

## تحلیل رفتار پلاستیک چرخه ای استوانه جدار ضخیم با مواد هدفمند بر اساس مدل سخت شونده سینماتیکی غیر خطی

استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران  
 کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران  
 کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

مسعود عسگری\*  
 عباس خانمحمدی  
 میلاد پارسا

### چکیده

ترکیب مواد مختلف اغلب به منظور بهینه سازی پاسخ سازه تحت بارهای مکانیکی و حرارتی شدید در سازه های پیچیده نظیر مخازن استفاده می شود. مواد تابعی یا هدفمند برای رسیدن به این هدف در مورد مخازن تحت فشار مناسب می باشند. از سوی دیگر این ساختارها معمولاً متحمل بارگذاری تکرار شونده منجر به تغییر شکل پلاستیک و در نتیجه پدیده های تشدید تدریجی و تطبیق دوره نوسانی می باشند. در این مطالعه نظریه سخت شونده سینماتیکی غیرخطی فردریک-آرمسترانگ به منظور بررسی رفتار بارگذاری چرخه ای برای یک سیلندر ضخیم هدفمند تحت فشار داخلی برای دو ماده هدفمند بصورت فلز-فلز و سرامیک-فلز استفاده می شود. قانون توزیع کسر حجمی، هندسه و بار مکانیکی متقارن، برای ماده مورد نظر فرض می شود. روش المان محدود در ترکیب با یک رویکرد چند لایه برای مدل کردن سازه استفاده شده است. تحلیل های مورد نظر به روش المان محدود انجام و نتایج آن بوسیله نمودارهای تنش- کرنش ارائه شده است. اثر تغییرات توزیع مواد بر رفتار چرخه ای نیز مورد مطالعه قرار گرفته است. نتایج به دست آمده نشان می دهد که استفاده از مواد هدفمند منجر به طراحی انعطاف پذیرتر می شود؛ به نحوی که گسیختگی چرخه ای را می توان با انتخاب پروفایل های توزیع مواد مناسب بهبود داد. **واژه های کلیدی:** پلاستیسیته چرخه ای، تشدید تدریجی، سیلندرضخیم با مواد هدفمند، روش اجزاء محدود.

## Cyclic Plasticity Behavior of Thick Walled FGM Cylinder Based on Nonlinear Kinematic Hardening

M. Asgari Mechanical Engineering Department, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran  
 A. Khanmohammadi Mechanical Engineering Department, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran  
 M. Parsa Mechanical Engineering Department, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran

### Abstract

The composition of several different materials is often used in structural components in order to optimize the responses of structures subjected to severe thermal and mechanical loads. Functionally graded materials (FGMs) are suitable to achieve this purpose in the case of pressure vessels. On the other hand these structures usually sustain cyclic loadings resulting in ratcheting and shakedown behavior. In this study the nonlinear kinematic hardening theories are used to evaluate the cyclic loading behavior of a thick walled FGM Cylinder under internal pressure. The power law volume fraction distribution of materials, geometry and mechanical load are assumed to be axisymmetric. The finite element method combined with a multi-layered approach is used to model the structure by ABAQUS software. The response of structure under cyclic loadings is considered. Fredrick & Armstrong nonlinear kinematic hardening theories based on different type of back stress numbers are used to predict the ratcheting and shakedown behavior of the structure. The effects of variation of materials distribution on cyclic behavior are also studied. The achieved results show that using functionally graded material leads to a more flexible design so that cyclic rupture can be improved by selecting a suitable material distribution profiles.

**Keywords:** Cyclic Plasticity, FEM, FGM Thick Cylinder, Ratcheting.

### ۱- مقدمه

توسعه روش های طراحی و ساخت برای کاهش آسیب های ناشی از شکست اهمیت بسیاری دارد.

اگر یک قطعه در حضور بارگذاری متغیر دچار تغییر شکل پلاستیک شود، استحکام آن بوسیله خواص خستگی ماده قابل محاسبه بوده و شکست پس از تعداد زیادی از سیکل های بارگذاری رخ می دهد. اما در صورتی که قطعه متحمل بارگذاری الاستوپلاستیک گردد، یک بارگذاری کمتر از محدوده مجاز نیز می تواند منجر به بروز حالتی بحرانی در سیکل های نسبتاً کمتر شود. در این شرایط ساختار ماده مورد بررسی پس از تعداد کمتر سیکل های بارگذاری دچار شکست

عامل بسیار مهم در رفتار مواد در بارگذاری های مکرر، ریز ساختار آن و نیز دامنه بارگذاری می باشد که عامل اول عموماً در پلاستیسیته ی کریستالی و نظریه ی جابجایی مورد بحث قرار می گیرد. این نوع از بارگذاری ها خصوصاً در مخازن تحت فشار و لوله های انتقال مواد پتروشیمی، از آنجایی اهمیت می یابد که این تجهیزات در معرض فشارهای متناوب داخلی و خارجی، در یک گرادینان دمایی خاص و یا متغیر با زمان قرار گیرند. در کاربردهای صنعتی و مهندسی، تشخیص پاسخ شکست در انواع شرایط بارگذاری و نیز

آرمسترانگ و پراگر برای بدست آوردن رفتار سیکلی تحت بارگذاری مذکور، مورد استفاده قرار گرفته و ارتباط انواع بارگذاری با رفتار تشدید تدریجی و تطبیق دوره‌ی نوسانی حاصل شده است.

اما موضوعی که در تحقیقات گذشته بسیار کم به پرداخته شده است تغییر شکلهای پلاستیک در طی بارگذاری‌های چرخه ای در مواد هدفمند است [۱۱]. از اینرو در این مقاله سعی شده است تا رفتار ناشی از بارگذاری تکرار شونده در محدوده پلاستیک برای مواد غیر همگن و به طور خاص استوانه های هدفمند مورد بررسی قرار گیرد.

در مقاله حاضر، یک استوانه جدار ضخیم با فرض مدل کرنش صفحه ای تحت بارگذاری متناوب از صفر تا یک مقدار بیشینه مد نظر قرار گرفته است. نظریه سخت شوندهگی سینماتیکی غیر خطی به منظور بررسی رفتار بارگذاری چرخه ای برای این سیلندر ضخیم با ماده هدفمند تحت فشار داخلی استفاده شده است. قانون توزیع کسر حجمی، هندسه و نیز بار مکانیکی متقارن، برای ماده مورد نظر فرض شده است. روش المان محدود در ترکیب با یک رویکرد چند لایه برای مدل کردن سازه مورد استفاده قرار گرفته است.

تحلیل های انجام شده با استفاده از روش المان محدود، به مدل سازی و مقایسه سیلندری از یک جنس با سیلندرهایی ساخته شده از مواد هدفمند همراه با توابع و ترکیب مختلف مواد پرداخته است. از مدل فردریک-آرمسترانگ با یک تنش بازگشتی در بارگذاری متناوب بهره گرفته شده و در نهایت نمودارهای تشدید تدریجی برای مخزن جدارضخیم مربوطه رسم گردیده است. ماده هدفمند مورد بررسی در حالت اول ترکیبی از دو فلز و در حالت دوم تلفیقی از فلز با یک ماده سرامیکی بوده است.

آنچه در مورد مفهوم تشدید تدریجی مورد توجه است شامل انواع بارگذاری‌های تنش یا بار کنترل شده با تنش متوسط غیر صفر، است. همچنین پدیده تشدید تدریجی (ratchetting) که ناشی از رفتار متفاوت مواد در کشش و فشار و افزایش تجمعی کرنش پلاستیک در سیکل های بارگذاری می باشد، مورد مطالعه قرار گرفته است. لیکن پدیده مطلوب در هر مسأله با بارگذاری متغیر رسیدن به حالت تطبیق دوره نوسانی یا اشباع (Shake down) و تشکیل سیکل‌های هیستریزس تنش کرنش می باشد، چرا که تشدید تدریجی موجب شکست سازه می گردد. هدف اصلی در تحلیل‌های انجام شده بررسی و تعیین آستانه تطبیق دوره نوسانی در مخزن استوانه ای ساخته شده از مواد هدفمند و اثر تغییرات تدریجی خواص بر این پدیده می باشد. همچنین یافتن ترکیبی بهینه از ماده هدفمند برای این منظور مورد توجه قرار گرفته است.

## ۲- معادلات حاکم

یک سیلندر ضخیم با شعاع داخلی و خارجی بترتیب  $a$  و  $b$ ، و نیز فشار داخلی  $P$ ، بدون حضور آثار حرارتی در نظر گرفته می شود. به کمک بی بعد سازی های زیر:

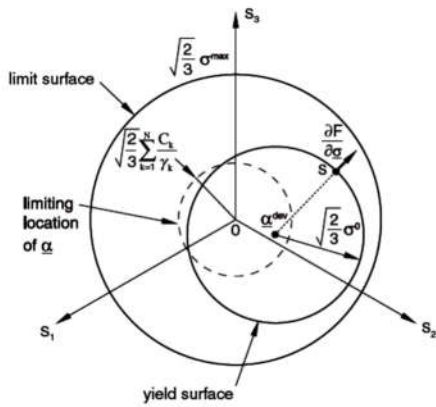
$$\begin{aligned} S_r &= \frac{r}{a}, & S_\theta &= \frac{\sigma_r}{\sigma_0} \\ \frac{\sigma_\theta}{\sigma_0}, & e_r &= \frac{\epsilon_r}{\epsilon_0} \\ e_\theta &= \frac{\epsilon_\theta}{\epsilon_0}, & e_r^p &= \frac{\epsilon_r^p}{\epsilon_0} \\ \frac{\epsilon_r^p}{\epsilon_0}, & e_\theta^p &= \frac{\epsilon_\theta^p}{\epsilon_0} \\ p &= \frac{P}{\sigma_0}, & \rho &= \frac{r}{a} \end{aligned} \quad (1)$$

می گردد [۱]. رفتار مکانیکی و ساختار شکست اغلب مواد مورد استفاده در صنعت نظیر فلزات، به نحوی گسترده مورد مطالعه قرار گرفته است و بر اساس نتایج حاصل از این مطالعات، نظام طراحی برتری بدست آمده است.

از طرف دیگر با توجه به کاربردهای رو به افزایش مواد هدفمند (FGM) در صنعت، استفاده آنها بویژه در انواع خاصی از بارگذاری در تجهیزات مربوط به صنایع پتروشیمی، اهمیتی بالقوه خواهد داشت. این نوع مواد از ترکیب میکروسکوپی مواد متفاوت با تغییرات تدریجی و پیوسته درصد حجمی مواد تشکیل دهنده و ریز ساختار آنها در نقاط مختلف به منظور بهبود عملکرد کلی سازه حاصل می‌شوند. در این روش، تأثیرات منفی و نامطلوب ناشی از تغییرات ناگهانی خواص ماده که در خواص مواد کامپوزیتی مشاهده می‌گردد، از بین رفته است [۱]. ایده استفاده از مواد هدفمند با استفاده از ترکیب مواد مختلف به منظور دستیابی به سازه‌ای با خواص مطلوب در هر نقطه، نخستین بار در اواسط دهه ۸۰ میلادی توسط محققین ژاپنی شکل گرفت [۱]. این نوع از مواد بخاطر عملکرد مناسبشان تحت بارگذاری‌های مختلف مکانیکی و حرارتی برای پریدهای زمانی طولانی، بطور گسترده در ساختارهای هوافضا، تجهیزات برش و خطوط انتقال تحت فشار مورد استفاده قرار می‌گیرند.

به همین جهت در طول دهه اخیر، بسیاری از تحقیقات برای حل مسائل مکانیکی و حرارتی این مواد بر اساس روش‌های حل عددی و تحلیلی به انجام رسیده‌اند. لاتز و زیرمن از روش حل تحلیلی برای بدست آوردن توزیع تنش‌ها در استوانه و کره ساخته شده از مواد هدفمند استفاده کرده اند [۲،۳]. آنها استوانه و کره‌ای ضخیم تحت بارهای گرمایی شعاعی را در نظر گرفته اند که در آن قانون ترکیب خواص خطی مورد استفاده قرار گرفته است. جباری و همکاران ماده‌ای هدفمند را که از قانون توزیع کسر حجمی تبعیت می‌کند، در نظر گرفته اند [۴،۵]. آنها پاسخ های تحلیلی برای حالت یک و دو بعدی از تنش‌های ترمو-الاستیک، در سیلندری متشکل از مواد درجه بندی شده تابعی، بدست آورده اند. قارونی و همکاران نیز با استفاده از نظریه تغییر شکل‌های بسیار کوچک و فرمولاسیون تحلیلی بر اساس نظریه مرتبه اول برشی به مدلسازی یک استوانه تحت فشار با مواد هدفمند پرداخته‌اند [۶]. ماسیچوسکی و مرز یک ماده هدفمند را تحت بار سیکلی مکانیکی و حرارتی در نظر گرفته و پاسخ‌های بهینه را یافته اند [۷]. فرایند بهینه سازی از یک ماده همگن سرامیکی آغاز و سپس تحلیل ترمو-مکانیکی برای توزیعی جدید از ماده هدفمند انجام گرفته است. همچنین عسگری و اخلاقی تحلیلی ترمو-مکانیکی برای یک استوانه ساخته شده از مواد هدفمند را تحت بار مکانیکی و حرارتی حالت پایدار مورد بررسی قرار داده اند [۸]. نتایج حاصله مشخص می کند که استفاده از مواد هدفمند به طراحی انعطاف پذیرتری می‌انجامد. ابودی و همکارانش با استفاده از نظریه ترمو-الاستوپلاستیک، به بررسی پاسخ های ماده هدفمند در دو جهت پرداخته است [۹].

از طرف دیگر مطالعه سازه های تحت تغییر شکلهای پلاستیک تکرار شونده نیز مورد توجه محققین بوده است. اسلامی و مهبادی یک باگذاری حرارتی و فشاری چرخه ای برای استوانه و کره در نظر گرفته اند [۱۰]. نظریه سخت شوندهگی پلاستیسیتیه بر اساس مدل فردریک-



شکل ۱- نمایش سه بعدی از مدل سخت‌شوندگی سینماتیکی غیرخطی [۱۴]

در این مطالعه ابتدا یک استوانه جدار ضخیم با خواص همگن و از جنس ماده ۲ در جدول ۲ بصورت کرنش صفحه ای مدل شده که در آن نسبت  $b/a$  برابر با ۲ در نظر گرفته شده است. بارگذاری نیز بصورت فشار داخلی در طی ۵ سیکل از صفر تا بیشینه مقدار  $240\text{MPa}$  در نظر گرفته شده است. در سایر مدل‌ها که در حالت اول بصورت ماده هدفمند از نوع فلز-فلز بودند، از قانون خطی مخلوط‌ها استفاده شد. در این روش که رایج‌ترین نحوه مدل‌سازی تغییرات خواص در تحلیل مواد مرکب و تابعی می‌باشد، خواص از مجموع حاصلضرب خواص اجزای تشکیل دهنده در نسبت حجمی آنها بدست می‌آید.

$$P_m = P_1 V_1 + P_2 V_2 \quad (8)$$

تغییرات درصد حجمی در استوانه با مواد FG metal که خواص آن در راستای شعاع تغییر می‌کند با استفاده از مدل توانی با رابطه زیر توصیف می‌شود:

$$V_{(r)} = \left( \frac{r - r_i}{r_o - r_i} \right)^n \quad (9)$$

که در آن  $n$  یک عدد ثابت و بیانگر نحوه ی تغییرات درصد حجمی،  $r_o$  و  $r_i$  بترتیب شعاع داخلی و خارجی استوانه می‌باشند. در دیگر تحلیل‌های انجام شده، توان  $n$  را تغییر داده و نمودارهای حاصله با آنچه از استوانه همگن بدست آمده بود، مقایسه شد. برای مدل کردن استوانه FG metal مذکور، مدل به ۱۱ لایه تقسیم شد و خواص هر لایه با استفاده از دو رابطه (۸) و (۹)، از طریق معادله زیر اعمال شد:

$$P_m = (P_1 - P_2) \left( \frac{r - r_i}{r_o - r_i} \right)^n + P_2 \quad (10)$$

که در رابطه فوق  $P_m$  هر یک از خواص مدول الاستیسیته، چگالی، رسانایی گرمایی و ضریب انبساط گرمایی بوده و زیرنویس ۱ و ۲ بترتیب مربوط به دو ماده ۱ و ماده ۲ می‌باشد [۱۱].

شکل (۲) بارگذاری سیکلی مخزن را بین  $P_i = 2P_{crit}$  و  $P_i = -2P_{crit}$  را با استفاده از مدل پراگر نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که مدل سخت‌شوندگی پراگر به حالت رجچینگ می‌رسد و سیکل‌ها روی هم می‌افتند. برای حل معادلات الاستو پلاستیک حاکم بر مسایل از روش عددی تقریب متوالی (Successive Approximation) مبتنی بر روابط کرنش-کرنش و مقایسه آن با روش المان محدود استفاده شده است.

$$\beta = \frac{b}{a}$$

که در آن  $\sigma_0$  و  $\epsilon_0$  تنش و کرنش در اولین نقطه تسلیم هستند. روابط تعادل، سازگاری و تنش-کرنش را به ترتیب به فرمهای زیر می‌باشند:

$$\frac{dS_r}{d\rho} = \frac{S_\theta - S_r}{\rho} \quad (2)$$

$$\frac{de_\theta}{d\rho} = \frac{e_r - e_\theta}{\rho} \quad (3)$$

$$e_z = S_z - \nu(S_\theta + S_r) + e_z^p \quad (4)$$

$$e_\theta = S_\theta - \nu(S_r + S_z) + e_\theta^p$$

با استفاده از معیار ترسکا و قانون جریان مربوطه و اعمال شرط مرزی فشاری بر روی مرز داخلی نهایتاً خواهیم داشت:

$$S_r = -\frac{P}{\rho^2} + \frac{1}{1-\nu^2} \int_1^\rho \frac{e_r^p}{\rho} d\rho + \left(1 - \frac{1}{\rho^2}\right) C_1 \quad (5)$$

که در آن

$$C_1 = \frac{1}{\beta^2 - 1} \left( P - \frac{\beta^2}{1 - \nu^2} \int_1^\beta \frac{e_r^p}{\rho} d\rho \right)$$

فشار شروع تسلیم نیز از شعاع داخلی بوده و با رابطه‌ی زیر بیان می‌شود:

$$P_{cr} = \frac{\beta^2 - 1}{2\beta^2} \quad (6)$$

برای تعریف رفتار سیکلی مخزن نیز از مدل فردریک-آرمسترانگ بصورت زیر استفاده می‌کنیم:

$$d\alpha_{ij} = \frac{C}{\sigma_0} (\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) de_{ij}^p - \gamma \alpha |d\epsilon_p| \quad (7)$$

که در آن  $\alpha$ ، تنش بازگشتی نامیده شده و نشان از جابجایی سطح تسلیم در فضای تنشی‌های-واسترگارد، بخاطر اثر بوشینگر و عبور از مرز پلاستیک دارد. این تنش بازگشتی کلی می‌تواند از حاصل جمع تعداد زیادی از تنش‌های بازگشتی تشکیل شود که در این صورت مدل فوق، به مدل کلی چپوچه<sup>۱</sup> [۱۳] با تعداد بیشتری تنش بازگشتی تبدیل می‌شود که این پارامتر بصورت رابطه  $\alpha = \sum_{k=1}^N \alpha_k$  تعریف می‌شود.

$C$  و  $\gamma$  نیز پارامترهای رفتار سیکلی ماده هستند که بترتیب پارامتر سخت‌شوندگی سینماتیکی و نرخ سخت‌شوندگی سینماتیکی نامیده می‌شوند.

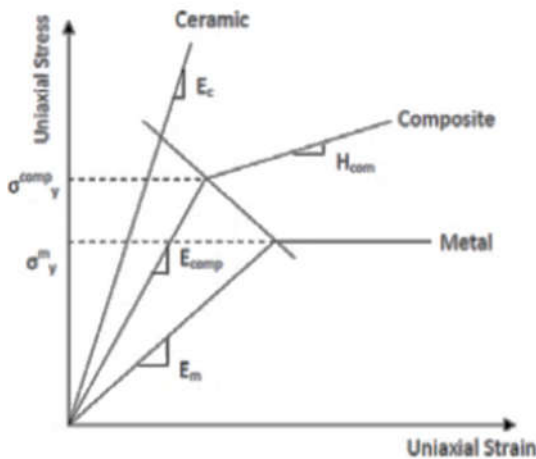
در صورت استفاده از رابطه چپوچه، در معادله (۷)،  $\alpha$ ،  $\gamma$  و  $C$  با اندیس  $k$  به تعداد جابجایی سطح تسلیم، نمایش داده خواهند شد. شکل (۱) سیر جابجایی سطح تسلیم ناشی از تنشهای بازگشتی را نمایش می‌دهد،  $F$  نمایانگر تانسور گرادینان تغییر شکل می‌باشد:

<sup>۱</sup> Caboche

$$\sigma_v = \sigma_v^m \left[ (1-V) \left( \frac{q+E_c}{q+E_m} \right) + V \right]^{-1} \times \left[ (1-V) \left( \frac{q+E_c}{q+E_m} \right) + \frac{E_c}{E_m} \right]$$
 که در آن  $V$  کسر حجمی عضو سرامیکی بوده و  $C$  و  $\gamma$  نیز همانند رابطه دوم از معادله (۱۱) قابل محاسبه می باشند.  $q$  نیز نسبت انتقالی تنش به کرنش بوده که رفتار ترکیبی فلز-سرامیک را بیان می کند. شکل (۴) نموداری شماتیکی از تنش-کرنش را برای سرامیک و فلز و ترکیب آن دو را نشان می دهد.

جدول ۱- خواص مکانیکی فولاد کربنی ۳۱۶ [۱۰]

خواص ماده ۱	
۱۹۲	مدول یانگ (GPa)
۰/۳	ضریب پواسون
۱۲۰	تنش تسلیم اولیه (MPa)
۲۱۸/۵	C (GPa)
۱۹۵۶/۶	$\gamma$



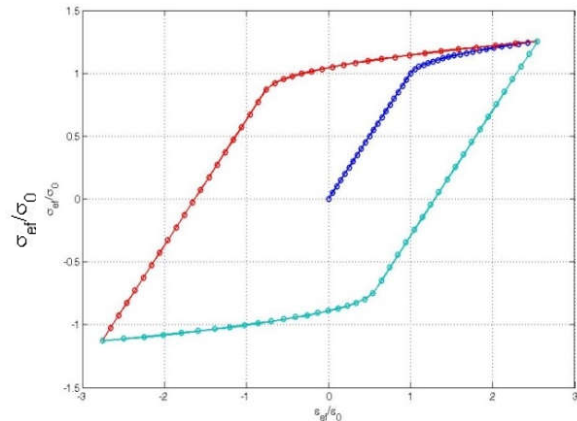
شکل ۴- طرحواره استفاده از قانون اصلاح شده مخلوطها برای تخمین خواص [۱]

### ۳- خواص مواد

دو ماده فولادی ایزوتروپیک و همگن و با خواص الاستوپلاستیک مطابق جداول ۱ و ۲ برای مدل سازی در نظر گرفته شده است. خواص سرامیک مورد استفاده نیز در جدول ۳ ارائه شده است:

جدول ۲- خواص مکانیکی فولاد کربنی ۱۰۲۰ [۱۰]

خواص ماده ۲	
۱۷۳/۲	مدول یانگ (GPa)
۰/۳	ضریب پواسون
۲۴۱	تنش تسلیم اولیه (MPa)
۵۵/۳	C (GPa)
۲۸۰	$\gamma$



شکل ۲- تنش و کرنش موثر در سیکلی مخزن استوانه ای

$$P_i = -2P_{crit} \text{ و } P_i = 2P_{crit} \text{ بین}$$

در استفاده از روش عددی تکرار را با استفاده از روابط کرنش-کرنش کلی بارگذاری تا رسیدن به سطح تسلیم به صورت خطی و با استفاده از روابط الاستیسیته انجام می گیرد. الگوریتم استفاده از این روش به شرح زیر می باشد [۱۶].

۱- یافتن بار بحرانی که در آن تسلیم آغاز می شود. و پس از یافتن بار بحرانی اختلاف بار نهایی و بار بحرانی به تعداد مراحل مشخصی تقسیم می گردد.

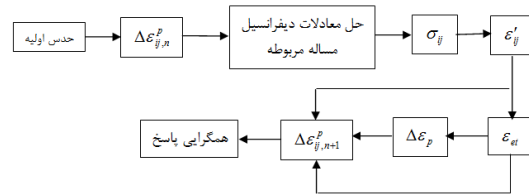
۲- برای اولین مرحله بارگذاری مقادیر رشد کرنش پلاستیک حدس زده می شود. بدیهی است که در اولین مرحله مقدار مجموع کرنشهای پلاستیک برابر صفر می باشد.

۳- با داشتن مقادیر کرنشهای پلاستیک می توان با حل معادلات حاکم بر مساله توزیع تنشها و کرنش کل را یافت و با استفاده از مقادیر کرنش و تنش محاسبه شده می توان کرنشهای اصلاح شده و با استفاده از رابطه تجربی تنش کرنش می توان کرنش معادل را محاسبه کرد.

۴- با داشتن مقادیر جدید با استفاده از روابط حاکم محاسبه می شوند و با مقادیر قبلی مقایسه می گردد. مراحل (۲) تا (۳) تا همگرایی پاسخها برای این مرحله از بارگذاری ادامه می یابد.

۵- با افزایش بار به اندازه یک مرحله مراحل (۲) تا (۴) تکرار می گردد.

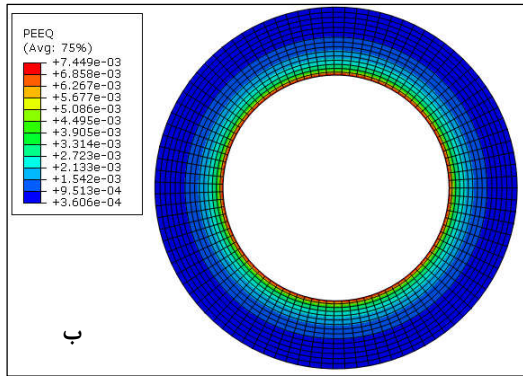
دیگرام طرحواره روش مذکور در شکل ۳ دیده می شود.



شکل ۳- الگوریتم روش تکرار عددی الاستوپلاستیک

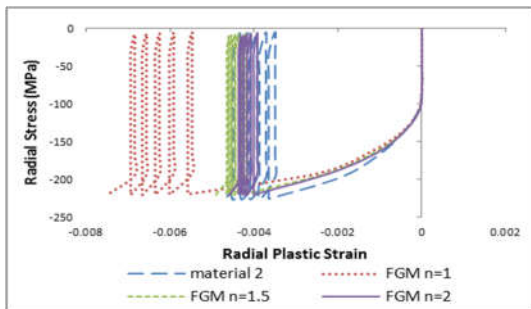
نتایج شکل ۲ حاکی از تطابق مناسب دو روش می باشد. در حالت دوم از ماده هدفمند بصورت سرامیک-فلز استفاده شد. در این حالت از قانون اصلاح شده مخلوطها به فرم زیر استفاده شده است:

$$E = \left[ (1-V) \left( \frac{q+E_c}{q+E_m} \right) + V \right]^{-1} \times \quad (11)$$

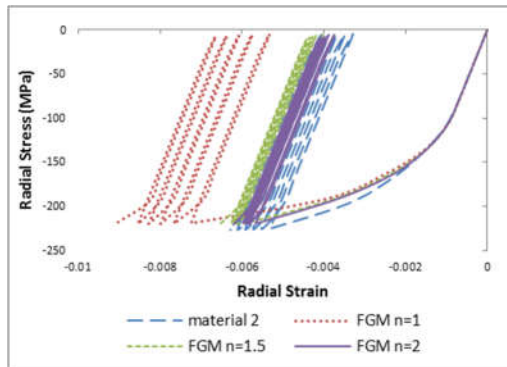


شکل ۶- مدل‌سازی المان محدود سازه همگن با نظریه F&A و فشار بیشینه 240MPa به صورت کرنش صفحه ای برای ماده ۲ (الف) توزیع تنش فون مایسز (ب) توزیع کرنش پلاستیک معادل

به منظور اطمینان از همگرایی شبیه سازی المان محدود آنالیز حساسیت انجام شده و در نهایت سازه در حالت کرنش صفحه ای با تعداد ۲۰۰۰ المان برای تحلیل استفاده شده است. مش بندی و نتایج حل نمونه در شکل (۶) برای توزیع تنش فون مایسز و کرنش پلاستیک معادل در مدل همگن F&A و فشار بیشینه 240MPa و آخرین گام زمانی، به ازای ماده با خواص ۲ نشان داده شده است. نمودارهای تنش و کرنش برای فشار بیشینه 240MPa در شکل های (۷) تا (۱۰) قابل مشاهده بوده و مدل های FG metal با توان های مختلف n، با مدل همگن از ماده ۲ مقایسه شده است:



شکل ۷- نمودار تنش شعاعی بر حسب کرنش پلاستیک شعاعی در مدل F&A با فشار بیشینه 240MPa



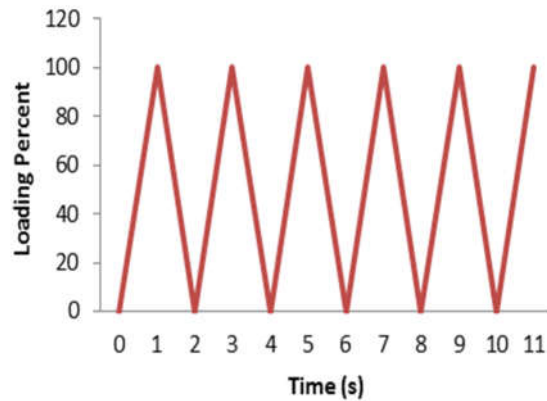
شکل ۸- نمودار تنش شعاعی بر حسب کرنش شعاعی در مدل F&A با فشار بیشینه 240MPa

خواص سرامیک	
مدول یانگ (GPa)	۸۰
ضریب پواسون	۰/۳
q(MPa)	۱۷/۲

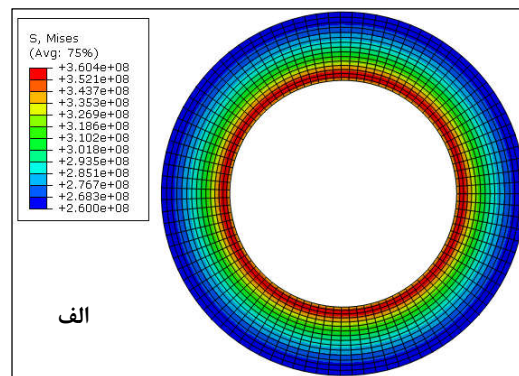
#### ۴- نتایج عددی

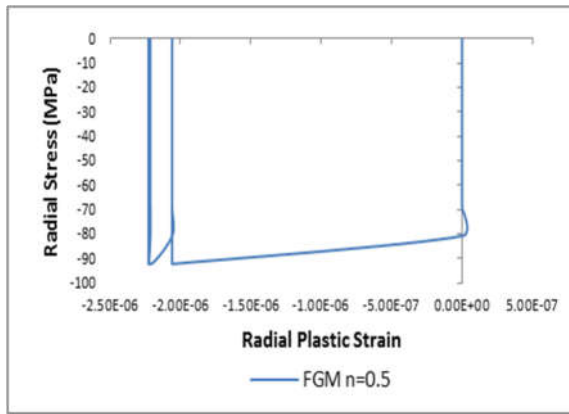
##### ۴-۱- حالت اول ماده هدفمند فلزی (FG metal)

پس از طراحی مخزن در حالت کرنش صفحه ای و اعمال خواص، گامها و نحوه انجام تحلیل به صورت استاتیک در نظر گرفته شد. در نهایت پس از اعمال شرایط مرزی، فشار داخل مخزن به صورت فشار ماکزیمم 240MPa و فشار کمینه 0MPa بنحوی دوره ای در ۵ سیکل مانند شکل (۵) وارد شد و بعد از مش بندی تحلیل انجام و نتایج حاصل شد. در مخزن مدل شده  $\beta=2$  می باشد. در این حالت از خواص دو فلز ارائه شده در جدول (۱) و (۲) و نیز معادله (۱۰) برای اعمال خواص استفاده گردید؛ ضریب پواسون نیز در لایه های مختلف ثابت برابر با ۰/۳ فرض شد [۱۰].

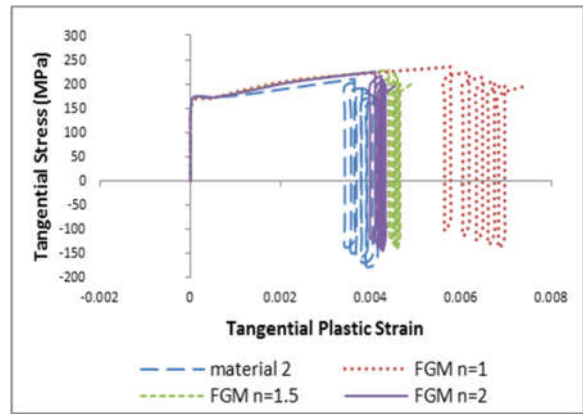


شکل ۵- درصد فشار اعمال شده بر حسب پریودهای زمانی

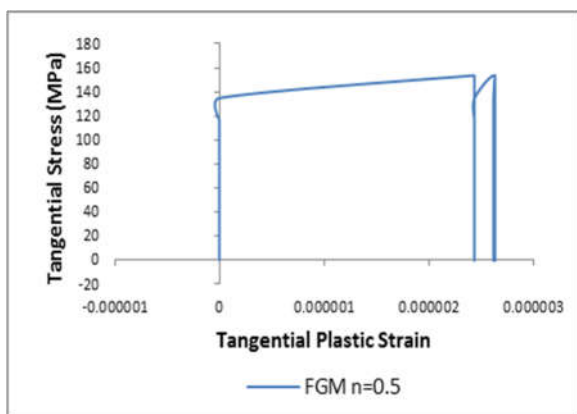




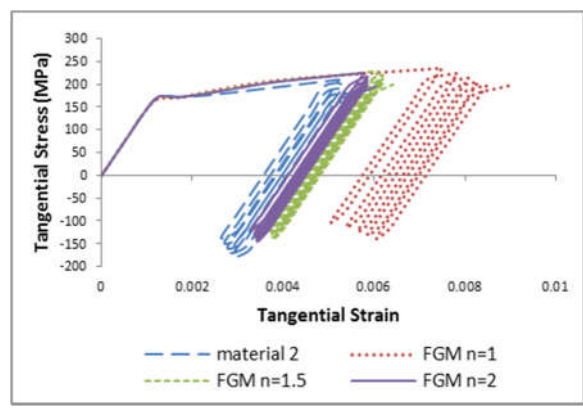
شکل ۱۱- نمودار تنش شعاعی بر حسب کرنش پلاستیک شعاعی در مدل F&A و  $n=0.5$  با فشار ماکزیمم  $103.5\text{MPa}$



شکل ۹- نمودار تنش محیطی بر حسب کرنش پلاستیک محیطی در مدل F&A با فشار بیشینه  $240\text{MPa}$

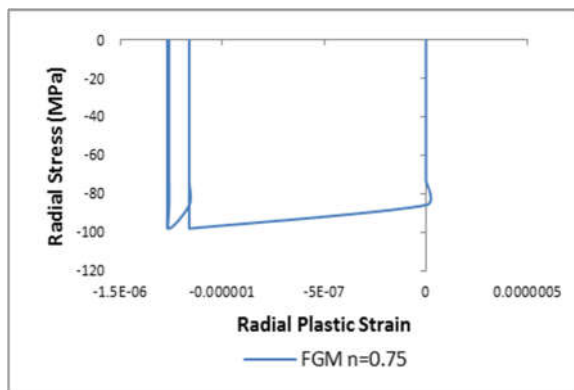


شکل ۱۲- نمودار تنش محیطی بر حسب کرنش پلاستیک محیطی در مدل F&A و  $n=0.5$  با فشار بیشینه  $103.5\text{MPa}$



شکل ۱۰- نمودار تنش محیطی بر حسب کرنش محیطی در مدل F&A با فشار بیشینه  $240\text{MPa}$

آنچه در بالا گفته شد، برای سیلندر هدفمند با  $n=0.75$  در شکل های ۱۳ و ۱۴ قابل مشاهده است.

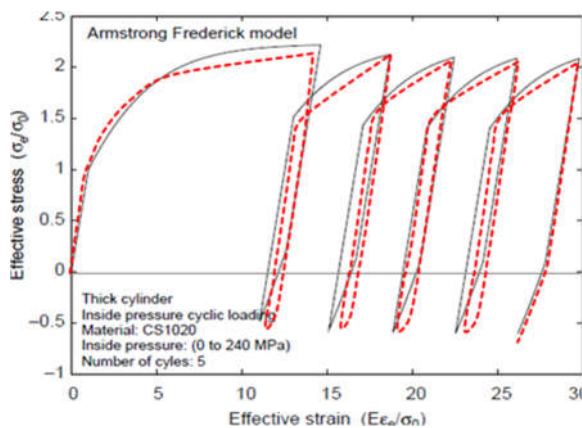


شکل ۱۳- نمودار تنش شعاعی بر حسب کرنش پلاستیک شعاعی در مدل F&A و  $n=0.75$  با فشار بیشینه  $110\text{MPa}$

تمامی نمودارهای رسم شده برای یک المان در فضای شعاع داخلی استوانه می باشد زیرا شعاع داخلی بحرانی ترین ناحیه در بارگذاری فشار داخلی است. آنچه در نمودارهای فوق بوضوح قابل رویت است، نزدیک شدن به رفتار تطبیق دوره ی نوسانی با افزایش هرچه بیشتر توان  $n$  می باشد. در واقع با افزایش این عدد، درصد حجمی از ماده ۲ در لایه های داخلی تر افزایش یافته و رفتار ماده هدفمند به حالت همگن و تنها با ماده ۲ نزدیک تر می گردد. با این کار آستانه تطبیق دوره نوسانی کاهش یافته و به ازای کرنش های کوچکتری رخ می دهد. این موضوع برای  $n$ های کمتر از یک قدری متفاوت است زیرا در لایه های نزدیک به شعاع داخلی، درصد حجمی ماده ۲ نسبت به ماده ۱، کمتر شده و ماده به دلیل کاهش میزان تنش تسلیم رفتار مناسبی از خود نشان نمی دهد. در شکل های ۱۱ و ۱۲ نمودارهای تنش-کرنش برای ماده هدفمند با توان  $0.5$  مشاهده می شود. این ماده تنها برای محدوده فشار کاری بسیار کوچک پاسخ سیکلی نشان می دهند که این موضوع مستقیماً با نحوه تغییرات خواص سیلندر در ارتباط است.

همانطور که در شکل (۱۵) ملاحظه می شود با افزایش توان  $n$  از ۰/۵ تا ۲، فاصله حلقه های هیستریزس در هر ماده نسبت به هم کمتر شده و آستانه تطبیق دوره نوسانی پایین می آید و به این ترتیب رفتار مطلوب تری حاصل می شود، به عبارت دیگر کرنش پلاستیکی که تشدید تدریجی در آن شروع می شود کمتر شده و حتی برای  $n$  بالاتر بجای یک نتیجه مخرب مثل تشدید تدریجی، حالت مناسبی از اشباع ماده ایجاد می شود. این همان رفتار بهینه مورد انتظار می باشد که با افزایش توان  $n$  در معادله اصلاح شده مخلوط ها، از طریق یک ماده هدفمند حاصل می گردد.

برای صحنه گذاشتن بر دقت نمودارهای رسم شده، از نمودار مرجع [۱۰] استفاده شده و در شرایط کاملاً یکسان، نمودار تنش معادل-کرنش معادل بصورت شکل ۱۶ رسم شده است.

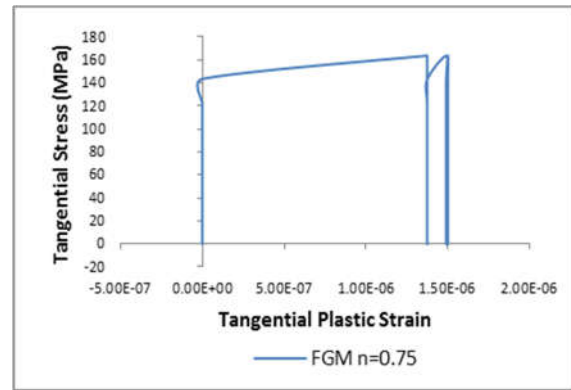


شکل ۱۶- مقایسه نمودار تنش معادل-کرنش معادل در مطالعه حاضر و مرجع [۱۰]: استوانه‌ی ضخیم تحت فشار داخلی سیکلی با استفاده از مدل F&A

برای استخراج نمودار فوق از مدل فردریک-آرمسترانگ استفاده شده است. خواص مطابق با جدول (۲) بوده و استوانه تحت فشار داخلی با ۵ سیکل، از 0 تا 240MPa قرار گرفته است. مدل کرنش صفحه‌ای و نسبت  $\beta$  نیز برابر با ۱/۵ بوده است. در شکل ۱۶، نمودار دارای خط چین، مستخرج از این مطالعه بوده و نمودار دیگر، مربوط به مرجع [۱۰] می باشد و صحت تحلیلهای انجام شده را بدرستی نشان می دهد.

### ۵- نتیجه گیری

بهره وری فراوان مواد هدفمند، می تواند قابلیت استفاده از آنها را بخصوص در کاربردهای خاص صنایع هوافضا، خودروسازی، پتروشیمی و مخازن تحت فشارهای چرخه ای افزایش دهد. آنچه در این مطالعه بدان پرداخته شده است، استفاده از مدل توانی تغییرات درصد حجمی و مقایسه نتایج حاصل از اعمال خواص با تغییر توان بود. نتایج حاصله نشان از اهمیت انتخاب مناسب تابع تغییرات درصد حجمی و نیز نحوه تلفیق مواد مختلف برای حصول یک ماده هدفمند بهینه دارد. استفاده از این نوع مواد با توجه به نحوه و نوع بارگذاری

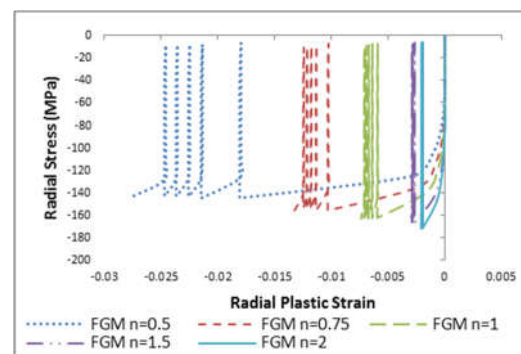


شکل ۱۴- نمودار تنش محیطی بر حسب کرنش پلاستیک محیطی در مدل F&A و  $n=0.75$  با فشار ماکزیمم 110MPa

با مقایسه هریک از دو نمودار ۱۱ با ۱۳ و نیز ۱۲ با ۱۴ مشخص می شود که با وجود تفاوت اندک در میزان فشار بیشینه داخلی، بیشینه کرنش پلاستیک در آخرین پرپود زمانی به شدت متفاوت بوده و برای سیلندر هدفمند با  $n=0.5$  تقریباً ۲ برابر بیشتر از سیلندر هدفمند با  $n=0.75$  است. این موضوع مستقیماً ناشی از چگونگی انتخاب تابع تغییرات درصد حجمی در راستای شعاعی می باشد که مؤید اهمیت انتخاب این تابع و ترکیب موادی است که در ساخت ماده هدفمند بکار می روند.

### ۴-۲- حالت دوم ماده تابعی-سرامیک-فلز

روند انجام تحلیل مشابه با حالت قبل است؛ در این حالت بجای ماده FG metal، از ترکیب سرامیک با فلز بصورت یک ماده هدفمند با همان ۱۱ لایه بهره گرفته شده است. خواص مورد استفاده در جداول ۱ و ۳ ارائه گردیده و با معادلات (۱۱) برای ماده هدفمند اعمال شده است. ضریب پواسون نیز در لایه های مختلف ثابت و برابر با ۰/۳ در نظر گرفته شد. طرحواره نحوه بارگذاری مشابه شکل (۴) می باشد، با این تفاوت که برای فشار بیشینه مقداری برابر با 180MPa در نظر گرفته شده است که این مقدار برای مواد هدفمند با توان مختلفی از  $n$  اندکی تفاوت دارد. شکل ۱۵ نتیجه تحلیل های انجام شده برای مواد هدفمند با توان ها مختلف  $n$  را ارائه می دهد:



شکل ۱۵- نمودار تنش شعاعی بر حسب کرنش پلاستیک شعاعی در ماده هدفمند سرامیک-فلز با مدل F&A و فشار بیشینه 180MPa

exponentially varying properties based on FSDT, Technical Journal of Engineering and Applied Sciences, Vol. 16, No.3, pp. 1790-1799, 2013.

[7] Maciejewski G. and Mroz Z., Optimization of Functionally Graded Materials under Cyclic Thermal and Mechanical Loading, Numerical Heat Transfer Conference, 4-6 September 2012, Gliwice-Wroclaw, Poland.

[8] Asgari M. and Akhlaghi M., Thermo-Mechanical Analysis of 2D- FGM Thick Hollow Cylinder using Graded Finite Elements, Advances In Structural Engineering, Vol. 14, No. 6, 2011.

[9] Abudi J. and Pindere M.J., Thermo-elastic Theory For The Response Of Materials Functionally Graded In Two Directions, International Journal of Solids and Structures, Vol. 33, No. 7, pp. 931-966, 1996.

[10] Mahbadi M. and Eslami M.R., Cyclic Loading Of Thick Vessels Based On The Prager And Armstrong-Frederick Kinematic Hardening Models, International Journal of Pressure Vessels and Piping, Vol. 83, pp. 409-419, 2006.

[11] Asgari M., Akhlaghi M., Free Vibration Analysis of 2D-FGM Thick Hollow Cylinder Based on Three Dimensional Elasticity Equations, European Journal of Mechanics A/Solids, 30, pp.72-81, 2011.

[12] Armstrong P.J., Frederick C.O., A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect, C.E.G.B. Report RD/B/N731, Berkeley Nuclear Laboratories, Berkeley, UK, 1966.

[13] Chaboche J.L., Constitutive equations for cyclic plasticity and cyclic viscoplasticity, Int. J. Plast., 5, pp. 247-302, 1989.

[14] Mendelson A., Plasticity: Theory and applications, The Macmillan Company, New York., 1968.

[15] Vakili-Thahami F., Zehsaz M. and Saeimi-Sadigh M.A.: The Effect of Ceramic Volume Fraction On The Shakedown Threshold Pressure of FGM Spheres, U.P.B. Sci. Bull. Series D, Vol. 75, Iss. 3, pp. 121-130, 2013.

[16] Ahmadi I., Khamedi R., Analysis of Cyclic Elastic-Plastic Loading of Shaft Based On Kinematic Hardening Mode, International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial and Mechatronics Engineerin Issue Vol. 10, No. 1, PP.1066-24, 2014.

می تواند کمک شایانی در طراحی و تولید مخازن تحت فشار نماید. نتایجی که از این مطالعه بدست آمد، حاکی از برتری در انتخاب مواد هدفمند برای این مخازن، نسبت به حالت با یک نوع ماده است، همچنین تفاوت در نحوه تغییر معادله خواص برای مواد هدفمند می تواند به انتخابی برتر در بین انواع مختلفی از این مواد بیانجامد؛ زیرا این مواد بخصوص در کاربردهای بارگذاری چرخه ای، رفتار ماده را به سمت حالت تطبیق دوره نوسانی سوق داده که همین امر موجب برتری این نوع از مواد در سیکل های فشاری شده و مانع از تخریب سیلندر در طولانی مدت می گردد.

## ۶- فهرست علائم

شعاع داخلی و خارجی	$b$ و $a$
پارامتر رفتار سیکیلی	$C$
کرنش بی بعد	$e_r, e_\theta$
کرنش پلاستیک بی بعد	$e_\theta^p, e_r^p$
فشار داخلی	$P$
فشار بحرانی آغاز تسلیم	$P_{cr}$
خواص مواد	$P_m, P_1, P_2$
فشار بی بعد	$p$
نسبت انتقالی تنش به کرنش	$q$
شعاع داخلی و خارجی	$r_i$ و $r_o$
مولفه های تنش بی بعد	$S_r, S_\theta$
کسر حجمی کل ماده	$V$
کسر حجمی هر جزء	$V_2, V_1$
تنش بازگشتی	$\alpha$
نسبت شعاع خارجی به داخلی	$\beta$
پارامتر رفتار سیکیلی	$\gamma$
مولفه های کرنش و تنش	$\sigma_r, \sigma_\theta, \epsilon_\theta, \epsilon_r$
مولفه های کرنش پلاستیک	$\epsilon_\theta^p, \epsilon_r^p$
تنش و کرنش در اولین نقطه تسلیم	$\epsilon_0$ و $\sigma_0$
شعاع بی بعد	$\rho$

## ۷- مراجع

- [1] Koizumi M., The concept of FGM Ceramic Transaction. Functionally Graded Materials, Vol. 34, pp. 3-10, 1993.
- [2] Lutz M.P. and Zimmerman R.W., Thermal stress and effective thermal expansion coefficient of a functionally graded sphere, International Journal of Thermal Stress, Vol. 19, No.1, pp. 39-54, 1996.
- [3] Zimmerman R.W. and Lutz M.P., Thermal stress and effective thermal expansion in a uniformly heated functionally grade cylinder, International Journal of Thermal Stress, Vol. 22, No.2, pp. 177-188, 1999.
- [4] Jabbari M., Sohrabpour S. and Eslami M.R., Mechanical and thermal stresses in functionally graded hollow cylinder due to radially symmetric loads, International Journal of Pressure Vessels and Piping, Vol.79, No.7, pp. 493-497, 2002.
- [5] Jabbari M., Sohrabpour S. and Eslami M.R., General solution for mechanical and thermal stresses in a functionally graded hollow cylinder due to non-axisymmetric steady-state loads, International Journal of Applied Mechanics, Vol. 70, No.1, pp. 111-118, 2003.
- [6] Ghannad M. and Gharooni H., Displacements and Stresses in rotating FGM pressurized thick hollow cylinder with