات توابع توزیع نانوذرات بر انتقال گرمای همرفتی اجباری درون یک مجرا

حبیب ا... سایهوند*

امیر بصیری پارسا

استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران

دانشجوی دکتری، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران

چکیده

بررسی انتقال گرمای همرفتی نانوسیال با توابع توزیع متفاوت درون یک مجرا، موضوع بحث این مقاله می‌باشد. عناصر تفرق و یا نانوذرات در داخل مجرا را می‌توان علاوه بر توزیع یکنواخت، با توابع توزیع متفاوتی از جمله توزیع سهموی یا توزیع نمایی پخش کرد. در اینجا تزریق نانوذرات با توزیع‌های مختلف درون جریان سیال جهت دستیابی به بیشترین میزان انتقال گرما با یکدیگر مقایسه شده‌اند. با توجه به کاربردهای زیادی که کانال صفحات موازی و همچنین لوله، به عنوان مجرای عبور سیال، در صنعت، دارند، لذا نتایج عددی برای این دو هندسه، ارائه و مقایسه می‌گردند. جهت انجام مقایسه کامل و مفید، تعداد عناصر تفرق یکسانی برای هر یک از توزیع‌ها در نظر گرفته می‌شود. اعتبارسنجی نتایج توسط راه حل تحلیلی برای یک وضعیت ساده از مسئله انجام شده است. حضور نانوذرات با توزیع سهموی و افزایش شاخص اندازه ذرات، عدد ناسلت و ویژگی‌های انتقال گرما را به شکل پیوسته کاهش می‌دهد. برای توزیع نمایی، افزایش شاخص اندازه ذرات منجر به یک رفتار صعودی-نزولی برای عدد ناسلت می‌شود. بنابراین در این توزیع، اندازه بهینه‌ای برای عناصر تفرق به دست می‌آید. **واژه‌های کلیدی:** توابع توزیع، حل عددی، عناصر تفرق، نانوسیال.

Numerical Solution and Investigation of the Effects of Nano Particle's Distribution Functions on Force Convection Heat Transfer inside a Duct

H. O. Sayehvand

A. Basiri Parsa

Department of Mechanical Engineering, Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran

Department of Mechanical Engineering, Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran

Abstract

Investigation of forced convection heat transfer of nanofluid with different distribution functions inside a duct is the subject of this article. The dispersive elements or nanoparticles can be distributed with different distributions such as parabolic, exponential and uniform functions. Injections of nanoparticles with various distribution functions into the fluid regime are compared to achieve maximum heat transfer. Due to the many applications of the parallel plates channel and also the pipe, as the flow duct, the numerical results for these two geometries are presented and compared. For a complete and useful comparison, the number of the dispersive elements is the same for each arrangement. For each of the distribution functions, the energy equation is dimensionless and solved numerically. The validation of results is verified by the analytical solution for a simple status of the problem. The presence of the nanoparticles with parabolic distribution and increase the particle size index decrease the Nusselt number and heat transfer characteristics with univocal form. For the exponential arrangement, increase the particle size index lead to an ascending-descending behavior for Nusselt number. Therefore in this distribution, the optimum size for dispersive elements is obtained.

Keywords: Dispersive elements, Distribution functions, Numerical solution, Nanofluids.

۱- مقدمه

گرما در نانوسیالات انجام گرفته است. نتایج گزارش شده از کارایی انتقال گرمای نانوسیالات توسط مراکز تحقیقاتی مختلف و محققین با یکدیگر متفاوت است. دو موضوع اصلی در زمینه کارایی انتقال گرما در نانوسیالات وجود دارد: یک حوزه ادعا می‌کند که افزایش معنی داری در ضریب انتقال گرما وجود دارد و این مستلزم قربانی کردن قدرت پمپ زیادی نیست. مکتب دیگر فکری ادعا می‌کند افزایش ضریب انتقال گرما محدود است و این افزایش ضریب انتقال گرما با افزایش قدرت پمپاژ تعادل می‌یابد [۱]. نتایج گزارش شده از کارایی انتقال گرمای نانوسیالات توسط مراکز تحقیقاتی مختلف و محققین با یکدیگر متفاوت است. ژوان و لی [۲] انتقال گرمای همرفتی و جریان نانوسیال را در لوله مطالعه کردند. نتایج آزمایش آنان نشان دهنده افزایش ضریب انتقال گرمای همرفتی و عدد ناسلت با افزایش عدد رینولدز و کسر حجمی نانوذره در جریان آشفته است. در مقایسه با آب، در کسر

انتقال گرما پدیده بسیار مهم و قابل توجهی در کاربردهای صنعتی است. در نتیجه بازده انتقال گرما در تجهیزاتی نظیر مبادله کن‌های گرم‌رسانایی گرمایی سیال حامل انرژی نقش اساسی را بر عهده دارند. با افزایش رقابت جهانی در زمینه صنایع مختلف و نقش انرژی در هزینه تولید، این صنایع به شدت به سمت توسعه‌ی سیالات پیشرفته و جدید با شاخص‌های گرمایی بالا پیش می‌روند. یکی از روش‌هایی که اخیراً مورد توجه محققین قرار گرفته افزودن نانوذرات فلزی و یا غیر فلزی با رسانایی گرمایی بالاتر به سیالات پایه نظیر آب است. محلول معلق حاصل از افزایش ذرات در اندازه نانو به سیال پایه نانوسیال نامیده می‌شود. البته افزودن این ذرات باعث بروز مسائل متعددی از جمله ساییدگی و افزایش افت فشار و رسوب و عدم پایداری سوسپانسیون نیز می‌شود. در سال‌های اخیر مطالعات متعددی در زمینه کارایی انتقال

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: amirbparsa@yahoo.com

گرما در نانوسیالات، در اثر افزایش سرعت جریان و در نتیجه افزایش اثرات اختلاطی مرتبط با حرکت براونی نانو ذرات، بیشتر شود. این اثرات اختلاطی در اصطلاح به عنوان اثر پراکندگی گرمایی [۱۲] شناخته می‌شود. جنبه‌های دیگری از اثرات پراکندگی را می‌توان در برخی از آثار اخیر [۱۳-۱۸] یافت. لی و ژوان [۱۹] افزایش ۶۰٪ در انتقال گرمای همرفتی در داخل یک کانال پر شده با نانو سیال را گزارش کردند. این افزایش قابل توجه نشان می‌دهد که پراکندگی گرمایی مکانیسم اصلی برای انتقال گرما در داخل جریان همرفتی است. چالش جدید پیدا کردن روش دیگری برای بهبود عملکرد سیستم‌های خنک کننده است. عامری و همکارانش [۲۰] کاربرد یک روش تک فاز اصلاح شده را با استفاده از مدل پراکندگی گرمایی و توزیع ناهمگن نانوذرات برای ارزیابی عملکرد گرمایی جریان داخل لوله ارائه کردند. مدل پراکندگی گرمایی برای شبیه‌سازی انتقال گرمای همرفتی نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم داخل لوله، توسط بحیرایی و حسینعلی پور [۲۱] ارائه گردیده است. در این پژوهش، توزیع غلظت در سطح مقطع لوله با توجه به اثرات پراکندگی نانوذرات به دست آمده و این توزیع غلظت در حل عددی اعمال گردیده است.

در تحقیق حاضر، روشی برای افزایش ویژگی‌های انتقال گرما از طریق استفاده از نانوسیال با خواص پراکندگی گرمایی مناسب پیشنهاد و مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. این کار را می‌توان با داشتن یک توزیع مناسب برای ذرات نانو انجام داد. از لحاظ فیزیکی، توزیع ذرات نانو با استفاده از روش‌های مختلفی کنترل می‌شود: (الف) داشتن نانوذرات با اندازه و یا خواص فیزیکی مختلف، (ب) استفاده از نیروهای مغناطیسی مناسب همراه با نانوذرات مغناطیسی، (ج) استفاده از نیروهای گریز از مرکز مناسب و (د) استفاده از نیروهای الکترواستاتیکی مناسب همراه با نانو ذرات باردار الکتریکی. توزیع‌های مختلفی از نانوذرات را می‌توان با استفاده از ترکیباتی متفاوت از روش‌های فوق به دست آورد. به عنوان مثال، نانوذرات متراکمتر مانند نانوذرات مس و یا ذرات با اندازه بزرگتر تمایل به تعلیق در ارتفاعات پایین تر در ماده مبرد را دارند. با این حال، نانوذرات با چگالی کمتر مانند نانوذرات کربن و یا ذرات با اندازه کوچکتر تمایل به تعلیق در ارتفاعات بالاتر مایعات متراکمتر مانند محلول‌های آبی و فلزات مایع را دارند. به این ترتیب، خواص پراکندگی گرمایی غیرهمگن را می‌توان به دست آورد. اثرات گریز از مرکز تمایل به تولید خواص پراکندگی گرمایی متمرکز در نزدیکی حداقل یکی از مرزها را دارد. از سوی دیگر، خواص پراکندگی گرمایی غیرهمگن در داخل مایع مبرد می‌تواند با اتصال به صفحات پره نازک انعطاف پذیر دستگاه خنک کننده مانند مو با طول مناسب، به دست آید. حرکت براونی محیط مویین معلق موجب افزایش خواص پراکندگی گرمایی به خصوص در نزدیکی صفحات دستگاه‌های خنک کننده می‌شود و می‌توان آن را با یک سیستم تعلیق مناسب برای به دست آوردن هر گونه خواص پراکندگی گرمایی مورد نیاز استفاده کرد. در این تحقیق، افزایش انتقال گرما در داخل یک مجرای پر شده با مایع مبرد همراه با خواص پراکندگی گرمایی مختلف، تحلیل می‌شود. توابع مختلفی را علاوه بر توزیع یکنواخت برای نانوذرات و یا عناصر پراکنده می‌توان در نظر گرفت که مهمترین آنها توابع سهموی و نمایی هستند. در اینجا تزریق نانوذرات با توزیع‌های مختلف درون جریان سیال جهت دستیابی به بیشترین میزان انتقال گرما با یکدیگر مقایسه

حجمی ۲٪ از نانو ذرات مس، عدد ناسلت ۳۹٪ افزایش نشان می‌دهد. ویلیامز و همکاران [۳] نانوسیالات اکسید آلومینیوم و اکسید روی در آب در جریان داخل لوله افقی با شار گرمایی ثابت بررسی کردند. آنها دریافتند که در جریان آشفته ($3000 < Re < 6300$) عدد ناسلت می‌تواند با رابطه دیتوس-بولتر^۱، وقتی خواص نانو سیال در رابطه جاگذاری شود بدست آید. این نتایج پیشنهاد می‌کند که هیچ مکانیزم جدیدی در انتقال گرما برای نانوسیالات وجود ندارد. رئا و همکاران [۴] با استفاده از نانوسیالات اکسید آلومینیوم و اکسید روی در آب در جریان ورقه‌ای در حال توسعه گرمایی، دریافتند که اعداد ناسلت محلی اندازگیری شده از آزمایش با نتایج تحلیلی مطابقت دارد. نتایج آنها در جریان ورقه‌ای نشان می‌دهد که نانوسیالات رفتار مخلوط‌های همگن را از خود نشان می‌دهند. فتوکیان و اصفهانی [۵] انتقال گرمای همرفتی و افت فشار را در نانوسیال رقیق آب اکسید مس در جریان آشفته به صورت آزمایشگاهی مطالعه کردند. نتایج آزمایش‌های آن‌ها نشان می‌دهد که مقاومت در برابر جاری شدن حتی در تراکم پایین نانوذرات نسبت به سیال پایه چشمگیر است و رابطه نظری بونگورنو نتایج آزمایشگاهی را به خوبی پیش بینی می‌کند. پاک و چو [۶] انتقال گرما و اصطکاک نانوسیال‌های آب-اکسید آلومینیوم و آب - دی اکسید تیتانیوم را در لوله به صورت آزمایشگاهی مطالعه کردند. آزمایش‌های آنها نشان داد که ضریب انتقال گرمای همرفتی در کسر حجمی ۳٪، به میزان ۱۲٪ از سیال خالص کمتر است. این در حالی است ما شاهد افزایش چشمگیری در لزجت نسبت به سیال پایه هستیم. بیانکو و همکاران [۷] جابجایی اجباری در لوله را در جریان آشفته به روش عددی مطالعه کردند. آن‌ها از روش تک فاز و دوفازی برای شبیه سازی عددی استفاده کردند و نتایج آنها توافق خوبی با روابط ارائه شده دارد. بهزاد مهر و همکاران [۸] انتقال گرمای همرفتی اجباری را درون یک لوله در محیط نانوسیال آب-اکسید مس^۲ با دو روش تک فازی و دو فازی مطالعه کردند. آنها گزارش کردند که نتایج تحلیل دو فازی به نتایج داده‌های آزمایشگاهی نزدیک‌تر است. در عوض یو و همکارانش [۹] در موسسه آرگون در سال ۲۰۱۱ در یک جمع بندی عنوان کردند که به منظور پیش بینی ضریب انتقال گرمای همرفتی در جریان آشفته و در تراکم‌های پایین نانوذرات، می‌توان نانوسیال را یک محیط همگن در نظر گرفت و از نظریه‌های تک فازی برای محاسبه انتقال گرما استفاده کرد. محبی و همکارانش [۱۰] روش دو بعدی بولترزن را برای شبیه‌سازی عددی جریان همرفتی اجباری در یک کانال، با استفاده از سه نانوسیال مختلف، ارائه کردند. نتایج نشان می‌دهند که با افزایش غلظت نانوذرات، ناسلت متوسط افزایش می‌یابد. همچنین، اثر غلظت نانوذرات در افزایش انتقال گرما، برای مقادیر بزرگ‌تر رینولدز بیشتر است. اثرات انتقال گرمای همرفتی نانوسیال با استفاده از مدل دوفازی در یک کانال موجی و اثرات همزمان حرکت براونی و ترموفوروسیس، توسط شهزاد و همکارانش [۱۱] بررسی شده است. افزایش چشمگیر بازده گرمایی با استفاده از نانوذرات از جمله مهمترین نتایج این تحقیق است.

مطابق با تحقیقات صورت گرفته انتظار می‌رود که افزایش انتقال

¹ Dittus-Boelter

² Water/Cuo

در حالیکه زیر نویس های nf ، f و p به ترتیب به نانوسیال یا همان جریان شامل تفرق، سیال خالص و ذرات جامد اشاره دارند. پارامتر ϕ کسر حجمی المان های تفرق یا همان نانوذرات است که برابر با نسبت حجم ذرات نانو به حجم کل است. ذرات معلق فوق العاده ریز از قبیل نانوذرات، نانولوله ها یا عناصر تفرق در سیال نقش مهمی در انتقال گرما درون مجرا به عنوان بازی می کنند که این نقش به واسطه حرکت براونی است که تمایل به افزایش اختلاط سیال دارد. تصحیحات ارائه شده در مقاله لی و ژوان [۱۹] برای اعداد ناسلت در جریان های لایه ای یا آشفتنه نشان می دهد که انتقال گرما در حضور نانو ذرات افزایش یافته که این میزان در اثر افزایش کسر حجمی نانوذرات، قطر نانوذرات و سرعت جریان بیشتر نیز خواهد شد. ژوان و روتزل [۱۲] بر پایه مدل ارائه شده در مرجع [۱۹] مدل خطی زیر را برای رسانش گرمایی موثر نانوسیال ارائه کردند:

$$k = k_0 + C^* (\rho c_p)_{nf} \phi hu \quad (5)$$

که در آن:

k_0 : رسانایی گرمایی استاتیکی موثر نانوسیال (وات بر متر بر درجه کلوین)

C^* : ضریب تفرق (وابسته به ویژگی های نانو ذرات)

به لحاظ فیزیکی معادله فوق یک تقریب درجه اول برای رسانایی گرمایی نانوسیال است که دارای یک رابطه خطی با ظرفیت گرمایی ذرات نانو می باشد. رسانش گرمایی موثر نانوذرات از رابطه پیشنهاد شده توسط واسپ [۲۲] بدست می آید:

$$\frac{k_0}{k_f} = \frac{k_p + 2k_f - 2\phi(k_f - k_p)}{k_p + 2k_f + 2\phi(k_f - k_p)} \quad (6)$$

در این تحقیق از نانوذرات مس در آب به عنوان سیال پایه استفاده می شود. خواص ترموفیزیکی آنها در

جدول ارائه شده است. با توجه به رابطه (۶)، وجود ۲٪ کسر حجمی نانوذرات مس در داخل سیال به میزان ۸٪ مقدار k_p را نسبت به رسانش گرمایی سیال خالص افزایش می دهد. از سوی دیگر، نتایج تجربی در کار لی و ژوان [۱۹] نشان داده شده نشان می دهد که حضور نانوذرات معلق مس با ۲٪ کسر حجمی، حدود ۶۰٪ ضریب انتقال گرمایی همرفتی را در مقایسه با سیال خالص افزایش می دهد. این نشان می دهد که تفرق گرمایی مکانیسم اصلی برای افزایش انتقال گرما درون مجرای پر شده با نانوسیال در شرایط همرفتی است. بی بعد سازی معادلات (۱) و (۲) با متغیرهای بی بعد زیر صورت می گیرد:

$$X = \frac{x}{h}, Y = \frac{y}{h}, R = \frac{r}{h}, U = \frac{u}{u_m}, \theta = \frac{T - T_c}{q h / k} \quad (7)$$

با جایگذاری متغیرهای بی بعد فوق در معادله (۱) و (۲) داریم:

$$PeU \frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{k}{k_f} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right); \quad \text{Channel}$$

$$PeU \frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{k}{k_f} R \frac{\partial \theta}{\partial R} \right); \quad \text{Pipe} \quad (8)$$

که در آن:

شده اند. از آنجا که در کاربردهای صنعتی هر دو هندسه کانال (صفحات تخت موازی) و لوله حائز اهمیت می باشند، لذا نتایج این مقاله برای آنها ارائه و مقایسه می گردند.

۲- مدل سازی ریاضی

در مسائل کاربردی انتقال گرما، عبور جریان از داخل مجراهای مختلفی به لحاظ هندسی صورت می گیرد که از میان هندسه های متعدد، کانال شامل دو صفحه تخت موازی و همچنین لوله با سطح مقطع دایره ای نسبت به بقیه دارای تعدد کاربرد و اهمیت بیشتری می باشد. لذا در این مقاله، تحلیل های عددی برای هر دوی این مجراها (کانال و لوله) ارائه شده و نتایج مورد قیاس قرار گرفته اند.

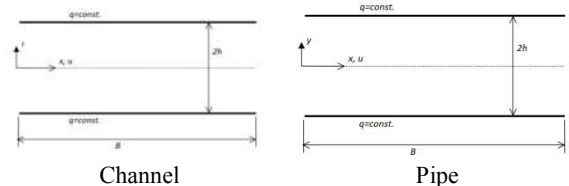
جریان سیال داخل کانال دو بعدی به ارتفاع $2h$ و طول B را در نظر بگیرید. محور x در امتداد خط مرکزی کانال و محور y در جهت عمود بر آن فرض می شود (شکل ۱). سیال عبوری که می تواند بصورت سیال خالص و یا نانو سیال باشد، یک سیال نیوتنی با خواص متوسط ثابت (به جز رسانایی گرمایی جهت محاسبه اثرات پراکندگی گرمایی) فرض می شود که با دمای T_1 وارد کانال می شود. شار گرمایی یکنواخت و ثابت q به دو دیواره کانال اعمال می شود. معادله انرژی در این شرایط، برای کانال در مختصات دکارتی به صورت زیر است:

$$\rho c_p u \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (1)$$

ضمناً معادله انرژی برای هندسه لوله در مختصات استوانه ای به شکل زیر است:

$$\rho c_p u \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(k r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (2)$$

در این معادله محور x در امتداد خط مرکزی لوله و محور r در جهت عمود بر آن و راستای شعاعی فرض می شود



شکل ۱- طرحواره و سیستم مختصات کانال و لوله

حجم عناصر تفرق کوچک بوده بطوریکه پروفیل سرعت را در کانال و لوله می توان به شکل سهموی در نظر گرفت.

$$\frac{u}{u_m} = \frac{3}{2} \left(1 - \left(\frac{y}{h} \right)^2 \right); \quad \text{Channel} \quad (3)$$

$$\frac{u}{u_m} = \frac{3}{2} \left(1 - \left(\frac{r}{h} \right)^2 \right); \quad \text{Pipe}$$

که در آن:

u_m : سرعت متوسط سیال (متر بر ثانیه)

h : نصف عرض کانال یا لوله (متر)

برای نانوسیال یا همان جریان شامل تفرق گرمایی پارامتر ρc_p باید به صورت $(\rho c_p)_{nf}$ تعریف شود که داریم:

$$(\rho c_p)_{nf} = (1 - \phi)(\rho c_p)_f + \phi(\rho c_p)_p \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \theta_{nf}(0, Y) = 0: \text{ Channel}, \quad \theta_{nf}(0, R) = 0: \text{ Pipe} \\ \frac{d\theta_{nf}(X, 0)}{dY} = 0: \text{ Channel}, \quad \frac{d\theta_{nf}(X, 0)}{dR} = 0: \text{ Pipe} \\ \frac{d\theta_{nf}(X, 1)}{dY} = 1: \text{ Channel}, \quad \frac{d\theta_{nf}(X, 1)}{dR} = 1: \text{ Pipe} \end{aligned} \quad (12)$$

با حل معادلات حاکم (۱۱) تحت شرایط مرزی (۱۲) می‌توان توزیع دمای داخل کانال یا لوله را بدست آورد. دمای متوسط روی دیواره کانال یا لوله ($\bar{\theta}_w$) از رابطه زیر قابل محاسبه می‌باشد:

$$\bar{\theta}_w = \frac{\int_0^B \theta(X, h) dX}{B} \quad (13)$$

همچنین دمای حجمی متوسط (θ_m) در هر مقطع X کانال یا لوله از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\theta_m(X) = \int_0^1 U(Y) \theta(X, Y) dY : \text{ Channel} \quad (14)$$

$$\theta_m(X) = \int_0^1 U(Y) \theta(X, R) dR : \text{ Pipe}$$

بنابراین عدد ناسلت روی دیواره کانال یا لوله در هر مقطع از X را می‌توان به شکل زیر بدست آورد:

$$Nu = \frac{h_c h}{k_f} = \frac{1}{\theta_w(X) - \theta_m(X)} \quad (15)$$

که در آن:

h_c : ضریب انتقال گرمای همرفتی در روی صفحات کانال یا لوله.

$\theta_w(X)$: دمای بی بعد صفحات کانال یا لوله در هر مقطع X .

در عمل ایجاد توزیع‌های متفاوت جهت پخش ذرات نانو در جریان سیال نسبت به توزیع یکنواخت دارای پیچیدگی‌ها و دشواری‌هایی خواهد بود اما با تکنولوژی و تجهیزات مدرن امروزی غیر ممکن نیست. دو توزیع پرکاربرد در این زمینه شامل توابع سهموی و نمایی و توزیع سهموی به صورت زیر است:

$$\varphi = \varphi_0 \left(1 + D_c \left(\frac{1}{3} - \left(\frac{y}{h} \right)^2 \right) \right) \quad (16)$$

$$\varphi = \frac{\varphi_0 D_e}{e^{D_e} - 1} e^{D_e Y} \quad (17)$$

باید توجه داشت که کسر حجمی متوسط برای هر توزیع بدون توجه به مقادیر D_c و D_e برابر φ_0 است. یکی از اهداف از کار ما به دست آوردن مقادیری از D_c و D_e است که تولید حداکثر انتقال گرما را در داخل مجرا کند.

۳- روش عددی

روش عددی این تحقیق برای حل معادلات دیفرانسیل حاکم، روش اختلاف محدود است. معادله (۱۱) با استفاده از اختلاف مرکزی سه نقطه در جهت Y و تفاضل پسرو^۳ برای گرادبان دما در جهت X گسسته می‌شوند. در نتیجه سیستم سه قطری از معادلات جبری در $X = \Delta X$ حاصل می‌شود که با استفاده از الگوریتم توماس [۲۳] حل

$$Pe = \left(\frac{\rho_c u_m h}{k_f} \right) \quad (9)$$

عدد پکلت است. با توجه به مدل ارائه شده در مرجع [۱۷] داریم:

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_0}{k_f} + \lambda \left(\frac{\rho_c}{\rho_p} \right)_{nf} \varphi U_{nf}, \quad \lambda = C^* Pe_f, \quad (10)$$

$$Pe_f = \left(\frac{(\rho_c)_f u_m h}{k_f} \right)$$

جدول ۱- خواص ترموفیزیکی سیال پایه و نانوذرات

ویژگی فیزیکی	سیال پایه (آب)	نانوذرات (مس)
k (W / m K)	۰/۶	۳۹۱
c_p (kJ / kg K)	۴/۱۹۲	۰/۳۹۸
ρ (kg / m ³)	۹۹۷/۱	۸۹۳۳

در این مقاله، توزیع نانوذرات داخل جریان سیال با سه توزیع متفاوت یکنواخت، سهموی و نمایی مورد بررسی قرار گرفته و تاثیرات صورت گرفته بر خواص انتقال گرمای همرفتی و عدد ناسلت برای این سه توزیع مقایسه خواهند شد. بارزترین روش برای به دست آوردن توزیع خاص برای عناصر پراکنده گرمایی، داشتن سطوح گسترش یافته موین هادی روی صفحات مجرا است. حجم این ساختار به اندازه کافی کوچک است که فرض توزیع سهموی برای میدان سرعت همچنان معتبر است. همچنین، خواص پراکندگی گرمایی غیرهمگن را می‌توان با داشتن نانوذرات با تراکم‌های مختلف و یا اندازه‌های مختلف به دست آورد. نانوذرات یا عناصر پراکنده سنگین‌تر به دلیل نیروهای گرانشی تمایل به تعلیق نزدیک به صفحه پایینی دارند، در حالی که نانوذرات یا عناصر پراکنده سبک‌تر به علت نیروهای شناوری تمایل به تعلیق نزدیک صفحه بالایی را دارند. با دادن خاصیت مغناطیسی به ذرات نانو و اعمال میدان مغناطیسی متمرکز مناسب می‌توان عناصر پراکنده یا همان نانوذرات را بیشتر در نزدیکی دیواره‌های مجرا متمرکز کرد. به این ترتیب، تفاوت در خواص پراکنده گرمایی نانوسیال می‌تواند به دست آید. خواص پراکنده گرمایی مناسب می‌تواند با استفاده از روش‌های مختلف بحث شده در بخش ۱ به دست آید. معادله انرژی بی بعد در شرایط پراکندگی گرمایی (حضور نانو ذرات) به صورت معادله (۱۱) است:

$$\begin{aligned} Pe_f \left(\frac{(\rho_c)_p}{(\rho_c)_f} \right) U_{nf} \frac{\partial \theta_{nf}}{\partial X} = \\ \frac{\partial}{\partial Y} \left(\left(\frac{k_0}{k_f} + \lambda \left(\frac{\rho_c}{\rho_p} \right)_{nf} \varphi U_{nf} \right) \frac{\partial \theta_{nf}}{\partial Y} \right) \quad \text{Channel} \\ Pe_f \left(\frac{(\rho_c)_p}{(\rho_c)_f} \right) U_{nf} \frac{\partial \theta_{nf}}{\partial X} = \\ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(\left(\frac{k_0}{k_f} + \lambda \left(\frac{\rho_c}{\rho_p} \right)_{nf} \varphi U_{nf} \right) R \frac{\partial \theta_{nf}}{\partial R} \right) \quad \text{Pipe} \end{aligned} \quad (11)$$

همچنین شرایط مرزی مربوطه عبارتند از:

³ Backward

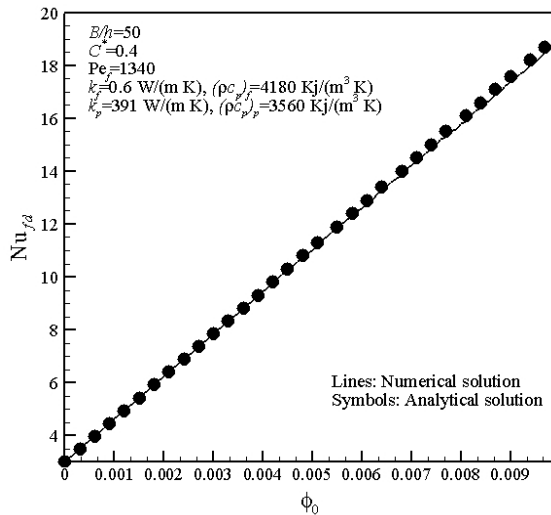
با تعریف $A = k_0 / k_f + \lambda \varphi (\rho c_p)_{nf} / (\rho c_p)_f$ جواب معادله دیفرانسیل ساده (۱۱) تحت شرایط مرزی (۱۲) به صورت زیر است:

$$\frac{\theta_w(X) - \theta_{nf}(X, Y)}{\theta_w(X) - \theta_m(X)} = 1.5(\Lambda^2 - Y^2) \quad (19)$$

بنابراین عدد ناسلت روی دیواره کانال در هر مقطع از X در این حالت به صورت زیر خواهد بود:

$$Nu_{fd} = \frac{1}{\theta_w(X) - \theta_m(X)} = 3A \quad (20)$$

اکنون با استفاده از حل تحلیلی انجام شده و مقایسه آن با نتایج حل عددی در حالت متناظر، به اعتبارسنجی نتایج حاصل از حل عددی اختلاف محدود خواهیم پرداخت. در شکل ۳ مقایسه دقیقی بین نتایج حل عددی و تحلیلی برای تاثیر ضریب تفرق بر عدد ناسلت روی دیواره کانال در ناحیه توسعه یافته ($X = 50$) ارائه شده است. همانطور که مشاهده می شود توافق بسیار خوب و دقیقی بین آنها وجود داشته که حاکی از صحت و دقت مناسب روش عددی مورد استفاده است.



شکل ۳- نتایج عددی و تحلیلی تاثیر کسر حجمی نانوذرات در توزیع یکنواخت نانوذرات، بر عدد ناسلت دیواره کانال در ناحیه توسعه یافته

۵- تحلیل نتایج و بحث

همانطور که ذکر شد، حل این مسئله برای توابع توزیع متفاوت نانوذرات داخل مجرا (شامل کانال صفحات موازی و لوله) انجام شده است. در توزیع سهموی ذرات نانو با معادله (۱۶) و در توزیع نمایی با معادله (۱۷)، در داخل مجرا و درون سیال پخش می شوند. در این قسمت به تحلیل نتایج این دو توزیع نانوذرات داخل مجرا می پردازیم. در شکل ۴ توزیع عرضی گرادیان دما داخل کانال و لوله اشباع شده از نانوذرات با توزیع سهموی در ناحیه توسعه یافته به ازاء مقادیر مختلف ضریب تفرق C^* ارائه شده است. با توجه به این شکل واضح است که با حضور ذرات نانو در داخل سیال، افزایش ضریب تفرق موجب افزایش گرادیان دما در نیمه ابتدایی میدان جریان شده اما در نیمه دوم که با جداره مجرا در ارتباط است کاهش شدیدتر گرادیان دما را در اثر افزایش ضریب تفرق می توان مشاهده کرد به طوریکه به ازاء تمامی

خواهد شد. این روش برای مقادیر متوالی X از ناحیه ورودی مجرا تا شرایط توسعه یافتگی گرمایی و زمانی که X به مقدار B برسد ادامه می یابد. لازم به ذکر است همانطور که قبلا نیز عنوان شد، در معادلات حاکم بر مسئله، پروفیل سرعت در داخل مجرا را توسعه یافته فرض کرده و از آنجا که حجم عناصر تفرق بسیار کوچک است پروفیل سرعت را می توان به شکل سهموی و معادله (۳) در نظر گرفت.

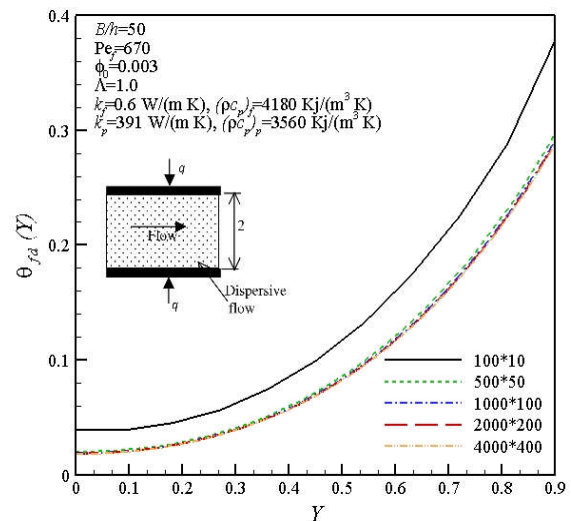
۳-۱- مطالعه شبکه

دستگاه معادلات غیر خطی حاکم بر مساله، با روش اختلاف محدود در زبان فرترن^۱ و با الگوریتم ضمنی حل شده است. به منظور بررسی استقلال جواب های بدست آمده از شبکه حل، معادلات حاکم با استفاده از چندین شبکه حل شد. تاثیر شبکه بر پارامترهای مختلف به دقت مورد بررسی قرار گرفت. اگر تعداد تقسیمات شبکه در جهت محوری X را با NX و تعداد تقسیمات شبکه در جهت عرضی Y را با NY نشان دهیم آنگاه به ازاء $NX * NY$ مختلف می توان حل معادلات را انجام داد. به عنوان نمونه در شکل ۲ پروفیل دما در ناحیه توسعه یافته ($X = 50$) داده شده است. مشاهده می شود وقتی تعداد گره های شبکه بیشتر از 1000×100 گره می شود، دیگر ظریف تر کردن شبکه تاثیری در حل انجام شده ندارد بنابراین یک شبکه 1000×100 به عنوان شبکه حل انتخاب شده است.

۴- حل تحلیلی و اعتبارسنجی نتایج

با در نظر گرفتن حالت خاص و ساده شده ای از این مسئله شامل جریان توسعه یافته یکنواخت درون کانال بطوریکه $U = 1$ باشد، معادله حاکم (۱۰) به صورت زیر ساده خواهد شد:

$$\frac{\partial^2 \theta_{nf}}{\partial Y^2} = \frac{1}{\left(\frac{k_0}{k_f} + \lambda \frac{(\rho c_p)_{nf}}{(\rho c_p)_f} \varphi \right)} \quad (18)$$



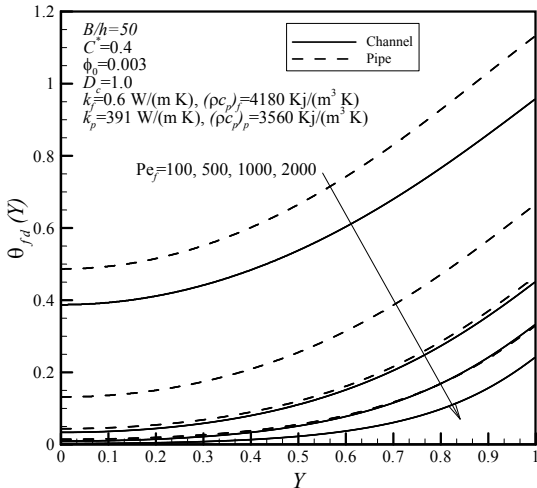
شکل ۲- انتخاب شبکه

¹ Fortran

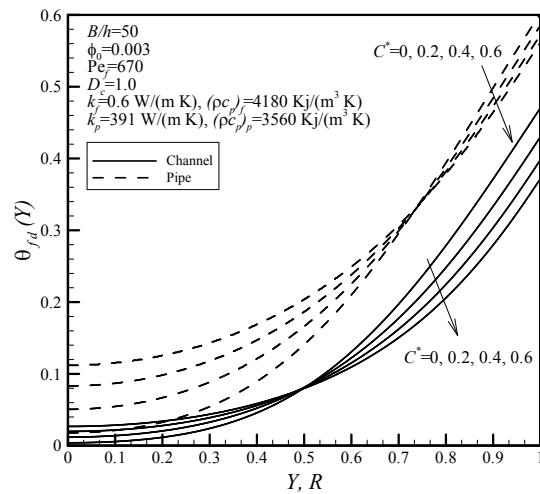
ثابت اعمال شده به جداره مجرا، افزایش عدد پکلت همراه با افزایش ویژگی‌های انتقال گرمای سیال بوده که همزمان موجب کاهش گرادیان دما خواهد شد. با توجه به این شکل نیز، دمای کمتر نانو سیال درون کانال نسبت به لوله و لذا کارکرد گرمایی بالاتر آن، مشهود می‌باشد. این مطلب همچنین برای توزیع نمایی نیز به خوبی در شکل ۷ قابل مشاهده است. باز هم در اینجا تفاوت ناچیزی بین متوسط دمای بی بعد در توزیع سهموی و نمایی مشاهده می‌شود. بارزترین مسئله در این شکل این است که در اعداد پکلت کوچک، نتایج هندسه‌های کانال و لوله به یکدیگر نزدیک می‌شوند.

مقادیر C^* ، گرادیان دمای بی بعد در یک مختصات مشخص از مجرا تقریباً یکسان می‌باشد. نکته حائز اهمیت دیگر، کمتر بودن دمای نانو سیال درون کانال نسبت به لوله، به ازاء شار گرمای تزریقی برابر است که نشان از ویژگی‌های گرمایی بهتر آن دارد. همین روند تقریباً به شکل مشابه برای توزیع نمایی در شکل ۵ نیز مشاهده می‌شود، با این تفاوت که متوسط دما در توزیع نمایی کمی نسبت به توزیع سهموی کمتر است.

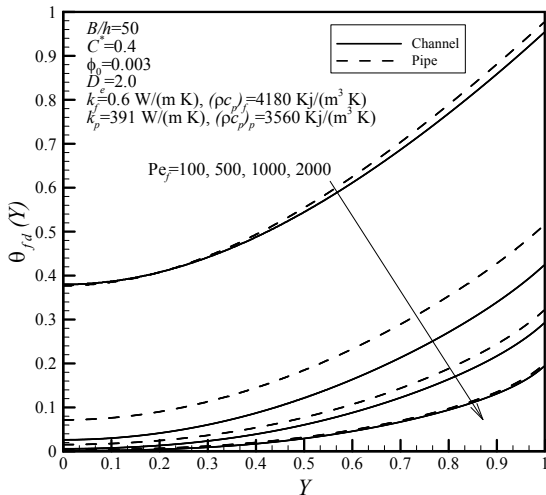
تغییرات توزیع عرضی گرادیان دما در ناحیه توسعه یافته داخل مجرای اشباع شده از نانوذرات با توزیع سهموی به ازاء مقادیر مختلف عدد پکلت را شکل ۶ می‌توان مشاهده کرد. از آنجا که عدد پکلت نسبت گرمای همرفتی به رسانش (پخش) را در سیال بیان می‌کند و با توجه به حضور نانوذرات داخل مجرا که موجب افزایش شدید قابلیت رسانایی گرمایی سیال می‌شود لذا در این حالت با وجود شار گرمایی



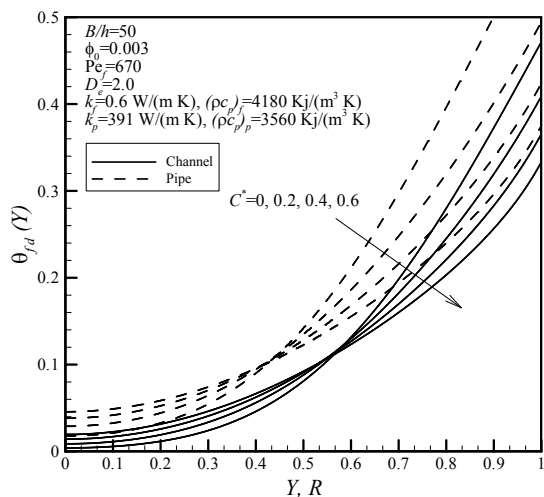
شکل ۶- تاثیر عدد پکلت بر توزیع دمای بی بعد عرضی ناحیه توسعه یافته در کانال و لوله برای تابع توزیع سهموی نانوذرات



شکل ۴- تاثیر ضریب تفرق گرمایی بر توزیع دمای بی بعد عرضی ناحیه توسعه یافته در کانال و لوله برای تابع توزیع سهموی نانوذرات



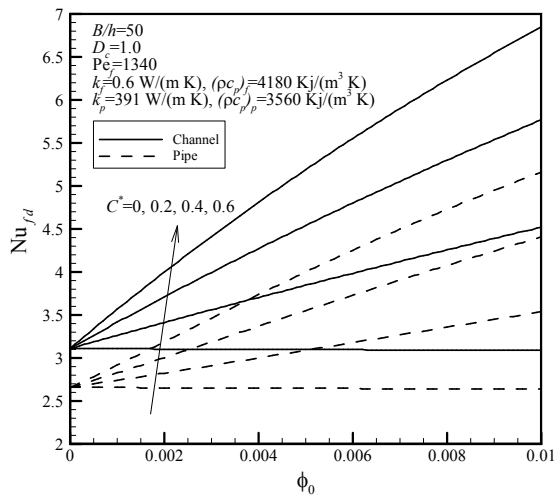
شکل ۷- تاثیر عدد پکلت بر توزیع دمای بی بعد عرضی ناحیه توسعه یافته در کانال و لوله برای تابع توزیع نمایی نانوذرات



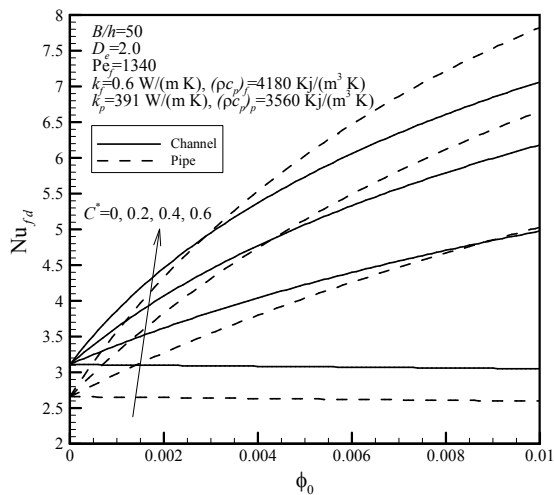
شکل ۵- تاثیر ضریب تفرق گرمایی بر توزیع دمای بی بعد عرضی ناحیه توسعه یافته در کانال و لوله برای تابع توزیع نمایی نانوذرات

در شکل ۸ تغییرات عدد ناسلت روی صفحات مجرا از نقطه ورود تا خروج به ازاء مقادیر متفاوت کسر حجمی نانوذرات در تابع توزیع سهموی ارائه شده است. همانطور که ذکر شد تاثیرات ناحیه ورودی از نقطه ورود تا ابتدای ناحیه توسعه یافته گرمایی عدد ناسلت دیواره را به شدت کاهش می‌دهد اما پس از ورود به بخش توسعه یافته عدد ناسلت

افزایش هرکدام از شاخص‌های کسر حجمی نانوذرات و ضریب تفرق به مفهوم حضور گسترده‌تر ذرات ریز دارای رسانش گرمایی بالا است که موجب افزایش قدرت انتقال گرمای سیال خواهد شد و این مطلب به خوبی در شکل‌های مربوطه قابل مشاهده است. مسئله حائز اهمیت در اینجا این است که برخلاف توزیع سهموی افزایش عدد ناسلت تقریباً به شکل خطی صورت می‌گیرد، در توزیع نمایی و به خصوص به ازاء مقادیر بزرگتر ضریب تفرق، افزایش عدد ناسلت رفتاری غیر خطی را دارد که مهمترین وجه تمایز این دو تابع توزیع می‌باشد.



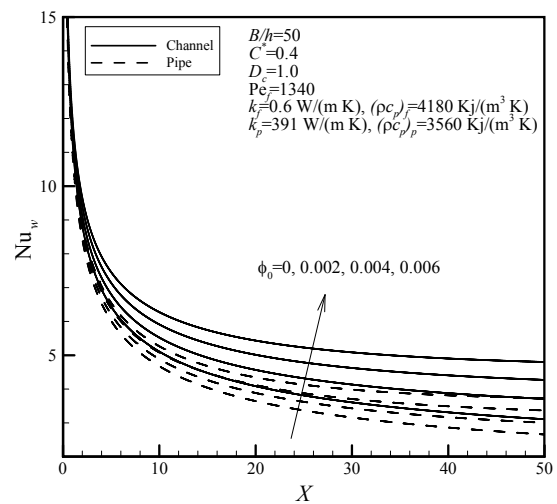
شکل ۱۰- تاثیرات ضریب تفرق و کسر حجمی عناصر تفرق بر عدد ناسلت دیواره در ناحیه توسعه یافته کانال و لوله برای تابع توزیع سهموی نانوذرات



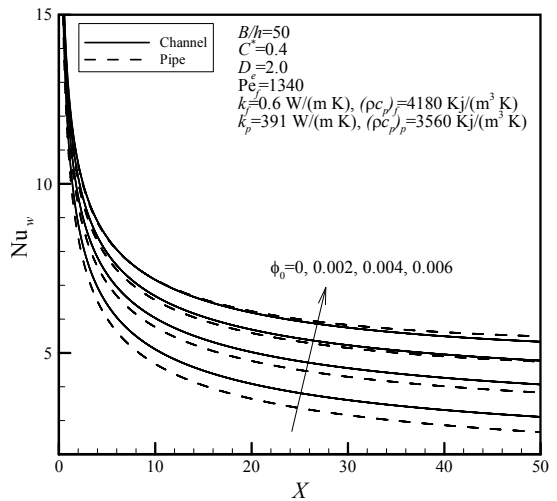
شکل ۱۱- تاثیرات ضریب تفرق و کسر حجمی عناصر تفرق بر عدد ناسلت دیواره در ناحیه توسعه یافته کانال و لوله برای تابع توزیع نمایی نانوذرات

همچنین مقایسه نتایج این شکل‌ها برای هندسه‌های کانال و لوله، نکات جالب توجهی را در پی دارد. در توزیع سهموی (شکل ۱۰) مطابق با نتایجی که پیش از این نیز دیده شد، عدد ناسلت توسعه یافته، بیشتر و در نتیجه قابلیت گرمایی بهتر جریان درون کانال، نسبت به لوله،

تقریباً به مقدار ثابتی خواهد رسید. همچنین به دلیل تاثیر رسانش ذرات نانو، افزایش تعداد نانوذرات موجب افزایش شدید عدد ناسلت دیواره و قابلیت انتقال گرمای سیال خواهد شد. همانگونه که مشاهده می‌شود، ناسلت موضعی دیواره در کانال نسبت به لوله بیشتر بوده که این مطلب، ویژگی گرمایی بهتر این هندسه را تایید می‌کند. در شکل ۹ نیز تغییرات عدد ناسلت روی صفحات از ورود تا خروج مجرا به ازاء مقادیر متفاوت کسر حجمی نانوذرات در تابع توزیع نمایی ارائه شده است که دارای روند مشابه با شکل ۸ می‌باشد.

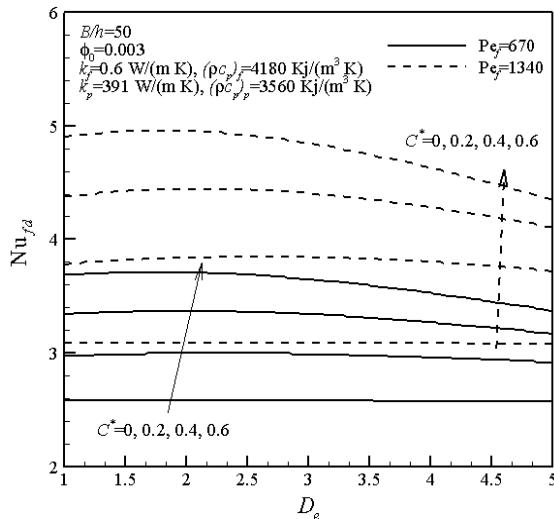


شکل ۸- تاثیر کسر حجمی عناصر تفرق بر عدد ناسلت دیواره در کانال و لوله برای تابع توزیع سهموی نانوذرات



شکل ۹- تاثیر کسر حجمی عناصر تفرق بر عدد ناسلت دیواره در کانال و لوله برای تابع توزیع نمایی نانوذرات

همچنین در شکل ۱۰ و شکل ۱۱ تاثیر ضریب تفرق C^* بر عدد ناسلت در خروجی مجرا (ناحیه توسعه یافته) به ترتیب برای توزیع سهموی و نمایی نشان داده شده است. افزایش شدید عدد ناسلت و قابلیت انتقال گرمای جریان سیال در اثر افزایش کسر حجمی نانوذرات و ضریب تفرق قابل پیش بینی و توجیه پذیر است. به عبارت دیگر



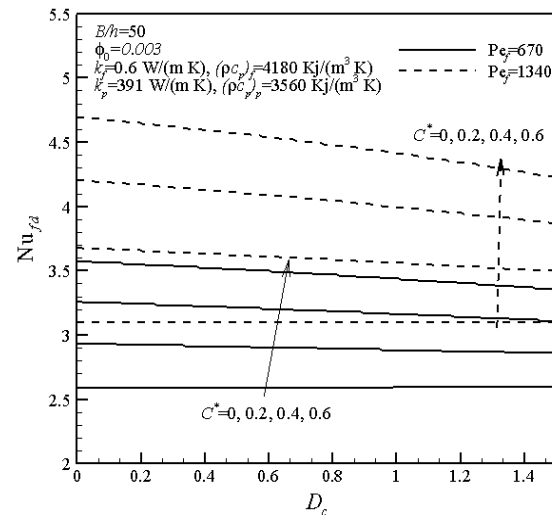
شکل ۱۳- تاثیرات D_e و ضریب تفرق بر عدد ناسلت دیواره کانال در ناحیه توسعه یافته برای تابع توزیع نمایی نانوذرات

۶- نتیجه گیری

همانطور که مشاهده شد در این مقاله بهبود در پدیده انتقال گرما داخل مجرای پر شده از سیال با ویژگی‌های تفرق گرمایی متفاوت، مورد مطالعه قرار گرفت. توزیع‌های مختلفی را می‌توان برای عناصر تفرق یا همان نانوذرات در نظر گرفت. نانوذرات را می‌توان به شکل یکنواخت و یا به شکل غیر یکنواخت با توابع توزیع متفاوت در کل مجرا تزریق کرد. با توجه به مطالب ارائه شده، نتیجه مهمی که حضور نانوذرات در داخل سیال دربردارد، افزایش کلی عدد ناسلت و در نتیجه ویژگی‌های انتقال گرمایی سیال است که پیش از این نیز قابل پیش بینی بود. اما توجه به ساختار و توزیع تزریق ذرات نانو و اثرات آن بر ویژگی‌های گرمایی نتیجه مهمتری از این پژوهش است. همانطور که دیده شد تاثیرات متفاوتی که افزایش حضور ذرات نانو بر انتقال گرمای رسانش و همرفتی داخل سیال برجا می‌گذارد موجب رفتار دوگانه عدد ناسلت و قابلیت انتقال گرما در قسمت‌های مختلف مجرا می‌شود. نتیجه مهم و قابل ذکر دیگری که باید به آن اشاره کرد این است که در مجموع تفاوت محسوس و چشمگیری بین نتایج توزیع سهموی و توزیع نمایی وجود نداشته و تنها تفاوت قابل اشاره این است که افزایش شاخص اندازه ذرات نانوذرات در توزیع سهموی به صورت پیوسته موجب کاهش عدد ناسلت و قابلیت انتقال گرمای سیال می‌شود اما در توزیع نمایی افزایش شاخص اندازه ذرات تزریق شده روندی به شکل صعودی-نزولی به عدد ناسلت خواهد داد، لذا در این توزیع مقدار خاصی از شاخص اندازه را برای نانوذرات تزریق شده می‌توان به عنوان مقدار بهینه معرفی کرد که منجر به بیشترین عدد ناسلت خواهد شد. همچنین در توزیع سهموی رفتار تغییرات عدد ناسلت با کسر حجمی نانوذرات به صورت خطی می‌باشد درحالی‌که این رفتار در توزیع نمایی و به خصوص با در ضرایب تفرق بزرگتر به صورت غیر خطی است. از طرف دیگر با توجه به افزایش قدرت جابجایی در اثر افزایش عدد پکلت، بطور کلی عدد ناسلت و قابلیت انتقال گرما در مجرا، با افزایش عدد پکلت افزایش می‌یابد. دیگر نتیجه مهمی که مشاهده گردید، قابلیت گرمایی بهتر جریان نانوسیال درون کانال صفحات موازی، نسبت به لوله

مشهود است. در توزیع نمایی (شکل ۱۱)، هرچند که به ازاء کسر حجمی‌های کوچک نانوذرات، عدد ناسلت توسعه یافته در کانال، نسبت به لوله، بیشتر است، اما با افزایش کسر حجمی نانوذرات، ناسلت توسعه یافته در لوله روند رو به رشد شدیدتری نسبت به کانال دارد، تاجایی که در غلظت‌های بالاتر از حدود ۰/۰۰۵، عدد ناسلت توسعه یافته لوله و در نتیجه کارایی گرمایی آن به مراتب بیشتر از کانال می‌باشد.

شکل ۱۲ تاثیر شاخص اندازه ذرات در توزیع سهموی بر عدد ناسلت در خروجی کانال (ناحیه توسعه یافته) به ازاء مقادیر مختلف ضریب تفرق C^* و عدد پکلت مشاهده می‌شود. با افزایش شاخص D_e کاهش نامحسوسی در عدد ناسلت دیده می‌شود که می‌توان با کاهش اثرات جابجایی سیال آن را توجیه کرد. به عبارت دیگر در اثر افزایش شاخص اندازه ذرات داخل سیال، انتقال گرمای همرفتی سیال افت کرده که موجب کاهش ناچیزی در عدد ناسلت خواهد شد که البته میزان این کاهش در اعداد پکلت بزرگتر و همچنین ضرایب تفرق بزرگتر، بیشتر است چرا که اهمیت حضور نانوذرات با افزایش این دو کمیت بطور کلی بیشتر خواهد شد. نکته حائز اهمیت دیگر در شکل ۱۲، افزایش محسوس عدد ناسلت در اثر افزایش عدد پکلت و ضریب تفرق است که با توجه به ۰ و ۰ به خوبی قابل توصیف است.



شکل ۱۴- تاثیرات D_e و ضریب تفرق بر عدد ناسلت دیواره کانال در ناحیه توسعه یافته برای تابع توزیع سهموی نانوذرات

همچنین در ۱۳۰ تاثیر شاخص اندازه ذرات در توزیع نمایی بر عدد ناسلت در خروجی کانال (ناحیه توسعه یافته) به ازاء مقادیر مختلف ضریب تفرق C^* و عدد پکلت مشاهده می‌شود. با افزایش شاخص D_e در ابتدا افزایش نامحسوسی در عدد ناسلت دیده می‌شود که با افزایش بیشتر شاخص D_e عدد ناسلت رفتاری نزولی را به خود می‌گیرد. این رفتار دوگانه را می‌توان اینگونه توجیه کرد که به علت شکل خاص و ویژه توزیع نمایی، در ابتدا افزایش شاخص اندازه ذرات به علت افزایش قابل توجه رسانش گرمایی موجب افزایش عدد ناسلت می‌شود اما با افزایش بیشتر اندازه ذرات و کاهش شدید اثرات جابجایی، این بار کاهش ملایمی در عدد ناسلت مشاهده می‌شود.

[3] Williams, W., Bourgiorno, J., and Hu, J., Experimental Investigation of Turbulent Convective Heat Transfer and Pressure Loss of Alumina/Water and Zirconia/Water Nanoparticle Colloids (Nanofluid) in Horizontal Tubes". *Journal of Heat Transfer*, Vol.130, No. 4, pp. 42-48, 2008.

[4] Rea, U., Mc rell, T., and Lin-wen, Hu., Laminar convective heat transfer and viscous pressure loss of alumina-water and zirconia-water nanofluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 52, No. 7, pp. 2042-2048, 2008.

[5] Fotukian, S., M., Nasr, M., and Esfahany, A., Experimental study of turbulent convective heat transfer and pressure drop of dilute CuO/water nanofluid inside a circular tube, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, No. 2, pp. 214-219, 2010.

[6] Pak, B., and Cho, Y., I., Hydrodynamic and heat transfer study of dispersed fluids with submicron metallic oxide particle, *Experimental Heat Transfer*, Vol. 11, No. 2, pp. 151-170, 1998.

[7] Vincenzo, B., and Manca, O., "Sergio Nardini, Numerical investigation on nanofluids turbulent convection heat transfer inside a circular tube, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 50, No. 3, pp. 341-349, 2011.

[8] Behzadmehr, A., Saffar-Avval, M., and Galanis, N., Prediction of turbulent forced convection of a nanofluid in a tube with uniform heat flux using a two phase approach, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 28, No. 2, pp. 211-219, 2007.

[9] Yu, W., France, D., M., Timofeeva, E., V., Singh, D., and Routbort, J., L., 2011. Convective Heat Transfer of Nanofluids in Turbulent Flow". *Proceedings of Carbon Nano Materials and Applications Workshop*, October 30 -November 1, 2011. In <http://www.google.com>.

[10] Mohebbi, R., Rashidi, M., M., Izadi, M., Sidik, N., and Xian, H., Forced convection of nanofluids in an extended surfaces channel using lattice Boltzmann method, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 117, pp. 1291-1303, 2018.

[11] Shehzad, N., Zeeshan, A., Ellahi, and R., Vafai, K., "Convective heat transfer of nanofluid in a wavy channel: Buongiorno's mathematical model". *Journal of Molecular Liquids*, Vol. 222, pp. 446-455, 2016.

[12] Xuan, Y., and Roetzel, W., "Conceptions for heat transfer correlation of nanofluids". *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 43, No. 19, pp. 3701-3707, 2000..

[13] Chang, P., Y., Shiah, S., W., and Fu, M., N., Mixed convection in a Horizontal square packed-sphere channel under axially uniform heating peripherally uniform wall temperature, *Numerical Heat Transfer*, Vol. 45, No. 8, pp. 791-809, 2004.

[14] Hancu, S., Ghinda, T., Ma, L., Lesnic, D., and Ingham, D., B., Numerical modeling and experimental investigation of the fluid flow and contaminant dispersion in a channel, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 45, No. 13, pp. 2707-2718, 2002

[15] Kuznetsov, A., V., Cheng, L., and Xiong, M., Effects of thermal dispersion and turbulence in forced convection in a composite parallel-plate channel: investigation of constant wall heat flux and constant wall temperature cases, *Numerical Heat Transfer*, Vol. 42, No. 4, pp. 365-383, 2002.

[16] Gunn, D.J., An analysis of convective dispersion and reaction in the fixed-bed reactor, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 48, pp. 2861-2875, 2004.

[17] Khaled, A.R.A., Vafai, K., Heat transfer enhancement through control of thermal dispersion effects, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 48, pp. 2172-2185, 2005.

[18] Metzger, T., Didierjean, S., Mailet, D., Optimal experimental estimation of thermal dispersion coefficients in porous media, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 47, pp. 3341-3353, 2004.

[19] Q. Li, Y. Xuan, Convective heat transfer and flow characteristics of cu-water nanofluid, *Science in China (Series E)*, Vol. 45, pp. 408-416, 2002.

[20] Ameri, M., Amani, M., and Amani, P., 2017, Thermal performance of nanofluids in metal foam tube: Thermal dispersion model incorporating heterogeneous distribution of nanoparticles, *Advanced Powder Technology*, Vol. 28, No. 10, pp. 2747-2755.

بود که البته به ازاء غلظت‌های بالای نانوذرات در توزیع نمایی، نتایج معکوسی بدست می‌آید.

۷- نمادها

B	طول کانال، m^2
C^*	ضریب تفرق گرمایی (وابسته به ویژگی عناصر تفرق)
C_p	گرمای ویژه، $KJ/kg.K$
D_c	شاخص اندازه ذرات در توزیع سهموی
D_e	شاخص اندازه ذرات در توزیع نمایی
h	نصف عرض کانال، m
h_c	ضریب انتقال گرمای همرفتی، $w/m^2.K$
k	رسانایی گرمایی، $w/m.K$
k_0	رسانایی گرمایی ایستایی موثر نانوسیال، $w/m.K$
Nu	عدد ناسلت
Pe	عدد پکلت
Pr	عدد پرائنتل
q	شار گرمایی ثابت روی دیواره های کانال ، w
T	دما، K
T_1	دمای ورود سیال به کانال، K
u	سرعت محوری، m/s
U	سرعت محوری بی بعد
x	مختصات محوری، m
X	مختصات محوری بی بعد شده
y	مختصات عرضی، m
Y	مختصات عرضی بی بعد شده
علائم یونانی	
θ	دمای بی بعد
θ_m	دمای بی بعد حجمی متوسط
θ_w	دمای بی بعد دیواره کانال
ρ	چگالی، kg/m^3
φ	کسر حجمی عناصر تفرق (نانوذرات)
φ_0	کسر حجمی عناصر تفرق وقتی به شکل یکنواخت کل کانال را پر کرده‌اند
زیر نویس‌ها	
f	سیال خالص (عاری از نانوذرات)
m	مقدار متوسط
nf	نانو سیال
p	ذرات

۸- مراجع

[1] Yang, Y., Characterizations and Convective Heat Transfer Performance of Nanofluids, Ph. D thesis, Lehigh University, UMI Publisher, Ann Arbor, 2011.

[2] Xuan, Y., and Qiang, Li., Investigation on Convective Heat Transfer and Flow Features of Nanofluids, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 125, No. 1, pp. 151-155, 2003..

- [21] Bahiraei M., and Hosseinalipour S.,M., Accuracy enhancement of thermal dispersion model in prediction of convective heat transfer for nanofluids considering the effects of particle migration”. *Korean Journal of Chemical Engineering*, Vol. 30, No. 8, pp. 1552-1558, 2015.
- [22] Wasp F.J., Solid-liquid Slurry Pipeline Transportation, *Trans. Tech., Berlin*, 1977.
- [23] Blottner, F.G., Finite-difference methods of solution of the boundary-layer equations, *AIAA Journal*, Vol. 8, pp. 193-205, 1970.