

تأثیر پارامترهای سیستم بر روی رفتار آشوبناک روتور-دیسک-یاتاقان به همراه اثر مالشی بین دیسک و استاتور

استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران
دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران
استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

عباس رهی*
احمد حقانی
پدرام صفرپور

چکیده

در این پژوهش تأثیر پارامترهای مختلف بر روی رفتار آشوبناک سیستم روتور-دیسک-یاتاقان به همراه اثر مالشی بین دیسک و استاتور مورد مطالعه قرار گرفته است. معادلات حاکم بر حرکت بر اساس قانون دوم نیوتون استخراج و بی بعد شده است. نیروی غیر خطی فیلم روغن یاتاقان تحت نظریه یاتاقان های کوتاه در معادلات لحاظ شده است. همچنین از آن جایی که سایش در محورهای دوار یک نقص ثانویه است، لذا در معادلات حرکت، نیروی نابالانسی و تاب محور که ایجاد کننده اثر مالشی بین دیسک و استاتور می باشد، در نظر گرفته شده است. در ابتدا رفتار دینامیکی سیستم به وسیله نمودارهای دوشاخگی، تاریخچه زمانی، نمودار صفحه فاز، نمودار مقطع پوانکاره و حداکثر نمای لیاپانوف مورد بررسی قرار گرفته و سپس تأثیر پارامترهای مختلف سیستم از جمله ضریب اصطکاک بین دیسک و استاتور، لقی بین دیسک و استاتور و سفتی بین دیسک و استاتور بر روی رفتار آشوبناک سیستم در سرعت های چرخشی مختلف مورد مطالعه قرار گرفته است.

واژه های کلیدی: سیستم روتور-دیسک-یاتاقان، استاتور، مقطع پوانکاره، حداکثر نمای لیاپانوف، رفتار آشوبناک.

The Effect of System Parameters on the Chaotic Behavior of Rotor-disk-Bearing with Rubbed between the Disk and the Stator

A. Rahi Faculty of Mechanical & Energy Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran
A. Haghani Faculty of Mechanical & Energy Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran
P. Safarpour Faculty of Mechanical & Energy Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

Abstract

In this research, the effect of system parameters on the chaotic behavior of rotor-disk-bearing with rubbed between the disk and the stator is studied. The governing equations of motion according to Newton's second law extracting and are dimensionless. Non-linear force the oil film bearing under short bearing theory in the equation is included. Also, since the rub in the rotary axes a secondary defect, so in the equations of motion unbalance force and bow axis that the cause is rubbed between the disk and the stator is considered. At first, the dynamic behavior of the system by bifurcation diagrams, time series diagrams, phase diagram, power spectrum diagrams, Poincaré sections diagrams and maximum Lyapunov exponent is studied. Then, the influence of various parameters of system including the coefficient of friction between the disk and the stator, clearance between the disk and the stator and stiffness between the disk and stator on the behavior of chaotic system in different rotational speeds is investigated.

Keywords: Rotor-disk-bearing system, Stator, Poincaré sections, Maximum Lyapunov exponent, Chaotic behavior.

۱- مقدمه

برای پاسخ ارتعاشی نسبت به جهت دوران دیسک (گردش رو به جلو یا معکوس)، و یا شدت سایش (سایش سبک یا سنگین)، آن را طبقه بندی کرده اند.

موزیسکا [۱]، مباحث جامعی از پدیده سایش، اثرات مختلف آن بر عملکرد ماشین، مدل های ساده ارائه شده برای رژیم های مختلف به همراه مشخصه های ارتعاشی سایش را ارائه نموده است. در واقع او کارهای موجود را پوشش داد اما اظهار نمود، در حوزه مدلسازی سایش روتور و استاتور واقعی و همچنین تدوین معیارهای لازم برای جلوگیری از وقوع سایش در ماشین، هنوز تلاش قابل ملاحظه ای نیاز است. خانلو و همکاران [۲]، تحلیل ارتعاش بی نظم سیستم روتور-دیسک پیوسته دوار انعطاف پذیر به همراه اثر مالشی بین دیسک و قسمت ثابت روتور را مطالعه کردند. آنها سیستم را به عنوان محور پیوسته با دیسک صلب با

سایش در محورهای دوار یک نقص ثانویه، ناشی از یک عیب اصلی در ارتعاشات محور می باشد. در این محورها افزایش راندمان با کاهش لقی بین اجزاء ثابت و دوار حاصل می شود. تا به حال تحقیقات نشان داده است که کاهش لقی های شعاعی در آینده ها سهم بالایی در اتلاف کلی یک توربین را به خود اختصاص می دهد. اگر محور به دلایلی مانند نابالانسی، تاب دائم، خرابی پره ها، عدم همراستایی، ناپایداری های مربوط به فیلم روغن و غیره، در شرایط عادی عملکرد خود نباشد، بین اجزاء ثابت و دوار احتمال برخورد وجود دارد. سایش در محورهای دوار بعد از خستگی مهمترین عامل خرابی است. اگر چه سایش رفتار ارتعاشی پیچیده ایجاد می کند، اما بسته به مدت برخورد (سایش کامل یا جزئی)،

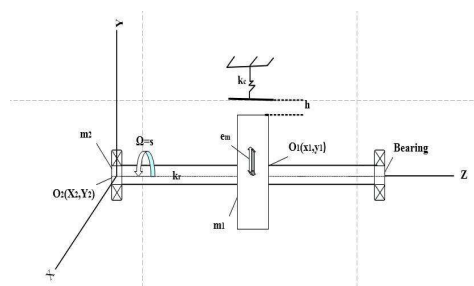
* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: a_rah@sbu.ac.ir

به سوی حرکت شبه متناوب و سپس حرکت آشوبناک متمایل می‌شود. روکس و همکاران [۱۱]، به مدل‌سازی یک سیستم توربو ژنراتور پرداختند. آنها سایش بین روتور و پوسته را که ممکن است در اثر یک نامیزانی ناگهانی ایجاد شود، را مورد مطالعه قرار دادند. نتایج تجربی یو و همکاران [۱۲]، نشان داد که در حین حرکت گذرای راه‌اندازی یا خاموش کردن ماشین، شلاقی خشک روتور در داخل آبندهای مکانیکی بدون هیچ‌گونه اغتشاشی مانند ضربه‌های القایی چکشی، به طور خودبه‌خودی شروع می‌شود و اصطکاک در وقوع آن نقش محوری بازی می‌کند. در واقع وقتی که سطوح تماس روغنکاری می‌شوند، شلاقی خشک رخ نمی‌دهد. پالسکو و همکاران [۱۳]، با استفاده از مدل ساده دو درجه آزادی روتور جفکات، تاثیر پیش‌باری استاتور را (که در اینجا یک حلقه مهارکننده است) به صورت نظری و تجربی بر پاسخ سیستم بررسی کردند. ژانگ و فنگ [۱۴]، ارتعاشات سیستم روتور و استاتور را با یک اختلال اولیه بررسی کردند. اختلال مذکور یک تغییر لحظه‌ای در سرعت شعاعی روتوری که در حالت عادی خود کار می‌کند، در نظر گرفته شد. برای مدل‌سازی نیز از همان مدل ساده روتور جفکات و یک استاتور ثابت بهره گرفتند. بررسی‌های آنها نشان داد که حتی با اینکه اختلال اولیه محو می‌شود، سایش روتور و استاتور در سیستم باقی می‌ماند. هیو مای و همکاران [۱۶] در سال ۲۰۱۴، تجزیه و تحلیل مشخصات دینامیکی سیستم روتور-استاتور تحت شکل‌های مختلف مالشی را مطالعه کردند. در این مقاله تاثیر پارامترهای مختلف سیستم بر روی رفتار آشوبناک روتور-دیسک-یاتاقان به همراه اثر مالشی بین دیسک و استاتور مورد مطالعه قرار گرفته است. نیروی مالشی به صورت دو نیروی شعاعی الاستیک و نیروی مماسی اصطکاک کولمب در معادلات حرکت مدل‌سازی شده است. همچنین نیروی نابالانسی و تاب اولیه محور که عامل بوجود آورنده مالش بین دیسک و استاتور است، در نظر گرفته شده است. در این پژوهش تاثیر پارامترهای مختلف سیستم از جمله ضریب اصطکاک بین دیسک و استاتور، لقی بین دیسک و استاتور و سفتی بین دیسک و استاتور بر روی رفتار آشوبناک سیستم در سرعت‌های چرخشی مختلف مورد مطالعه قرار گرفته است.

۲- مدل‌سازی سیستم روتور-دیسک-یاتاقان به همراه

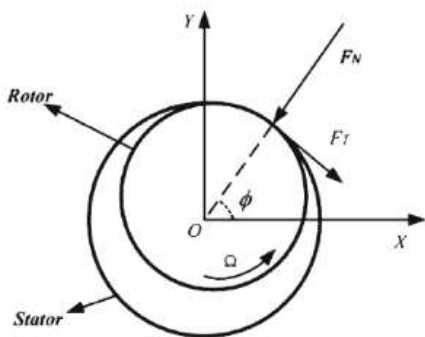
اثر مالشی بین دیسک و استاتور

شکل ۱، سیستم روتور-دیسک-یاتاقان را نشان می‌دهد. محور با سفتی عرضی k_r و سرعت چرخشی در شکل نشان داده شده است. یک دیسک صلب در مرکز محور در نظر گرفته شده است.



شکل ۱- طرح حواره سیستم روتور-دیسک-یاتاقان

در نظر گرفتن اثر گریز از مرکزی و کریولیس مدل‌سازی کردند. معادله دیفرانسیل حاکم بر حرکت بر اساس نظریه تیر اولر برنولی استخراج شده است. روش حالت برای حل معادلات دیفرانسیل جزئی گسسته استفاده شده است و معادلات از طریق روش های عددی حل شده است. سری زمانی، طیف توان، نقشه پوانکاره، نمودار شاخه ای و توان لیاپانوف به منظور تجزیه و تحلیل رفتار ارتعاشی سیستم استفاده شده است. نتایج حاصل شده، این ادعا را که اثر مالشی در سرعت های پایین به علت اثر نیروی کریولیس و خروج از مرکز اتفاق می افتد، تأیید می کند و همچنین رفتار دینامیکی سیستم برای بررسی اثر مالشی در دو حالت با در نظر گرفتن اثر کریولیس و خروج از مرکزی و همچنین حالت در نظر نگرفتن آنها، بسیار متفاوت می باشد. خانلو و همکاران [۳]، به مطالعه اثر کوپل پیچشی- جانبی بر روی رفتار دینامیک غیرخطی سیستم شافت-دیسک پیوسته با اثر مالشی پرداختند. هدف اصلی آنها، تحقیق بر روی اثر کوپل پیچشی بر روی رفتار آشفته سیستم بود. چوی [۴]، سایش جزئی ناشی از تماس روتور با یک مانع ثابت را به صورت تجربی بررسی کرد. سپس با استفاده از نتایج آن، به استخراج دو مدل تحلیلی پرداخت. یک مدل قطعه ای پیوسته و دیگری یک مدل بازتابی بر مبنای ضرایب استرداد بود. چو و لو [۵]، تاثیر سفتی روتور در طی تماس روتور با استاتور را در ماشین دوار مطالعه کردند. هنگامی که اثر مالشی اتفاق می افتد، تغییر در فرکانس طبیعی سیستم ظاهر می شود. این تغییر معمولاً به تاثیر سفتی روتور در طی تماس روتور به استاتور بر می گردد. همچنین تغییر سفتی گذرا به طور موثر می تواند منعکس کننده شدت اثر مالشی باشد. شن و همکاران [۶]، به مطالعه رفتار غیرخطی اثرمالشی سیستم روتور یاتاقان همراه با پارامتر اولیه خمش روتور پرداختند. آنها سیستم روتور یاتاقان را به طور مناسب مدل‌سازی کردند و نیروی غیرخطی فیلم روغن یاتاقان ژورنال را با استفاده از نظریه یاتاقان های کوتاه در نظر گرفتند. لینگ شیانگ و همکاران [۷]، دینامیک غیرخطی یک سیستم نامتقارن روتور-دیسک-یاتاقان تحت اثر مالشی و نیروی غیرخطی فیلم روغن را بررسی کردند. آنها مدل ریاضی سیستم روتور-یاتاقان دو دیسکی غیر متقارن را با در نظر گرفتن نیروی غیرخطی فیلم روغن و نیروی اثرمالشی استخراج کردند. مدل نیروی غیرخطی فیلم روغن به وسیله معادلات رینولدز و نیروی اثر مالشی با تماس هر تری و اصطکاک کولمب مدل شده است. نتایج عددی آنها نشان می‌دهد که رفتار دینامیک غیرخطی سیستم با سرعت‌های چرخشی متفاوت می‌باشد. پادوان و چوی [۸]، نشان دادند که افزایش نامیزانی، نیروهای سایش را افزایش می‌دهد. آنها با در نظر گرفتن تاثیرات متقابل تاریخچه نیروی سایش، سطح انرژی و مدت زمان سایش و شروع ویرل معکوس، پی بردند که اصطکاک عامل اصلی وقوع و میرایی عامل تعویق ویرل معکوس می‌باشد. بارتا [۹]، در کار خود نتایج تئوری و تجربی روی شلاقی خشک معکوس را ارائه داد. او بیان کرد که در سرعت‌های بالای بحرانی نیروی اصطکاک از نیروی میرایی بیشتر شده و به شلاق شتاب می‌بخشد. او همچنین نشان داد که در بهترین پیشگیری شلاقی خشک، باید میرایی مدل سیستم بالا و ضرایب اصطکاک روتور با استاتور کوچک باشد و بهتر است اجزاء ثابت، سفتی پائین‌تری داشته باشند. ژانگ و منگ [۱۰]، با استفاده از مدل عمومی میکرو روتور جفکات و مدل‌های ساده تماس و اصطکاک کولمب، دینامیک غیرخطی و نظریه انشعاب را برای پدیده سایش بررسی کردند. نتایج آنها نشان داد که با افزایش سرعت دورانی، حرکت از متناوب



شکل ۲- طرحواره نیروهای سایش

حال معادلات را در شکل بی بعد به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \hat{x}_1 + \frac{c_1}{m_1 \Omega} \dot{\hat{x}}_1 + \frac{k_r}{m_1 \Omega^2} (\hat{x}_1 - \hat{x}_2) &= \frac{F_x(\hat{x}_1, \hat{y}_1)}{m_1 \Omega^2 \delta} \\ + \frac{e_m}{\delta} \cos(T) + \frac{k_r r_0}{m_1 \Omega^2 \delta} \cos(T - \beta) \\ \hat{y}_1 + \frac{c_1}{m_1 \Omega} \dot{\hat{y}}_1 + \frac{k_r}{m_1 \Omega^2} (\hat{y}_1 - \hat{y}_2) &= \frac{F_y(\hat{x}_1, \hat{y}_1)}{m_1 \Omega^2 \delta} \\ + \frac{e_m}{\delta} \sin(T) + \frac{k_r r_0}{m_1 \Omega^2 \delta} \sin(T - \beta) - \frac{g}{\Omega^2 \delta} \\ \hat{x}_2 + \frac{c_2}{m_2 \Omega} \dot{\hat{x}}_2 + \frac{k_r}{2m_2 \Omega^2} (-\hat{x}_1 + \hat{x}_2) &= \frac{p_x(\hat{x}_2, \hat{y}_2)}{m_2 \Omega^2 \delta} \\ \hat{y}_2 + \frac{c_2}{m_2 \Omega} \dot{\hat{y}}_2 + \frac{k_r}{2m_2 \Omega^2} (-\hat{y}_1 + \hat{y}_2) &= \frac{p_y(\hat{x}_2, \hat{y}_2)}{m_2 \Omega^2 \delta} - \frac{g}{\Omega^2 \delta} \end{aligned} \quad (4)$$

۳- شبیه سازی عددی و تحلیل نتایج

حل عددی معادلات (۴) با استفاده از روش رانگ-کوتای مرتبه چهارم با گام زمانی متغیر انجام گرفته است. سرعت چرخشی ($s = \Omega$) بر حسب رادیان بر ثانیه، به عنوان پارامتر کنترلی انتخاب شده است. برای اطمینان از پایدار بودن نتایج عددی بدست آمده، تعداد قابل توجهی از اطلاعات تاریخچه زمانی کنار گذاشته شده است. برای شناسایی رفتار سیستم از ابزارهای مخصوص این پدیده شامل تاریخچه زمانی، منحنی‌های صفحه فاز، نمودارهای طیف توان، مقطع پوانکاره، نمودارهای دوشاخگی و حداکثر نمای لیاپانوف استفاده شده است. در روش رسم نمودار دوشاخگی و نگاشت پوانکاره، ابتدا در بازه زمانی رسم شده تعدادی نقطه با گام زمانی مناسب انتخاب کرده و سپس با شرط توقف، زمان مورد نظر برای انتخاب مکان متغیرهای جابجایی را مشخص کرده و نمودار دوشاخگی و مقطع پوانکاره را رسم می‌کنیم. لازم به ذکر است که در نمودار دوشاخگی کل فاصله زمانی ۴۰۰ تا ۶۰۰ ثانیه مورد بررسی قرار می‌گیرد در حالی که در نگاشت پوانکاره ۲۵ درصد پایانی این فاصله زمانی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد و به عبارت دیگر یک برش در کل مقطع زده شده است.

برای تحلیل رفتار دینامیکی سیستم از پارامترهای عددی جدول ۱ استفاده شده است. شکل‌های ۳ و ۴ نمودار دوشاخگی جابجایی در راستای محور x (\hat{x}_1) برای معادلات (۴) را نشان می‌دهد.

در این مدلسازی، استاتور به صورت یک سفتی اضافی مدلسازی شده و دینامیک آن در نظر گرفته نشده است. لقی بین دیسک و استاتور با h نشان داده می‌شود. محور دارای خمشی اولیه r_0 از مرکز هندسی است. (x_1, y_1) جابجایی مرکز دیسک، (x_2, y_2) جابجایی مرکز یاتاقان ژورنال می‌باشد. همچنین فرض های زیر در نظر گرفته شده است:

- دیسک با جرم m_1 شعاع R ، خروج از مرکزی e_m ، میان دو یاتاقان روی یک محور انعطاف پذیر بدون جرم با سفتی k_r قرار دارد.
 - سیستم دارای میرایی لزجی است، یعنی میرایی سیستم متناسب با سرعت است.
 - اثرات ژيروسکوپیک در نظر گرفته نشده است.
 - تنها ارتعاشات عرضی سیستم بررسی می‌شود.
- با در نظر گرفتن فرض های فوق، معادلات حاکم بر حرکت سیستم به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + k_r (x_1 - x_2) &= F_x(x_1, y_1) \\ + m_1 e_m \Omega^2 \cos(\Omega t) + k_r r_0 \cos(\Omega t - \beta) \\ m_1 \ddot{y}_1 + c_1 \dot{y}_1 + k_r (y_1 - y_2) &= F_y(x_1, y_1) \\ + m_1 e_m \Omega^2 \sin(\Omega t) + k_r r_0 \sin(\Omega t - \beta) - m_1 g \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_2 \dot{x}_2 + \frac{k_r}{2} (-x_1 + x_2) &= p_x(x_2, y_2) \\ m_2 \ddot{y}_2 + c_2 \dot{y}_2 + \frac{k_r}{2} (-y_1 + y_2) &= p_y(x_2, y_2) - m_2 g \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن m_1, m_2, C_1, C_2, k_r به ترتیب جرم دیسک، جرم یاتاقان، میرایی روتور، میرایی یاتاقان و سفتی روتور می‌باشد. همچنین $p_x(x_2, y_2)$ و $p_y(x_2, y_2)$ نیروی غیرخطی فیلم روغن است که مقدار آن از مرجع [۷]، به دست می‌آید و همچنین r_0 و β به ترتیب خمشی اولیه و زاویه بین خمشی و نابالانسی است. $F_x(x_1, y_1)$ و $F_y(x_1, y_1)$ نیروی تماسی بین دیسک و استاتور است که چون جهت انتخابی x و y است، نیروی تماسی با توجه به شکل ۲ به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} F_x &= -F_N \cos(\phi) + F_T \sin(\phi) = -(1 - \frac{h}{r}) k_c (x_1 - f y_1) \\ F_y &= -F_N \sin(\phi) - F_T \cos(\phi) = -(1 - \frac{h}{r}) k_c (x_1 - f y_1) \\ r &= \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \end{aligned} \quad (2)$$

در رابطه بالا f ضریب اصطکاک بین روتور و استاتور می‌باشد. برای بی بعد سازی روابط (۱) و (۲) از پارامترهای بی بعد زیر استفاده می‌کنیم:

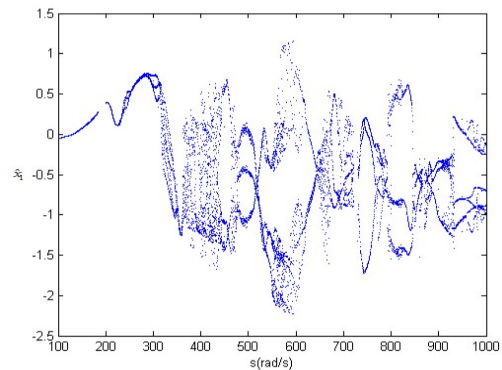
$$\hat{x}_{1,2} = \frac{x_{1,2}}{\delta}; \hat{y}_{1,2} = \frac{y_{1,2}}{\delta}; \Omega t = T; \frac{d}{dt} = \Omega \frac{d}{dT} \quad (3)$$

دارد. در محدوده سرعت ۳۴۵ الی ۴۵۵ رادیان بر ثانیه، رفتار سیستم آشوبناک است این موضوع در شکل ۷، با توجه به نمودارهای سری زمانی، پوانکاره، طیف فرکانسی و مقطع پوانکاره در سرعت (rad/s) ۳۶۱ به خوبی مشخص می‌باشد. در (rad/s) $456 < s < 475$ سیستم وارد حرکت تناوبی (۴T) می‌شود و سپس در سرعت ۴۷۶ الی ۶۰۹ رادیان بر ثانیه، سیستم وارد حرکت آشوبناک می‌شود و دوباره در محدوده سرعت ۶۰۹،۲ الی ۶۴۲،۸ رادیان بر ثانیه، سیستم وارد حرکت تناوبی (۲T) می‌شود. در (rad/s) $730 < s < 643$ سیستم دارای حرکتی آشوبناک بوده که در شکل ۸ در سرعت (rad/s) ۷۰۰ رفتار آشوبناک سیستم مشخص شده است. در محدوده سرعت (rad/s) $731 = s$ الی $s = 770.6$ سیستم وارد حرکت تناوبی (۲T) می‌شود. در سرعت ۸۳۶،۶ الی ۹۰۹ رادیان بر ثانیه، سیستم دارای حرکتی بین شبه تناوبی و آشوبناک است که در شکل ۹ رفتار سیستم در سرعت (rad/s) ۹۰۰ رسم شده است. در سرعت (rad/s) ۹۱۰، سیستم وارد حرکت تناوبی (۴T) می‌شود و تا سرعت (rad/s) ۹۲۹ این نوع حرکت ادامه پیدا می‌کند و در (rad/s) $1000 < s < 930$ ، سیستم دارای حرکت تناوبی (۲T) می‌باشد. شکل ۴ نمودار دوشاخگی سیستم در محدوده (rad/s) $2500 < s < 1000$ را نشان می‌دهد که با توجه به شکل و مباحث مطرح شده در بالا می‌توان گفت که در (rad/s) ۱۹۱۷ $< s < 1000$ ، سیستم دارای حرکت تناوبی و در حدود (rad/s) ۲۱۱۰ $< s < 1917$ ، سیستم دارای حرکت آشوبناک می‌باشد و مجدداً در (rad/s) $2500 < s < 2110$ وارد حرکت تناوبی می‌شود.

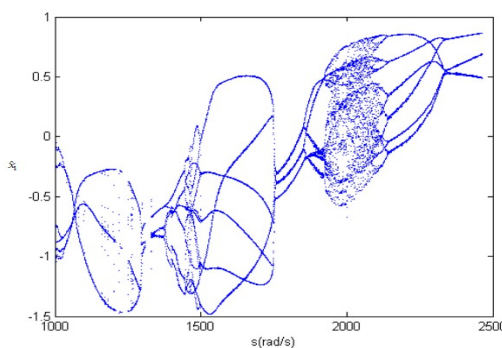
آشوب در سیستم‌های معین، وابستگی شدیدی نسبت به شرایط اولیه دارد. با این ویژگی اگر دو خط سیر در فضای فاز از دو نقطه نزدیک به هم شروع شوند، به مرور زمان به صورت نمایی از یکدیگر دور می‌شوند. بنابراین اگر d_0 فاصله اولیه بین دو نقطه شروع باشد، با گذشت زمان فاصله به صورت $d(t) = d_0 2^{\lambda t}$ تغییر می‌کند که λ اشاره به نماهای لیاپانوف دارد. از آنجا که پاسخ سیستم محدود است، $d(t)$ نمی‌تواند به بی‌نهایت میل کند. به همین علت، برای تعریف واگرایی مدارها باید در بسیاری از نقاط مسیر فضای فاز متوسط‌گیری نمود. بنابراین از یک مسیر مرجع نزدیک به مسیر اصلی شروع کرده و هر بار $d(t)/d_0$ محاسبه می‌شود. چنانچه $d(t)$ زیاد شود، مسیر نزدیک جدیدی به عنوان مرجع انتخاب شده و $d_0(t)$ جدیدی تعریف می‌شود. بدین صورت نمای لیاپانوف به صورت رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$\lambda = \frac{1}{t_N - t_0} \sum_{k=1}^N \log_2 \frac{d(t_k)}{d_0(t_{k-1})} \quad (5)$$

اگر λ بزرگ‌تر از صفر باشد، حرکت آشوبناک و اگر کوچک‌تر از صفر باشد حرکت به صورت منظم است و در حالتی که برابر صفر شود اشاره به پاسخ گذاری سیستم دارد. در تمامی ابزارهای شناسایی آشوب، تنها حداکثر نمای لیاپانوف قادر است به طور قطعی وقوع آشوب را اطلاع دهد. با مثبت شدن این نما، بدون هیچ تردیدی آشوب رخ خواهد داد.



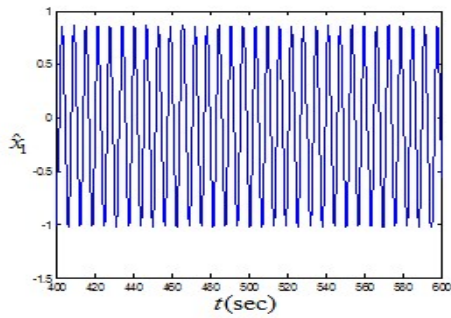
شکل ۳- نمودار دو شاخگی سیستم روتور-یاتاقان همراه با خمش اولیه با در نظر گرفتن فشار فیلم غیرخطی روغن



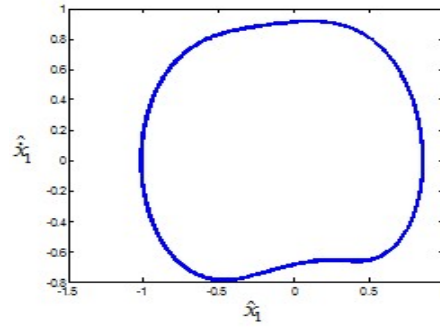
شکل ۴- نمودار دو شاخگی سیستم روتور-یاتاقان همراه با خمش اولیه با در نظر گرفتن فشار فیلم غیرخطی روغن

حرکت سیستم از سرعت (rad/s) $s = 100$ تا $s = 226.5$ به صورت تناوبی مرتبه اول می‌باشد. سپس در سرعت (rad/s) ۲۲۶،۶ اثر مالشی بین دیسک و استاتور اتفاق می‌افتد و حرکت به یک حرکت زیر هارمونیک با دوره تناوب (۲T) تبدیل می‌شود. تا سرعت (rad/s) ۲۵۳،۳ این حرکت ادامه می‌یابد. حرکت در سرعت (rad/s) ۲۵۳،۴ الی ۲۷۹ رادیان بر ثانیه دوباره به حالت تناوبی مرتبه اول بر می‌گردد که در شکل ۵ و در سرعت (rad/s) ۲۵۵ درستی این ادعا با رسم نمودارهای سری زمانی، منحنی صفحه فاز، طیف توان و مقطع پوانکاره که از ابزارهای تشخیص رفتار سیستم هستند، اثبات می‌شود.

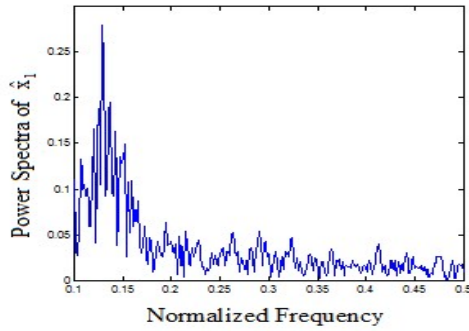
در محدوده سرعت (rad/s) ۲۸۰ الی (rad/s) ۳۱۳،۳ سیستم وارد حرکت زیر هارمونیک مرتبه سوم می‌شود. در شکل ۶ رفتار سیستم در سرعت (rad/s) ۲۸۰ نشان داده شده است. در محدوده سرعت (rad/s) ۳۱۳،۴ الی ۳۲۰ رادیان بر ثانیه، حرکت سیستم دارای حرکت تناوبی مرتبه اول می‌باشد. در محدوده سرعت (rad/s) $320 < s < 313.4$ ، حرکت متناوب (1T) می‌باشد، سپس سیستم در محدوده سرعت های بین ۳۲۰،۱ الی ۳۲۵ رادیان بر ثانیه، به حرکت متناوب مرتبه (۳T) تغییر پیدا می‌کند. در محدوده سرعت های (rad/s) $334 < s < 325$ سیستم دچار آشوب می‌شود و در محدوده (rad/s) $345 < s < 335$ ، سیستم حرکتی شبه تناوبی



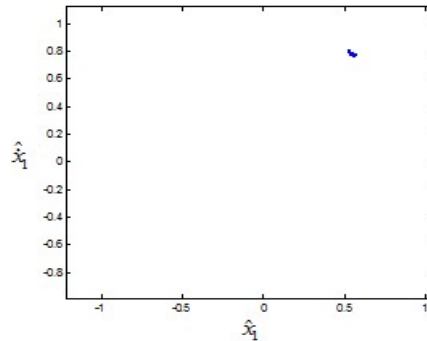
الف) نمودار سری زمانی



ب) صفحه فاز

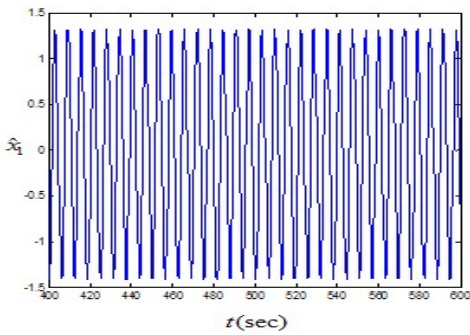


ج) نمودار طیف توان

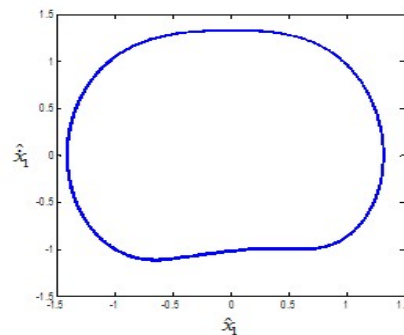


د) نمودار مقطع پوانکاره

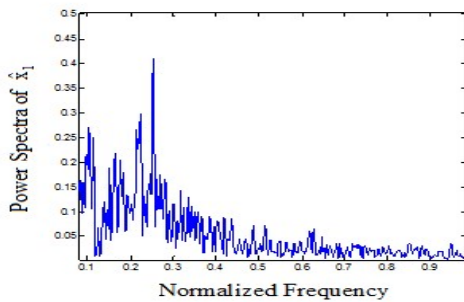
شکل ۵- الف) نمودار سری زمانی، ب) صفحه فاز، ج) نمودار طیف توان، د) نمودار مقطع پوانکاره، در سرعت $s=255$ (rad/s)



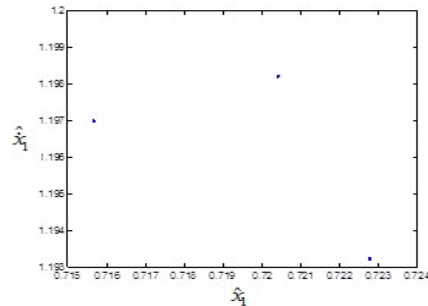
الف) نمودار سری زمانی



ب) صفحه فاز

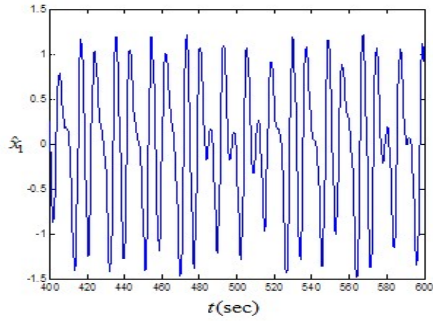


ج) نمودار طیف توان

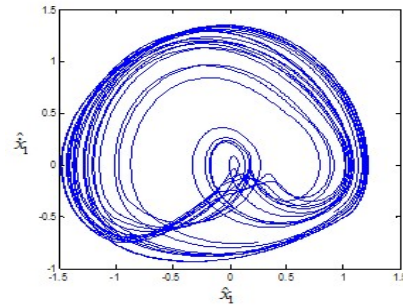


د) نمودار مقطع پوانکاره

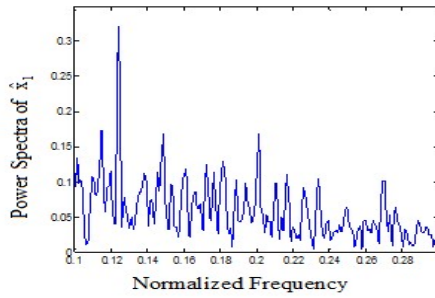
شکل ۶- الف) نمودار سری زمانی، ب) صفحه فاز، ج) نمودار طیف توان، د) نمودار مقطع پوانکاره، در سرعت $s=280$ (rad/s)



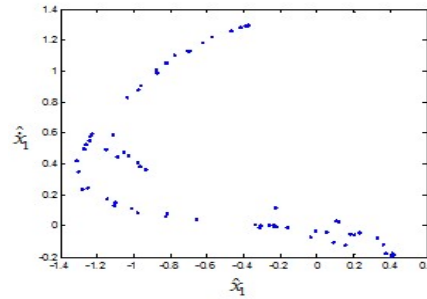
الف) نمودار سری زمانی



ب) صفحه فاز

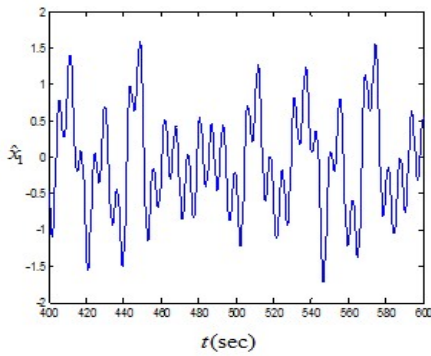


ج) نمودار طیف توان

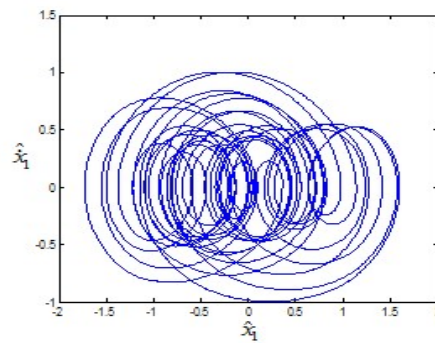


د) نمودار مقطع پوانکاره

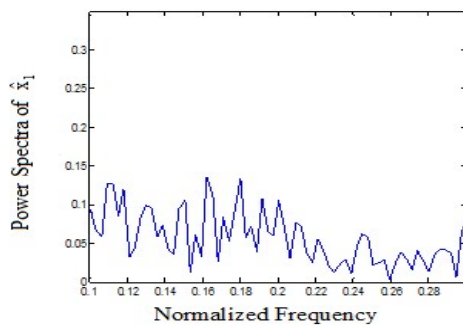
شکل ۷- الف) نمودار سری زمانی، ب) صفحه فاز، ج) نمودار طیف توان، د) نمودار مقطع پوانکاره، در سرعت $s=361$ (rad/s)



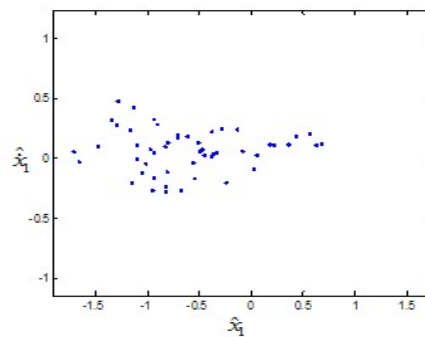
الف) نمودار سری زمانی



ب) صفحه فاز

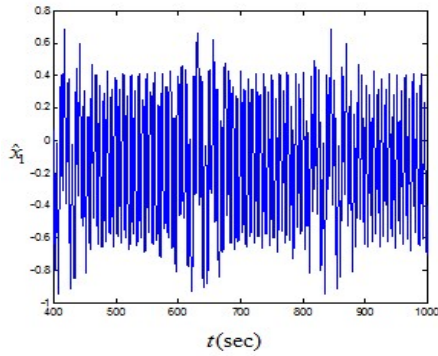


ج) نمودار طیف توان

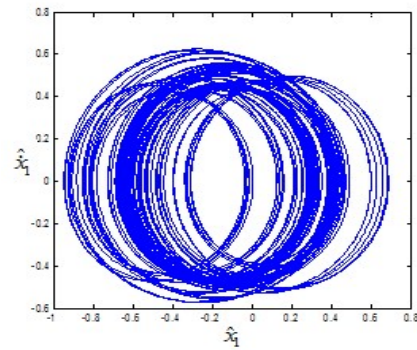


د) نمودار مقطع پوانکاره

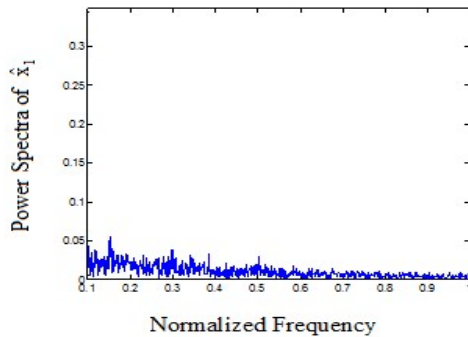
شکل ۸- الف) نمودار سری زمانی، ب) صفحه فاز، ج) نمودار طیف توان، د) نمودار مقطع پوانکاره، در سرعت $s=700$ (rad/s)



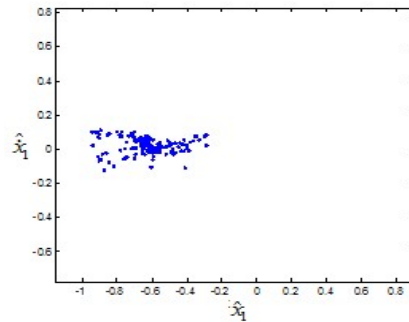
الف) نمودار سری زمانی



ب) صفحه فاز



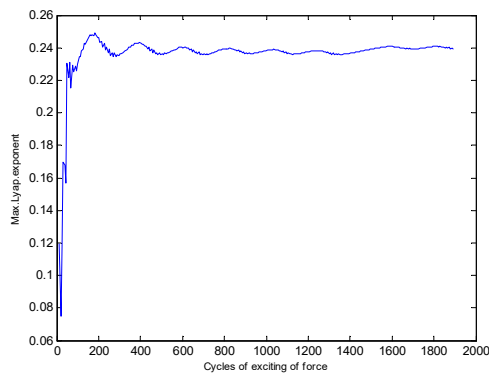
ج) نمودار طیف توان



د) نمودار مقطع پوانکاره

شکل ۹- الف) نمودار سری زمانی، ب) صفحه فاز، ج) نمودار طیف توان، د) نمودار مقطع پوانکاره، در سرعت $s=900$ (rad/s)

در سرعت $s=900$ (rad/s) تشخیص نوع حرکت با توجه به نمودارهای رسم شده دشوار به نظر می رسد و برای تشخیص این که حرکت به صورت تناوبی می باشد یا آشوبگونه، از حداکثر نمای لیاپانوف کمک می گیریم. نمودار رسم شده در شکل ۱۱ نشان می دهد که در سرعت مورد نظر حرکت به صورت آشوبگونه است.



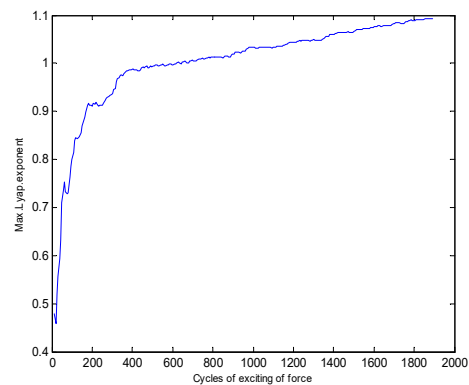
شکل ۱۱- حداکثر نمای لیاپانوف در سرعت $s=900$ (rad/s)

۴- تاثیر پارامترها بر روی رفتار دینامیکی سیستم

به منظور بررسی تاثیر پارامترها بر روی رفتار سیستم، نمودار دوشاخگی هر یک از این پارامترها را در سرعت چرخشی خاصی رسم کرده و به تحلیل رفتار سیستم می پردازیم.

در سرعت های چرخشی ۳۶۱ و ۹۰۰ رادیان بر ثانیه، نمودارهای سری زمانی، صفحه فاز، طیف توان و مقطع پوانکاره رسم شده است. لذا با استفاده از حداکثر نمای لیاپانوف به بررسی درستی ادعاهای انجام شده می پردازیم.

در سرعت $s=361$ (rad/s) تشخیص اولیه سیستم با توجه به نمودارهای رسم شده در این سرعت حرکت آشوبناک بوده است. با توجه به مثبت بودن حداکثر نمای لیاپانوف در شکل ۱۰، درستی ادعا مطرح شده در این سرعت در مورد حرکت آشوبناک اثبات می شود.

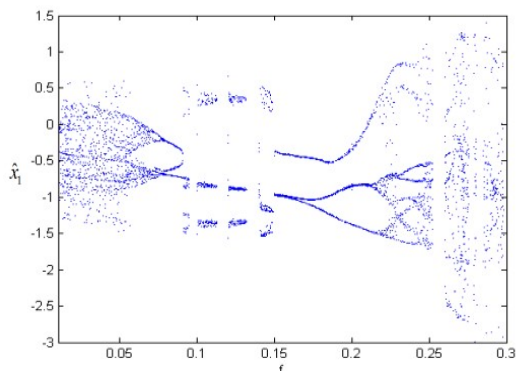


شکل ۱۰- حداکثر نمای لیاپانوف در سرعت $s=361$ (rad/s)

۱-۴- تأثیر ضریب اصطکاک

همانطور که بیان شد در سرعت $s=800$ (rad/s) حرکت به صورت منظم است. حال اثر ضریب اصطکاک را به عنوان پارامتر کنترل مساله در نظر گرفته و نمودار دوشاخگی آن را بر حسب جابجایی در شکل ۱۲ رسم می‌کنیم.

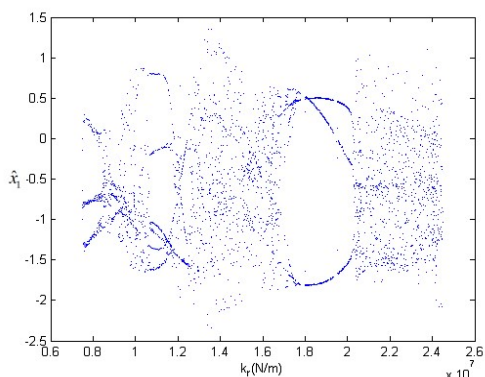
همانطور که از شکل ۱۲ مشخص است، در ضریب اصطکاک $f=0.1$ سیستم دارای حرکت تناوبی و منظم است، و با کاهش آن سیستم در این سرعت دچار آشوب می‌شود و با افزایش آن تا $f=0.22$ سیستم دارای حرکت منظم است و بعد از آن حرکت سیستم آشوبناک می‌شود.



شکل ۱۲- نمودار دو شاخگی ضریب اصطکاک در سرعت $s=800$ (rad/s)

۳-۴- تأثیر سفتی بین دیسک و استاتور

در این حالت تأثیر سفتی بین دیسک و استاتور را در سرعت (rad/s) $s=800$ را بررسی و تحلیل می‌کنیم. بدین منظور نمودار دوشاخگی آن را بر حسب جابجایی در سرعت $s=800$ (rad/s) در شکل ۱۴ ترسیم می‌کنیم.

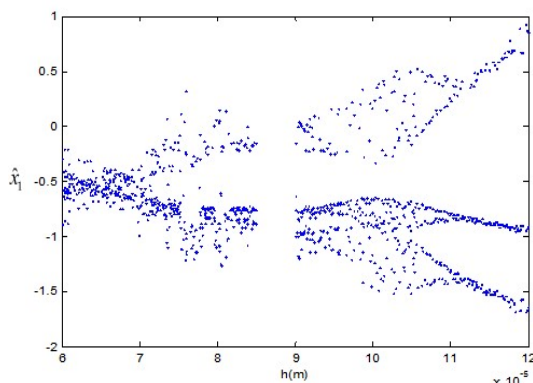


شکل ۱۴- نمودار دوشاخگی سفتی بین دیسک و استاتور در سرعت $s=800$ (rad/s)

شکل ۱۴ نمودار دو شاخگی سفتی بر حسب جابجایی را نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل مشخص است حرکت سیستم با افزایش و کاهش سفتی از قاعده خاصی پیروی نمی‌کند و گاهی با افزایش سفتی دچار آشوب می‌شود و گاهی حرکت تناوبی و منظم است و همچنین با کاهش سفتی نیز شرایطی مشابه دارد.

۲-۴- تأثیر لقی بین دیسک و استاتور

در سرعت $s=800$ (rad/s) و در لقی $h=0.11$ میلی‌متر سیستم دارای حرکت تناوبی و منظم می‌باشد. حال نمودار دو شاخگی آن را بر حسب جابجایی در شکل ۱۳ ترسیم می‌کنیم. همان‌طور که در شکل ۱۳ مشخص است با افزایش لقی بین دیسک و استاتور از مقدار $h=0.11$ میلی‌متر، سیستم همچنان به حرکت پررودیک و منظم خود ادامه می‌دهد و با کاهش فاصله، سیستم دارای رفتار آشوبناک است.



شکل ۱۳- نمودار دوشاخگی لقی بین دیسک و استاتور در سرعت $s=800$ (rad/s)

جدول ۱- پارامترهای عددی سیستم روتور-دیسک-یاتاقان

پارامتر	مقادیر	واحد
m_1	۳۲	kg
m_2	۴	kg
C_1	۲۱۰۰	Ns/m
C_2	۱۰۵۰	Ns/m
k_r	$۲.۵e۴$	N/m
k_c	$۷.۵e۶$	N/m
r_0	۰.۰۲	mm
β	$Pi/۴$	rad
e_m	۰.۰۵	mm
δ	۰.۱۱	mm
g	۹.۸	N/kg
f	۰.۱	-

۵- خلاصه و نتیجه‌گیری

در این پژوهش تأثیر پارامترهای مختلف سیستم بر روی رفتار دینامیکی روتور-دیسک-یاتاقان به همراه اثر مالشی بین دیسک و استاتور مورد مطالعه قرار گرفت. ابتدا سیستم به وسیله ابزارهای شناسایی رفتار سیستم از جمله نمودار دوشاخگی، تاریخچه زمانی، صفحه فاز، مقطع پوانکاره، طیف توان و حداکثر نمای لیپانوف در سرعت ۱۵۰ الی ۲۵۰۰

different rubbing forms. Applied mathematical modeling, 2014.

(rad/s) مورد تحلیل و بررسی قرار گرفت. سپس در سرعت (rad/s) $s=800$ به بررسی تاثیر پارامترهای مختلف بر روی رفتار دینامیکی سیستم پرداخته شد. نتایج به دست آمده نشان داد که با افزایش مقدار ضریب اصطکاک، سیستم به حرکت منظم خود ادامه می دهد ولی از ضریب اصطکاک $f=0.22$ به بعد رفتار سیستم آشوبناک می شود. همچنین با کاهش فاصله بین دیسک و استاتور، سیستم دچار آشفتگی و هرج و مرج می شود ولی افزایش آن باعث از بین رفتن این آشفتگی خواهد شد که البته با افزایش فاصله بین دیسک و استاتور بازده سیستم نیز پایین خواهد آمد. همچنین نتایج نشان داد که افزایش و کاهش سفتی بین دیسک و استاتور از قاعده خاصی پیروی نمی کند.

۵- مراجع

- [1] Muszynska H., Rotordynamic. Taylor&francis, 2015.
- [2] Khanlo H. M., Ghayour. M., Ziaei-Rad. S., Chaotic vibration analysis of rotating, flexible, continuous shaft-disk system with a rub-impact between the disk and the stator. Commun Nonlinear Sci Numer Simulat 16, 566–582, 2011.
- [3] Khanlo H. M., Ghayour M., Ziaei-Rad S., The effects of lateral-torsional coupling on the nonlinear dynamic behavior of a rotating continuous flexible shaft-disk system with rub-impact. Commun Nonlinear Sci Numer Simulat 18, 1524–1538, 2013.
- [4] Choi Y. S., On the contact of partial rotor rub with experimental observation. KSME International Journal, Vol. 15, pp. 1630-1638, 2001.
- [5] Fulei Chu., Wenxiu Lu., Stiffening effect of the rotor during the rotor-to-stator rub in a rotating machine. Journal of Sound and Vibration 308, 758–766, 2007.
- [6] Xiaoyao Shen., Jihong Jia., Mei Zhao., Nonlinear analysis of a rub-impact rotor-bearing system with initial permanent rotor bow. Arch Appl Mech, 78, 225–240, 2008.
- [7] Ling Xiang., Aijun Hu., Lanlan Hou., Yeping Xiong., Jingtang Xing, Nonlinear coupled dynamics of an asymmetric double-disc rotor-bearing system under rub-impact and oil-film forces. Applied Mathematical Modelling, 1–19, 2015.
- [8] Choy F.K. and Padovan j., Non-linear transient analysis of rotor-casing rub event. Journal of Sound and Vibration, Vol. 113, pp. 529-545, 1987.
- [9] Bartha A. R., Dry friction backward whirl of rotor. Phd Zurich, Switzerland, ETH, 2000.
- [10] Zhang W.M. and Meng G., Stability bifurcation and chaos of a high-speed rub-impact rotor system in mems. Sensors and Actuators, Vol. A 127, PP. 163-178, 2006.
- [11] Roques S., Legrand M., Cartraud P., Stoisser C. and Pierre C., Modeling of a rotor speed transient response with radial rubbing. Journal of Sound and Vibration, Vol. 329, pp. 527-546, 2010.
- [12] Yu J.J., Goldman P., Bently D. E. and Muzynska A., Rotor/seal experimental and analytical study on full annular rub. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 124, pp. 340-350, 2002.
- [13] Pavlovskaia E.E., Karpenko E.V., and Wiercigroch M., Non-linear dynamic interactions of a jeffcott rotor with preloaded snubber ring. Journal of Sound and Vibration, Vol. 276, pp. 361-379, 2004.
- [14] Feng Z.C. and Zhang X.Z., Rubbing phenomena in rotor-stator contact. Chaos, Solitons and Fractal, Vol. 14, pp. 257-267, 2002.
- [15] Ma H., Zhao Q., Zhao X., Han Q., Wen B., Dynamic characteristics analysis of a rotor-stator system under