

انتقال گرما جابجایی طبیعی نانوسیال در یک محفظه بسته دوزنقه‌ای پر شده باماده متخلخل در حالت عدم تعادل گرمایی

صابر کرد

دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، واحد دزفول، دانشگاه آزاد اسلامی، دزفول، ایران

محمد قلم باز*

استادیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد دزفول، دانشگاه آزاد اسلامی، دزفول، ایران

چکیده

در پژوهش حاضر، انتقال گرما جابجایی طبیعی نانوسیال درون محفظه بسته دوزنقه‌ای اشباع شده با ماده متخلخل مورد بررسی قرار گرفته است. با استفاده از مدل عدم تعادل گرمایی موضعی، سه معادله گرما (انرژی) برای فازهای سیال، نانوذرات و جامد ماتریس ماده متخلخل تعریف شد. همچنین، به منظور تعیین رفتار جامع نانوذرات پخش شده درون فاز سیال، مدل غیرهمگن (بونجیورنو) بکار گرفته شد. معادلات حاکم در پژوهش حاضر، به شکل بی‌بعد خود انتقال یافته و در نهایت با استفاده از روش المان محدود حل شده‌اند. نتایج نشان می‌دهند که افزایش عدد رایلی اثر قابل توجهی بر روی عدد ناسلت متوسط فاز سیال و اثر کم‌تری بر روی عدد ناسلت متوسط نانوذرات دارد. ضمن اینکه افزایش پارامتر نسبت شناوری منجر به کاهش عدد ناسلت متوسط برای فاز سیال و نانوذرات می‌شود. از طرف دیگر، تغییرات عدد ناسلت متوسط برای فاز جامد ماتریس ماده متخلخل در برابر تغییرات عدد رایلی و پارامتر نسبت شناوری، ناچیز است. **واژه‌های کلیدی:** انتقال حرارت جابجایی، محفظه بسته دوزنقه‌ای، محیط متخلخل، نانوسیال، عدم تعادل حرارتی موضعی.

Natural Convection Heat Transfer of a Nanofluid in a Trapezoidal Enclosure Filled by a Porous Medium Considering Local Thermal Non-equilibrium.

S. Kord

Department of Mechanical Engineering, Islamic Azad University of Dezful, Dezful, Iran

M. Ghalambaz

Department of Mechanical Engineering, Islamic Azad University of Dezful, Dezful, Iran

Abstract

In present study, natural convection heat transfer of a nanofluid in a trapezoidal enclosure saturated by a porous medium is investigated. A local thermal non-equilibrium model including three thermal equations for the phases of fluid, nanoparticles and solid porous matrix is utilized. Moreover, in order to determine comprehensive behavior of dispersed nanoparticles inside the fluid phase, a non-homogeneous model (Buongiorno's model) is employed. Governing equations in present study are transformed into a non-dimensional form and finally are solved by using the finite element method. The obtained results indicate that the increase of Rayleigh number has a significant increase in the average Nusselt number for the fluid phase and a less significant increase in the average Nusselt number for the nanoparticles. In addition, raising of the buoyancy ratio parameter tends to reduce the average Nusselt number for fluid phase and nanoparticles. In other hand, the variation of Rayleigh number and buoyancy ratio parameter shows a less impact on the average Nusselt number for the phase of porous solid matrix.

Keywords: Natural convection heat transfer, Porous media, Nanofluid, Local thermal non-equilibrium.

۱- مقدمه

کاربرد محیط متخلخل را در حوزه‌های مختلف علمی و صنعتی مانند خنک‌کاری تجهیزات الکترونیکی، فیلتراسیون، هوا فضا، زمین‌شناسی، زمین‌گرمایی، پزشکی، نظامی و دفن زباله‌های هسته‌ای توجه کرده است [۱-۴]. راه دیگر افزایش انتقال گرما استفاده از نانوسیال است. آزمایش‌های تجربی نشان می‌دهند که پخش پایدار درصد کمی از نانوذرات در یک سیال عامل مانند آب یا اتیلن گلیکول می‌تواند رسانندگی گرمایی سیال عامل را افزایش دهد. واضح است که هر گونه افزایش ضریب رسانندگی گرمایی می‌تواند منجر به افزایش ضریب انتقال گرما جابجایی گردد. البته حضور نانوذرات درون یک سیال پایه، تغییر مشخصه‌های ترموفیزیکی نانوسیال حاصل شده را نیز در پی دارد. بنابر آنچه ذکر گردید، استفاده توأم از ساختار متخلخل به همراه نانوسیال، می‌تواند راهبرد مناسبی برای بهبود انتقال گرما در کاربردهای صنعتی باشد.

انتقال گرما جابجایی طبیعی از دیرباز مورد توجه بسیاری از مهندسان و طراحان صنعتی قرار داشته است. مهم‌ترین مزیت استفاده از سیستم‌های مبتنی بر انتقال گرما جابجایی طبیعی، عدم نیاز آن‌ها به منبع انرژی خارجی (فن) برای ایجاد جریان و نیز سر و صدای پایین آن‌ها می‌باشد. همچنین، سیستم‌هایی که گرما را با استفاده از مکانیزم انتقال گرمای جابجایی طبیعی منتقل می‌کنند، در اثر اتفاق‌های طبیعی یا حوادثی مانند قطع برق، سوختن فن و مسائل دیگر دچار نقص نمی‌شوند. اما مهم‌ترین نقص سیستم‌های انتقال گرما جابجایی طبیعی، پایین بودن رسانندگی انتقال گرما (ضریب انتقال گرما جابجایی طبیعی) است. بنابراین، روش‌هایی که به هر طریقی بتوانند باعث افزایش انتقال گرما جابجایی شوند، بسیار مورد توجه قرار گرفته‌اند.

یکی از راه‌های افزایش انتقال گرما استفاده از ماده متخلخل می‌باشد. استفاده از ماده متخلخل دارای دو مزیت است. اول آن‌که، سطح تبادل گرما در ماده متخلخل بیشتر از پره‌های معمولی که انتقال گرما را افزایش می‌دهند، می‌باشد و دوم آن‌که، ایجاد جریان جابجایی طبیعی سیال درون سازه متخلخل می‌تواند باعث جلوگیری از ذوب سازه نیز شود. موارد ذکر شده،

نانوسیال خواهد شد. علاوه بر این، افزایش عدد لوییس، منجر به ازدیاد غلظت نانوذرات روی صفحه مورد نظر می‌شود.

قلم‌باز و همکاران [۱۲]، انتقال گرما جابجایی طبیعی در یک محفظه بسته مربعی پر شده از یک ماده متخلخل اشباع شده با نانوسیال را با استفاده از مدل بونجیورنو مطالعه نمودند. در پژوهش آن‌ها [۱۲]، اختلاف دمای موضعی میان محیط متخلخل و سیال پایه در نظر گرفته شد و انتقال گرما به صورت عدم تعادل حرارتی مدل‌سازی گردید. بررسی اثرات نیروهای براونی و ترموفورسیسدر مدل بونجیورنو نشان می‌دهد که این نیروها در محیط‌های متخلخل نیز دارای اهمیت هستند. مقصود از نیروهای براونی و ترموفورسیس، به ترتیب، حرکت تصادفی نانوذرات درون سیال پایه و نیز حرکت نانوذرات در اثر گرادیان‌های حرارتی می‌باشد. علاوه بر این، نیروهای گرانش، اینرسی، مگنس، زهکش سیال و دیفیوزیو فوریسیس نیز در ابعاد نانو وجود دارند اما در برابر نیروهای براونی و ترموفورسیس اثر بسیار ناچیزی بر حرکت نانوذرات درون سیال پایه می‌گذارند.

پژوهش حاضر در ادامه پژوهش [۱۲]، انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانو سیالات درون یک محفظه دوزنقشای بسته پر شده با یک ماده متخلخل اشباع شده با یک نانوسیال را مورد بررسی قرار می‌دهد. نانوسیال مورد مطالعه با استفاده از مدل بونجیورنو به صورت سوسپانسیونی از نانوذرات و سیال پایه مدل شده است که در آن نانوذرات می‌توانند حرکت نسبی داشته باشند و نانوسیال همگن نخواهد بود. نوآوری مهم پژوهش حاضر در مقایسه با پژوهش‌های پیشین، در نظر گرفتن اثرات همزمان تفاوت دمای میان سیال پایه، نانوذرات و محیط متخلخل می‌باشد.

۲- بیان مساله و معادلات حاکم

شکل ۱، طرحواره ای از مدل فیزیکی مسئله مورد نظر را نشان می‌دهد. همان‌طور که در بخش قبل نیز بیان شد محیط درون محفظه بسته به صورت متخلخل بوده و از نانوسیال در آن استفاده شده است. همچنین شرایط عدم تعادل گرمایی درون محفظه بسته در نظر گرفته شده است. ضمن این‌که جریان به صورت آرام، تراکم ناپذیر و پایا می‌باشد. عدم وجود واکنش‌های شیمیایی و ناچیز بودن اثرات انتقال گرمای تابشی، دیگر فرض‌های حاکم بر مسئله را تشکیل می‌دهند. بدیهی است که اثر نیروی جاذبه نیز در نظر گرفته شده است. برای شرایط مرزی نیز می‌توان به بیشتر بودن دمای دیواره سمت چپ نسبت به دیواره سمت راست ($T_H > T_C$) اشاره نمود. ضمن این‌که از شرط عدم نفوذپذیری نانوذرات در دیواره‌های چپ و راست بهره گرفته شده است. از طرف دیگر، شرط وجود عایق حرارتی و به تبع آن عدم نفوذپذیری نانوذرات در دیواره‌های افقی نیز لحاظ گشته است.

برای در نظر گرفتن حرکت نسبی نانوذرات نسبت به سیال پایه و انتقال گرما در فاز سیال پایه از مدل دوفازی بونجیورنو استفاده گردید. در این مدل فرض می‌شود که نانوسیال رقیق بوده (کمتر از ۵٪ حجمی نانوذرات) و همچنین نانو ذرات و سیال پایه وارد واکنش شیمیایی بایکدیگر نمی‌شوند. این دو فرض با واقعیت سازگاری هستند زیرا نانو سیالات معمولاً با درصد های خیلی کم و رقیق ساخته می‌شوند. همچنین، نانوذرات به گونه‌ای انتخاب می‌شوند که پایدار بوده و با سیال پایه وارد واکنش نشوند. در مدل بونجیورنو نیروهای ترموفورسیس و براونی نیروهای غالب وارد شده بر نانوذرات هستند.

پایا را درون یک محفظه بسته مثلثی اشباع شده با ماده متخلخل، در حضور یک گرمکن، بررسی کردند. اثرات عدد رایلی، اندازه گرم‌کن، مکان گرم‌کن، کسر حجمی نانوذرات و نسبت متناظر محفظه بسته، بر روی عدد ناسلت متوسط در نظر گرفته شدند. یافته‌ها نشان می‌دهد که بیشترین مقدار عدد ناسلت متوسط در بالاترین مقدار عدد رایلی، پایین آمدن موقعیت گرم‌کن، کاهش نسبت متناظر محفظه و برای بزرگترین اندازه گرم‌کن به دست آمده است. همچنین حضور نانوذرات درون محفظه بسته به بهبود انتقال گرما کمک شایانی نموده است.

نقره‌آبادی و همکاران [۶]، اثرات لزجت و رسانایی گرمایی نانوسیال را بر روی یک صفحه تخت عمودی مرتبط با محیط متخلخل به صورت عددی بررسی کردند. لزجت و رسانایی گرمایی نانوسیال به عنوان توابعی از کسر حجمی نانوذرات فرض شده بودند. نتایج نشان می‌دهد که عدد ناسلت با افزایش پارامتر لزجت و پارامتر رسانایی گرمایی، به ترتیب کاهش و افزایش یافته است.

از جمله رایج‌ترین و معتبرترین روش‌های تحلیل رفتار نانوسیال می‌توان به روش‌های تک‌فازی و دوفازی اشاره نمود. در این راستا، پگ و همکاران [۷]، مقایسه‌ای میان روش تک‌فازی و سه نوع گوناگون از روش‌های دوفازی (اولبری، مخلوط و حجم سیال) در یک لوله حلقوی، به صورت سه بعدی و در رژیم جریان آرام انجام دادند. نتایج گزارش شده برای هر سه روش دوفازی نزدیک به هم و یکسان گزارش شده‌اند. از طرف دیگر، روش تک‌فازی نیز از بعضی جهات همانند جریان سیال، نتایجی مشابه با روش‌های دوفازی و از جهاتی دیگر مانند نحوه توزیع دمایی، دارای نتایجی متمایز از روش‌های دوفازی می‌باشد.

گروسی و همکاران [۸]، از مدل بونجیورنو (غیرهمگن) برای تحلیل رفتار نانوسیال در مبادله کن گرما بهره بردند. آن‌ها اثرات جنس (آلومینا، تیتانیا و مس) و قطر نانوذرات را بر میزان انتقال گرما مورد بررسی قرار دادند. در پژوهش گروسی و همکاران [۸]، نتایج برای محدوده وسیعی از اعداد رایلی و کسر حجمی نانوذرات ارائه شده است. نتایج نشان می‌دهد که در یک مقدار ثابت از عدد رایلی، کسر حجمی خاصی از نانوذرات می‌تواند باعث بیشینه شدن میزان انتقال گرمایی گردد و با تغییر عدد رایلی، مقدار کسر حجمی نانوذرات برای بیشینه شدن میزان انتقال حرارت متفاوت خواهد بود.

گروسی و همکاران [۹ و ۱۰]، در پژوهش‌هایی دیگر انتقال گرمایی جابجایی طبیعی و جابجایی مخلوط درون یک محفظه بسته مربعی و در حضور منابع سرد و گرم را مورد ارزیابی قرار دادند. همچنین مدل بونجیورنو به منظور تعیین رفتار نانوسیال‌های گوناگون درون محفظه بسته لحاظ شده بود. آن‌ها در محدوده گسترده‌ای از اعداد بی‌بعد رایلی (Ra) و ریچاردسون (Ri) به نمایش نتایج پرداختند و دریافتند که به ازای مقادیر بالای پارامتر رسانش حرارتی، اثرات نیروی ترموفورسیس بر میزان انتقال گرمای جابجایی طبیعی و جابجایی مخلوط بسیار ناچیز می‌باشد. ضمن اینکه کاهش قطر نانوذرات و عدد ریچاردسون بهبود انتقال گرما را در پی دارد.

زرگر طالبی و همکاران [۱۱]، به صورت عددی جریان جابجایی طبیعی لایه مرزی یک سطح مرتبط با محیط متخلخل و نانوسیال را مطالعه کردند. اثرات گوناگون بر لایه مرزی مانند کسر حجمی نانوذرات، ضریب رسانای گرمایی و لزجت نانوسیال بررسی شدند. همچنین اثر پارامترهای بی‌بعد مانند حرکت براونی، ترموفورسیس، عدد لوییس و نسبت شناوری مورد مطالعه قرار گرفتند. آن‌ها یافتند که افزایش نسبت شناوری، باعث کاهش سرعت جریان

$$\frac{1}{\varepsilon} V \cdot \nabla T_f = \frac{k_f}{(\rho c)_f} \nabla^2 T_f + \tau (D_B \nabla C \cdot \nabla T_f + \frac{D_T}{T_c} \nabla T_f \cdot \nabla T_f) + \frac{h_{fp}(T_p - T_f) + h_{fs}(T_s - T_f)}{\varepsilon(1 - C_0)(\rho c)_f}, \tau = \frac{(\rho c)_p}{(\rho c)_f} \quad (4)$$

در رابطه بالا h_{fs} و h_{fp} بیان گر ضریب رسانایی گرمایی فاز سیال، ضریب انتقال گرمای جابجایی رابط بین فاز سیال - نانوذرات و بین فاز سیال - فاز جامد هستند. معادله انرژی نانوذرات را نشان می‌دهد:

$$\frac{1}{\varepsilon} V \cdot \nabla T_p = \frac{k_p}{(\rho c)_p} \nabla^2 T_p + \frac{h_{fp}}{\varepsilon C_0 (\rho c)_p} (T_f - T_p) \quad (5)$$

در رابطه بالا T_p و k_p دما و ضریب رسانش حرارتی نانوذرات می‌باشند. نهایت معادله انرژی برای فاز جامد به صورت زیر بیان شده است:

$$\frac{k_s}{(\rho c)_s} \nabla^2 T_s + \frac{h_{fs}}{\varepsilon C_0 (\rho c)_s} (T_f - T_s) = 0 \quad (6)$$

که ضریب رسانایی گرمایی و دمای فاز جامد توسط k_s و T_s نشان داده شده‌اند. در پژوهش حاضر از تابع جریان برای نمایش معادلات و روابط بهره گرفته شده که این تابع جریان با استفاده از مؤلفه‌های سرعت در راستای افقی و عمودی، به شکل زیر تعریف شده است:

$$\vec{u} = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \vec{v} = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (7)$$

با استفاده از تابع جریان می‌توان معادلات (2) تا (6) را به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial C}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial C}{\partial y} \right) = D_B \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) + \frac{D_T}{T_c} \left(\frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2} \right) \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\frac{(1 - C_0) \rho_p g K \beta \frac{\partial T_f}{\partial x} + \rho_p - \rho_f}{\mu} g K \frac{\partial C}{\partial x} \quad (9)$$

$$\frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial T_f}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial T_f}{\partial y} \right) = \alpha_f \left(\frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2} \right) + \tau \left(D_B \left(\frac{\partial C}{\partial x} \frac{\partial T_f}{\partial x} + \frac{\partial C}{\partial y} \frac{\partial T_f}{\partial y} \right) + \left(\frac{D_T}{T_c} \right) \left(\frac{\partial T_f}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T_f}{\partial y} \right)^2 \right) + \frac{h_{fp}(T_p - T_f) + h_{fs}(T_s - T_f)}{\varepsilon(1 - C_0)(\rho c)_f} \quad (10)$$

$$\frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial T_p}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial T_p}{\partial y} \right) = \alpha_p \left(\frac{\partial^2 T_p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_p}{\partial y^2} \right) + \frac{h_{fp}}{\varepsilon C_0 (\rho c)_p} (T_f - T_p) \quad (11)$$

$$0 = \alpha_s \left(\frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_s}{\partial y^2} \right) + \frac{h_{fs}}{(1 - \varepsilon) C_0 (\rho c)_s} (T_f - T_s) \quad (12)$$

همچنین رابطه پیوستگی نانوسیال با لحاظ نمودن تعریف تابع جریان ارضا خواهد شد. شرایط مرزی با بُعد مرتبط با معادلات (8) تا (12) با لحاظ نمودن شرط مرزی عدم نفوذپذیری برای نانوذرات در دیواره‌های چپ و راست محفظه بسته دوزنقه‌ای، به شکل زیر نمایش داده شده‌اند:

برای دیواره پایین:

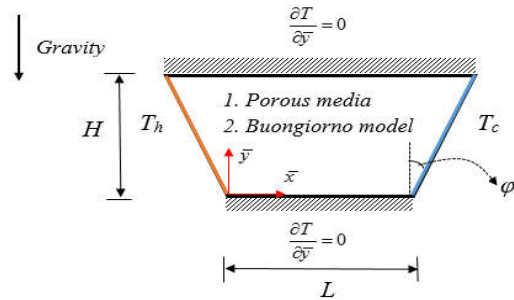
$$\psi(\bar{y}, 0) = 0, \frac{\partial \psi}{\partial y} \Big|_{(\bar{y}, 0)} = \frac{\partial T_s}{\partial y} \Big|_{(\bar{y}, 0)} = \frac{\partial T_p}{\partial y} \Big|_{(\bar{y}, 0)} = 0 \quad (13)$$

برای دیواره بالا:

$$\psi(\bar{y}, H) = 0, \frac{\partial \psi}{\partial y} \Big|_{(\bar{y}, H)} = \frac{\partial T_s}{\partial y} \Big|_{(\bar{y}, H)} = \frac{\partial T_p}{\partial y} \Big|_{(\bar{y}, H)} = 0 \quad (14)$$

برای دیواره سمت چپ $(-H \tan \phi \leq \bar{x} \leq 0)$:

$$\psi \left(\bar{x}, \frac{-\bar{x}}{H \tan \phi} \right) = 0, T_f \left(\bar{x}, \frac{-\bar{x}}{H \tan \phi} \right) = T_s \left(\bar{x}, \frac{-\bar{x}}{H \tan \phi} \right) = 0 \quad (15)$$



شکل ۱- طرحواره از مدل فیزیکی

نیروی ترموفورسیس برخلاف گرادیان دما عمل نموده و تمایل دارد که نانوذرات را از مناطق گرم به سرد منتقل نماید. در مقابل نیروی براونی تمایل دارد که نانوذرات را از مناطق پر غلظت به سمت مناطق کم غلظت سوق دهد. در اثر حرکت نانوذرات در سیال پایه دو اثر مهم به وجود می‌آید. یکی آنکه نانوسیال در مناطق کم غلظت سبک بوده و تمایل به حرکت به سمت بالا دارد؛ در مقابل نیز مناطق با غلظت بالا سنگین تر بوده و نانوسیال تمایل به حرکت به سمت پایین خواهد داشت. دوم آنکه حرکت نانوذرات باعث انتقال انرژی در اثر انتقال جرم آنها می‌شود. این دو اثر به ترتیب در معادلات ممنوم و انرژی در سیال پایه دیده شده‌اند.

معادلات پیوستگی برای نانوسیال و نانوذرات، معادله داری و نیز سه معادله انرژی با در نظر گرفتن عدم تعادل حرارتی، ساختار اصلی معادلات حاکم را تشکیل می‌دهند.

معادله پیوستگی نانوسیال به صورت زیر بیان شده است [۱۳]:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

که در معادله بالا \bar{u} و \bar{v} به ترتیب بیان گر مؤلفه‌های سرعت در راستاهای افقی (\bar{x}) و عمودی (\bar{y}) هستند. همچنین معادله پیوستگی یا غلظت نانوذرات با بهره‌گیری از مدل بونجیورنو [۱۴]، به شکل با بُعد در ذیل آمده است:

$$\frac{1}{\varepsilon} V \cdot \nabla C = D_B \nabla^2 C + \frac{D_T}{T_c} \nabla^2 T_f \quad (2)$$

که در رابطه بالا ε ، V ، C ، D_B و D_T به ترتیب نشان دهنده ضریب تخلخل، سرعت داری، کسر حجمی نانوذرات، پراکنندگی براونی و ترموفورسیس هستند. همچنین منظور از T_c و T_f دمای دیواره سرد و دمای فاز سیال می‌باشد.

نیلدو کوزنتسوف [۱۵]، برای محفظه‌های بسته اشباع شده با محیط متخلخل و پر شده از نانوسیال، معادله داری را ارائه دادند:

$$\frac{\mu}{K} V \cdot \nabla P = -\nabla P + [C \rho_p + (1 - C) \rho_f (1 - \beta(-T_c))] g \quad (3)$$

در رابطه بالا μ ، K ، β و g ، به ترتیب بیان گر لزجت دینامیکی، قابلیت نفوذپذیری محیط متخلخل، ضریب انبساط حجمی و نیروی گرانش هستند. همچنین ρ_p ، چگالی نانوذرات و ρ_f ، چگالی فاز سیال می‌باشند.

قلم‌باز و همکاران [۱۲] مدلی را در شرایط عدم تعادل گرمایی در یک محفظه مربعی ارائه نمودند که در آن تعداد فازها (در این‌جا فاز سیال، فاز جامد و نانوذرات) با تعداد معادلات انرژی برابری می‌کند. با در نظر گرفتن این مدل، معادلات در حالت با بُعد برای فاز سیال، نانوذرات و فاز جامد به صورت بیان می‌گردد:

رابطه (۴)

ضمن اینکه شرایط مرزی (۱۳) تا (۱۶) نیز به شکل بی بعد خود انتقال یافته‌اند و در قالب معادلات (۲۴) تا (۲۷) به ترتیب برای دیواره‌های پایین، بالا، سمت چپ و سمت راست محفظه بسته نشان داده شده‌اند:

$$\psi(x, 0) = 0, \frac{\partial \theta_f}{\partial x} \Big|_{(x,0)} = \frac{\partial \theta_s}{\partial x} \Big|_{(x,0)} = \frac{\partial \theta_p}{\partial x} \Big|_{(x,0)} = 0 \quad (24)$$

$$\psi(x, 1) = 0, \frac{\partial \theta_f}{\partial x} \Big|_{(x,1)} = \frac{\partial \theta_s}{\partial x} \Big|_{(x,1)} = \frac{\partial \theta_p}{\partial x} \Big|_{(x,1)} = 0 \quad (25)$$

$$\psi\left(x, \frac{-x}{\tan \varphi}\right) = 0, \theta_f\left(x, \frac{-x}{\tan \varphi}\right) = \theta_s\left(x, \frac{-x}{\tan \varphi}\right) = \theta_p\left(x, \frac{-x}{\tan \varphi}\right) = 1, Nb \frac{\partial \phi}{\partial n} \Big|_{\left(x, \frac{-x}{\tan \varphi}\right)} + Nt \frac{\partial \theta_f}{\partial n} \Big|_{\left(x, \frac{-x}{\tan \varphi}\right)} = 0 \quad (26)$$

$$\psi\left(x, \frac{x-1}{\tan \varphi}\right) = 0, \theta_f\left(x, \frac{x-1}{\tan \varphi}\right) = \theta_s\left(x, \frac{x-1}{\tan \varphi}\right) = \theta_p\left(x, \frac{x-1}{\tan \varphi}\right) = 1, Nb \frac{\partial \phi}{\partial n} \Big|_{\left(x, \frac{x-1}{\tan \varphi}\right)} + Nt \frac{\partial \theta_f}{\partial n} \Big|_{\left(x, \frac{x-1}{\tan \varphi}\right)} = 0 \quad (27)$$

عدد بی بعد ناسلت معیار مناسبی برای ارزیابی میزان انتقال گرما به صورت موضعی و یا متوسط می‌باشد. رابطه کلی و عمومی ناسلت به شکل زیر بیان می‌شود:

$$Nu = \frac{hl}{k} \quad (28)$$

عدد ناسلت در پژوهش حاضر، با معادل قرار دادن دو مُد انتقال گرما رسانش و جابجایی، در هر نقطه دلخواه بر روی دیواره گرم سمت چپ (عمود بر دیواره) برای فاز سیال، فاز جامد و نانوذرات، برابر است با:

$$Nu_{l,f} = \frac{\partial \theta_f}{\partial n}, Nu_{l,s} = \frac{\partial \theta_s}{\partial n}, Nu_{l,p} = \frac{\partial \theta_p}{\partial n} \quad (29)$$

با انتگرال‌گیری از رابطه (۲۹) و با بهره‌گیری از زاویه انحراف φ (شکل ۱ مشاهده گردد)، عدد ناسلت متوسط برای فاز سیال، فاز جامد و نانوذرات، بر روی دیواره گرم سمت چپ قابل محاسبه و ارزیابی است

$$Nu_f = \int_0^{\frac{1}{\cos \varphi}} \frac{\partial \theta_f}{\partial n} dn, Nu_s = \int_0^{\frac{1}{\cos \varphi}} \frac{\partial \theta_s}{\partial n} dn, Nu_p = \int_0^{\frac{1}{\cos \varphi}} \frac{\partial \theta_p}{\partial n} dn \quad (30)$$

با توجه به این‌که در پژوهش حاضر از مدل بونجیورنو (مدل غیرهمگن) [۱۴] برای تحلیل رفتار نانوذرات درون محفظه بسته استفاده شده، امکان مشاهده و نحوه توزیع نانوذرات درون محفظه بسته فراهم شده است. بدین منظور می‌توان از عدد بی‌بعد شروود استفاده نمود:

$$Sh = \frac{\partial \phi}{\partial n} \quad (31)$$

ضمن این‌که با استفاده از شرط مرزی عدم نفوذپذیری نانوذرات بر روی دیواره‌ها، می‌توان عدد شروود را بر حسب عدد ناسلت مورد ارزیابی قرار داد:

$$Sh = -\frac{Nt}{Nb} \frac{\partial \theta_f}{\partial n} \quad (32)$$

با توجه به این‌که مقدار $\frac{\partial \theta_f}{\partial n}$ همان ناسلت سیال پایه می‌باشد ($Nu_{l,f}$) که در رابطه (۲۹) تعریف شده، پس می‌توان نتیجه گرفت که:

$$Sh = -\frac{Nt}{Nb} Nu_{l,f} \quad (33)$$

بنابراین، نمودارهای ناسلت سیال پایه با ضریب $-\frac{Nt}{Nb}$ همان عدد شروود را نشان می‌دهند. در نتیجه، نمودارهای عدد شروود مستقیماً از نمودارهای عدد ناسلت سیال پایه قابل استخراج است؛ بنابراین به دلیل خلاصه‌نویسی این نمودارها در نتایج تکرار نمی‌گردد.

$$T_p\left(\bar{x}, \frac{-\bar{x}}{H \tan \varphi}\right) = T_h$$

$$Nb \frac{\partial C}{\partial N} \Big|_{\left(\bar{x}, \frac{-\bar{x}}{H \tan \varphi}\right)} + Nt \frac{\partial T_f}{\partial N} \Big|_{\left(\bar{x}, \frac{-\bar{x}}{H \tan \varphi}\right)} = 0$$

و در نهایت برای دیواره سمت راست $(L \leq \bar{x} \leq L + H \tan \varphi)$:

$$\bar{\psi}\left(\bar{x}, \frac{\bar{x}-L}{H \tan \varphi}\right) = 0, T_f\left(\bar{x}, \frac{\bar{x}-L}{H \tan \varphi}\right) = T_s\left(\bar{x}, \frac{\bar{x}-L}{H \tan \varphi}\right) = T_p\left(\bar{x}, \frac{\bar{x}-L}{H \tan \varphi}\right) = T_c, Nb \frac{\partial C}{\partial N} \Big|_{\left(\bar{x}, \frac{\bar{x}-L}{H \tan \varphi}\right)} + Nt \frac{\partial T_f}{\partial N} \Big|_{\left(\bar{x}, \frac{\bar{x}-L}{H \tan \varphi}\right)} = 0 \quad (16)$$

که در روابط بالا N بیان‌گر بردار عمود بر دیواره می‌باشد. در ادامه، به منظور سهولت در بررسی و حل معادلات (۸) تا (۱۲)، می‌بایست این معادلات به شکل بی‌بعد خود انتقال یابند. از این‌رو، از روابط زیر برای بی‌بعدسازی معادلات مورد نظر استفاده شده است:

$$\phi = \frac{C}{C_0}, x = \frac{\bar{x}}{L}, y = \frac{\bar{y}}{L}, \theta_f = \frac{T_f - T_c}{T_h - T_c}, \theta_p = \frac{T_p - T_c}{T_h - T_c}, \theta_s = \frac{T_s - T_c}{T_h - T_c}, \psi = \frac{\bar{\psi}}{\alpha_f} \quad (17)$$

پس از استفاده از روابط (۱۷) و ساده‌سازی، معادلات (۸) تا (۱۲) به شکل بی‌بعد خود نائل می‌آیند:

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (18)$$

$$-\frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{1}{Le} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) + \frac{Nt}{Le Nb} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \quad (19)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = Ra \frac{\partial \theta_f}{\partial x} + Ra Nr \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (20)$$

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \theta_f}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \theta_f}{\partial y} \right) = \varepsilon \left(\frac{\partial^2 \theta_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta_f}{\partial y^2} \right) +$$

$$\left(Nb \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \theta_f}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial \theta_f}{\partial y} \right) + Nt \left(\left(\frac{\partial \theta_f}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \theta_f}{\partial y} \right)^2 \right) \right) + Nhp(\theta_p - \theta_f) + Nhs(\theta_s - \theta_f) \quad (21)$$

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \theta_p}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \theta_p}{\partial y} \right) = \varepsilon_p \left(\frac{\partial^2 \theta_p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta_p}{\partial y^2} \right) + Nhp \gamma_p (\theta_f - \theta_p) \quad (22)$$

$$0 = \left(\frac{\partial^2 \theta_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial y^2} \right) + Nhs \gamma_s (\theta_f - \theta_s) \quad (23)$$

همچنین عدد لوئیس (Le)، عدد نیلد برای فاز جامد (Nhs) و نانوذرات (Nhp)، عدد رایلی (Ra)، پارامتر نسبت ظرفیت گرمایی ویژه اصلاح شده برای نانوذرات (γ_p)، پارامتر نسبت ضریب رسانایی گرمایی اصلاح شده برای فاز جامد (γ_s) و نیز پارامترهای ترموفورسیس (Nt)، براونی (Nb) و نسبت شناوری (Nr) به صورت زیر قابل نمایش هستند:

$$Le = \frac{\alpha_f}{(D_p)_f}, Nhs = \frac{h_{fs} L^2}{k_f(1-C_0)}, Nhp = \frac{h_{fp} L^2}{k_f(1-C_0)}$$

$$Ra = \frac{(1-C_0)gK\rho_f\beta(T_h - T_c)H}{\alpha_f \mu}, \varepsilon_p = \frac{\alpha_p \varepsilon}{\alpha_f}, \gamma_p = \frac{(1-C_0)(\rho C)_f}{C_0(\rho C)_p}$$

$$\gamma_s = \frac{k_f(1-C_0)}{k_s(1-\varepsilon)}, Nt = \frac{\tau D_T \varepsilon \Delta T}{\alpha_f T_c}, Nb = \frac{\tau D_B C_0 \varepsilon}{\alpha_f}, Nr = \frac{\rho_p - \rho_f}{\rho_f \beta \Delta T (1-C_0)} \quad (23)$$

$$\begin{aligned}
 R_i^3 &= \left(\sum_{k=1}^N \Psi_k \oint \frac{\partial \omega_k}{\partial y} \omega_i dx dy \right) \left(\sum_{k=1}^N \theta_{f,k} \oint \frac{\partial \omega_k}{\partial x} \omega_i dx dy \right) \\
 &- \left(\sum_{k=1}^N \Psi_k \oint \frac{\partial \omega_k}{\partial x} \omega_i dx dy \right) \left(\sum_{k=1}^N \theta_{f,k} \oint \frac{\partial \omega_k}{\partial y} \omega_i dx dy \right) \\
 &+ \varepsilon \left(\sum_{k=1}^N \theta_{f,k} \oint \left(\frac{\partial \omega_i}{\partial x} \frac{\partial \omega_k}{\partial x} + \frac{\partial \omega_i}{\partial y} \frac{\partial \omega_k}{\partial y} \right) dx dy \right) \\
 &+ Nb \left(\sum_{k=1}^N \phi_k \oint \frac{\partial \omega_k}{\partial x} \omega_i dx dy \right) \left(\sum_{k=1}^N \theta_{f,k} \oint \frac{\partial \omega_k}{\partial x} \omega_i dx dy \right) \\
 &+ \left(\sum_{k=1}^N \phi_k \oint \frac{\partial \omega_k}{\partial y} \omega_i dx dy \right) \left(\sum_{k=1}^N \theta_{f,k} \oint \frac{\partial \omega_k}{\partial y} \omega_i dx dy \right) \quad (37) \\
 &+ Nt \left(\sum_{k=1}^N \theta_{f,k} \oint \frac{\partial \omega_k}{\partial x} \omega_i dx dy \right)^2 \\
 &+ \left(\sum_{k=1}^N \theta_{f,k} \oint \frac{\partial \omega_k}{\partial y} \omega_i dx dy \right)^2 \\
 &+ Nhp \left(\sum_{k=1}^N \theta_{p,k} \omega_k(x, y) - \sum_{k=1}^N \theta_{f,k} \omega_k(x, y) \right) \\
 &+ Nhs \left(\sum_{k=1}^N \theta_{s,k} \omega_k(x, y) - \sum_{k=1}^N \theta_{f,k} \omega_k(x, y) \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_i^4 &= \left(\sum_{k=1}^N \Psi_k \oint \frac{\partial \omega_k}{\partial y} \omega_i dx dy \right) \left(\sum_{k=1}^N \theta_{p,k} \oint \frac{\partial \omega_k}{\partial x} \omega_i dx dy \right) \\
 &- \left(\sum_{k=1}^N \Psi_k \oint \frac{\partial \omega_k}{\partial x} \omega_i dx dy \right) \left(\sum_{k=1}^N \theta_{p,k} \oint \frac{\partial \omega_k}{\partial y} \omega_i dx dy \right) \quad (38) \\
 &+ \varepsilon_p \left(\sum_{k=1}^N \phi_{p,k} \oint \left(\frac{\partial \omega_i}{\partial x} \frac{\partial \omega_k}{\partial x} + \frac{\partial \omega_i}{\partial y} \frac{\partial \omega_k}{\partial y} \right) dx dy \right) \\
 &+ Nhp \gamma_p \left(\sum_{k=1}^N \theta_{f,k} \omega_k(x, y) - \sum_{k=1}^N \theta_{p,k} \omega_k(x, y) \right) \\
 R_i^5 &= \left(\sum_{k=1}^N \theta_{s,k} \oint \left(\frac{\partial \omega_i}{\partial x} \frac{\partial \omega_k}{\partial x} + \frac{\partial \omega_i}{\partial y} \frac{\partial \omega_k}{\partial y} \right) dx dy \right) \\
 &+ Nhs \gamma_s \left(\sum_{k=1}^N \theta_{f,k} \omega_k(x, y) \right) \quad (39) \\
 &- \sum_{k=1}^N \theta_{s,k} \omega_k(x, y)
 \end{aligned}$$

که در معادلات بالا، R_i ، بیان گر معادلات باقی مانده غیرخطی می باشند. ضمن این که برای ارزیابی و محاسبه عبارات انتگرالی در روابط بالا از روش گاوس سه نقطه ای استفاده شده است. از طرفی، روش نیوتن رافسون برای حل ضرائب بسط (یعنی Ψ_k ، θ_k و ϕ_k) در معادلات باقی مانده غیرخطی به کار رفته است. لازم به ذکر است که از یک حل کننده مستقیم پراکنده سازی موازی برای حل معادلات جبری بهره گرفته شده است [۱۸]. تکرار محاسبات باقی مانده کم تر از 10^{-6} برای هر یک از معادلات پیوستگی، داری و سه معادله انرژی ادامه یافته است.

۳- حل عددی و اعتبارسنجی

دسته معادلات دیفرانسیل بامشتقات جزئی (یعنی معادلات (۱۸) تا (۲۲) و شرایط مرزی متناظر با آنها، با استفاده از روش المان محدود حل شده اند. در واقع، معادلات حاکم در شکل ضعیف ف^۱ فرموله شدند [۱۶-۱۷] و به طور کامل با استفاده از روش نیوتن به هم کوپل شده اند [۱۷]. به منظور ایجاد یک حل عددی، متغیرهای بی بعد تابع جریان (Ψ)، دما (θ) و کسر حجمی نانوذرات (ϕ) بسط داده شده اند:

$$\begin{aligned}
 \Psi &\approx \sum_{k=1}^N \Psi_k \omega_k(x, y), \quad \theta = \sum_{k=1}^N \theta_k \omega_k(x, y), \quad \phi \\
 &= \sum_{k=1}^N \phi_k \omega_k(x, y) \quad (34)
 \end{aligned}$$

در رابطه بالا، ω_k بیان گر تابع پایه و برای هر سه متغیر یاد شده یکسان می باشد. همچنین، N ، تعداد گره های ایجاد شده درون محفظه بسته می باشد. معادلات باقی مانده غیرخطی با بهره گیری از روش المان محدود گالرکین در سرتاسر محفظه بسته تعیین شده اند:

$$\begin{aligned}
 R_i^1 &= \left(\sum_{k=1}^N \Psi_k \oint \frac{\partial \omega_k}{\partial y} \omega_i dx dy \right) \left(\sum_{k=1}^N \phi_k \oint \frac{\partial \omega_k}{\partial x} \omega_i dx dy \right) \\
 &- \left(\sum_{k=1}^N \Psi_k \oint \frac{\partial \omega_k}{\partial x} \omega_i dx dy \right) \left(\sum_{k=1}^N \phi_k \oint \frac{\partial \omega_k}{\partial y} \omega_i dx dy \right) \quad (35) \\
 &+ \frac{1}{Le} \left(\sum_{k=1}^N \phi_k \oint \left(\frac{\partial \omega_i}{\partial x} \frac{\partial \omega_k}{\partial x} + \frac{\partial \omega_i}{\partial y} \frac{\partial \omega_k}{\partial y} \right) dx dy \right) \\
 &+ \frac{Nt}{LeNb} \left(\sum_{k=1}^N \theta_{f,k} \oint \left(\frac{\partial \omega_i}{\partial x} \frac{\partial \omega_k}{\partial x} + \frac{\partial \omega_i}{\partial y} \frac{\partial \omega_k}{\partial y} \right) dx dy \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_i^2 &= \left(\sum_{k=1}^N \Psi_k \oint \left(\frac{\partial \omega_i}{\partial x} \frac{\partial \omega_k}{\partial x} + \frac{\partial \omega_i}{\partial y} \frac{\partial \omega_k}{\partial y} \right) dx dy \right) \\
 &+ Ra \left(\sum_{k=1}^N \phi_{f,k} \oint \frac{\partial \omega_k}{\partial x} \omega_i dx dy \right) \quad (36) \\
 &+ RaNr \left(\sum_{k=1}^N \phi_k \oint \frac{\partial \omega_k}{\partial x} \omega_i dx dy \right)
 \end{aligned}$$

بدین منظور با بهره‌گیری از مطالعات معتبر پیشین، محدوده تغییرات پارامترهایی همچون، براونی (Nb)، ترموفورسیس (Nt)، نسبت شناوری (Nr)، لوئیس (Le)، رایلی (Ra)، نیلد برای نانوذرات (Nhp) و فاز جامد (Nhs)، نسبت ضریب رسانایی گرمایی اصلاح شده برای فاز جامد (γ_s) و نسبت ظرفیت حرارتی ویژه اصلاح شده برای نانوذرات (γ_p) گردآوری شده‌اند. مقادیر انتخاب شده برای پارامترهای براونی و ترموفورسیس، بسیار کوچک در مرتبه^۶ ۱۰ هستند [۲۶ و ۱۱]. پارامترنسبت شناوری برای نانوذرات معمولاً بزرگ‌تر از عدد ۱ است. عدد لوئیس نیز به علت کوچک بودن مقدار پراکندگی براونی در نانوسیال‌ها و محیط متخلخل معمولاً بزرگ بوده و در مرتبه ۱۰۰ و بالاتر از آن می‌باشد [۲۷-۲۸]. برای عدد رایلی مقدار پیش فرض ۱۰۰ در نظر گرفته شده است. عدد نیلد برای فاز سیال - نانوذرات (Nhp) و برای فاز سیال - فاز جامد (Nhs) از مرتبه ۱۰ می‌باشد [۲۹]. مقادیر پارامترهای نسبت ضریب رسانایی گرمایی اصلاح شده برای فاز جامد (γ_s) و نسبت ظرفیت حرارتی ویژه اصلاح شده برای نانوذرات (γ_p) نیز همانند عدد نیلد در مرتبه ۱۰ قرار می‌گیرند. همچنین مقادیر ضریب تخلخل (E) و نسبت پخش حرارتی اصلاح شده نانوذرات (E_p) به ترتیب ۰/۵ و ۱ در نظر گرفته شده‌اند. جدول ۲، محدوده انتخاب شده برای تغییر مقادیر پارامترها و اعداد بی‌بعد را نمایش می‌دهد.

جدول ۲- مقادیر پیش فرض و محدوده تغییرات پارامترها/ اعداد بی‌بعد

پارامتر/عدد بی‌بعد	کران پایین	کران بالا	مقدار پیش فرض
Nr	۰	۲۰	۵
Nhs	۵	۱۰	۱۰
Nhp	۵	۱۰	۱۰
Ra	۱۰۰	۵۰۰	۱۰۰
γ_s	۰	۲۰	۱۰
γ_p	۰	۲۰	۱۰

به منظور اطمینان از عدم وابستگی نتایج به ابعاد شبکه ایجاد شده، عدد ناسلت متوسط برای فاز سیال، فاز جامد و نانوذرات در اعداد رایلی مختلف و برای اندازه شبکه‌های گوناگون از 100×100 تا 200×200 به دست آمده است (جدول ۳). همان‌طور که در جدول ۳ آمده، تغییرات عدد ناسلت متوسط برای فاز جامد، فاز سیال و نانوذرات از اندازه شبکه 150×150 به‌طور کلی شبکه‌های ریزتر، بسیار ناچیز می‌باشد.

جدول ۳- ارزیابی استقلال از شبکه در اعداد رایلی مختلف

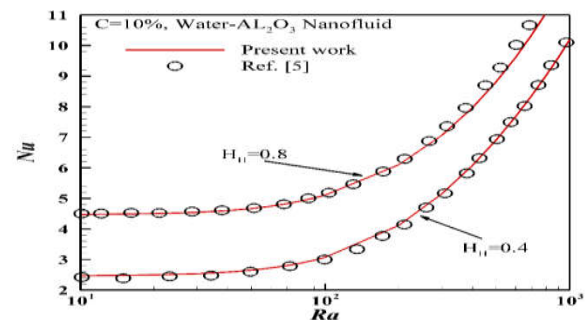
عدد رایلی	ناسلت فاز			اندازه شبکه
	ناسلت جامد	ناسلت نانوذرات	ناسلت فاز سیال	
Ra=300	۱/۹۹۱۸	۴/۳۸۷۵	۶/۸۱۲۹	100×100
	۱/۹۹۱۸	۴/۳۸۷۶	۶/۸۴۰۲	150×150
	۱/۹۹۱۷	۴/۳۸۵۲	۶/۸۴۷۰	200×200
Ra=500	۲/۲۷۱۲	۵/۹۶۹۵	۹/۵۱۰۰	100×100
	۲/۲۷۱۲	۵/۹۸۵۱	۹/۶۰۳۸	150×150
	۲/۲۷۱۲	۵/۹۸۸۲	۹/۶۳۷۶	200×200
Ra=700	۲/۴۴۹۷	۷/۲۵۶۰	۱۱/۶۷۰۰	100×100
	۲/۴۴۹۶	۷/۲۹۳۷	۱۱/۸۴۳۰	150×150
	۲/۴۴۹۶	۷/۳۰۵۳	۱۱/۹۱۳۰	200×200

در پژوهش حاضر، نتایج بدست آمده از کد کامپیوتری با نتایج پژوهش‌های معتبر پیشین اعتبارسنجی شده است. مقایسه ایجاد شده برای سیال خالص، در عدم حضور نیروهای ترموفورسیس و براونی، با فرض وجود تعادل حرارتی در یک محفظه بسته مربعی اشباع شده با محیط متخلخل به انجام رسیده است. نتایج برای عدد ناسلت متوسط در جدول ۱ گزارش شده‌اند؛ که گویای مطابقت و نزدیکی نتایج پژوهش حاضر با مطالعات معتبر پیشین می‌باشد.

جدول ۱- اعتبارسنجی عدد ناسلت متوسط در مقابل سایر تحقیقات مرتبط

محققین	Ra=100	Ra=200
بایتاس و پاپ [۱۹]	۳/۱۶	۱۴/۰۶
بکرم [۲۰]	۳/۱۱	-
گروس [۲۱]	۳/۱۴	۱۳/۴۵
مانول و لاگ [۲۲]	۳/۱۲	۱۳/۶۴
مویا [۲۳]	۲/۸۰	-
بیجان [۲۴]	۴/۲۰	۱۵/۸۰
واکر و همزی [۲۵]	۳/۰۹	۱۲/۹۶
نتایج تحقیق حاضر	۳/۱۱	۱۳/۶۴

با لحاظ نمودن شرایط مسئله سان و پوپ [۵] و با در نظر گرفتن اندازه گرم کن (0.4 و 0.8) یک مقایسه بین نتایج گزارش شده توسط آن‌ها [۵] و نتایج پژوهش حاضر، به ثمر رسید. شکل ۲، مقادیر عدد ناسلت متوسط بدست آمده در پژوهش حاضر و پژوهش سان و پوپ [۵] را در کنار یکدیگر نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است در تمام محدوده اعداد رایلی، نتایج بدست آمده برای عدد ناسلت متوسط کاملاً معتبر هستند.



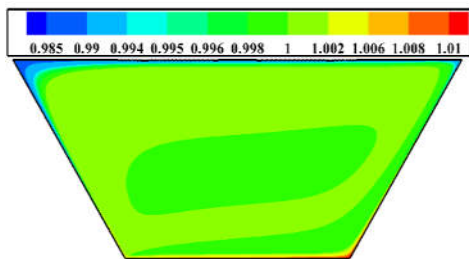
شکل ۲- اعتبارسنجی عدد ناسلت متوسط در اعداد رایلی مختلف در مقابل پژوهش سان و پوپ [۵]

۴- نتایج و بحث

در این بخش از پژوهش حاضر به بحث و بررسی پیرامون نتایج بدست آمده، پرداخته شده است. با توجه به این‌که کلیه نتایج با استفاده از معادلات بی‌بعد بدست آمده‌اند، ابتدا محدوده تغییرات پارامترهای بی‌بعد تعیین گردیده‌اند.

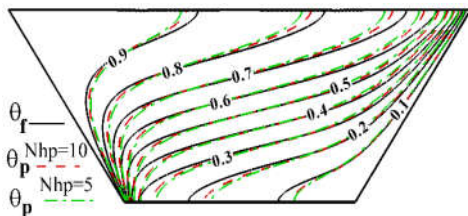
- 3- Baytas and Pop
- 4- Beckermann
- 3- Gross
- 4- Manole and Lag
- 1- Moya
- 2- Bejan
- 3- Walker and Homsy

شکل ۵، توزیع غلظت نانوذرات در محفظه بسته دوزنقه‌ای را نشان می‌دهد. با بالا رفتن نانوذرات در مجاورت دیواره گرم کاهش غلظت و با پایین آمدن نانوذرات در مجاورت دیواره سرد افزایش غلظت مشاهده شده است. از این رو، گرادیان غلظت در کنار هر دو دیواره زیاد می‌باشد. این توزیع غلظت نانوذرات، متأثر از پارامتر ترموفورسیس می‌باشد. وجود نیروی ترموفورسیس موجب رانده شدن نانوذرات از سمت دیواره گرم به سمت دیواره سرد می‌شود؛ به طوری که در مجاورت بالای دیواره گرم، غلظت نانوذرات به کمترین مقدار خود و در مجاورت پایین دیواره سرد به بیشترین مقدار خود نائل آمده است. از طرفی از تأثیر پارامتر براونی نیز نمی‌توان گذشت. تقویت پارامتر براونی موجب افزایش حرکت تصادفی نانوذرات می‌گردد و به تبع آن توزیع نانوذرات در نواحی مرکزی محفظه بسته یکنواخت‌تر شده است. اما در کل با توجه به بالا بودن مقدار عدد لوئیس گرادیان‌های غلظت شدیدی در دیواره‌های کناری ایجاد شده است.



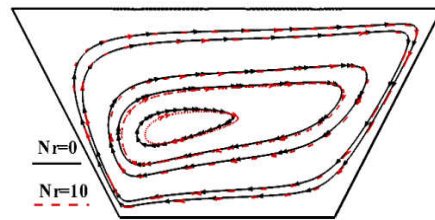
شکل ۵- توزیع غلظت نانوذرات در محفظه دوزنقه‌ای

شکل های ۶ و ۷ اثر اندرکنش میان فاز سیال و نانوذرات (Nhp) را بر روی کانتورهای دما ثابت نشان می‌دهند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، افزایش اندرکنش بین فاز سیال و نانوذرات (یعنی $Nhp=10$)، موجب کاهش اختلاف حرارت میان این دو فاز شده است. از این رو، کانتورهای دما ثابت فاز سیال و نانوذرات بیشتر به هم نزدیک شده‌اند و میزان تعادل گرمایی بین آن‌ها افزایش یافته است. کاهش اندرکنش بین فاز سیال و نانوذرات (یعنی $Nhp=5$) باعث کاهش تبادل گرما میان فاز سیال و نانوذرات می‌شود. در نتیجه فاصله بین کانتورهای دما ثابت فاز سیال و نانوذرات، بیشتر از شرایط $Nhp=10$ شده است. چنین شرایطی برای اندرکنش میان فاز سیال و فاز جامد نیز پدید آمده است. افزایش اندرکنش میان فاز سیال و فاز جامد، موجب نزدیکی بیشتر کانتورهای دما ثابت فاز جامد به فاز سیال شده است.



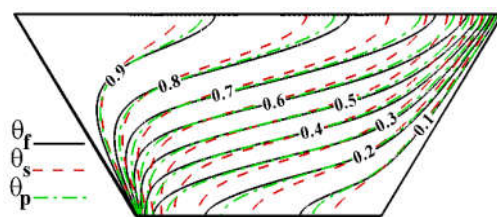
شکل ۶- اثر اندرکنش میان نانوذرات و فاز سیال (Nhp) بر کانتورهای دما ثابت نانوذرات

شکل ۳، اثر پارامتر نسبت شناوری (Nr) بر روی خطوط جریان درون محفظه بسته را نشان می‌دهد. هنگامی که جریان سیال به پایین دیواره گرم می‌رسد، شروع به جذب گرما از این دیواره می‌کند. جذب گرما توسط سیال، بالا رفتن آن در مجاورت دیواره گرم را در پی دارد. سپس جریان گرم، فاصله بین دیواره گرم و دیواره سرد را طی می‌کند و مقداری از گرمای خود را از دست می‌دهد؛ به طوری که با رسیدن به مجاورت دیواره سرد، جریان به سمت پایین انتقال یافته است. پارامتر نسبت شناوری ارتباط مستقیمی با چگالی (وزن) نانوذرات دارد. از این رو، هر چه نانوذرات سنگین‌تر شوند، گردش آن‌ها به همراه فاز سیال نیز سخت‌تر می‌شود. به نظر می‌رسد، با در نظر گرفتن محیط متخلخل در محفظه بسته، از شدت انباشتگی نانوذرات در یک ناحیه خاص از محفظه بسته کاسته شده است. در واقع میزان سنگینی نانوذرات کمتر به چشم می‌آید. بنابراین دو مقدار لحاظ شده برای پارامتر نسبت شناوری (یعنی $Nr=10$ و 0)، الگوهای خطوط جریان فاز سیال را چندان دست‌خوش تغییر نکرده است. بدیهی است که علاوه بر پارامتر نسبت شناوری، پارامتر ترموفورسیس (حرکت نانوذرات در اثر گرادیان‌های دما) نیز در انتقال نانوذرات از دیواره گرم به سمت دیواره سرد نقش دارد، اما تأثیر پارامتر نسبت شناوری بسیار بیشتر از پارامتر ترموفورسیس است.



شکل ۳- اثر پارامتر نسبت شناوری (Nr) بر روی خطوط جریان

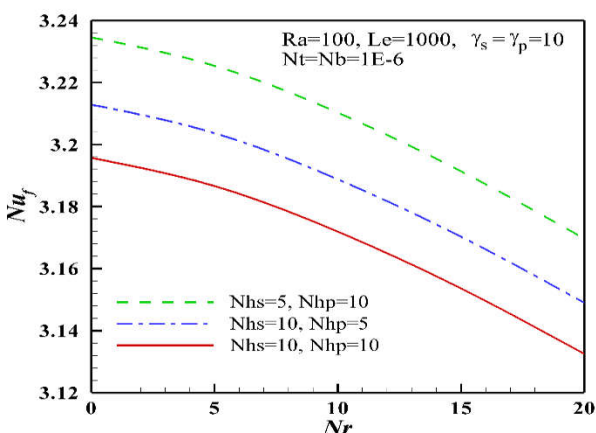
شکل ۴، کانتورهای دما ثابت فاز سیال، نانوذرات و فاز جامد را در کنار یکدیگر نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است کانتورهای دما ثابت فاز سیال، نانوذرات و فاز جامد در مجاورت پایین دیواره گرم و بالا دیواره سرد به شدت متراکم شده‌اند. در این نواحی، گرادیان‌های گرمایی شدیدی برای هر سه فاز ایجاد شده است. همان‌طور که اشاره شد در پایین دیواره گرم، جریان (نانوسیال) و نیز فاز جامد، با توجه به اختلاف دمای ایجاد شده با دیواره گرم، شروع به جذب گرما می‌کنند. از طرفی با نزدیک شدن جریان (نانوسیال) و فاز جامد به بالای دیواره سرد، با توجه به عایق بودن دیواره افقی بالا، باز هم یک گرادیان حرارتی شدید به وجود آمده است. از سوی دیگر، کانتورهای دما ثابت برای هر سه فاز در نواحی وسط محفظه بسته دارای اختلاف زیادی هستند. اما، به علت همراهی نسبی نانوذرات با فاز سیال، کانتورهای دما ثابت این دو، نسبت به کانتورهای دما ثابت فاز جامد نزدیک‌تر می‌باشند.



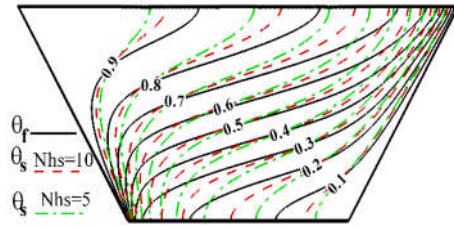
شکل ۴- کانتورهای دما ثابت فاز سیال θ_f ، نانوذرات θ_p و فاز جامد θ_s در محفظه بسته دوزنقه‌ای

شکل‌های ۹، ۱۰ و ۱۱ عدد ناسلت متوسط فاز سیال، نانوذرات و فاز جامد را به‌عنوان تابعی از پارامتر نسبت شناوری، نشان می‌دهند. همان‌طور که در این شکل‌ها مشاهده می‌گردد، با افزایش پارامتر نسبت شناوری، مقدار عدد ناسلت متوسط فاز سیال (محتوی نانوذرات)، با شیب تندتری نسبت به عدد ناسلت متوسط نانوذرات کاهش یافته است. در واقع، اثر سنگین شدن نانوذرات پیش از آن‌که روی میزان انتقال گرما نانو ذرات تأثیر بگذارد، بیشتر روی انتقال گرما فاز سیال اثرگذار بوده است. همچنین اثر افزایش پارامتر نسبت شناوری، بر روی عدد ناسلت متوسط فاز جامد ناچیز است. در شکل‌های ۹ تا ۱۱، اثرات عدد نیلد برای فاز جامد و نانوذرات به تصویر کشیده شده‌اند. شکل ۹ نشان می‌دهد که افزایش هم‌زمان اندرکنش میان فاز سیال- نانوذرات و نیز میان فاز سیال- فاز جامد($Nhs=5$ و $Nhp=10$) باعث جذب گرما از نانوذرات و فاز جامد توسط فاز سیال شده است. این امر از یک طرف موجب کاهش تبادل گرمایی فاز سیال با دیواره گرم می‌شود و از طرف دیگر، فاز جامد و نانوذرات گرمایی خود را تا حدودی از دست داده، دمای آنها کاهش می‌یابد. همچنین تقویت اندرکنش بین فاز سیال- نانوذرات ($Nhs=5$ و $Nhp=10$) یا بین فاز سیال- فاز جامد ($Nhs=10$ و $Nhp=5$) به بهبود انتقال گرما فاز سیال کمک کرده است.

شکل ۱۰، نشان می‌دهد که افزایش اندرکنش بین فاز سیال- نانوذرات و کاهش اندرکنش بین فاز سیال- فاز جامد($Nhs=5$ و $Nhp=10$)، موجب تقویت عدد ناسلت متوسط نانوذرات می‌شود. افزایش اندرکنش بین فاز سیال- نانوذرات، با جذب گرما توسط فاز سیال، باعث کاهش دمای نانوذرات می‌شود، از این رو گرادیان گرمایی بیشتری بین نانوذرات و دیواره گرم ایجاد شده است. از سوی دیگر تضعیف اندرکنش بین فاز سیال- فاز جامد، به تقویت هر چه بیشتر نرخ انتقال گرمایی نانوذرات کمک می‌کند. برعکس، افزایش اندرکنش میان فاز سیال - فاز جامد، بهبود انتقال گرما فاز جامد را در پی دارد (شکل ۱۱ مشاهده گردد). همان‌طور که اشاره شد، با افزایش اندرکنش بین فاز سیال و فاز جامد، فاز سیال مقداری از گرمای فاز جامد را جذب می‌نماید. با کاهش دمای فاز جامد گرادیان دمایی بیشتری بین این فاز و دیواره گرم فراهم شده است. همچنین کاهش میزان اندرکنش بین فاز سیال و نانوذرات، موجب تضعیف گرادیان گرمایی بین نانوذرات و دیواره گرم خواهد شد. از این رو، در شکل ۱۱، منحنی با مقادیر ($Nhs=10$ و $Nhp=5$) دارای بیشترین مقدار برای عدد ناسلت متوسط فاز جامد است.

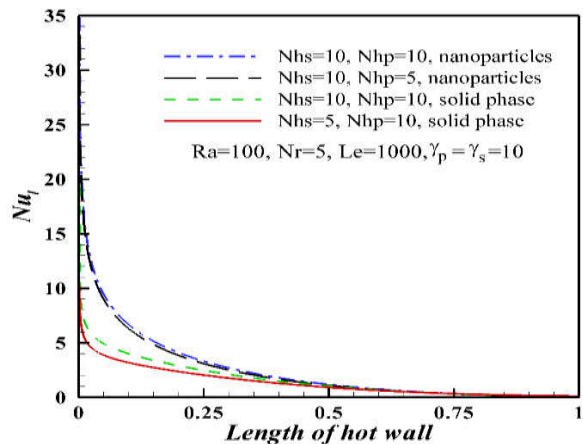


شکل ۹- اثرات اندرکنش بین نانوذرات- فاز سیال (Nhp) و بین فاز جامد- فاز سیال (Nhs) بر روی عدد ناسلت متوسط فاز سیال

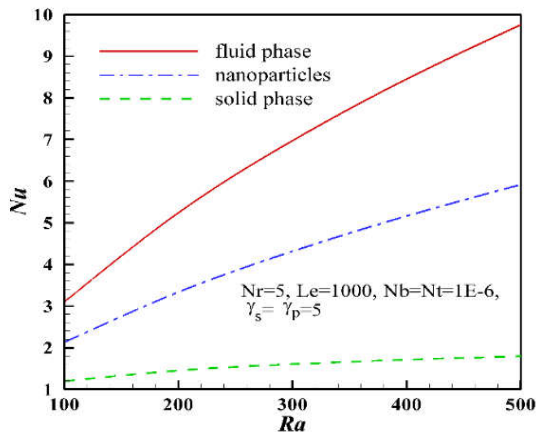


شکل ۷- اثر اندرکنش میان فاز جامد و فاز سیال (Nhs) بر روی کانتورهای دما ثابت فاز جامد

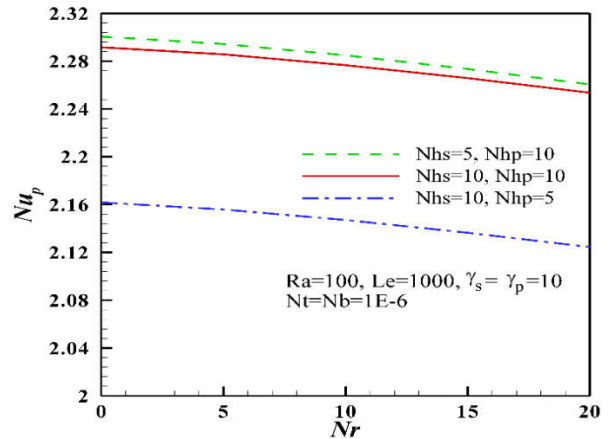
شکل ۸، تغییرات عدد ناسلت موضعی بر روی دیواره گرم برای مقادیر مختلف اندرکنش بین فاز سیال- نانوذرات و نیز بین فاز سیال- فاز جامد را نشان می‌دهد. الگوهای حاصل شده برای این منحنی‌ها از جهاتی شبیه به هم هستند. مقدار عدد ناسلت موضعی برای هر چهار منحنی در پایین دیواره گرم، زیاد می‌باشد. در این ناحیه از دیواره گرم، نانوذرات و فاز جامد، به دلیل اختلاف دما با دیواره گرم، شروع به جذب گرما می‌کنند. در واقع گرادیان دمایی شدیدی بین نانوذرات و دیواره گرم و نیز بین فاز جامد و دیواره گرم، وجود دارد. اما با فاصله گرفتن از پایین دیواره گرم (در ارتفاع بالاتر) میزان جذب گرمایی توسط نانوذرات و فاز جامد کاهش یافته و به سمت ایجاد یک تعادل گرمایی با دیواره گرم، سوق می‌یابند. از این رو، میزان عدد ناسلت موضعی برای هر چهار منحنی به شدت افت کرده است. همچنین در بازه ۰/۲۵ تا ۱ در طول دیواره گرم، از شدت کاهش عدد ناسلت موضعی کاسته شده است. در واقع در این ناحیه، کاهش جذب گرما توسط فاز جامد و نانوذرات تقریباً یکنواخت بوده، هر چهار منحنی با شیب ملایمی کاهش یافته‌اند و به حالت تعادل گرمایی نزدیک‌تر شده‌اند مشاهده می‌شود که، عدد ناسلت موضعی در شرایط مساوی (یعنی $Nhs=Nhp=10$) و در اکثر نواحی دیواره گرم، برای نانوذرات بیشتر از فاز جامد می‌باشد. علت این امر جریان یافتن و در حرکت بودن نانوذرات به همراه فاز سیال است؛ کما این‌که فاز جامد در تمام نواحی محفظه بسته، ثابت و بدون حرکت است. از طرف دیگر، تضعیف اندرکنش بین فاز سیال- نانوذرات ($Nhs=5$ و $Nhp=10$) و نیز بین فاز سیال- فاز جامد ($Nhs=10$ و $Nhp=5$) موجب کاهش جزئی عدد ناسلت موضعی در این منحنی‌ها شده است.



شکل ۸- اثرات اندرکنش بین فاز جامد- فاز سیال (Nhs) و بین نانوذرات- فاز سیال (Nhp) بر روی عدد ناسلت موضعی



شکل ۱۲- اثر عدد رایلی روی عدد ناسلت متوسط فاز سیال، فاز جامد و نانوذرات



شکل ۱۰- عدد ناسلت متوسط نانوذرات به عنوان تابعی از پارامتر نسبت شناوری در مقادیر مختلفی از عدد نیلد

۵- نتیجه گیری

انتقال گرما جابجایی طبیعی نانوسیال در یک محفظه بسته دوزنقه‌ای اشباع شده با محیط متخلخل، مورد ارزیابی قرار گرفت. گرما از دیواره چپ به دیواره راست منتقل می‌شد، در حالی که دیواره‌های افقی بالا و پایین محفظه بسته، عایق در نظر گرفته شدند. مدل عدم تعادل گرمایی بین فاز سیال، نانوذرات و فاز جامد در محیط متخلخل لحاظ شد. همچنین از مدل بونجیورنو برای بررسی رفتار نانوذرات درون فاز سیال بهره گرفته شد. معادلات حاکم به شکل بی‌بعد خود انتقال یافتند و با استفاده از روش المان محدود حل شدند. مهم‌ترین نتایج در پژوهش حاضر به شرح ذیل هستند:

۱- افزایش پارامتر نسبت شناوری (Nr)، کاهش میزان انتقال گرما برای فاز سیال و نانوذرات را در پی دارد. از طرفی، تغییرات عدد ناسلت متوسط فاز جامد در مواجهه با تغییرات پارامتر نسبت شناوری، ناچیز است.

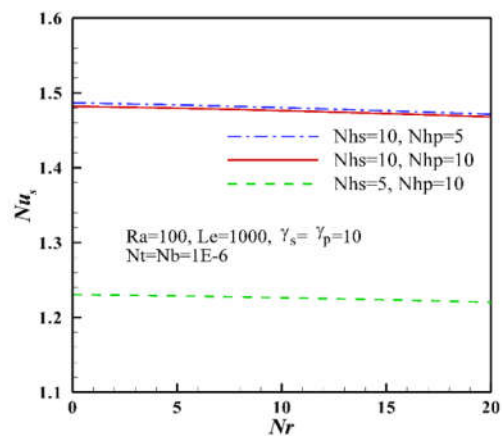
۲- افزایش عدد رایلی با تقویت مکانیزم‌های انتقال گرما جابجایی طبیعی، باعث بهبود میزان انتقال گرما فاز سیال و نانوذرات می‌گردد. اثر افزایش عدد رایلی بر روی فاز جامد تقریباً ناچیز است.

۳- افزایش هم‌زمان مقدار عدد نیلد برای فاز جامد (Nhs) و نانوذرات (Nhp)، موجب کاهش عدد ناسلت متوسط فاز سیال می‌شود. از طرف دیگر افزایش اندرکنش بین فاز سیال- نانوذرات (Nhp) و بین فاز سیال- فاز جامد (Nhs)، به ترتیب باعث افزایش عدد ناسلت متوسط نانوذرات و فاز جامد می‌شود.

۴- تقویت پارامتر نسبت ضریب رسانش گرمایی اصلاح شده برای فاز جامد (γ_s)، افزایش میزان عدد ناسلت متوسط برای هر سه فاز را به دنبال دارد. اما تغییرات پارامتر نسبت ظرفیت گرمایی ویژه اصلاح شده برای نانوذرات (γ_p)، به‌طور ویژه فقط بر روی میزان انتقال گرما نانوذرات اثرگذار است.

۶- سپاسگزاری

با تشکر ویژه از مرکز ابر رایانش شیخ بهایی اصفهان و نیز ستاد ویژه فناوری نانو و دانشگاه آزاد اسلامی واحد دزفول که این پژوهش تحت حمایت آن‌ها به انجام رسیده است.



شکل ۱۱- عدد ناسلت متوسط فاز جامد به عنوان تابعی از پارامتر نسبت شناوری در مقادیر مختلفی از عدد نیلد

شکل ۱۲، عدد ناسلت متوسط فاز سیال، نانوذرات و فاز جامد را در مقادیر مختلفی از عدد رایلی به تصویر کشیده است. این شکل به وضوح نشان می‌دهد که افزایش عدد رایلی، با بهبود مکانیزم‌های انتقال گرما جابجایی طبیعی، موجب تقویت عدد ناسلت متوسط فاز سیال و نانوذرات شده است. از طرفی، تأثیر افزایش عدد رایلی بر روی فاز جامد بسیار کم است. در واقع، فاز جامد، درگیر مکانیزم‌های انتقال گرما جابجایی طبیعی نمی‌شود؛ اما تغییرات کم عدد ناسلت متوسط فاز جامد، بر اثر اندرکنش میان این فاز و فاز سیال (متأثر از افزایش عدد رایلی)، می‌باشد.

نانوذرات p
فاز جامد s

۷- فهرست علائم

نسبت متناظر	AR
کسر حجم نانوذرات	C
کسر حجم نانوذرات محیط	C_0
ضریب پخش براونی	D_B
ضریب پخش ترموفورسیس	D_T
ضریب شتاب گرانش (ms^{-2})	g
عدد ناسلت محلی	Nu
ارتفاع محفظه (m)	H
ارتفاع بی بعد گرم شده (m)	H_H
ضریب انتقال گرمای سطحی یا واسطه‌ای بین فاز سیال و نانوذرات ($Wm^{-3}K$)	h_{fp}
ضریب انتقال گرمای سطحی یا واسطه‌ای بین فاز سیال و ماتریس جامد ($Wm^{-3}K$)	h_{fs}
قابلیت نفوذ محیط متخلخل	K
طول محفظه (m)	L
عدد لوئیس	Le
پارامتر حرکت براونی	Nb
عدد نیلد رابط بین سیال پایه/ نانوذرات	Nhp
عدد نیلد رابط بین سیال پایه/ فاز جامد	Nhs
پارامتر نسبت شناوری	Nr
پارامتر حرکت ترموفورسیس	Nt
عدد ناسلت متوسط	\bar{Nu}
فشار (atm)	P
عدد رابلی	Ra
عدد شروود موضعی	Sh
دمای نانوسیال (K)	T
دمای دیواره سمت راست (K)	T_c
دمای دیواره سمت چپ (K)	T_h
سرعت دارسی (ms^{-1})	V
مختصات دکارتی	\bar{x}, \bar{y}
مولفه‌های سرعت در مختصات دکارتی	\bar{u}, \bar{v}

علائم یونانی

ضریب پخشندگی گرمایی (m^2s^{-1})	α
ضریب انبساط حجمی (K^{-1})	β
نسبت ظرفیت گرمایی ویژه اصلاح شده برای نانوذرات	γ_p
نسبت ضریب رسانش گرمایی اصلاح شده برای فاز جامد	γ_s
تخلخل	ϵ
نسبت اصلاح شده‌ی پخشندگی گرمایی نانوذرات	ϵ_p
دمای بی بعد	θ
لزجت دینامیک ($kgm^{-1}s^{-1}$)	μ
چگالی (kgm^{-3})	ρ
ظرفیت گرمایی موثر ($Jm^{-3}K^{-1}$)	(ρC_p)
پارامتر تعریف شده به صورت $\tau = (\rho C)_p / (\rho C)_f$	τ
تابع جریان (m^2s^{-1})	$\bar{\psi}$
بعدتابع جریان بی	ψ
رسانایی گرمایی موثر	k

زیر نویس

فاز سیال	f
موضعی	l

۸- مراجع

- [1] Choi S. U. S., Zhang Z. G., Yu W., Lockwood F. E. and Grulke E. A., Anomalous Thermal Conductivity Enhancement on Nanotube Suspensions, *Applied Physics Letters*, Vol. 79, No. 14, pp. 2252-2254, 2001.
- [2] Amiri A., Vafai K., Analysis of dispersion effects and nonthermal equilibrium, non-Darcian, variable porosity incompressible flow through porous media, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, No. 6, pp. 939-954, 1994.
- [3] Breuer K. S., Park J., Henoch C., Actuation and control of a turbulent channel flow using Lorentz forces, *Physics of fluids*, Vol. 16, No. 6, pp. 897-907, 2004.
- [4] Cierpka C., Weier T., Gerbeth G., Electromagnetic Control of Separated Flows Using periodic excitation with Different Wave Forms, *Active Flow Control*, Springer Berlin Heidelberg, Vol. 95, pp. 27-41, 2007.
- [5] Sun Q., Pop I., Free convection in a triangle cavity filled with a porous medium saturated with nanofluids with flush mounted heater on the wall, *International Journal of Thermal Science*, Vol. 50, No. 11, pp. 2141-53, 2011.
- [6] A. Noghrehabadi, M. Ghalambaz, A. Ghanbarzadeh, Effects of Variable Viscosity and Thermal Conductivity on Natural-Convection of Nanofluids Past a Vertical Plate In Porous Media, *Journal of Mechanics*, Vol. 30, No. 3, pp. 265-275, 2013.
- [7] Beg O. A., Rashidi M. M., Akbari M., Hosseini A., Comparative Numerical Study of Single-Phase and Two-Phase Models for Bio-Nanofluid Transport Phenomena, *Journal of Mechanics in Medicine and Biology* Vol. 14, No. 1, Article number 14500110, 2014.
- [8] Garoosi F., Jahanshaloo L., Rashidi M. M., Badakhsh A., Ali M. E., Numerical Simulation of Natural Convection of the Nanofluid in Heat Exchangers using a Buongiorno Model, *Applied Mathematics and Computation* 254, pp. 183-203, 2015.
- [9] Garoosi F., Rohani B., Rashidi M. M., Two-Phase Mixture Modeling of Mixed Convection of Nanofluids in a Square Cavity with Internal and External Heating, *Powder Technology* 275, pp. 304-321, 2015.
- [10] Garoosi F., Bagheri G., Rashidi M. M., Two phase simulation of natural convection and mixed convection of the nanofluid in a square cavity, *Powder Technology* 275, pp. 239-256, 2015.
- [11] Zargartalebi H., Noghrehabadi A., Ghalambaz M., Pop I., Natural Convection Boundary Layer Flow over a Horizontal Plate Embedded in a Porous Medium Saturated with a Nanofluid: Case of Variable Thermophysical Properties, *Transport in Porous Media*, Vol. 107, No. 1, pp. 153170, 2015.
- [12] Ghalambaz M., Sheremet M. A., Pop I., Free Convection in a Square Porous Cavity Filled with a Nanofluid using Thermal Non Equilibrium and Buongiorno Models, *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, Vol. 12, pp. 222-235, 2015.
- [13] Nield D. A., Bejan A., convection in porous media, third edition, springer, New York, 2006.
- [14] Buongiorno J., convective transport in nanofluids, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 128, No. 3, pp. 240, 2006.
- [15] Nield D. A., Kuznetsov A. V., The Cheng-Minkowycz, problem for natural convective boundary layer flow in a porous medium saturated by a nanofluid, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 52, No. 25, pp. 5792-5795, 2009.
- [16] Rao S., The finite element method in engineering, Butterworth-Heinemann, 2005.
- [17] Wriggers P., Nonlinear finite element methods, Springer Science & Business Media, 2008.
- [18] Amestoy P. R., Duff I. S., L'Excellent J. Y., Multifrontal parallel distributed symmetric and unsymmetric solvers. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 184, No. 2, pp. 501-52, 2000.
- [19] Baytas A. C., Pop I., Free convection in oblique enclosures filled with a porous medium, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 42, No. 6, pp. 1047-1057, 1999.

- [20] Beckermann. C., Viskanta. R., Ramadhyani. S., A numerical study of non-Darcian natural convection in a vertical enclosure filled with a porous medium, Numerical of Heat Transfer, Vol. 10, No. 6, pp. 446-469, 1986.
- [21] R. Gross, M. R. Bear and C. E. Hickox, The application of flux-corrected transport (FCT) to high Rayleigh number natural convection in a porous medium, Proc. 7 th, International Heat Transfer Conference, San Francisco, CA, 1986.
- [22] Manole. D. M., Lage. J. L., Numerical benchmark results for natural convection in a porous medium cavity, Heat Mass Transfer Porous Media, ASME Conference, Vol. 105, pp. 55-55, 1992.
- [23] Moya. S. L., Ramos. E., Sen. M., Numerical study of natural convection in a tilted rectangular porous material, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 30, No.4, pp. 630-645, 1987.
- [24] Bejan. A., On the boundary layer regime in a vertical enclosure filled with a porous medium, Letter Heat Mass Transfer, Vol. 6, No. 2, pp. 82-91, 1979.
- [25] Walker. K. L., Homsy. G. M., Convection in a porous cavity, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 87, No. 3, pp. 338-363, 1978.
- [26] Behseresht. A., Noghrehabadi. A., Ghalambaz. M., Natural-convection heat and mass transfer from a vertical cone in porous media filled with nanofluids using the practical ranges of nanofluids thermo-physical properties, Chemical Engineering Research and Design, Vol. 92, No. 3, pp. 447-452, 2014.
- [27] Noghrehabadi. A., Ghalambaz. M., Ghanbarzadeh. A., Effects of variable viscosity and thermal conductivity on natural-convection of nanofluids past a vertical plate in porous media, Journal of Mechanics, Vol. 30, No.03, pp. 265-275, 2014.
- [28] Ghalambaz. M., Noghrehabadi. A., Effects of heat generation/absorption on natural convection of nanofluids over the vertical plate embedded in a porous medium using drift-flux model, Journal of Computational and Applied Research in Mechanical Engineering, Vol. 3, No. 2, pp. 113-123, 2014.
- [29] Bhadauria. B. S., Agarwal., Convective transport in a nanofluid saturated porous layer with thermal non equilibrium model, Transport in Porous Media, Vol. 88, No. 1, pp. 107-131, 2011.