

تحلیل خزشی ترمو الاستیک وابسته به زمان استوانه‌های جدار ضخیم چرخان هدفمند ساخته شده از ماده مرکب Al-SiC

عباس لقمان

دانشیار، گروه مکانیک جامدات، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران

منوچهر محمدحسینی میرزائی*

دانشجوی دکتری، گروه مکانیک جامدات، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران

چکیده

در این مقاله تحلیل خزشی وابسته به زمان در استوانه‌های جدار ضخیم ساخته شده از ماده مرکب مرتبه‌ای هدفمند Al-SiC با استفاده از روش تقریب متوالی مندلسون انجام شده است. برای تحلیل خزشی از معادله ساختاری نورتون که ثابیت آن از آزمایشات تجربی پاندی استخراج شده است، استفاده شده است. همه مشخصات مکانیکی و گرمایی ماده به جز نسبت پواسون وابسته به درصد حجمی توزیع ذرات تقویت‌کننده سیلیکون کارباید می‌باشند. بارگذاری شامل نیروهای اینرسی ناشی از دوران و توزیع دما بخاطر انتقال گرما از سطح داخلی به سطح خارجی استوانه می‌باشد. با این تحلیل مشخص می‌شود که توزیع حجمی هدفمند از ذرات تقویت‌کننده سیلیکون کارباید، تاثیر مهمی در توزیع تنش الاستیک اولیه دارد. همچنین در خزش وابسته به زمان به خاطر باز توزیع تنش، تنش‌های شعاعی با گذشت زمان افزایش می‌یابند، در حالیکه تنش‌های مماسی و موثر یکنواخت‌تر می‌گردند و در نهایت، تنش‌ها، جابه‌جایی و کرنش‌ها پس از حدود ۵۰ سال به حالت پایدار همگرا می‌شوند.

واژه‌های کلیدی: خزش وابسته به زمان، مواد مرتبه‌ای هدفمند، ماده مرکب Al-SiC.

Time-dependent Thermoelastic Creep Analysis of Thick Walled Rotating FGM Cylinders Made of Al-SiC Composite

A. Loghman

Department of Solid Mechanics, Faculty of Mechanical Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran

M. Mohammad Hosseini Mirzaei

Department of Solid Mechanics, Faculty of Mechanical Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran

Abstract

In this paper time-dependent creep evolution analysis of thick-walled rotating FGM cylinders made of Al-SiC composite has been carried out, using method of successive elastic solution. The material creep constitutive model has been described by Norton's law, considering the experimental results of Pandey on Al-SiC composite. All mechanical and thermal properties except Poisson's ratio are radial dependent, based on the volume content of SiC reinforcement. Loading is composed of an inertia body force due to rotation and a distributed temperature field because of steady state heat conduction from the inner to the outer surface of the cylinder. It has been found that the volume-content distribution of SiC reinforcement has a significant effect on initial elastic stress distribution. It has been concluded that radial stresses are increasing with time during creep evolution, while circumferential and effective stresses become more uniform, due to stress redistribution and finally the solution converges to stationary stresses, displacement and strains almost after fifty years.

Keywords: Time-dependent creep, Functionally Graded Materials (FGM), Al-SiC composite.

ساخته شده از مواد مرتبه‌ای هدفمند^۴ پرداختند. در آن تحقیق تنها تنش‌های گرمایی را مورد بحث قرار دادند. فرید وکیلی تهامی و همکاران [۳] روش‌های مختلف در تحلیل ترموالاستیک دیسک‌های دوار ساخته شده از مواد مرتبه‌ای هدفمند را با یکدیگر مقایسه نمودند. آنها دریافتند که روش حل شبه‌تحلیلی نسبت به سایر روش‌ها برتری دارد. سنگ^۵ و ری^۶ خزش پایدار در دیسک همسانگرد چرخان ساخته شده از ماده مرکب Al-SiC تحلیل نمودند آنها از معادله نورتون^۷ ($\dot{\epsilon}_e = B(\sigma_e)^n$) برای توصیف رفتار خزشی ماده استفاده کردند.

۱- مقدمه

ماده مرکب Al-SiC به خاطر داشتن خواص مناسب در برابر گرما کاربرد گسترده‌ای در سازه‌ها و ماشین‌ها به خصوص در ادوات گردنده یافته است. ارزیابی و تخمین عمر این ادوات تحت شرایط دمایی می‌تواند از بروز فاجعه و تخریب جلوگیری کند. در سال ۱۹۹۶ لقمان و وهاب^۱ [۱] خزش وابسته به زمان^۲ در لوله‌های جدار ضخیم بخار را به کمک تقریب متوالی مندلسون^۳ بررسی کردند. در سال ۲۰۰۲ جباری و همکاران [۲] به مطالعه تنش‌های گرمایی و مکانیکی در دیسک دوار

4 Functionally Graded Materials (FGM)

5 Singh

6 Ray

7 Norton

1 Wahab

2 Time-Dependent Creep

3 Mendelson

تنش‌ها و کرنش‌ها و تغییرات آنها با زمان می‌باشند. این تحقیق بر روی تحلیل باز توزیع تنش حاصل از تنش‌های الاستیک، ترموالاستیک و خزشی استوانه‌های جدار ضخیم دوار ساخته شده از ماده مرکب هدفمند مرتبه‌ای Al-SiC در طول زمان‌های طولانی متمرکز می‌باشد. به کمک الگوریتم و روش استفاده شده در این مقاله می‌توان تاریخچه تنش‌ها و کرنش‌ها را در طول زمان، برای استوانه‌های جدار ضخیم ساخته شده با مواد هدفمند مرتبه‌ای مختلف به شرط داشتن ثوابت خزشی آن مواد، محاسبه نمود.

در این مقاله در ابتدا به کمک معادله انرژی در مختصات استوانه‌ای و با تقسیم‌بندی جداره استوانه، به یک معادله دیفرانسیل مرتبه دوم خطی رسیده که با توجه به شرایط مرزی شعاع داخلی و خارج استوانه، دستگاه معادله خطی حاصل می‌شود که با حل آن دستگاه در نرم‌افزار متلب^۱، دما در هر نقطه‌ی جداره استوانه استخراج می‌گردد. با ترکیب معادلات تنش-کرنش، کرنش-جابجایی و تعادل در مختصات قطبی، معادله دیفرانسیلی حاصل می‌گردد که به کمک شرایط مرزی تقسیم‌بندی‌ها همراه شروط مرزی شعاع داخلی و خارجی استوانه، جابجایی هر تقسیم‌بندی و بتبع آن کرنش‌های الاستیک و در نهایت تنش‌های الاستیک استخراج می‌شوند. در ادامه با ترکیب معادلات پرنتل-روس و روابط تنش و کرنش موثر و معادله خزشی نورتون با معادله دیفرانسیل مرحله قبل، به کمک الگوریتم تقریب متوالی مندلسون [۱۲]، تاریخچه تنش‌ها و تغییر شکل‌ها در طول زمان استخراج می‌شوند.

۲- خواص مواد و هندسه استوانه و شرایط مرزی

خواص مکانیکی در جهت شعاع استوانه را می‌توان به صورت رابطه ۱ بیان کرد:

$$M(r) = M_{AL} + (M_{SiC} - M_{Al}) \times VP(r) \quad (1)$$

که $M(r)$ مقدار خاصیت در شعاع r و M_{AL} و M_{SiC} به ترتیب مقدار آن خاصیت در آلومینیوم و SiC می‌باشند و $VP(r)$ درصد حجمی تقویت‌کننده SiC در شعاع r می‌باشد. کلیه خواص شامل ضریب انتقال گرما، ضرایب انبساط گرمایی شعاعی و مماسی، چگالی و مدول الاستیک را می‌توان در هر نقطه از ضخامت به دست آورد. در این تحلیل نسبت پواسون در جهت شعاعی و محوری ثابت فرض شده است. با توجه به معادله (۱) این خواص را می‌توان به شکل معادلات (۲) بیان کرد.

$$\begin{aligned} E(r) &= E_{AL} + (E_{SiC} - E_{Al}) \times VP(r) \\ \rho(r) &= \rho_{AL} + (\rho_{SiC} - \rho_{Al}) \times VP(r) \\ K_T(r) &= K_{TAL} + (K_{TSiC} - K_{TAl}) \times VP(r) \\ \alpha_r(r) &= \alpha_{rAL} + (\alpha_{rSiC} - \alpha_{rAL}) \times VP(r) \\ \alpha_\theta(r) &= \alpha_{\theta AL} + (\alpha_{\theta SiC} - \alpha_{\theta AL}) \times VP(r) \end{aligned} \quad (2)$$

آنها برای توصیف وابستگی پارامترهای معادله مذکور یعنی B و n به اندازه ذرات و درصد حجمی تقویت‌کننده SiC و دما، ابتدا بر داده‌های تجربی که توسط پاندی^۱ و همکارانش [۵] ارائه شده بود، معادله‌هایی را برازش نمودند و با ارایه مدل ریاضی تنها تاثیر تغییر هدفمند خطی درصد حجمی تقویت‌کننده را بر روی تنش‌های شعاعی و مماسی و نرخ کرنش‌های شعاعی و مماسی گزارش نمودند. آنها از تغییر شکل الاستیک در مقابل تغییر شکل خزشی صرفنظر نمودند. گوپتا^۲ و همکارانش [۶] رفتار خزشی پایدار یک دیسک دوار ساخته شده از ماده مرکب زمینه آلومینیوم با ذرات تقویت‌کننده SiC را بررسی نموده‌اند. آنان برای توصیف خزش حالت پایدار، از معادله شربایی^۳ استفاده نمودند. در سال ۲۰۰۷ یو^۴ و همکارانش [۷] خزش حالت پایدار در استوانه ساخته شده از مواد مرتبه‌ای هدفمند را تحت تاثیر فشار داخل مورد بررسی قرار دادند. آنها از معادله نورتون استفاده نموده و با انتخاب مناسب ثوابت آن بر حسب شعاع استوانه $(n(r) = n_0 r^{n_1})$ و $(B(r) = b_0 r^{b_1})$ ، روابطی جهت استخراج تنش‌های شعاعی، مماسی، محوری و نرخ کرنش موثر ارایه کردند. همچنین با متغیر فرض نمودن یکی از پارامترهای b_1 یا n_0 و ثابت نگه‌داشتن سایر پارامترها، تاثیر تغییر آن پارامتر بر تنش‌های شعاعی و مماسی و نرخ کرنش موثر حالت پایدار را بررسی نمودند. در سال ۲۰۱۱ لقمان و همکارانش [۸] خزش ترموالاستیک وابسته به زمان در یک دیسک دوار ساخته شده از ماده مرکب Al-SiC را مورد بررسی قرار داده‌اند. آنها از معادله ساختاری شربایی و روش تقریب متوالی مندلسون استفاده نموده‌اند. همچنین ایشان در سال ۲۰۱۲ همراه با سایر همکارانش [۹] خزش مگنتو ترموالاستیک وابسته به زمان در یک کره ساخته شده از ماده مرتبه‌ای هدفمند تحت فشار داخلی به کمک روش تقریب متوالی مندلسون را مدلسازی نمودند. آنها به این نتیجه رسیدند که در زمانهای بین ۰ تا ۵۰ سال کرنش‌ها و تنش‌ها با یک نرخ کاهنده‌ای تغییر می‌کنند تا اینکه حتی در زمان بین ۵۰ تا ۵۵ سال تنش‌ها و کرنش‌ها تقریباً بر یکدیگر منطبق می‌گردند. جمیان^۵ و همکارانش در سال ۲۰۱۳ برای تحلیل خزش در استوانه‌های جدار ضخیم ساخته شده از مواد مرکب مرتبه‌ای هدفمند، تحت شرایط مرزی فشار داخلی و گرما، روشی را بر پایه المان محدود توسعه دادند [۱۰]. محمد زمانی نژاد و همکارانش در سال ۲۰۱۵ خزش پایدار را در استوانه‌های جدار ضخیم ساخته شده از مواد مرکب مرتبه‌ای هدفمند مورد بررسی قرار دادند. آنها حل بسته‌ای را ارائه کرده و به کمک آن خزش پایدار در استوانه‌های چرخان تحت فشار داخلی را محاسبه و گزارش نمودند [۱۱].

در هیچکدام از مطالعات قبلی اولاً خزش وابسته به زمان در استوانه دوار بررسی نشده است ثانیاً در اکثر مطالعات قبلی از تغییر شکل الاستیک چشم پوشی شده است. فرضیات قبلی که نرخ کرنش با زمان را ثابت فرض می‌کنند فاقد دقت و صحت کافی برای پیش‌بینی

۱ Pandey

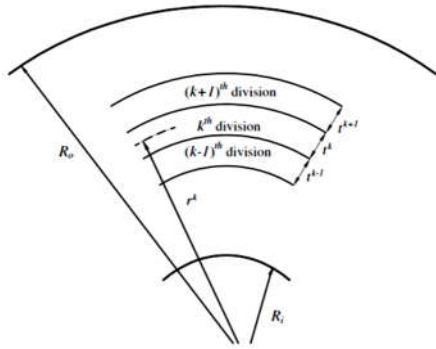
۲ Gupta

۳ Sherby

۴ You

۵ Jamian

۶ Matlab Software



شکل ۱- تقسیم‌بندی ضخامت استوانه به اجزاء متناهی [۱۳]

در این تقسیم‌بندی ضخامت k امین قسمت که در فاصله r^k از محور استوانه جدار ضخیم قرار دارد، t^k در نظر گرفته می‌شود. با توجه به شرایط مرزی (۵)، معادله (۴) برای هر قسمت به معادله (۶) تبدیل می‌شود:

$$\begin{aligned} T(R_i) &= T_i \\ T(R_o) &= T_o \end{aligned} \quad (5)$$

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + A(k)\frac{d}{dr}\right)T = 0 \quad (6)$$

که

$$A(k) = \frac{1}{r^{(k)}} + \frac{1}{K_T(r^{(k)})} \frac{dK_T(r)}{dr} \Big|_{r=r^{(k)}} \quad (7)$$

$$k = 1, 2, \dots, m$$

با توجه به معادلات فوق m معادله درجه دوم خطی با ضرایب ثابت حاصل می‌شود که حل دقیق آن به صورت رابطه (۸) می‌باشد:

$$T(r^{(k)}) = \bar{X}_1^{(k)} + \bar{X}_2^{(k)} \exp(-r^{(k)} A(k)) \quad (8)$$

که $\bar{X}_1^{(k)}$ و $\bar{X}_2^{(k)}$ ضرایب ثابت نامشخصی برای هر تقسیم‌بندی می‌باشند. برای تعیین این ضرایب و در نهایت به دست آوردن دما در هر تقسیم‌بندی باید از شرایط مرزی بین مرز هر دو قسمت که مجاور یکدیگر می‌باشند و دو شرط مرزی دمایی در ابتدا و انتهای کل تقسیم‌بندی استفاده شود. شرایط مرزی بین مرز هر دو قسمت مجاور عبارتند از:

$$\frac{dT(r)}{dr} \Big|_{r=r^k + \frac{t^k}{2}} = \frac{dT(r)}{dr} \Big|_{r=r^{k+1} - \frac{t^{k+1}}{2}} \quad (9)$$

$$T(r) \Big|_{r=r^k + \frac{t^k}{2}} = T(r) \Big|_{r=r^{k+1} - \frac{t^{k+1}}{2}}$$

به کمک این روش مقادیر $\bar{X}_1^{(k)}$ و $\bar{X}_2^{(k)}$ توسط یک دستگاه معادله خطی به دست می‌آیند و با داشتن آنها می‌توان دما را در هر قسمت به صورت گسسته به دست آورد که با ریز کردن قسمت‌بندی ضخامت، دمای پیوسته کل ضخامت حاصل می‌شود. به عنوان مثال توزیع دما در هر نقطه از ضخامت چهار نوع استوانه جدار ضخیم، در شکل ۲ ترسیم گردیده است.

در جدول ۱ به عنوان خواص گرمایی و مکانیکی برای آلومینیوم و SiC آورده شده اند.

جدول ۱- خواص گرمایی و مکانیکی Al و [۸ SiC]

Al	SiC	خاصیت (واحد)
۷۰	۴۱۰	E(GPa)
۲۷۰۰	۳۲۰۰	$\rho(\text{Kg}/\text{m}^3)$
23.1×10^{-6}	4×10^{-6}	$\alpha_r(\text{K}^{-1})$
23.1×10^{-6}	4×10^{-6}	$\alpha_\theta(\text{K}^{-1})$
۲۳۷	۱۲۰	$K_T(\text{W}/\text{mc})$
۰/۲۵	۰/۲۵	ν

شعاع داخلی استوانه 0.7m و شعاع خارجی آن 1m می‌باشد. همچنین سرعت دورانی 8000rpm ، دمای سطح داخلی 723K و دمای سطح خارجی 423K فرض شده است. ابعاد ذرات تقویت‌کننده SiC در این مطالعه دو نوع استوانه کلبه‌شکل به اندازه $1/7\ \mu\text{m}$ می‌باشد. در این مطالعه دو نوع استوانه مرتبه‌ای هدفمند مورد مطالعه قرار گرفته‌اند که برای سهولت بنام استوانه‌های "الف" و "ب" نامگذاری می‌گردند. در استوانه "الف" درصد حجمی تقویت‌کننده SiC در سطح داخل ۱۰ درصد و در سطح خارجی ۳۰ درصد و در استوانه "ب" درصد حجمی تقویت‌کننده SiC در سطح داخل ۳۰ درصد و در سطح خارجی ۱۰ درصد فرض شده است. همچنین استوانه ساخته شده با ماده مرکب Al تقویت شده با ذرات SiC با درصد حجمی یکنواخت ۲۰ درصد با نام استوانه "ج" و استوانه ساخته شده از آلومینیوم خالص با نام استوانه "د" معرفی می‌شوند.

۳- تحلیل گرمایی مسئله

معادله گرما در حالت پایا برای استوانه‌ای که تولید انرژی داخلی نداشته باشد با توجه به قانون اول ترمودینامیک در مختصات استوانه‌ای و در جهت شعاعی عبارت است از:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (rK_T(r) \frac{dT(r)}{dr}) = 0 \quad (3)$$

با توجه به معادلات (۲) معادله فوق به صورت رابطه (۴) بازنویسی می‌شود.

$$rK_T(r) \frac{d^2 T}{dr^2} + (K_T(r) + r \frac{dK_T(r)}{dr}) \frac{dT}{dr} = 0 \quad (4)$$

معادله (۴) یک معادله دیفرانسیل مرتبه دوم خطی می‌باشد. برای حل آن به کمک یک روش نیمه تحلیلی مشابه مرجع [۱۳]، ضخامت استوانه جدار ضخیم به چندین قسمت مطابق شکل تقسیم‌بندی می‌شود.

$$\begin{aligned}
 B_1 &= E(1-\nu) \\
 B_2 &= E\left(\frac{(1-\nu)}{E} \frac{dE}{dr} - \frac{\nu}{r} + (1-2\nu)\right) \\
 B_3 &= E\left(\frac{\nu}{rE} \frac{dE}{dr} - \frac{\nu}{r^2} - \frac{1-2\nu}{r}\right) \\
 B_4 &= [-(\alpha_r + \nu\alpha_\theta) \frac{dE}{dr} - E\left(\frac{d\alpha_r}{dr} + \nu \frac{d\alpha_\theta}{dr}\right) \\
 &+ E(\alpha_\theta - \alpha_r)(1-\nu)]T + [-E(\alpha_r + \nu\alpha_\theta)] \frac{dT}{dr} \\
 &+ \left[-\frac{dE}{dr} - E(1-\nu)\right] \varepsilon_{rr}^c + \left[-\nu \frac{dE}{dr} - E(1+\nu)\right] \varepsilon_{\theta\theta}^c \\
 &- E\left(\frac{d\varepsilon_{rr}^c}{dr} + \nu \frac{d\varepsilon_{\theta\theta}^c}{dr}\right) + (1+\nu)(1-2\nu)\rho\omega^2
 \end{aligned}$$

اگر در B_4 از جملاتی که کرنش خزشی دارند صرف نظر شود، معادله (۱۴) که معادله دیفرانسیل غیر همگن خطی مرتبه دوم با ضرایب متغیر می‌باشد به معادله ناوبر تبدیل می‌شود. برای حل این معادله نیز می‌توان مشابه روش قبل که یک حل نیمه تحلیلی بود، استفاده کرد. معادله ناوبر برای هر قسمت به صورت معادله ۱۵ می‌باشد.

$$B_1^{(k)} \frac{d^2 u}{dr^2} + B_2^{(k)} \frac{du}{dr} + B_3^{(k)} u + B_4^{(k)} = 0 \quad (15)$$

برای حل معادله دیفرانسیل (۱۵) دوباره از روش تقسیم‌بندی ضخامت استوانه به اجزای متناهی استفاده می‌گردد. با این روش معادله دیفرانسیل غیر همگن مرتبه دوم (۱۵) با ضرایب متغیر به k معادله غیر همگن مرتبه دوم با ضرایب مشخص در هر بخش تبدیل می‌گردد. باید این نکته مهم را مدنظر داشت که $\frac{t^{(k)}}{2} \leq r \leq \frac{t^{(k)}}{2} + \frac{t^{(k)}}{2}$ که در آن $t^{(k)}$ ضخامت هر قسمت از ضخامت استوانه جدار ضخیم می‌باشد. شرایط مرزی هر تقسیم‌بندی از ضخامت عبارت است از

$$\begin{aligned}
 u^{(k)} \Big|_{r=\frac{t^{(k)}}{2}} &= u^{(k)} \Big|_{r=\frac{t^{(k)}}{2} + \frac{t^{(k)}}{2}} \\
 \frac{du^{(k)}}{dr} \Big|_{r=\frac{t^{(k)}}{2}} &= \frac{du^{(k)}}{dr} \Big|_{r=\frac{t^{(k)}}{2} + \frac{t^{(k)}}{2}} \\
 \sigma_{rr}^{(k)} \Big|_{r=\frac{t^{(k)}}{2}} &= \sigma_{rr}^{(k)} \Big|_{r=\frac{t^{(k)}}{2} + \frac{t^{(k)}}{2}}
 \end{aligned} \quad (16)$$

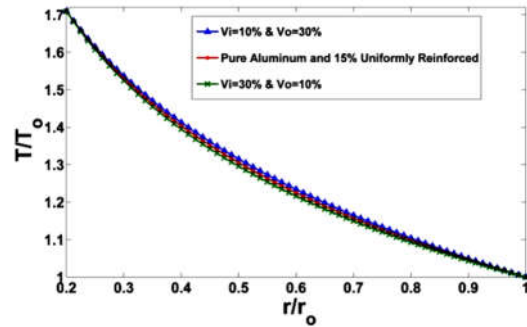
و شرایط مرزی کلی مربوط به معادله (۱۵) عبارت است از:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{rr}(R_1) &= 0 \\
 \sigma_{rr}(R_0) &= 0
 \end{aligned} \quad (17)$$

حل دقیق معادله (۱۵) به صورت معادله (۱۸) می‌باشد:

$$\begin{aligned}
 u^k &= X_1^{(k)} \exp(\lambda_1^{(k)} r^{(k)}) + \\
 &X_2^{(k)} \exp(\lambda_2^{(k)} r^{(k)}) - \frac{B_4^{(k)}}{B_3^{(k)}} \\
 \lambda_1^{(k)} \text{ و } \lambda_2^{(k)} &= \frac{B_2^{(k)} \pm \sqrt{(B_2^{(k)})^2 - 4B_3^{(k)}B_1^{(k)}}}{2B_1^{(k)}}
 \end{aligned} \quad (18)$$

با توجه به شرط مرزی (۱۷) و معادلات (۱۶) یک دستگاه معادلات جبری خطی برای به دست آوردن ضرایب $X_1^{(k)}$ و $X_2^{(k)}$ از معادله ۱۸ ایجاد می‌گردد که با حل آن $X_1^{(k)}$ و $X_2^{(k)}$ و در نهایت u هر تقسیم‌بندی حاصل می‌شود. برای حل دستگاه معادلات خطی مذکور برنامه‌ای در بخش m-File نرم‌افزار متلب نگارش می‌شود. شکل‌های ۳ تا ۶ به ترتیب تنش‌های ترمو الاستیک شعاعی، مماسی، محوری و موثر را برای چهار نوع استوانه نمایش می‌دهند.



شکل ۲- توزیع دمای شعاعی استوانه‌ها برای سه نمونه با توزیع‌های گوناگون از ذرات تقویت‌کننده SiC

۴- تحلیل ترمو الاستیک

تنش‌ها در مختصات استوانه برای استوانه جدار ضخیم چرخان، در راستاهای r ، θ و z از معادلات (۱۰) به دست می‌آیند.

$$\begin{aligned}
 \sigma_{rr} &= \frac{1}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu)\varepsilon_{rr} + \\
 &\nu\varepsilon_{\theta\theta} - (\alpha_r + \nu\alpha_\theta)T - (\varepsilon_{rr}^c + \nu\varepsilon_{\theta\theta}^c)] \\
 \sigma_{\theta\theta} &= \frac{1}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu)\varepsilon_{\theta\theta} + \\
 &\nu\varepsilon_{rr} - (\alpha_\theta + \nu\alpha_r)T - (\varepsilon_{\theta\theta}^c + \nu\varepsilon_{rr}^c)] \\
 \sigma_z &= \nu(\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{rr})
 \end{aligned} \quad (10)$$

معادلات (۱۰) در واقع روابط تنش-کرنش در دستگاه مختصات r ، θ و z می‌باشند که با توجه به تقارن محوری در هندسه و بارگذاری مسئله این دستگاه مختصات اصلی می‌باشد و در نتیجه تنش‌های برشی در دستگاه اصلی صفر هستند و از روابط حذف می‌شوند. روابط کرنش‌ها و جابجایی‌ها در راستاهای r و θ نیز به صورت معادلات (۱۱) می‌باشند.

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{rr} &= \frac{du}{dr} \\
 \varepsilon_{\theta\theta} &= \frac{u}{r}
 \end{aligned} \quad (11)$$

و کرنش‌های محوری در راستای محور z نیز صفر می‌باشند.

$$\varepsilon_{zz} = \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yz} = 0 \quad (12)$$

معادله تعادل برای استوانه جدار ضخیم چرخان به صورت معادله ۱۳ می‌باشد:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \rho(r)\omega^2 r = 0 \quad (13)$$

با ترکیب معادلات (۱۱) و معادله تعادل و جایگذاری آن در معادله تنش شعاعی یعنی رابطه اول (۱۰)، معادله دیفرانسیلی (۱۴) به دست می‌آید.

$$B_1 \frac{d^2 u}{dr^2} + B_2 \frac{du}{dr} + B_3 u + B_4 = 0 \quad (14)$$

که در آن

۵- تحلیل خزش وابسته به زمان

برای آگاهی از تاثیر زمان بر روی تنش‌ها و کرنش‌ها، در این بخش خزش وابسته به زمان در روابط تنش و کرنش لحاظ می‌شود. کرنش‌های خزشی، به زمان و تنش و دمای کاری بستگی دارند. نرخ کرنش‌ها به تنش‌های جاری و رفتار خزشی تک‌محوره به کمک روابط پرانتل - روس ارتباط داده می‌شوند، که برای استوانه عبارتند از:

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{rr}^c &= \frac{\Delta \varepsilon_c}{2\sigma_e} (2\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}) \\ \Delta \varepsilon_{\theta\theta}^c &= \frac{\Delta \varepsilon_c}{2\sigma_e} (2\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{rr}) \\ \Delta \varepsilon_{zz}^c &= -\Delta \varepsilon_{rr}^c - \Delta \varepsilon_{\theta\theta}^c \end{aligned} \quad (19)$$

که $\Delta \varepsilon_{rr}^c$ ، $\Delta \varepsilon_{\theta\theta}^c$ و $\Delta \varepsilon_{zz}^c$ به ترتیب جزء کرنش‌های خزشی شعاعی، مماسی و محوری هستند همچنین $\Delta \varepsilon_c$ و σ_e به ترتیب جزء کرنش خزشی موثر و تنش موثر می‌باشند که از روابط (۲۰) به دست می‌آیند. توجه شود که معادله سوم از سری معادلات (۱۹) از شرط تراکم‌ناپذیری حاصل شده است.

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_c &= \frac{2\sqrt{3}}{3} \sqrt{(\Delta \varepsilon_{rr}^c)^2 + (\Delta \varepsilon_{\theta\theta}^c)^2 + (\Delta \varepsilon_{zz}^c)^2} \\ \sigma_e &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta})^2 + (\sigma_{rr} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{\theta\theta})^2} \end{aligned} \quad (20)$$

معادله ساختاری خزشی ماده $\dot{\varepsilon}_e = B(r)\sigma_e^{n(r)}$ را که به معادله خزشی نورتون معروف است را می‌توان به فرم رابطه (۲۱) بازنویسی کرد:

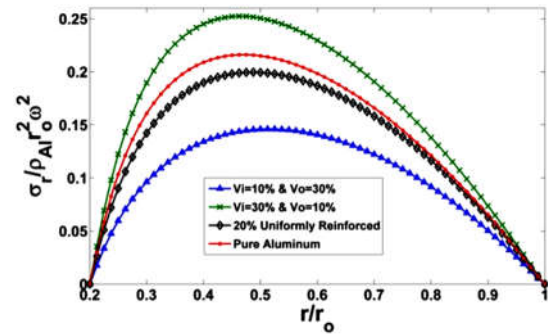
$$\Delta \varepsilon_e = B(r)\sigma_e^{n(r)} \Delta t \quad (21)$$

قابل ذکر است که معادله نورتون یک معادله ساختاری خزش برای ناحیه ثانویه می‌باشد ولی باید توجه داشت که چون ناحیه اولیه خزش زود گذر است می‌توان از معادله نورتون به عنوان معادله ساختاری خزش بلند مدت از لحظه صفر شروع بارگذاری که تنش‌ها الاستیک هستند تا زمان‌های طولانی که تنش‌ها به سمت حالت پایدار میل می‌کنند استفاده نمود. با ترکیب معادلات (۱۹)، (۲۰) و (۲۱) با معادله دیفرانسیلی (۱۵) و استفاده از روش تحلیل الاستیک متوالی مندلسون، تاریخچه تنش‌ها و تغییر شکل‌ها در طول زمان قابل استخراج می‌شوند. توجه شود که در این قسمت نیز از همان برنامه‌ای که در نرم افزار متلب در بخش ۴ نگارش شده است، استفاده می‌شود با این تفاوت که کرنش‌های خزشی در این بخش صفر نبوده و دارای مقدار می‌باشند. که باید در برنامه لحاظ شوند.

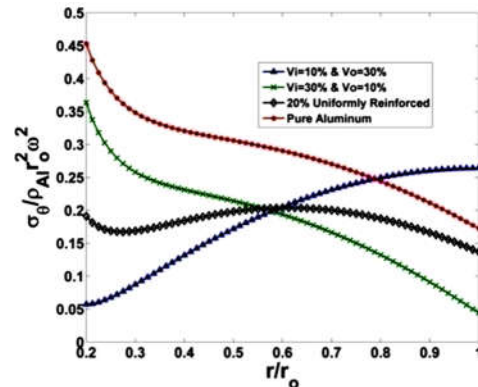
۵-۱- الگوریتم عددی

با نگاهی دقیقتر به معادله (۱۵) مشخص است که کرنش خزشی در قسمت غیر همگن معادله یعنی همان B_4 قرار گرفته است. و واضح است که کرنش خزشی بلافاصله پس از بارگذاری صفر می‌باشد و حل به صورت یک حل الاستیک می‌باشد که در قسمت ۴ بیان شده است. در زمان‌های بعدی از روش حل الاستیک متوالی استفاده شده است. برای سهولت حل می‌توان مراحل ۱ تا ۷ را به ترتیب بکار گرفت و با نگارش زیر برنامه‌ای در m-File بخش ۵، جابجایی‌ها، تنش‌ها و کرنش‌ها را در کل زمان حل بدست آورد.

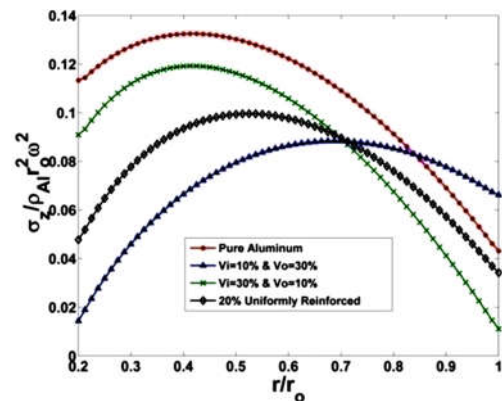
۱- بازه زمانی مشخصی (مثلاً $\Delta t_i = 8000 \text{ Sec}$) فرض می‌شود.



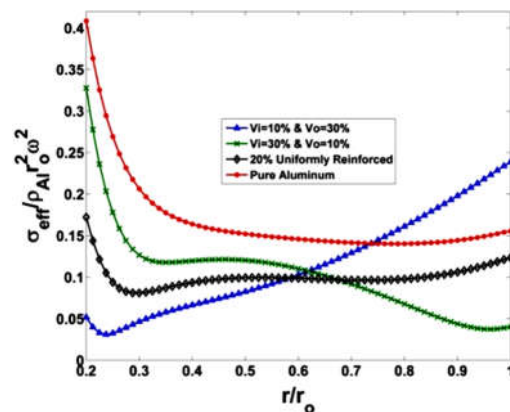
شکل ۳- توزیع تنش‌های شعاعی ترموالاستیک



شکل ۴- توزیع تنش‌های مماسی ترموالاستیک



شکل ۵- توزیع تنش‌های محوری ترموالاستیک



شکل ۶- توزیع تنش‌های موثر ترموالاستیک

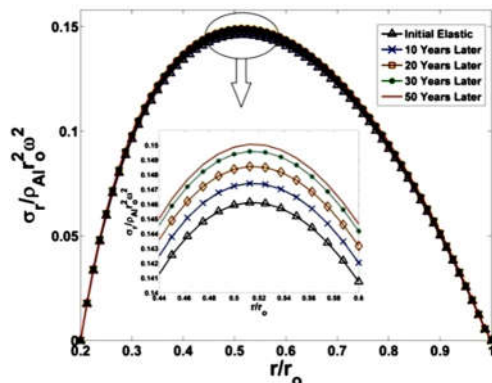
$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{rr,ik}^{c,new} &= \frac{\Delta \varepsilon_{e,ik}}{2\sigma_{e,ik}} (2\sigma_{rr,ik} - \sigma_{\theta\theta,ik}) \\ \Delta \varepsilon_{\theta\theta,ik}^{c,new} &= \frac{\Delta \varepsilon_{e,ik}}{2\sigma_{e,ik}} (2\sigma_{\theta\theta,ik} - \sigma_{rr,ik}) \\ \Delta \varepsilon_{zz,ik}^{c,new} &= -\Delta \varepsilon_{rr,ik}^c - \Delta \varepsilon_{\theta\theta,ik}^c \end{aligned} \quad (27)$$

۷- این مقادیر جدید جزءهای کرنش، با مقدار اولیه مقایسه شده و در صورت ارضای شرط خطای همگرایی، زمان به اندازه یک واحد تقسیم‌بندی جلو رفته و الگوریتم از مرحله اول برای زمان جدید انجام می‌شود. ولی اگر شرط همگرایی ارضاء نشد، مقادیر داده شده از فرمول (۲۷) به‌عنوان مقادیر اولیه فرض شده و عملیات از مرحله دوم مجدداً انجام می‌پذیرد، تا شرط همگرایی ارضاء گردد.

برای تخمین شرط همگرایی و مقادیر اولیه‌ی جزء کرنش‌ها، می‌توان حل را تا مرحله الاستیک انجام داد. با استفاده از تنش موثر الاستیک، بازه زمانی انتخابی و رابطه (۲۵)، جزء کرنش موثر خزشی ابتدایی استخراج شده و سپس به‌کمک روابط (۲۷) جزء کرنش‌های شعاعی و مماسی اولیه محاسبه گردند. یکبار دیگر الگوریتم تکرار شده تا مقادیر جدید برای جزء کرنش‌ها در کل پهنه حل حاصل شوند، نسبت مطلق اختلاف بین این دو جزء کرنش مماسی به جزء کرنش مماسی بیشینه در کل پهنه حل به‌دست آید. همین کار برای جزء کرنش‌های شعاعی کل پهنه حل نیز انجام پذیرد. کمینه آنها را می‌توان به‌عنوان شرط همگرایی استفاده نمود. ولیکن برای اطمینان از همگرا شدن حل، بهتر است شرط همگرایی در ضریب ۰/۱ یا ۰/۰۱ ضرب و سپس اعمال گردد. به‌کمک روش عددی فوق تاریخچه تنش‌ها و تغییر شکل‌ها و کرنش‌ها در شکل‌های ۷ تا ۱۴ نشان داده شده است.

۵-۲- نتایج عددی

با در نظر گرفتن شرایط قبل برای استوانه "الف" و برای بازه زمانی صفر تا ۵۰ سال، نمودارهای تنش‌های شعاعی، مماسی، محوری و موثر و کرنش‌های خزشی شعاعی و مماسی و همچنین جابه‌جایی در جهت شعاعی همگی به‌صورت بی‌بعد در طول زمان ارائه گردیده است.



شکل ۷- تاریخچه توزیع تنش‌های شعاعی برای استوانه الف برای زمان‌های از ۰ تا ۵۰ سال

کل زمان مورد مطالعه مجموع جزء زمان‌ها، در پهنه زمانی حل می‌باشد. یعنی:

$$t_i = \sum_{j=1}^{i-1} \Delta t_j + \Delta t_i \quad (22)$$

۲- $\Delta \varepsilon_{rr,ik}^c = -0.00051$ برای جزء کرنش‌های شعاعی اولیه و $\Delta \varepsilon_{\theta\theta,ik}^c = +0.00102$ به‌عنوان جزء کرنش‌های مماسی اولیه برای تمام پهنه تقسیم‌بندی شده فرض می‌شوند. توجه شود که می‌توان جزءهای کرنشی فرضی اولیه را برای کل دامنه حل یکسان نداده و برای هر کدام از بازه‌های تقسیم‌بندی مکان‌ها (k)، از جزء کرنش فرضی اولیه متفاوتی استفاده کرد. کرنش‌ها در هر زمان از تجمع جزء کرنش‌های قبلی با کرنش جدید برای همه نقاط ضخامت استوانه جدار ضخیم محاسبه می‌شوند.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr,ik}^c &= \sum_{j=1}^{i-1} \Delta \varepsilon_{rr,jk}^c + \Delta \varepsilon_{rr,ik}^c \\ \varepsilon_{\theta\theta,ik}^c &= \sum_{j=1}^{i-1} \Delta \varepsilon_{\theta\theta,jk}^c + \Delta \varepsilon_{\theta\theta,ik}^c \\ \varepsilon_{zz,ik}^c &= \sum_{j=1}^{i-1} \Delta \varepsilon_{zz,jk}^c + \Delta \varepsilon_{zz,ik}^c \\ \Delta \varepsilon_{zz,ik}^c &= -(\Delta \varepsilon_{rr,ik}^c + \Delta \varepsilon_{\theta\theta,ik}^c) \end{aligned} \quad (23)$$

۳- با داشتن مقادیر معادلات (۲۳) و به‌کمک حل معادله دیفرانسیل (۱۵) به همان روشی که مسائل ترموالاستیک حل می‌شوند تخمین اولیه برای تغییر شکل‌ها و بتبع آن تنش‌ها حاصل می‌شود.
۴- به‌کمک رابطه (۲۴) تنش موثر برای همه تقسیم‌بندی‌های ضخامت به‌دست می‌آید:

$$\sigma_{e,ik} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{rr,ik} - \sigma_{\theta\theta,ik})^2 + (\sigma_{rr,ik} - \sigma_{zz,ik})^2 + (\sigma_{zz,ik} - \sigma_{\theta\theta,ik})^2} \quad (24)$$

۵- تنش موثر به‌دست آمده از معادله ۲۴ را در معادله ۲۵ قرار داده تا $\Delta \varepsilon_{e,ik}$ برای هر نقطه در آیین مرحله به‌دست آید.

$$\Delta \varepsilon_{e,ik} = B_k(r) \sigma_{e,ik}^{n_k(r)} \Delta t_i \quad (25)$$

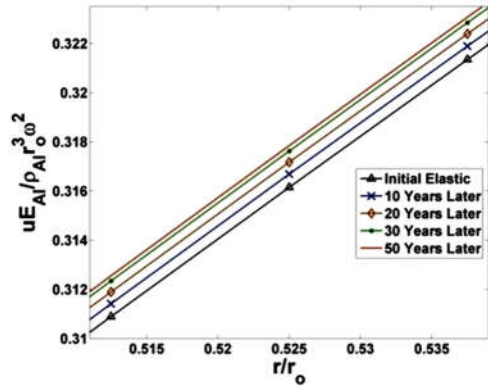
که در آن

$$B_k(r) = 10^{722/0601911} \times (T(r_k))^{-274/71} \times (d(r_k))^{-1/98} \times (VP(r_k))^{-15/88} \quad (26)$$

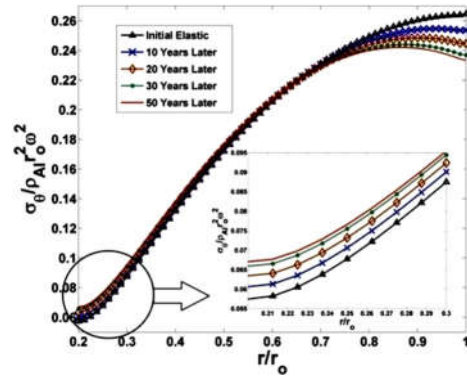
$$n_k(r) = 10^{-9.3547/314} \times (T(r_k))^{3/80} \times (d(r_k))^{0/07} \times (VP(r_k))^{0/07}$$

در اینجا $d(r_k)$ اندازه ذرات SiC می‌باشد که در کل ضخامت ثابت و برابر $1/7 \mu m$ در نظر گرفته شده است. چراکه داده‌های تجربی پانندی و همکارانش نشان داد که استحکام خزشی ماده مرکب Al-SiC با اندازه‌ذرات تقویت‌کننده $1/7 \mu m$ نسبت به اندازه‌های $14/5 \mu m$ و $45/9 \mu m$ بیشتر است [۵].

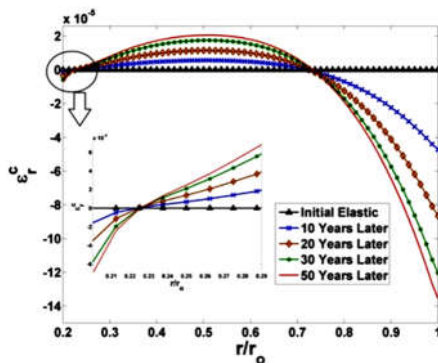
۶- از معادلات پرنتل - روس مقادیر جدید جزءهای کرنش خزشی محاسبه می‌شوند. این روابط به‌صورت معادلات (۲۷) بازنویسی می‌شوند.



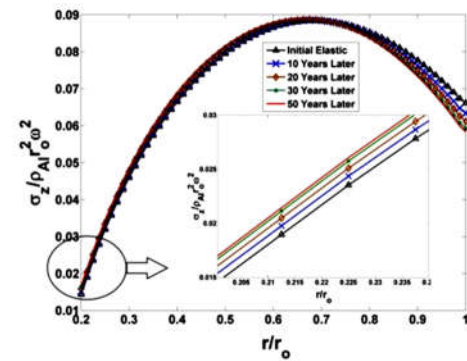
شکل ۱۲- بزرگنمایی از تاریخچه جابه‌جایی‌های شعاعی برای استوانه الف برای زمان‌های از ۰ تا ۵۰ سال



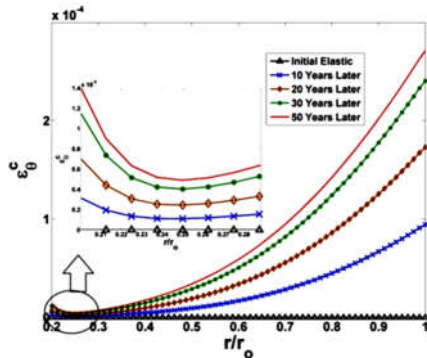
شکل ۸- تاریخچه توزیع تنش‌های مماسی برای استوانه الف برای زمان‌های از ۰ تا ۵۰ سال



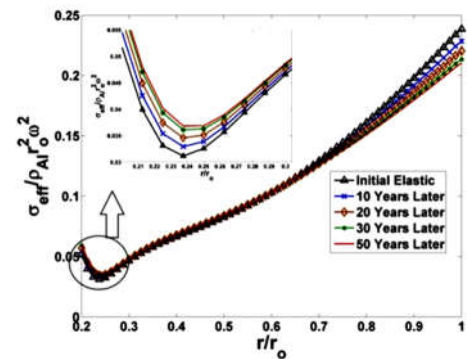
شکل ۱۳- تاریخچه کرنش‌های خزشی شعاعی برای استوانه الف برای زمان‌های از ۰ تا ۵۰ سال



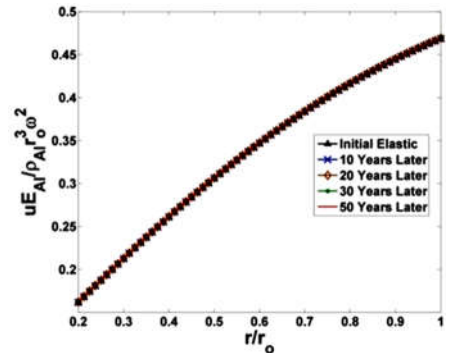
شکل ۹- تاریخچه توزیع تنش‌های محوری برای استوانه الف برای زمان‌های از ۰ تا ۵۰ سال



شکل ۱۴- تاریخچه کرنش‌های خزشی مماسی برای استوانه الف برای زمان‌های از ۰ تا ۵۰ سال



شکل ۱۰- تاریخچه توزیع تنش‌های موثر برای استوانه الف برای زمان‌های از ۰ تا ۵۰ سال



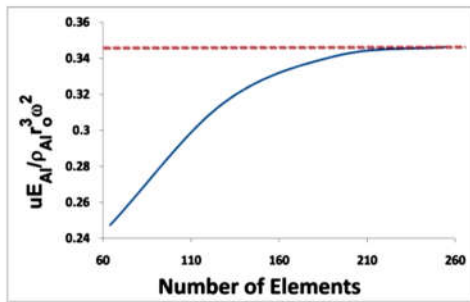
شکل ۱۱- تاریخچه جابه‌جایی‌های شعاعی برای استوانه الف برای زمان‌های از ۰ تا ۵۰ سال

۶- اعتبارسنجی

برای اعتبارسنجی این پژوهش، تحلیل اجزای محدود^۱ کمک گرفته می‌شود. با استفاده از نرم‌افزار آباکوس^۲ در ابتدا توزیع دمای پایدار و سپس تنش‌ها، کرنش‌ها و جابجایی در طول زمان ۰ تا ۵۰ سال محاسبه می‌گردند. برای تحلیل خزش در نرم‌افزار آباکوس، مطابق

^۱ Finite Element Method (FEM)

^۲ Abaqus

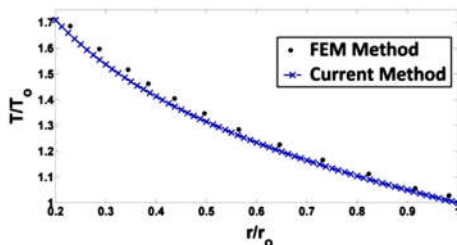


شکل ۱۷- تغییرات دمای نقطه میانی ضخامت استوانه بر حسب تعداد اجزاء شبکه‌بندی در تحلیل اجزاء محدود

شکل‌های ۱۶ و ۱۷ گویای این واقعیت هستند که اگر تعداد اجزاء شبکه‌ای که در شکل ۱۵ نشان داده شده است، بیش از ۲۵۶ عدد انتخاب شوند، همگرایی هم برای تحلیل گرمایی و هم تحلیل مکانیکی فراهم می‌شود. چراکه همگرایی تحلیل گرمایی با ۱۹۲ جزء به حد کفایت می‌رسد و همگرایی تحلیل مکانیکی با حدود ۲۵۶ جزء ایجاد می‌گردد.

۶-۲- مقایسه

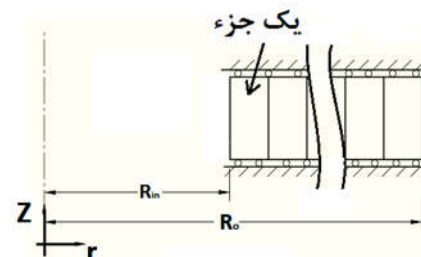
در این بخش برای اعتبارسنجی تحلیل گرمایی و خزش وابسته به زمان، نمودارهای توزیع دما، جابجایی وابسته به زمان و تنش‌های موثر وابسته به زمان در دو حل اجزاء محدود و پژوهش جاری در استوانه "الف" مورد مقایسه قرار می‌گیرند. چون خطوط شکل‌های خزش وابسته به زمان نزدیک هم می‌باشند در اینجا مقایسه دو تحلیل، در سال سی‌ام انجام شده است.



شکل ۱۸- توزیع دما گرما در تحلیل اجزاء محدود و پژوهش جاری در سال سی‌ام

شکل ۱۹ مقایسه توزیع درجه گرما در تحلیل اجزاء محدود و پژوهش جاری در سال سی‌ام می‌باشد. با توجه به شکل ۱۸ مشاهده می‌شود که تطابق خوبی میان دو تحلیل وجود دارد. این تطابق هم از لحاظ رفتار و هم از لحاظ مقدار مشاهده می‌شود.

نمونه‌ی حل شده در راهنمای نرم‌افزار و با توجه به شرایط، فرض می‌شود مسئله کرنش صفحه‌ای، یک‌بعدی و دارای تقارن محوری است. برای شبکه‌بندی حل از اجزاء یک‌بعدی CAX8R استفاده می‌شود [۱۴]. تحلیل به صورت دو بخش کوپل شده حرارتی و مکانیکی انجام می‌شود و نیروهای گریز از مرکز به صورت نیروهایی حجمی اعمال می‌گردند. برای سهولت تحلیل در هنگام تقسیم‌بندی ضخامت به اجزای محدود و تخصیص مشخصات هر جزء ماده مرکب، از زیرروال^۳ در محیط برنامه‌نویسی فرترن و ارتباط آن با نرم‌افزار آپاکوس استفاده می‌گردد. قابل ذکر است که ضریب پواسون در همه اجزاء یکسان و برابر ۰/۲۵ است. طرح‌واره‌ای از مدل‌سازی اجزاء محدود مسئله در شکل ۱۵ نشان داده شده است. جهت اعتبارسنجی استوانه "الف" انتخاب شده است.

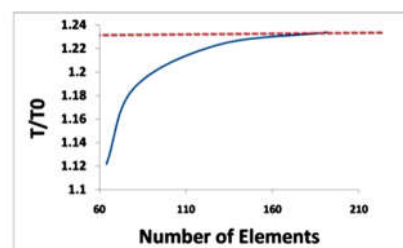


شکل ۱۵- طرح‌واره‌ی تحلیل اجزاء محدود

۶-۱- آزمون حساسیت

برای یافتن تعداد اجزاء مناسب برای تحلیل دقیق گرمایی و مکانیکی، به ترتیب تغییرات دما و جابجایی نقطه میانی ضخامت به تعداد اجزاء شبکه‌بندی ترسیم می‌گردند.

شکل‌های ۱۶ و ۱۷ به ترتیب تغییرات دما و جابجایی نقطه میانی ضخامت استوانه بر حسب تعداد اجزاء شبکه‌بندی در تحلیل اجزاء محدود را نشان می‌دهند.



شکل ۱۶- تغییرات دمای نقطه میانی ضخامت استوانه بر حسب تعداد اجزاء شبکه‌بندی در تحلیل اجزاء محدود

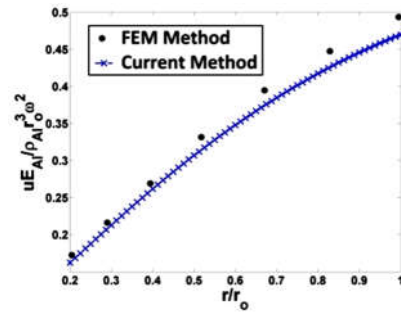
^۳subroutine

۸- تحلیل ترمو الاستیک

در شکل ۳ مشخص است که بیشینه تنش شعاعی استوانه "الف" از سایر استوانه‌ها کمتر است و بیشینه تنش شعاعی استوانه "ب" نیز از سایر استوانه‌ها بیشتر است. در این شکل بخوبی تاثیر استفاده هدفمند از تقویت‌کننده برای تاثیر در تنش‌های شعاعی مشهود می‌باشد. از شکل ۴ نیز نتیجه گرفته می‌شود که تنش مماسی ترموالاستیک در استوانه "الف" برعکس استوانه "ب" در جداره داخلی کمتر از جداره خارجی بوده و هر چقدر از جداره داخلی به سمت جداره خارجی رفته، بر مقدار این تنش افزوده می‌گردد چنانچه بیشینه آن در استوانه "الف" در جداره خارجی و در استوانه "ب" در جداره داخلی اتفاق می‌افتد. جالب توجه است که در نقطه‌ای نزدیک وسط ضخامت، تنش مماسی استوانه‌های "الف" و "ب" و "ج"، با یکدیگر تلافی دارند. همچنین با توجه به این شکل مشخص می‌شود که با توزیع هدفمند ذرات تقویت‌کننده می‌توان محل نقطه بیشینه تنش‌های مماسی را در استوانه‌ها تغییر داد. همچنین با توزیع یکنواخت ذرات تقویت‌کننده تغییرات تنش‌های مماسی در ضخامت استوانه نسبت به وضعیت‌های دیگر، کمتر می‌باشد. با نگاهی به شکل ۵ مشاهده می‌شود که تنش‌های محوری در بیشتر نقاط ضخامت استوانه آلومینیومی تقویت‌شده کمتر از استوانه‌های ساخته‌شده با آلومینیوم خالص می‌باشند. همانطوریکه از شکل ۶ مشخص است بیشینه تنش موثر در استوانه "ب" در جداره داخلی خارجی بوده و بیشینه تنش موثر در استوانه "الف" در جداره داخلی می‌باشد. همچنین همانگونه که در شکل ۶ به‌خوبی مشخص است چون گرادیان تنش موثر در استوانه "الف" کمتر از استوانه "ب" می‌باشد، بررسی تاریخچه تنش‌ها و کرنش‌های خزشی وابسته به زمان این استوانه در ادامه انجام شده است.

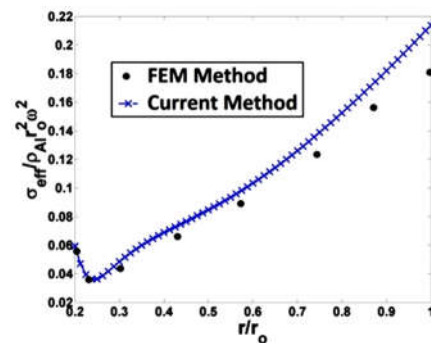
۸-۱- تحلیل خزشی وابسته به زمان

شکل‌های ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۳ و ۱۴ به ترتیب تاریخچه توزیع تنش‌های شعاعی، مماسی، محوری، موثر و جابجایی شعاعی و کرنش‌های خزشی شعاعی و محوری در طول ۵۰ سال را نمایش می‌دهند. شکل ۱۲ نیز جهت وضوح بیشتر شکل ۱۱ ترسیم گردیده است. با توجه به شکل‌های ۷، ۸، ۹ و ۱۰ با گذشت زمان از نرخ تغییرات تنش کاسته می‌گردد به‌طوری‌که تنش‌ها در زمان‌های طولانی به حالت خزش پایدار نزدیک و نزدیک تر می‌گردند و در واقع اختلاف تنش‌ها در یک نقطه از ضخامت با گذشت زمان کم و کمتر می‌شود. بطور مثال در شکل ۷ در محل بیشینه تنش‌های شعاعی اختلاف بین تنش الاستیک با تنش پس از ۱۰ سال بیشتر از اختلاف بین تنش پس از ۱۰ سال با تنش پس از ۲۰ سال است. همین روند برای سایر بازه‌های زمانی نیز وجود دارد تا حدی که اختلاف بین تنش شعاعی در آن نقطه در سال ۵۰ تا ۳۰ بسیار کم می‌باشد طوری‌که نمودارهای تنش در زمانهای ۳۰ و ۵۰ سال نسبت به سایر بازه‌های زمانی بسیار نزدیک هم می‌باشند. همین مورد برای جابجایی‌های شعاعی و مقادیر کرنش‌های خزشی شعاعی و مماسی نیز وجود دارد بدین صورت که با گذشت زمان افزایش جابجایی‌های شعاعی و کرنش‌های خزشی شعاعی و مماسی در یک نقطه رو به کاهش می‌باشد که این روند به‌خوبی در



شکل ۲۰- جابجایی در تحلیل اجزاء محدود و پژوهش جاری در سال سی‌ام

با مقایسه جابجایی‌ها در شکل ۱۹ در دو روش، مشخص می‌شود که بیشینه اختلاف دو روش کمتر از ۵ درصد می‌باشد. البته مشخص است که اختلاف دو روش در شعاع‌های داخلی، کمتر بوده و با افزایش شعاع، اختلاف دو روش بیشتر می‌گردد. تاحدی که بیشینه اختلاف در جداره خارجی استوانه اتفاق افتاده است. با توجه به روابط (۲۱) و (۲۵) مشخص است که مقدار جزء کرنش موثر خزشی وابسته به تنش موثر می‌باشد، لذا چنانچه اختلاف بین تنش موثر زیاد شود بتبع آن اختلاف جزء کرنش‌های خزشی موثر نیز مرتب بیشتر و بیشتر می‌گردند.



شکل ۲۱- تنش‌های موثر در تحلیل اجزاء محدود و پژوهش جاری در سال سی‌ام

شکل ۲۰ نشان می‌دهد که تطابق خوبی بالاخص از لحاظ رفتار بین دو تحلیل وجود دارد. با نگاهی به وضعیت تنش‌های موثر در دو روش مشخص است که در اینجا نیز بیشینه اختلاف در جداره خارجی استوانه اتفاق می‌افتد. این اختلاف در شکل ۲۰ در حالت بیشینه خود حدود ۱۷ درصد می‌باشد.

۷- بحث و نتایج

۷-۱- تحلیل حرارتی

شکل ۲ نشان می‌دهد توزیع دما در استوانه "ج" و "د" یکسان می‌باشد. همچنین دمای نقاط متناظر در ضخامت استوانه "ب" نسبت به استوانه‌های "ج" و "د" و استوانه‌های "ج" و "د" نسبت به استوانه "الف" کمتر می‌باشند البته مقدار این تفاوت کم می‌باشد. با توجه به روابط (۷) و (۸) و ارتباط آنها با گرادیان رسانایی گرمایی، گرادیان مثبت رسانای گرمایی در هر نقطه ضخامت استوانه سبب کم شدن درجه گرمای در نقاط جداره استوانه شده و بلعکس گرادیان منفی سبب افزایش دمای گرما ضخامت می‌گردد.

$\alpha_{\theta \text{SiC}}$ ضریب انبساط گرمایی مماسی (K⁻¹) SiC
 ν ضریب پواسون

۱۰- مراجع

[1] Loghman A., Wahab M. A., Creep damage simulation of thick-walled tubes using the theta projection concept, *Int. J. Press. Ves. & Piping*, Vol. 125, 2003, pp. 267-273.

[2] Jabbari M., Sohrabpour S, Eslami M. R. Mechanical and thermal stresses in a functionally graded hollow cylinder due to radially symmetric loads, *Int. J. Press. Ves. & Piping*, Vol. 79, 2002, pp. 493-497.

[۳] وکیلی تهمی فرید، رسولیان اکبر، محمد علیزاده فرد آرش، مقایسه‌ی روش‌های مختلف در تحلیل ترموالاستیک دیسک‌های دوار ساخته‌شده از مواد هدفمند، *مجله علمی پژوهشی مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز*، دوره ۴۵، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۴، صفحه ۶۵-۷۵

[4] Singh S.B., Ray S., Creep analysis in an isotropic FGM rotating disk of Al-SiC Composite, *J Mater Process Tech*, Vol. 143-144, 2003, pp. 616-622.

[5] Pandey A. B., Mishra R. S. and Mahajan Y. R., Steady state creep behavior of silicon carbide particulate reinforced aluminum composites, *Acta Met Mater*, Vol. 40, No.8, 1992, PP.2045-2052.

[6] Gupta V.K., Singh S.B., Chandrawat H.N., Ray S., Steady state creep and material parameters in a rotating disc of Al-SiC composite, *European Journal of Mechanics A/Solids*, Vol. 23, 2004, PP.335-344.

[7] You L.H., Ou H and Zheng Z. Y., Creep deformation and stresses in thick-walled cylindrical vessels of FGM subjected to internal pressure, *Composite Structure*, Vol. 78, 2007, PP. 285-291.

[8] Loghman A., Ghorbanpour Arani A., Shajari A. R., Amir, S., Time-dependent thermoelastic creep analysis of rotating disk made of Al-SiC composite, *Arch. Appl. Mech*, Vol. 81, 2011, PP.1853-1864.

[9] Loghman A., Aleayoub S.A.M., Hasani Sadi M., Time-dependent magnetoelastocreep modeling of FGM spheres using method of successive elastic solution, *Appl. Math. Model*, Vol. 36, 2012, PP. 836-845.

[10] Saifulnizan Jamian, Hisashi Sato, Hideaki Tsukamoto and Yoshimi Watanabe., "Creep Analysis of Functionally Graded Material Thick-Walled Cylinder, *Applied Mechanics and Materials*, Vol. 315, 2013, PP. 867-871.

[11] Nejad M. Z., Hoseini Z., Niknejad A., Ghannad M., Steady-State Creep Deformations and Stresses in FGM Rotating Thick Cylindrical Pressure Vessels, *Journal of Mechanics*, Vol. 31, issue 01, 2015, PP. 1-6.

[12] Mendelson A., *Plasticity Theory and Applications*, New York, the Macmillan Company, 1968, PP. 164-172.

[13] Hosseini Kordkheili, S. A., Naghdabadi R., Thermo-elastic analysis of a functionally graded rotating disk, *Composite Structure*, Vol. 79, 2007, PP. 508-516.

[14] ABAQUS Documentation User's Manual.

شکل‌های ۱۱ تا ۱۴ مشهود است. شکل ۱۰ گویای این واقعیت است که با گذشت زمان از بیشینه تنش موثر کاسته می‌گردد. این کاهش که در شعاع خارجی اتفاق افتاده است بیشتر مرهون کاسته شدن تنش مماسی در آن نقطه، در طول زمان می‌باشد.

شکل ۱۳ نشان می‌دهد که مقدار مطلق کرنش خزشی شعاعی با گذشت زمان در مرزهای داخلی و خارجی استوانه افزایش دارد که این افزایش همانند کرنش خزشی مماسی در جداره خارجی بارزتر می‌باشد. تاریخچه کرنش‌های خزشی شعاعی یکبار در شعاع‌های بین r/r_i تا r/r_o تا r/r_i یکبار هم در شعاع‌های بین r/r_i تا r/r_o بر روی خط صفر همدیگر را قطع کرده و نشان می‌دهد که در این نقاط کرنش خزشی شعاعی صفر می‌باشد. در شکل ۱۴ مشخص است که بیشینه کرنش خزشی مماسی در سطح خارجی استوانه می‌باشد و در کل ضخامت استوانه مقدار مثبتی است.

۹- فهرست علائم

T	دما (K)
r	شعاع استوانه (m)
R_i	شعاع داخلی استوانه (m)
R_o	شعاع خارجی استوانه (m)
ω	سرعت دورانی چرخش استوانه (rad/s)
$d(r_k)$	اندازه ذرات SiC در هر قسمت (μm)
$VP(r_k)$	درصد حجمی SiC در هر قسمت (درصد)
$\dot{\epsilon}_e$	نرخ کرنش موثر
σ_e	تنش موثر (MPa)
$E(r)$	مدول الاستیک در شعاع r (GPa)
E_{AL}	مدول الاستیک آلومینیوم (GPa)
E_{SiC}	مدول الاستیک SiC (GPa)
$\rho(r)$	چگالی در شعاع r (kgm^{-3})
ρ_{AL}	چگالی آلومینیوم (kgm^{-3})
ρ_{SiC}	چگالی SiC (kgm^{-3})
$K_T(r)$	رسانای گرمایی در شعاع r ($\text{Wm}^{-1}\text{C}^{-1}$)
K_{TAL}	رسانایی گرمایی آلومینیوم ($\text{Wm}^{-1}\text{C}^{-1}$)
K_{TsiC}	رسانایی گرمایی SiC ($\text{Wm}^{-1}\text{C}^{-1}$)
$\alpha_r(r)$	ضریب انبساط گرمایی شعاعی در شعاع r (K^{-1})
α_{rAL}	ضریب انبساط گرمایی شعاعی آلومینیوم (K^{-1})
α_{rSiC}	ضریب انبساط گرمایی شعاعی SiC (K^{-1})
$\alpha_{\theta}(r)$	ضریب انبساط گرمایی مماسی در شعاع r (K^{-1})
$\alpha_{\theta AL}$	ضریب انبساط گرمایی مماسی آلومینیوم (K^{-1})