

اثر نوسان یک رشته‌ی الاستیک پشت استوانه صلب بر کاهش ضریب پسا در جریان سیال تراکم‌ناپذیر: روش مرز غوطه‌ور-شبکه بولتزمن-شبکه فنر

کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران
 دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران
 دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

هادی گریوانی
 محسن نظری*
 پوریا اکبرزاده

چکیده

تحقیق حاضر یک حل عددی از تقابل سازه‌ی الاستیک-سیال تراکم‌ناپذیر با استفاده از روش مرز غوطه‌ور است، که در آن فاز جامد یک رشته الاستیک قرار گرفته پشت یک استوانه صلب در جریان سیال است. هدف، بررسی اثرات متقابل این رشته و استوانه بر یکدیگر و به طور خاص اثر رشته الاستیک بر کاهش ضریب پسا استوانه است. در روش مرز غوطه‌ور، فاز جامد و سیال در دو ناحیه مجزا از هم حل می‌شوند. برای حل جریان و مومنتوم فاز سیال از معادلات شبکه بولتزمن استفاده شده است. در تحقیق حاضر رشته الاستیک برخلاف تحقیقات گذشته بدون نیاز به حل معادلات ساختاری پیوسته جامد الاستیک، به صورت یک شبکه از جرم‌های متمرکز و المانهای فنر که می‌تواند خواصی چون مدول الاستیسیته و صلبیت خمشی رشته الاستیک را پوشش دهد، مدل شده و با روش مرز غوطه‌ور با حل جریان مرتبط است. نتایج نشان داده است که جرم، هندسه و محل قرار گیری رشته پشت استوانه صلب، بر پایداری و کاهش ضریب پسا آن اثر گذار است. اثبات وجود یک نقطه کمینه ضریب پسا و تحلیل آن به عنوان دیگر زمینه تفاوت این تحقیق با تحلیل‌های پیشین محسوب می‌شود.

واژه‌های کلیدی: مرز غوطه‌ور، شبکه بولتزمن، شبکه فنر، رشته الاستیک، استوانه صلب، ضریب پسا.

Flapping effect of Elastic Filament Behind a Rigid Cylinder on the Drag Reduction in an incompressible flow: immersed Boundary-lattice Boltzmann-lattice Spring Method

H. Gerivani
 M. Nazari
 P. Akbarzadeh

Faculty of Mechanical Eng., Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran
 Faculty of Mechanical Eng., Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran
 Faculty of Mechanical Eng., Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran

Abstract

Present study is a numerical solution for incompressible fluid-elastic structure interaction by use of immersed boundary method. The solid phase is an elastic filament hinged on rear of a rigid cylinder in the presence of fluid flow. The purpose of this study is investigation of interaction of flexible filament and rigid cylinder. In the immersed boundary method, solid and fluid domains are solved in separated regions. For solving the flow field and momentum equations, the lattice Boltzmann equations are employed. In present study in contrast to previous studies, the elastic filament is also modeled by a mass-spring network that provides elastic properties like young's and bending modulus. The mass of filament is discretized on nodes of spring network. These two solution regions are connected by applying suitable boundary conditions at each time step. Results show that the mass, geometry and location of filament behind the rigid cylinder have significant effect on the filament's stability and drag reduction. Indicating and analyzing a special point behind the cylinder, where the drag is minimum, is the another purpose of this study.

Keywords: immersed boundary, lattice Boltzmann, lattice spring, elastic filament, rigid cylinder, drag coefficient.

کند تا در طی حل عددی مسائل دوفازی، با فاز جامد متحرک و تغییر شکل پذیر، حل گرفتار پیچیدگی‌های شبکه بندی‌های دینامیکی نشود. در واقع روش مرز غوطه‌ور به عنوان سبکی از شبکه بندی فضای حل سیال شناخته می‌شود که منطبق بر مرز جسم یا مانع درون آن نیست. اساس این روش بر این استوار است که شبکه حل جریان سیال بدون در نظر گرفتن مانع یا جسم درون آن، تنظیم می‌شود و برای معرفی جسم یا مانع به جریان، با اضافه کردن یک جمله‌ی حاوی نیرو به معادلات ساختاری حل، هندسه شکل بر حل اثر می‌گذارد [۵]. به طور کلی محاسبه و نحوه اعمال نیرو به معادلات شبکه بولتزمن به دو روش اعمال نیروی بازگشتی^۱ و اعمال نیروی مستقیم^۲ تقسیم می‌شوند. پسکین [6]

۱- مقدمه

تقابل فاز جامد و سیال از جمله مهمترین پدیده‌ها در طبیعت پیرامون هستند که این موضوع اهمیت بررسی و مطالعه دقیق در این زمینه را برای محققان روشن کرده است. از جمله علوم بسیار مرتبط با این موضوع علم مهندسی مکانیک است که تحقیقات زیادی از گذشته تاکنون در قالب شاخه‌ای از مکانیک، تحت عنوان FSI، توسط محققان این شاخه انجام شده است. بررسی پدیده‌هایی چون حرکت گلوبول‌های قرمز در خون، پرواز پرندگان، حرکت آبزیان، بررسی مکانیک پرها در توربین‌ها و بسیاری زمینه‌های دیگر که در آن فاز جامدی در تماس مستقیم با سیال است جزو مسائل FSI محسوب می‌شوند [۱-۴]. از روش‌های بسیار کارآمد در این نوع جریان‌های دو فازی جامد-سیال (FSI)، روش مرز غوطه‌ور است که حل را به دو قسمت فضای جامد (لاگرانژی) و فضای سیال (اویلری) تقسیم می‌کند. این روش کمک می-

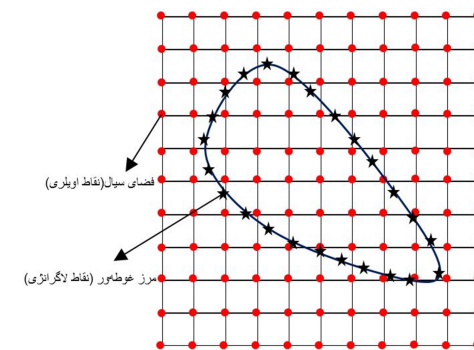
¹ Feedback forcing

² Direct forcing

[7] از پیشگامان روش اعمال نیروی بازگشتی می‌باشد. وی با تنظیم ارتباط بین دو مرز جامد و سیال و با اضافه کردن جمله‌ای از نیرو، به معادلات ساختاری جریان، اثرات مرز را وارد محاسبات می‌کند. لای و پسکین [8] این روش را برای مدل سازی جریان روی یک استوانه صلب به کار بردند. در این روش با یکسری عملیات بازگشتی، با توجه به سرعت مطلوب مرز و اختلاف میان سرعت سیال و مرز، نیرو بدست می‌آید [9، 10]. موحد و یوسف [11] نیز از پیشگامان روش اعمال نیروی مستقیم هستند. سبک اعمال نیروی مستقیم پیش از این با روش‌های حلی چون اختلاف محدود و حجم محدود ترکیب شده اند [12، 13]. در شکل 1، نمایی از یک فضای حل جریان سیال (فضای اویلری) مشاهده می‌شود. اثر مانع جامد فقط به صورت یک مرز غوطه‌ور در فضای اویلری مشخص شده است که هیچ انطباق تعریف شده‌ای بین نقاط مرز (لاگرانژی) و نقاط سیال (اویلری) وجود ندارد پس برای ایجاد ارتباط بین این مرز و نقاط اویلری باید از یک الگوریتم واسط میان این دو استفاده شود. در این زمینه دو الگوریتم واسط معرفی شده است. در الگوریتم اول که الگوریتم شارپ¹ نام گرفته، نیروی مرزی روی نقاط اویلری محاسبه می‌شود. اما در روش دوم که به عنوان الگوریتم پخشی² شناخته می‌شود، نیروی مرزی روی نقاط مرز غوطه‌ور حساب می‌شوند و سپس همان طور که از نام این روش پیداست، این نیرو را بین نقاط اویلری در همسایگی نقاط مرزی پخش کرده و وارد معادلات حل جریان در این نقاط اویلری می‌شود.

گلبول‌های قرمز به صورت یک پوسته الاستیک که حاوی مایعی درون خود هستند مدل می‌شوند و تغییر شکل این پوسته از قانون هوک تبعیت می‌کند. مسئله‌ی عبور جریان از روی تار، رشته الاستیک و یا صفحه با ضخامت نازک الاستیک از جمله دیگر مثال‌های FSI مورد توجه در مکانیک است. اثرات این رشته در کاهش آشفتگی و کاهش ضریب پسا و وجود بعضی مثال‌های زیستی مثل تارک مورد توجه است. تجت و همکاران [24] در مورد اثرات رشته³ بر کاهش آشفتگی جریان تحقیقاتی انجام داده‌اند. در این مسئله عمدتاً رشته در جهت جریان قرار داشته و لبه‌ی حمله‌ی رشته گیردار، و لبه دیگر آزاد می‌باشد. مسئله عبور جریان از روی رشته شامل پدیده‌هایی مثل حرکت دینامیکی موجی رشته، تولید چرخش در جریان و ایجاد شدینگ⁴ در انتهای رشته است که در اثر مقاومت خمشی و الاستیسیته رشته در مقابل مومنت سیال ایجاد می‌شوند. کونل [25] حلی عددی روی رفتار یک رشته دو بعدی انجام داده است و پارامترهای مهم آن نسبت جرم و صلبیت خمشی رشته است که با فرض صلبیت خمشی کوچک انجام شده است. گری [26] در تحقیق خود یک ماهی الاستیک را مدل سازی نموده و همچنین تحقیقاتی تحلیلی توسط کوئن [27] روی رفتار اجسام نازک انجام شده است. تحقیقات تحلیلی پیشین روی اجسام الاستیک نشان می‌دهد که ناپایداری‌هایی چون کلون-هلمولتز که در اثر افزایش سرعت جریان عبوری از روی فیلات ایجاد می‌شود می‌تواند با عکس‌العمل مدول صلبیت خمشی ناشی از رشته الاستیک بالانس شود. زانگ و همکاران [28] تحقیقی عددی روی دینامیک رشته الاستیک در فیلم سیال انجام داده‌اند. بنجامین و همکاران [29] در یک تحقیق بسیار مفید و جامع با معرفی چگالی، مدول الاستیسیته و صلبیت خمشی بی‌بعد سازی شده، برای یک رشته دو بعدی در یک جریان دو بعدی بی‌نهایت، نتایج مفیدی در زمینه اثرات جرم بر دینامیک و ناپایداری‌های حرکت رشته داشته‌اند و ضریب پسا و فرکانس رشته الاستیک را به خوبی تحلیل نموده‌اند. در این زمینه مدل سازی زو و پسکین [30] از جمله حل‌های عددی است که با اعمال روش مرز غوطه‌ور بر معادلات ناویر استوکس سیال تراکم ناپذیر ویسکوز، دینامیک یک رشته الاستیک دو بعدی را در فیلم یک سیال دو بعدی مدل کرده است. تیان و همکاران یک مدل سازی عددی دو بعدی از رشته [31] در جریان دو بعدی سیال تراکم ناپذیر انجام داده اند که از روش شبکه بولتزمن منطبق بر رویه مرز غوطه‌ور در حل خود بهره برده‌اند. در تحقیق ایشان روی حرکت تک رشته و همچنین جمعی از رشته‌ها در جریان، کار شده است.

به طور کلی روش معمول در حل تغییر شکل یک جسم جامد، معادلات ساختاری پیوسته جامدات است که می‌تواند معادلات ساختاری یک جسم الاستیک کامل، جسم الاستیک غیر خطی و یا حتی یک جامد ویسکوالاستیک باشد. زو و همکاران در کار خود فاز جامد را با استفاده از معادلات ساختاری جامدات حل نموده‌اند. یو [22] نیز در ضمن استفاده از روش حل مرز غوطه‌ور برای مدل سازی یک رشته الاستیک غیر خطی، برای بدست آوردن تغییر شکل رشته، از گسسته سازی معادلات ساختاری جامد الاستیک غیر خطی استفاده کرده است. سبک دیگری از



شکل 1- نمایی از یک مرز غوطه‌ور در فضای اویلری

در این مقاله روش مرز غوطه‌ور بر روش حل شبکه بولتزمن استوار شده است. نکته مهم در این روش حل که آن را برتر از معادلات ناویر-استوکس می‌کند، سادگی معادلات حاکم بر روش شبکه-بولتزمن می‌باشد، لذا موارد استفاده از آن نیز در مدل سازی‌های مختلف گسترش یافته است [14-18]. کنگ و حسن [19] نیز در مقاله خود به بیان و مدل سازی مناسبی برای روش مرز غوطه‌ور-شبکه بولتزمن برای یک استوانه صلب در جریان نیوتونی پرداخته‌اند. ژو و فن [20] نیز در همین زمینه تحقیقاتی حول حضور اجسام صلب در جریان انجام. فاویر و همکاران [21] در زمینه مدل سازی حضور جسم جامد انعطاف پذیر در جریان سیال با روش مرز غوطه‌ور-شبکه بولتزمن تحقیقاتی انجام داده‌اند. همچنین در این زمینه می‌توان به تحقیقات انجام شده روی رفتار گلبول‌های قرمز در جریان برشی اشاره نمود [22، 23]. در این تحقیقات

³ Filament

⁴ Shedding

¹ Sharp

² Diffuse

۴. چگالی رشته (ρ_s)
۵. چگالی سیال (ρ_f)
۶. ضخامت رشته (H)
۷. طول رشته (L)
۸. قطر استوانه (D)
۹. سرعت یکنواخت ورودی به کانال (V)
۱۰. زمان (t)
۱۱. مولفه افقی مکان (x)
۱۲. مولفه عمودی مکان (y)

طول و سرعت مرجع در این تحقیق به ترتیب L و V بوده و پارامترها به صورت زیر بی‌بعد می‌شوند:

$$S = \frac{\rho_s H}{\rho_f L}$$

$$E^* = \frac{EH}{\rho_f V^2 L} \quad (1)$$

$$E_b^* = \frac{E_b}{\rho_f V^2 L^3}$$

$$Re = \frac{VL}{\nu} \quad (2)$$

ν لزجت سینماتیکی سیال است. ضرایب ψ و ψ_a نیز به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$CD = \frac{F_x}{\frac{1}{2} \rho_f V^2 L}$$

$$CL = \frac{F_y}{\frac{1}{2} \rho_f V^2 L} \quad (3)$$

که در این فرمول‌ها CD و CL به ترتیب ضرایب ψ و ψ_a هستند. F_x و F_y نیروی وارد بر جسم از طرف سیال در جهت x و y است.

۲-۲- روش حل

در روش مرز غوطه‌ور چنانکه به طور خلاصه در مقدمه بیان شده است، اثر حضور جسم جامد در جریان سیال با استفاده از بخش چگالی نیرو، وارد معادلات جریان می‌شود و در هندسه و شبکه بندی فضای حل قرار داده نمی‌شود. لذا در این روش حل دو ناحیه محاسباتی کاملاً جدا از هم به وجود آمده که تنها از طریق یک مرز مشترک با هم در ارتباط هستند. به خاطر سادگی روش حل جریان شبکه بولتزمن و پیاده سازی راحت‌تر مفهوم مرز غوطه‌ور، ناحیه محاسباتی سیال (ناحیه اویلری) به روش شبکه بولتزمن حل خواهد شد. فاز جامد مسئله همان رشته الاستیک می‌باشد که از تغییرات جریان اثر می‌پذیرد لذا مرتباً اثر مکان مرز رشته در معادلات حل باید به روز رسانی شود. نیروی حاصل از جریان سیال روی رشته، از طریق مرز مشترک (مرز غوطه‌ور در سیال) وارد فضای حل جامد (ناحیه لاگرانژی) خواهد شد و تغییر شکل حاصل از این نیروها در جسم جامد، دوباره در قالب عکس‌العمل این نیرو، مختصات و سرعت جدید مرز مشترک جامد و سیال (مرز غوطه‌ور)، در معادلات حل جریان به روز خواهد شد.

مدل سازی جسم الاستیک استفاده از مدل شبکه فنر است که در آن جسم جامد الاستیک به صورت شبکه‌ای از المان‌ها، متشکل از اتصال منظم فنرها بدست آمده است. مونت و اندرسون [۳۳] و بوکستون و همکاران [۳۴] در زمینه اثر چینش فنرها بر مدل سازی پارامترهای مهم یک جسم الاستیک همچون مدول الاستیسیته و عدد پوآسون پیشنهاداتی داشته‌اند. بوکستون [۳۵] با ترکیب روش شبکه بولتزمن با روش شبکه‌ی فنر، تقابل سیال با پوسته الاستیک را مدل کرده است. دوین و همکاران [۳۶] نیز در زمینه پوسته‌های الاستیک متشکل از المان‌های فنری تحقیقاتی انجام داده‌اند. در روند مدل سازی جسم الاستیک با شبکه فنر، المان‌های فنر با گره‌های جرمی متمرکز به یکدیگر متصل شده اند که هر جرم با چند گره جرمی دیگر در همسایگی خود از طریق المان‌های فنری در ارتباط هستند. برای بررسی تغییرات شکل این شبکه فنر باید برابری نیروها روی همه‌ی این گره‌های جرمی برقرار و سرعت و مکان جدید آنها پیدا شود. با گسسته‌سازی معادلات مکان و سرعت برای هر گره جرمی، می‌توان این معادلات را به دو صورت ضمنی و یا صریح حل نمود. جینگشو و آیدون [۳۷] روی مدل سازی جسم سه‌بعدی الاستیک معلق در جریان سیال، با استفاده از روش شبکه بولتزمن بر پایه مرز غوطه‌ور، مدلی برای حل ضمنی تغییر شکل و حرکت این جسم بیان کرده‌اند.

در تحقیق حاضر به مدل سازی دو بعدی یک رشته‌ی الاستیک به روش شبکه فنر و اثرات آن بر ضریب ψ یک استوانه صلب ثابت در یک جریان دو بعدی سیال تراکم‌ناپذیر داخل کانال پرداخته می‌شود که به روش شبکه بولتزمن-مرز غوطه‌ور با اعمال نیروی مستقیم و الگوریتم واسط پخشی تنظیم شده است. اثرات متقابل رشته و استوانه، به خصوص اثر محل قرارگیری رشته، پشت استوانه بر کاهش ψ استوانه بررسی می‌شود. نوآوری تحقیق اولاً در استفاده از مدل شبکه جرم و فنر برای بدست آوردن تغییر شکل رشته‌ی الاستیک است و دوم بحث دقیق‌تر روی اثر محل قرار گرفتن رشته‌ی الاستیک پشت استوانه، بر کاهش ψ استوانه است.

۲- شرح مسئله

۲-۱- پارامترهای مهم

مسئله‌ای که در این مقاله با آن روبرو هستیم بررسی اثر حضور یک رشته الاستیک بر ضریب ψ یک استوانه دو بعدی صلب در یک جریان تراکم‌ناپذیر است. فضای جریان عبوری از روی استوانه، بی‌نهایت فرض می‌شود و دارای سرعت یکنواخت افقی، پیش از برخورد با استوانه است. روی استوانه و محیط رشته شرط مرزی عدم لغزش سیال روی جسم جامد فرض شده است. به این علت که جریان سیال به روش شبکه بولتزمن حل شده و در آن ابعاد و پارامترها در واحد شبکه بولتزمن هستند، لذا باید ابعاد، پارامتر زمان و مشخصه‌های رشته نیز در واحد شبکه بولتزمن حل شود و برای مقایسه با تحقیقات دیگر می‌توان از بی-بعد سازی پارامترها استفاده نمود.

مشخصه‌های فیزیکی مسئله به شرح زیر هستند:

۱. مدول الاستیسیته (E)
۲. ممان اینرسی رشته (I)
۳. مدول صلبیت خمشی ($EI = E_b$)

۳- روش های عددی حل مسئله

۳-۱- روش مرز غوطه ور- شبکه بولتزمن با اعمال نیروی

در دو نیم گام زمانی و رویه اعمال نیروی مستقیم

۳-۱-۱- روش اعمال نیرو در دو نیم گام زمانی در حل

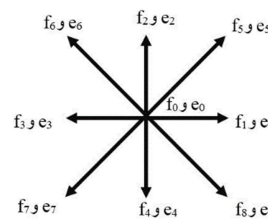
شبکه بولتزمن

چنانکه پیش از این بیان شد در روش حل مرز غوطه ور دو فاز جامد و سیال در دو فضای حل جداگانه به ترتیب اویلری و لاگرانژی حل می شوند و از طریق مرز مشترک به هم مربوط می شوند. نیروی مرز غوطه ور از روش اعمال نیروی مستقیم وارد معادلات شده است که از رویه اعمال نیروی نیمه 1 پیروی می کند. معادله ساختاری حاکم بر سینماتیک سیال در روش شبکه بولتزمن به صورت زیر گسسته و بیان می شود. این رابطه بر پایه مدل بهاتناگر و همکاران [۳۸] بیان شده است.

$$f_{\alpha}(\vec{x} + \vec{e}_{\alpha}\Delta t, t + \Delta t) = f_{\alpha}(x, t) - \frac{1}{\tau} [f_{\alpha}(\vec{x}, t) - f_{\alpha}^{(eq)}(\vec{x}, t)] + F_{\alpha}(\vec{x}, t)\Delta t \quad (4)$$

که در آن \vec{x} و t به ترتیب بعد مکان و زمان حل هستند. تابع توزیع ذرات است. و \vec{e}_{α} بردار سرعت ذره در مکان \vec{x} و زمان t می باشد. مسئله مورد بررسی در این تحقیق یک حل دو بعدی بوده و مدل دو بعدی با نه جهت سرعت $D2Q9$ برای حل شبکه بولتزمن در نظر گرفته شده است. برای توزیع چگالی در جهات مختلف e_{α} از تابع توزیع چگالی $f_{\alpha}(x, t)$ استفاده می شود. $F_{\alpha}(\vec{x}, t)$ نیروی خارجی وارده به جریان سیال است که با توجه به ماهیت حل نیاز است در جهات مختلف سرعت، توزیع شود. چنانکه گفته شد اثرات مرز غوطه ور به صورت یک جمله ای حاوی اثرات نیرو وارد معادلات حل جریان می شود که $F_{\alpha}(\vec{x}, t)$ می تواند به عنوان نیروی عکس العمل وارده به جریان از طرف مرز غوطه ور باشد. $f_{\alpha}^{(eq)}(\vec{x}, t)$ با عنوان تابع توزیع تعادلی در جهات مختلف شناخته می شود که τ زمان آسایش بی بعد مورد نیاز برای رسیدن به این توزیع تعادلی است. در روش حل جریان شبکه بولتزمن با نه جهت سرعت، چنانکه در [۱۹] و [۳۹-۴۱] بیان شده است بردار های سرعت از بردار صفر تا بردار سرعت ۸ نام گذاری و به صورت زیر معرفی می شوند.

$$\vec{e}_{\alpha} = c \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$



شکل ۲- طرح تابع توزیع و جهات مختلف سرعت ذرات

این مجموعه بردارها توزیع ذره در شکل ۲ مشخص شده است. در واقع اندازه \vec{e}_1 به گونه ای تنظیم می شود که مطمئناً در یک گام زمانی

1 Split forcing

ذره از مکان فعلی خود به یکی از موقعیت های هشت گانه در همسایگی خود برسد و یا در مکان فعلی خود باقی بماند. $C = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ با عنوان سرعت شبکه معرفی می شود که در آن Δx اندازه گام مکان و Δt گام زمانی شبکه می باشد. تابع توزیع تعادلی نیز به صورت زیر بیان می شود:

$$f_{\alpha}^{(eq)} = \omega_{\alpha} \rho_f \left[1 + \frac{3}{c^2} (\vec{e}_{\alpha} \cdot \vec{u}) + \frac{9}{2c^4} (\vec{e}_{\alpha} \cdot \vec{u})^2 - \frac{3}{2c^2} \vec{u}^2 \right] \quad (5)$$

که در این رابطه ω_i وزن توزیع تابع توزیع تعادلی در جهات مختلف است. و مقادیر آنها به صورت $\omega_0 = 4/9$ و $\omega_{\alpha} = 1/9$ برای $\alpha = 1 - 4$ و $\omega_{\alpha} = 1/36$ برای $\alpha = 1 - 4$ سیال و ρ_f چگالی سیال می باشد. اگر فرض کنیم نیروی عکس العمل وارده از طرف مرز به ذره مورد نظر در سیال $\vec{F}(\vec{x}, t)$ باشد آنگاه توزیع این نیرو در جهات مختلف برای ذره مورد نظر به صورت زیر بدست خواهد آمد:

$$F_{\alpha}(\vec{x}, t) = \left(1 - \frac{1}{2\tau}\right) \omega_{\alpha} \left[3 \frac{\vec{e}_{\alpha} \cdot \vec{u}(\vec{x}, t)}{c^2} + 9 \frac{\vec{e}_{\alpha} \cdot \vec{u}(\vec{x}, t)}{c^4} \vec{e}_{\alpha} \right] \cdot \vec{F}(\vec{x}, t) \Delta t \quad (6)$$

با توجه به عدد رینولدز تعریف شده در معادله (۴) در روش حل شبکه بولتزمن زمان آسایش بی بعد τ به صورت زیر با ویسکوزیته سینماتیکی ارتباط خواهد داشت:

$$\nu = (\tau - 0.5) C_s^2 \Delta t \quad (7)$$

در این رابطه C_s سرعت صوت در جریان سیال است که به صورت $C_s = \Delta x / \sqrt{3} \Delta t$ بیان می شود. پس به این ترتیب با تعریف یک عدد رینولدز برای جریان، با توجه به سرعت و طول مرجع می توان به ویسکوزیته سینماتیکی و در نهایت زمان بی بعد آسایش مورد نیاز برای حل شبکه بولتزمن دست یافت.

چگالی سیال، چگالی مومنتوم و فشار سیال نیز با توجه به تابع توزیع چگالی به صورت زیر بدست خواهد آمد.

$$\rho_f = \sum_{\alpha} f_{\alpha} = \sum_i f_{\alpha}^{(eq)} \quad (8)$$

$$\rho_f \vec{u} = \sum_{\alpha} \vec{e}_{\alpha} f_{\alpha} + \frac{\Delta t}{2} \vec{F} \quad (9)$$

$$P = \rho_f C_s^2 \quad (10)$$

زمانی که ذره ای در یک گام زمانی از نقطه ای به نقطه دیگر حرکت می کند، نیرو در دو نیم گام زمانی به ذره وارد می آید که این فرآیند طی چهار مرحله پیشنهادی [۴۲] انجام می شود:

گام اول: اعمال نیرو اولیه در نیم گام زمانی اول

$$\rho_f(\vec{x}, t) \vec{u}(\vec{x}, t) = \sum_{\alpha} \vec{e}_{\alpha} f_{\alpha}(\vec{x}, t) + \frac{\Delta t}{2} \vec{F}(\vec{x}, t) \quad (11)$$

گام دوم: برخورد

$$f'_{\alpha}(\vec{x}, t) = f_{\alpha}(\vec{x}, t) - \frac{1}{\tau} [f_{\alpha}(\vec{x}, t) - f_{\alpha}^{(eq)}(\vec{x}, t)] \quad (12)$$

گام سوم: اعمال نیرو دوم

$$f_{\alpha}(\vec{x}, t) = f'_{\alpha}(\vec{x}, t) + \Delta t \vec{F}_{\alpha}(\vec{x}, t) \quad (13)$$

گام چهارم: جاری شدن

$$f_{\alpha}(\vec{x} + \vec{e}_{\alpha} \Delta t, t + \Delta t) = f_{\alpha}(\vec{x}, t) \quad (14)$$

این روش اعمال نیرو کمک می کند، تا در هر گام زمانی علاوه بر نیروی کنونی از نیروی به روز رسانی شده نیز استفاده شود.

$$U_{y,b}^{nof} = \sum_{ij} u_{y,ij}^{nof} D(y_{ij} - y_b) h^2$$

زیروند \vec{i} و \vec{j} به ترتیب نشان دهنده ستون \vec{a} و \vec{b} در شبکه نقاط حل لیتیس-بولتزمن است و زیروندهای x و y نیز به ترتیب نشان دهنده مولفه‌ی در جهت افقی و عمودی پارامتر مورد نظر در فضای حل جریان است. زیروند b نشان دهنده‌ی نقطه‌ی b ام روی مرز غوطه‌ور است که سرعت بدون اعمال نیروی سیال (\vec{U}^{nof}) در مجاورت آن حساب خواهد شد. در نهایت با قرار دادن سرعت بدست آمده از معادله (۱۸)، در معادله (۱۵)، نیروی مرز مورد نیاز برای حل بدست خواهد آمد. گفتنی است که این نیرو، نیروی است که از طرف مرز جامد درون سیال که البته همان مرز غوطه‌ور است بر معادلات شبکه بولتزمن سیال اعمال می‌شود. نیروی عکس‌العملی که از طرف سیال به جسم جامد اعمال می‌شود، همین نیرو با علامت مخالف خواهد بود. \vec{U}^{nof} سرعت هر کدام از نقاط سیال نزدیک مرز بدون اعمال نیروی مرز بر معادلات شبکه بولتزمن جریان است که به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\vec{u}^{nof} = \frac{\sum \vec{e}_\alpha f_\alpha}{\rho_f} \quad (19)$$

پس از بدست آمدن نیروی اعمالی به جریان سیال روی نقاط مرز غوطه‌ور، نیاز است تا این نیرو بر روی نقاط سیال اعمال شود چراکه نقاط سیال بر نقاط مرز منطبق نیستند. از این جهت این رویه برقراری ارتباط بین مرز غوطه‌ور و فضای حل شبکه بولتزمن، پخشی نام گرفته است که، نیروی محاسبه شده روی هر نقطه مرزی (لاگرانژی)، بین نقاط سیال (اولبری) در همسایگی نقطه مرزی توزیع می‌شود. برای این توزیع نیز، نیاز به یک تابع وزنی مناسب برای پخش متناسب این نیرو است. بار دیگر می‌توان از معادلات (۱۶) و (۱۸) یاری جست.

$$F_{x,ij} = \sum_b F_{x,b} D(x_{ij} - x_b) \Delta S_b$$

$$F_{y,ij} = \sum_b F_{y,b} D(y_{ij} - y_b) \Delta S_b \quad (20)$$

$$\vec{F}_{ij} = \begin{bmatrix} F_{x,ij} \\ F_{y,ij} \end{bmatrix}$$

که در این رابطه $F_{y,ij}$ و $F_{x,ij}$ مولفه افقی و عمودی نیروی اعمالی به نقطه‌ی روی ستون \vec{a} و \vec{b} و سطر \vec{a} و \vec{b} همچنین $F_{y,b}$ و $F_{x,b}$ مولفه افقی و عمودی نیروی بدست آمده روی نقطه‌ی b ام مرز غوطه‌ور است. ΔS_b سهمی از مرز غوطه‌ور بوده که بین نقطه $1 + b$ ام و $1 - b$ ام قرار دارد. و نهایتاً \vec{F}_{ij} که بردار نیروی وارد شونده به نقطه مورد نظر از سیال است بدست می‌آید و نهایتاً با توجه به اینکه $\vec{F}(\vec{x}, t) = \vec{F}_{ij}$ در معادله (۶) قرار خواهد گرفت.

زو و هی [۴۴] در تحقیق خود به بررسی نحوه اعمال شرایط مرزی مختلف در روش شبکه بولتزمن پرداخته‌اند که در این تحقیق نیز به شرایط مرز ایشان استناد شده و استفاده می‌شود. شرایط مرزی تحقیق حاضر به گونه است که هدف، ایجاد یک فضای حل بی‌نهایت است. برای این منظور از هندسه‌ی یک کانال مستطیلی استفاده شده است که دیوار بالا و پایین آن شرط لغزش سیال دارند. برای اطمینان از بی‌نهایت شدن فضای حل باید عرض و طول کانال به اندازه‌ی کافی بزرگ انتخاب شود که در ادامه بیان خواهد شد.

۲-۱-۳- روش اعمال نیروی مستقیم

متغیر $\vec{F}(\vec{x}, t)$ نماینده نیروهای عکس‌العمل وارده از طرف مرز غوطه‌ور به معادلات جریان سیال است که در حل حاضر به روش اعمال نیروی مستقیم از روی نقاط مرز بدست آمده و عکس‌العمل آن بر روی نقاط شبکه سیال در حوالی آن نقطه از مرز غوطه‌ور پخش می‌شود. فرض اساسی در این روش اعمال نیرو، آن است که سرعت سیال نواحی نقاط مرز غوطه‌ور باید از شرط عدم لغزش پیروی کند. یعنی سرعت نقطه‌ی از سیال که در حوالی مرز هستند برابر سرعت مرز باشد. با توجه به این مفهوم نیروی مابین مرز و سیال به صورت زیر قابل بیان خواهد بود [۱۹]:

$$\vec{F}(\vec{x}, t + \Delta t) = 2\rho_f(\vec{x}, t + \Delta t) \frac{\vec{U}^d - \vec{U}^{nof}(\vec{x}, t + \Delta t)}{\Delta t}, \quad (15)$$

گفتنی است که \vec{U}^d سرعتی است که انتظار می‌رود نقاط در همسایگی مرز داشته باشند و در واقع به علت پیروی از فرض عدم لغزش این سرعت همان سرعت مرز غوطه‌ور می‌باشد. اما \vec{U}^{nof} در واقع سرعت نقطه‌ی از سیال است که هم‌جوار مرز هستند و با این فرض بدست می‌آید که هنوز اثر نیروی مرز بر این سرعت اعمال نشده است.

۳-۱-۳- رویه‌ی ارتباط داخلی پخشی صریح

به این علت که در روش حل مرز غوطه‌ور دو ناحیه حل جدا از هم لاگرانژی (جسم الاستیک یا صلب) و اولبری (فضای حل جریان) وجود دارد که مستقیماً با هم در ارتباط نیستند، لذا نقاط مرز جسم جامد بر نقاط فضای حل سیال منطبق نیستند. پس لزومی ندارد که دقیقاً در مکانی که نقطه‌ی از مرز غوطه‌ور وجود دارد نقطه‌ی از شبکه بندی سیال نیز وجود داشته باشد، تا دقیقاً سرعت آن به عنوان سرعت مطلوب نقطه‌ی سیال (\vec{U}^d) در نظر گرفته شود. پس به یک میان‌بایی بین سرعت نقطه‌ی از سیال که در همسایگی نقطه مورد بررسی روی مرز هستند نیاز است. برای این منظور باید از یک عملگر میان‌یاب مناسب استفاده شود [۴۳].

$$D(\vec{r} - \vec{r}_b) = \frac{1}{h^2} d \left(\frac{x - x_b}{h} \right) d \left(\frac{y - y_b}{h} \right) \quad (16)$$

در این فرمول D تابع درون یاب مورد نظر است که مولفه‌های مکان هر نقطه از سیال در همسایگی مرز با \vec{r} نشان داده شده است و \vec{r}_b بردار مکان نقطه‌ی از مرز غوطه‌ور است که مورد مطالعه می‌باشد. D نشان می‌دهد که هر کدام از نقاط سیال که در نزدیکی مرز هستند چقدر از مرز اثر می‌پذیرند. این عمل برای تمام نقاط همسایگی نقطه‌ی مرزی انجام می‌شود. $h = \Delta x$ و تابع d ، اگر فرض کنیم $r_0 = x - x_b$ و $r_0 = y - y_b$ باشد، به صورت زیر بیان می‌شود:

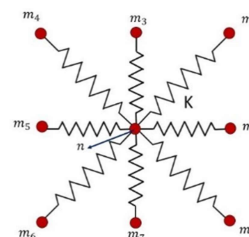
$$d(r_0) = \begin{cases} \frac{1}{8} (3 - 2|r_0| + \sqrt{1 + 4|r_0| - 4r_0^2}), & 0 \leq |r_0| < 1 \\ \frac{1}{8} (5 - 2|r_0| + \sqrt{-7 + 12|r_0| - 4r_0^2}), & 1 \leq |r_0| < 2 \\ 0, & |r_0| \geq 2. \end{cases} \quad (17)$$

ویژگی این تابع آن است که چهار نقطه از سیال در همسایگی نقطه مرزی، در بازه‌های این معادله صدق می‌کند. با استفاده از معادله (۱۷)، سرعت \vec{U}^{nof} سیال در مجاورت نقطه مرزی به صورت زیر بدست خواهد آمد:

$$U_{x,b}^{nof} = \sum_{ij} u_{x,ij}^{nof} D(x_{ij} - x_b) h^2 \quad (18)$$

۳-۳- روش شبکه جرم-فنر-دمپر

در حل جریان شبکه بولتزمن به روش مرز غوطه‌ور، برای شناسایی مرز برای معادلات جریان، نیاز به مختصات و سرعت نقاط جسم جامد (لاگرانژی) است. در وضعیتی که جسم جامد، متحرک یا تغییر شکل پذیر باشد، باید مکان و سرعت نقاط مرز غوطه‌ور طی روند حل جریان به روز رسانی شود. در تحقیق حاضر یک رشته افقی تغییر شکل پذیر یک سر گیردار در مسیر جریان قرار داده شده است. برای به روز رسانی سرعت و مکان رشته باید عکس‌العمل نیروی وارده به سیال، بر مرز رشته الاستیک اعمال شود و تغییر شکل بدست آید. چنانکه پیش از این ذکر شد، معادلات حل جریان شبکه بولتزمن و محاسبه نیرو، در هر گام زمانی به طور صریح حل می‌شوند، لذا معادلات سازه تغییر شکل‌پذیر نیز در هر گام زمانی، پس از اعمال نیروی مرزی بدست آمده، باید حل شوند. در تحقیق حاضر برای شبیه‌سازی جامد تغییر شکل پذیر الاستیک و ویسکوالاستیک خطی، از شبکه جرم-فنر-دمپر استفاده شده است. رفتار و تغییر شکل یک جسم جامد الاستیک خطی و تحت یک بار-گذاری در حوضه خطی، از قانون هوک تبعیت می‌کند. در این روش بدنه جسم الاستیک با یکسری فنر که به صورت منظمی به یکدیگر متصل شده‌اند شبیه‌سازی می‌شود که در محل اتصالشان گره‌های جرمی قرار داده شده است و مجموع جرم تمام این جرم‌های متمرکز برابر جرم کل جسم است. نحوه چینش شبکه جرم و فنر بر خواص فیزیکی این شبکه اثر گذار است. چینش این شبکه جرم و فنر باید به گونه‌ای باشد که بتوان عدد پواسون مدول الاستیسیته متناسب با جسم الاستیک را از آن استخراج کرد چنانچه مونت و اندرسون [۳۳] بیان نموده‌اند. شکل ۳ مدلی است که برای شبکه جرم و فنر الاستیک به کار گرفته شده که مدول الاستیسیته این شبکه فنر به صورتی که در ادامه بیان می‌شود، با ثابت فنر هر کدام از فنرهای شبکه رابطه دارد:



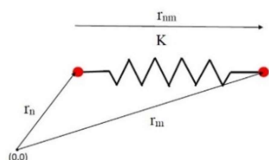
شکل ۳- نحوه اتصال فنرها بر یکی از جرم‌های متمرکز شبکه فنر

$$K_s = \frac{3E}{8} \quad (28)$$

که K_f سختی فنر های افقی و عمودی، و K_s سختی فنرهای ضربه‌ری است. E مدول الاستیسیته شبکه فنر است. این بدان معناست که اگر هدف مدل سازی دو بعدی جسمی الاستیک با مدول الاستیسیته E باشد، باید از یک شبکه بندی از فنر با الگوی مانند شکل ۳ استفاده شود که ضربه سختی فنرهای آن به صورت (۲۸) است. مطابق شکل ۳ هر جرم در تقابل مستقیم با هشت جرم متمرکز دیگر در همسایگی خود می‌باشد که از طریق فنری که بین آنها قرار دارد از هم اثر می‌پذیرند. معادله حاکم بر هر جرم متمرکز به صورت زیر است.

$$F^{Spring} + F^{External} = Ma \quad (29)$$

در این جا a شتاب جرم متمرکز M می‌باشد. F^{Spring} مجموع کل نیروهای وارده از طرف هشت همسایه جرمی جرم مرکزی و $F^{External}$ مجموع کل نیروهای خارجی وارد بر این جرم است. نیروی عکس‌العمل مرز غوطه‌ور مشمول این نیرو می‌باشد که البته این نیرو فقط بر نقاط مرزی جسم تغییر شکل پذیر وارد می‌آید. به نقاط داخلی می‌تواند نیروهایی چون وزن یا مغناطیسه و از این جمله، وارد آید. معادله نیروی حاکم بر جرم مرکزی در ارتباط با فقط یکی از هشت همسایه جرمی در معادله (۳۰) بیان شده است که منطبق بر شکل ۴ است.



شکل ۴- ارتباط جرم مرکزی با یکی از جرم‌های همسایگی

$$F_{x,n}^{Spring} = K(x_n - x_m) \left[\frac{r_{nm}^{eq}}{r_{nm}} - 1 \right] \quad (30)$$

در این معادله زیر نویس x بیان کننده مولفه بردار در جهت x بوده و m و n به ترتیب زیر نویس جرم متمرکز مرکزی و جرم متمرکز دلخواه در همسایگی جرم متمرکز n است. r_{nm} فاصله برداری دو جرم متمرکز و r_{nm}^{eq} طول آزاد فنر بین آنهاست. با تعمیم این نیرو به کل جرم‌های همسایگی، می‌توان معادله (۲۹) را به صورت زیر باز نویسی کرد:

$$\sum_{m=1}^8 K(x_n - x_m) \left[\frac{r_{nm}^{eq}}{r_{nm}} - 1 \right] + F_{n,x}^{External} = M_n a_{n,x} = M \ddot{x}_n \quad (31)$$

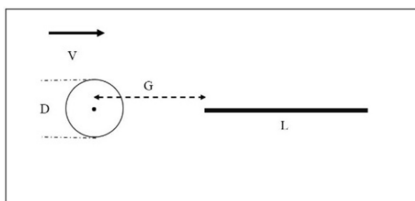
$$a_{n,x} = \ddot{x}_n = \frac{\Delta V_{n,x}}{\Delta t}$$

$$V_{n,x} = \frac{\Delta x_n}{\Delta t_s}$$

در این معادلات سرعت جرم مرکزی در راستای x و Δt_s گام زمانی در حل شبکه فنر است. \ddot{x}_n مشتق دوم مکان جرم مرکزی بر حسب زمان است. در تحقیق حاضر معادلات شبکه فنر به صورت صریح حل شده‌اند. تمام معادلات (۳۱) در راستای y نیز بیان شده و در نهایت مکان جدید نقاط جرمی شبکه به روز رسانی خواهد شد.

باید توجه داشت که نیروی $F_{n,x}^{External}$ ذکر شده در معادلات، هم زمان با حل جریان شبکه بولتزمن به روز می‌شود. البته لزومی ندارد که $\Delta t_s = \Delta t$ باشد چراکه باید متناسب با ابعاد، جرم و شرایط دیگر در حل، Δt_s انتخاب شود به گونه‌ای که پاسخ درستی از حل صریح حاصل آید. بعلاوه باید توجه داشت که در حل صریح تا جایی که حجم و زمان حل اجازه می‌دهد، Δt_s باید کوچک انتخاب شود. به علت غیر خطی بودن معادله (۳۱) پیشنهاد می‌شود که این معادله یا به صورت صریح و یا به روش ضمنی که در کار جینگشو و آیدون [۳۷] معرفی شده است حل شود.

دیگر بر ضریب پسی آن اثر نگذارد بررسی خواهد شد. یک نمای کلی از هندسه رشته پشت استوانه در شکل نشان داده شده است. نتایج به ازای مقادیر $Re = 100$ ، $E_b^* = 10$ و در دو مدول صلیبیت خمشی $0.0001 = E_b^*$ و همچنین $E_b^* = 0.001$ بدست آمده اند. از عوامل اثر گذار بر پایداری، دامنه و فرکانس نوسانات رشته و ضریب پسی استوانه، جرم واحد طول (S) و طول رشته است، چنانکه [۳۰، ۳۹] و [۳۷] نیز اشاره کرده اند. اثرات طول رشته در $S = 0.1$ و در دو نسبت طول رشته به قطر استوانه، $L/D = 2.5$ و $L/D = 4$ بررسی می شود. همچنین اثر جرم نیز در $L/D = 4$ و در دو نسبت جرم $S = 0.1$ و $S = 0.2$ بررسی خواهد شد.



شکل ۶- چینش رشته‌ی الاستیک نسبت به موقعیت مرکز استوانه

با قرار گرفتن رشته پشت استوانه و در گردابه ایجاد شده در این قسمت، دامنه و انحنای ایجاد شده در رشته نسبت به حالتی که به تنهایی در همان جریان قرار بگیرد بیشتر می شود و از آنجایی که بر خلاف قرار گرفتن رشته در جریان آزاد، عامل محرک در حرکت رشته الاستیک، گردابه و شدینگ ایجاد شده پشت استوانه است، لذا نوسان ایجاد شده در رشته نیز یک نوسان اجباری بوده که باید فرکانس این نوسانات با فرکانس شدینگ پشت استوانه یکی باشد [۵۰]. تحقیقات مشابهی نیز در رابطه با همین هندسه انجام شده که البته اثرات جرم را در کار خود دخالت نداده اند [۵۱].

ابتدا اثرات جرم رشته بر عدد استروهال استوانه (St) و رشته (St_f) و پسی استوانه CD بررسی می شود. در جدول ۲ در $L/D = 2.5$ و در دو نسبت جرم $S = 0.1$ و $S = 0.2$ میانگین ضریب پسی استوانه و رشته و همچنین عدد استروهال رشته و شدینگ پشت استوانه بیان شده است. این اطلاعات در $G = 2.5D$ و $E_b^* = 0.0001$ بدست آمده اند.

جدول ۲- ضریب پسی استوانه و عدد استروهال در $L/D = 2.5$ و

$Re = 100$ و $G = 2.5D$				
St_f	St	CD		
۱,۲۲	۱,۲	۱,۲۳۶۲	$S = 0.1$	
-	-	۱,۰۰۳	$S = 0.2$	

جرم عامل مهمی در پایداری رشته دارد. چنانکه [۲۹] اشاره کرده، سه رژیم نوسانی برای رشته با توجه به تغییرات نسبت جرم ممکن است پیش بیاید. عدم نوسان رشته^۲، نوسانات محدود^۳ (منظم) و نوسانات نامنظم^۴ که با توجه به نمودار نوسان عرضی انتهای رشته نشان داده شده

^۲ Fixed point stability

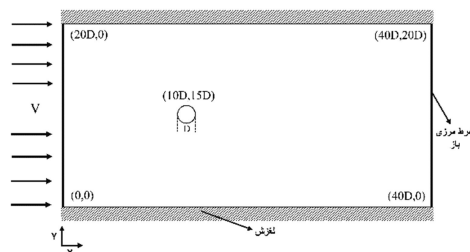
^۳ Limit cycle flapping

^۴ Chaotic flapping

۴- راستی آزمایشی و نتایج

۴-۱- جریان سیال روی استوانه بدون حضور رشته

قبل از بیان و بحث روی نتایج قرار دادن رشته، پشت استوانه نیاز است تا درستی مدل سازی حل جریان و روش مرز غوطه‌ور در این تحقیق مشخص شود. تیان و همکاران [۳۱] در تحقیق خود ضرایب پسا و برای یک استوانه تنها در جریانی با رینولدز ۱۰۰ را بدست آورده اند که هندسه آن در شکل ۵ مشاهده می شود. جهت راستی آزمایشی پیاده سازی روش مرز غوطه‌ور در شبکه بولتزمن، هندسه استوانه مدل شده در کار تیان و همکاران [۳۱] انتخاب شده است. Δx در شبکه بولتزمن همواره برابر یک خواهد بود. ضرایب پسا CD و برا CL استوانه در جداول به صورت میانگین گزارش داده شده اند. فرکانس شدینگ پشت استوانه با عدد بی عدد استروهال^۱ به صورت $St = fD/U$ تعریف می شود که f فرکانس شدینگ بوده و D قطر استوانه است. نتایج مدل سازی جریان روی استوانه در جدول ۱ در قیاس با نتایج تحقیقات پیشین بیان شده است که به خوبی همخوانی دارند.



شکل ۵- هندسه حل جریان حول استوانه تنها

جدول ۱- ضریب پسا و عدد استروهال شدینگ پشت استوانه در کار حاضر و دیگر تحقیقات در $Re = 100$

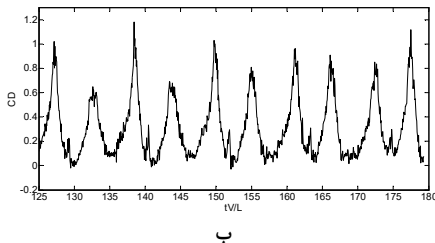
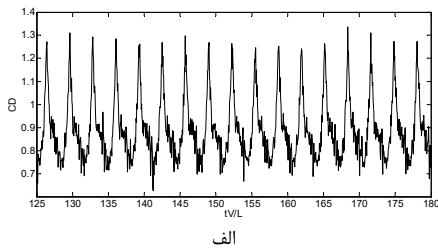
St	CD	
۰,۱۶۶	۱,۴۳	فانگ و همکاران [۳۱]
۰,۱۶۹	۱,۳۹	گاو و همکاران [۴۵]
۰,۱۶۰	۱,۳۹	لیما و همکاران [۴۶]
۰,۱۷۱	۱,۴۲	زو و وانگ [۴۷]
۰,۱۶۵	۱,۴۳	تحقیق حاضر

۴-۲- رشته در گردابه پشت استوانه

هدف اصلی این تحقیق بررسی اثرات قرار دادن یک رشته الاستیک مدل شده با شبکه فنر، بر کاهش ضریب پسی یک استوانه‌ی صلب است. پیش از این تحقیقات دیگری نیز روی اثرات متقابل یک استوانه صلب و ساز و برگ های انعطاف پذیر انجام شده است [۴۸، ۴۹] که این گونه تحقیقات اولاً یک مدل سازی ساده از شکل یک آبرزی است و ثانیاً درک بهتری از جریان هیدرودینامیک عبوری از روی آبرزیان بدست می دهد. مطابق شکل ۶ چینش مدل به این گونه است که یک رشته الاستیک به صورت طولی پشت استوانه‌ای صلب در جهت جریان قرار داده می شود و راستای رشته از مرکز استوانه می گذرد. اثرات محل قرار گیری رشته پشت استوانه از وضعیتی که رشته بر محیط استوانه صلب چسبیده باشد تا وضعیتی که به قدری از استوانه دور شده باشد که رشته

^۱ Strouhal

که در حالی که رشته در جریان آزادی از سیال قرار دارد نمودار نوسانی منظم تری نسبت به حالت پشت استوانه دارد. این موضوع ناشی از گردابه و به خصوص شدینگ ایجاد شده پشت استوانه است.



شکل ۹- نمودار پستی رشته در $S = 0.1$ و الف- در جریان آزاد، ب- در وضعیت پشت استوانه، که هر دو در $L/D = 2.5, G = 2.5D$ و $Re = 100$ و $E_b^* = 0.0001$ هستند

جهت بررسی اثر طول رشته بر پستی متوسط استوانه و عدد استروهل رشته، تست بیان شده در دو نسبت طول $L/D = 2.5$ و $L/D = 4$ در $S = 0.1$ و $E_b^* = 0.0001$ در جدول ۳ آورده شده است.

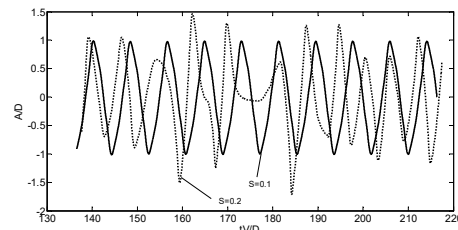
جدول ۳- عدد استروهل رشته و پستی استوانه در $S = 0.1$ و $Re = 100$ و $G = 1.5D$ و $E_b^* = 0.001$

St_f	CD	
۰,۱۴۱۶	۱,۳۶۲۲	$L/D = 2.5$
۰,۱۴۲۴	۱,۲۳۱	$L/D = 4$

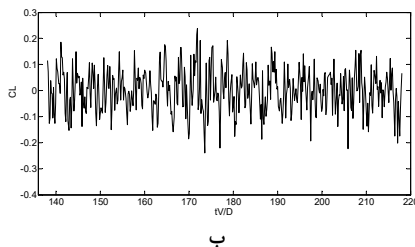
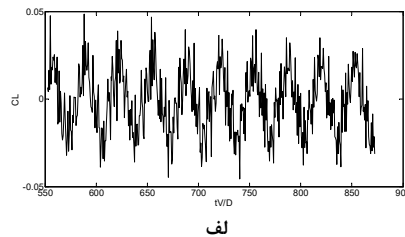
این نتایج نشان می‌دهد که افزایش طول، اثر خاصی روی فرکانس نوسانات رشته ندارد اما ضریب پستی استوانه را ۹,۶ درصد کاهش می‌دهد. در ضمن افزایش طول رشته ضخامت آن ثابت فرض می‌شود. همین عامل به افزایش مقامت سازه در برابر گردابه پشت استوانه کمک می‌کند. اما همان طور که پیش از این بیان شد فرکانس رشته پشت استوانه، بیشتر تحت تاثیر گردابه‌ی رشته قرار دارد پس با افزایش یا کاهش طول رشته، فرکانس نوسانات تغییر چشم گیری نباید داشته باشد مگر آنکه این طول به قدری زیاد شود که قسمتی از رشته، از حیطه‌ی اثر گردابه پشت استوانه خارج شود.

مسئله مهم و اصلی در این تحقیق بررسی اثر قرار گرفتن رشته پشت استوانه بر کاهش ضریب پستی آن است. برای این منظور در حالت $L/D = 4, S = 0.1$ و $E_b^* = 0.0001$ مقدار G از $D/2$ تا $5D$ تغییر داده شده و تغییرات ضریب پستی استوانه در قالب نموداری در شکل ۱۰ نشان داده می‌شود.

در شکل ۷، در $S = 0.1$ این رشته در رژیم منظم نوسان می‌کند اما به ازای $S = 0.2$ این رشته پشت استوانه از این رژیم خارج شده وارد نوسانات نامنظم خواهد شد. و نمی‌توان عدد واحدی را برای استروهل این نمودار گزارش کرد. A دامنه نوسان است. همچنین این نامنظمی، بر فرکانس شدینگ پشت استوانه هم اثر خواهد گذاشت. معیار بررسی فرکانس شدینگ پشت استوانه، فرکانس نوسانات ضریب برای استوانه است. نمودار ضریب برای این دو نسبت جرم در شکل ۸ نمایش داده شده است. این شکل نشان می‌دهد که افزایش جرم باعث شده رشته-ی الاستیک نوسانات نامنظمی داشته و فرکانس مشخصی نداشته باشد، همین نامنظمی به شدینگ پشت استوانه نیز القا شده است. به طوری که در حالت $S = 0.2$ دیگر نمی‌توان فرکانس شدینگ را تشخیص داد.

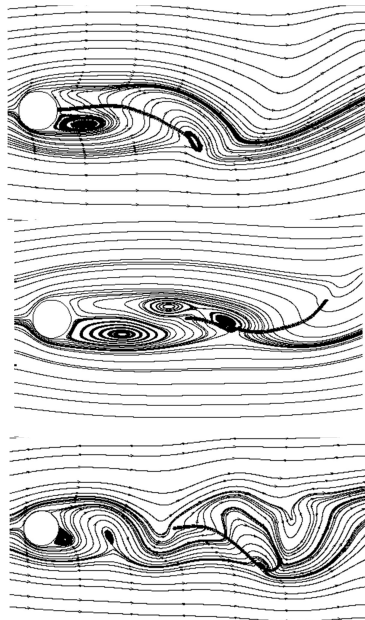


شکل ۷- نمودار نوسانات انتهای رشته در $S = 0.1$ و $S = 0.2$ ، $Re = 100$ و $E_b^* = 0.0001$ و $L/D = 2.5, G = 2.5D$.



شکل ۸- الف نمودار نوسانات CL استوانه برای $S = 0.1$ و ب برای $S = 0.2$ که هر دو در $L/D = 2.5, G = 2.5D$ و $E_b^* = 0.001$ و $Re = 100$ هستند

با توجه به جدول ۲ افزایش نسبت جرم باعث کاهش ضریب پستی استوانه تا حدود ۱۸ درصد می‌شود. در شکل ۹ نمودار تغییرات ضریب پستی رشته در وضعیت پشت استوانه و همچنین در شرایطی که آزادانه در جریان قرار داشته باشد در $S = 0.1$ نمایش داده شده است. طبق این دو نمودار، قرار گرفتن رشته پشت استوانه، کاهش محسوسی در ضریب پستی رشته ایجاد خواهد کرد (۶۶ درصد). این مسئله می‌تواند ناشی از این باشد که دیگر در تقابل مستقیم با مومنتوم جریان اصلی قرار ندارد و سیال پس از برخورد با استوانه، رشته را می‌بیند. این کاهش در ضریب پستی رشته در [۳۷] نیز ذکر شده است. بعلاوه مشاهده می‌شود

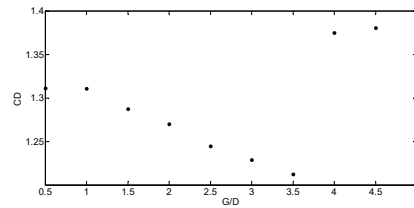


شکل ۱۱- نمای گردابه پشت استوانه در حضور رشته در $S = 0.1$ ، $Re = 100$ و $E_b^* = 0.0001$ و $L/D = 4$

نتایج نشان می‌دهد که با افزایش جرم الگوی نوسان انتهایی رشته می‌تواند نامنظم شود و باعث افزایش دامنه نوسان انتهایی رشته و حتی کاهش ۱۸ درصدی ضریب پسای استوانه گردد. افزایش طول رشته نیز باعث کاهش ضریب پسا تا حدود ۹ درصد شده است. در نهایت با بررسی اثر فاصله رشته بر ضریب پسای استوانه این آشکار می‌شود که با فاصله گرفتن رشته از استوانه، شاهد یک کاهش ضریب پسا تا یک حد کمینه (در حدود $G = 2.5D$) خواهیم بود و پس از آن با کاهش اثر رشته و استوانه بر همدیگر، ضریب پسای استوانه به مقدار اصلی خود در وضعیت بدون رشته می‌رسد.

۵- مراجع

- [1] Schuster B. S., Suk J. S., Woodworth G. F., and Hanes J., Nanoparticle diffusion in respiratory mucus from humans without lung disease, *Biomaterials*, Vol. 34, pp. 3439-46, 2013.
- [2] Svitkina T. M. and Borisy G. G., Arp2/3 complex and actin depolymerizing factor/cofilin in dendritic organization and treadmill of actin filament array in lamellipodia, *The Journal of cell biology*, Vol. 145, pp. 1009-26, 1999.
- [3] Talbot P., DiCarantonio G., Zao P., Penkala J., and Haimo L., Motile cells lacking hyaluronidase can penetrate the hamster oocyte cumulus complex, *Developmental biology*, Vol. 108, pp. 387-98, 1985.
- [4] Wassarman P. M., Contribution of mouse egg zona pellucida glycoproteins to gamete recognition during fertilization, *Journal of cellular physiology*, Vol. 204, pp. 388-91, 2005.
- [5] Mittal R. and Iaccarino G., Immersed boundary methods, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 37, pp. 239-61, 2005.
- [6] Peskin C. S., Flow patterns around heart valves: a numerical method, *Journal of computational physics*, Vol. 10, pp. 252-71, 1972.
- [7] Peskin C. S., Numerical analysis of blood flow in the heart, *Journal of computational physics*, Vol. 25, pp. 220-52, 1977.
- [8] Lai M.-C. and Peskin C. S., An immersed boundary method with formal second-order accuracy and reduced numerical viscosity, *Journal of computational physics*, Vol. 160, pp. 705-19, 2000.



شکل ۱۰- نمودار تغییرات ضریب پسای استوانه با فاصله گرفتن لبه‌ی حمله رشته از استوانه در $L/D = 4$ و $S = 0.1$ و $E_b^* = 0.0001$ و $Re = 100$

با دقت به این موضوع که ضریب پسای استوانه تنها، ۱،۴۳ می‌باشد، این نمودار نشان می‌دهد که با قرار دادن رشته پشت استوانه و چسبیده به آن ۸ درصد پسا را کاهش می‌یابد. با افزایش G/D تا ۳،۵ یک روند کاهشی برای پسای استوانه مشاهده می‌شود تا حدی که ضریب پسا در وضعیت $G/D = 3.5$ به کمینه مقدار ۱۵ درصد خواهد رسید. پس از آن به علت کاهش اثر گردابه روی رشته و متقابلاً کمتر شدن اثر نوسان رشته روی شکل و قدرت گردابه‌ی پشت استوانه، دوباره ضریب پسا شروع به افزایش می‌کند. با دقت به شکل ۱۱-الف مشاهده می‌شود که پشت استوانه تنها یک گردابه تشکیل شده است و البته لبه حمله رشته نمی‌تواند در فضای گردابه اختلال ایجاد کند. اما در شکل ۱۱-ب که فاصله رشته از استوانه $G = 3.5D$ می‌باشد، سه گردابه به وجود آمده که در کاهش هرچه بیشتر فشار پشت استوانه اثر گذار است. به نظر می‌رسد که رشته با جدا شدن از استوانه ضمن اختلال در گردابه، فضای گردابی را به دنبال خود کشیده‌تر نموده و این وضعیت کمینه پسا استوانه است. اما در شکل ۱۱-ج مشاهده می‌شود که رشته از فضای گردابی جدا شده است و کشیدگی به وجود آمده در شکل ۱۱-ب مشاهده نمی‌شود. با دور شدن رشته از استوانه اثر آن بر استوانه نیز کاهش خواهد یافت و الگوی گردابه مشابه وضعیتی است که استوانه تنها باشد. مطابق نمودار شکل ۱۰ با فاصله گرفتن رشته از استوانه $G > 3.5D$ پسا، به مقدار خود در حالت استوانه تنها نزدیک‌تر می‌شود که امری طبیعی است.

۵- نتیجه‌گیری

تقابل یک استوانه صلب ثابت در حضور یک رشته الاستیک پشت آن با یک جریان سیال تراکم ناپذیر یکنواخت از روی آن، به روش مرز غوطه‌ور، با روش حل جریان شبکه بولتزمن مدل سازی شد. در این روش دو ناحیه حل جدا از هم، یکی برای جسم الاستیک (ناحیه لاگرانژی) و دیگری جریان سیال (ناحیه اویلری) بیان و جسم الاستیک به کمک روش شبکه فنر پیاده‌سازی شد که این دو ناحیه با یک الگوریتم ارتباط داخلی از هم اثر می‌پذیرفتند. قرار دادن یک رشته الاستیک پشت استوانه باعث ایجاد تغییراتی در الگوی گردابه جریان پشت استوانه می‌شود که می‌تواند ضریب پسای استوانه را تغییر دهد. رشته که به صورت افقی با لبه حمله گیردار پشت استوانه قرار داده شده، تحت اثر شدینگ گردابه پشت استوانه، هم‌فرکانس با فرکانس شدینگ شروع به نوسان می‌کند

- hydrodynamic interaction of elastic filaments, *Journal of computational physics*, Vol. 230, pp. 7266-83, 2011.
- [32] Yu Z., A DLM/FD method for fluid/flexible-body interactions, *Journal of computational physics*, Vol. 207, pp. 1-27, 2005.
- [33] Monette L. and Anderson M., Elastic and fracture properties of the two-dimensional triangular and square lattices, *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, Vol. 2, pp. 53, 1994.
- [34] Buxton G. A., Care C. M., and Cleaver D. J., A lattice spring model of heterogeneous materials with plasticity, *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, Vol. 9, pp. 485, 2001.
- [35] Buxton G. A., Verberg R., Jasnow D., and Balazs A. C., Newtonian fluid meets an elastic solid: coupling lattice Boltzmann and lattice-spring models, *Physical Review E*, Vol. 71, pp. 056707, 2005.
- [36] Dupin M. M., Halliday I., Care C. M., Alboul L., and Munn L. L., Modeling the flow of dense suspensions of deformable particles in three dimensions, *Physical Review E*, Vol. 75, pp. 066707, 2007.
- [37] Wu J. and Aidun C. K., Simulating 3D deformable particle suspensions using lattice Boltzmann method with discrete external boundary force, *International journal for numerical methods in fluids*, Vol. 62, pp. 765-83, 2010.
- [38] Bhatnagar P. L., Gross E. P., and Krook M., A model for collision processes in gases. I. Small amplitude processes in charged and neutral one-component systems, *Physical review*, Vol. 94, pp. 511, 1954.
- [39] Delouei A. A., Nazari M., Kayhani M., and Succi S., Non-Newtonian unconfined flow and heat transfer over a heated cylinder using the direct-forcing immersed boundary-thermal lattice Boltzmann method, *Physical Review E*, Vol. 89, pp. 053312, 2014.
- [40] Delouei A. A., Nazari M., Kayhani M., and Ahmadi G., A non-Newtonian direct numerical study for stationary and moving objects with various shapes: An immersed boundary-Lattice Boltzmann approach, *Journal of Aerosol Science*, Vol. 93, pp. 45-62, 2016.
- [41] Delouei A. A., Nazari M., Kayhani M., Kang S., and Succi S., Non-Newtonian particulate flow simulation: A direct-forcing immersed boundary-lattice Boltzmann approach, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 447, pp. 1-20, 2016.
- [42] Guo Z., Zheng C., and Shi B., Discrete lattice effects on the forcing term in the lattice Boltzmann method, *Physical Review E*, Vol. 65, pp. 046308, 2002.
- [43] Peskin C. S., The immersed boundary method, *Acta numerica*, Vol. 11, pp. 479-517, 2002.
- [44] Zou Q. and He X., On pressure and velocity boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model, *Physics of fluids*, Vol. 9, pp. 1591-98, 1997.
- [45] Gao T., Tseng Y. H., and Lu X. Y., An improved hybrid Cartesian/immersed boundary method for fluid-solid flows, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 55, pp. 1189-211, 2007.
- [46] Silva A. L. E., Silveira-Neto A., and Damasceno J., Numerical simulation of two-dimensional flows over a circular cylinder using the immersed boundary method, *Journal of Computational Physics*, Vol. 189, pp. 351-70, 2003.
- [47] Xu S. and Wang Z. J., An immersed interface method for simulating the interaction of a fluid with moving boundaries, *Journal of Computational Physics*, Vol. 216, pp. 454-93, 2006.
- [48] Beal D., Hover F., Triantafyllou M., Liao J., and Lauder G. V., Passive propulsion in vortex wakes, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 549, pp. 385-402, 2006.
- [49] Jia L.-B. and Yin X.-Z., Response modes of a flexible filament in the wake of a cylinder in a flowing soap film, *Physics of fluids*, Vol. 21, pp. 101704, 2009.
- [50] Schouveiler L. and Eloy C., Coupled flutter of parallel plates, *Physics of fluids*, Vol. 21, pp. 081703, 2009.
- [51] Shi X. and Phan-Thien N., Distributed Lagrange multiplier/fictitious domain method in the framework of lattice Boltzmann method for fluid-structure interactions, *Journal of Computational Physics*, Vol. 206, pp. 81-94, 2005.
- [9] Goldstein D., Handler R., and Sirovich L., Modeling a no-slip flow boundary with an external force field, *Journal of computational physics*, Vol. 105, pp. 354-66, 1993.
- [10] Saiki E. and Biringen S., Numerical simulation of a cylinder in uniform flow: application of a virtual boundary method, *Journal of computational physics*, Vol. 123, pp. 450-65, 1996.
- [11] Mohd-Yusof J., For simulations of flow in complex geometries, *Annual Research Briefs*, Vol. 317, 1997.
- [12] Fadlun E., Verzicco R., Orlandi P., and Mohd-Yusof J., Combined immersed-boundary finite-difference methods for three-dimensional complex flow simulations, *Journal of computational physics*, Vol. 161, pp. 35-60, 2000.
- [13] Kim J., Kim D., and Choi H., An immersed-boundary finite-volume method for simulations of flow in complex geometries, *Journal of computational physics*, Vol. 171, pp. 132-50, 2001.
- [14] Chen S. and Doolen G. D., Lattice Boltzmann method for fluid flows, *Annual review of fluid mechanics*, Vol. 30, pp. 329-64, 1998.
- [15] Yu D., Mei R., Luo L.-S., and Shyy W., Viscous flow computations with the method of lattice Boltzmann equation, *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 39, pp. 329-67, 2003.
- [16] Benzi R., Succi S., and Vergassola M., The lattice Boltzmann equation: theory and applications, *Physics Reports*, Vol. 222, pp. 145-97, 1992.
- [17] Mussa A., Asinari P., and Luo L.-S., Lattice Boltzmann simulations of 2D laminar flows past two tandem cylinders, *Journal of computational physics*, Vol. 228, pp. 983-99, 2009.
- [18] Ku X. and Lin J., Numerical simulation of the flows over two tandem cylinders by lattice Boltzmann method, *Modern Physics Letters B*, Vol. 19, pp. 1551-54, 2005.
- [19] Kang S. K. and Hassan Y. A., A comparative study of direct-forcing immersed boundary-lattice Boltzmann methods for stationary complex boundaries, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 66, pp. 1132-58, 2011.
- [20] Zhou Q. and Fan L.-S., A second-order accurate immersed boundary-lattice Boltzmann method for particle-laden flows, *Journal of computational physics*, Vol. 268, pp. 269-301, 2014.
- [21] Favier J., Revell A., and Pinelli A., A Lattice Boltzmann-Immersed Boundary method to simulate the fluid interaction with moving and slender flexible objects, *Journal of Computational Physics*, Vol. 261, pp. 145-61, 2014.
- [22] Sui Y., Chew Y., Roy P., Chen X., and Low H., Transient deformation of elastic capsules in shear flow: effect of membrane bending stiffness, *Physical Review E*, Vol. 75, pp. 066301, 2007.
- [23] Sui Y., Chew Y., and Low H., A lattice Boltzmann study on the large deformation of red blood cells in shear flow, *International Journal of Modern Physics C*, Vol. 18, pp. 993-1011, 2007.
- [24] Techet A. H., Hover F. S., and Triantafyllou M. S., Separation and turbulence control in biomimetic flows, *Flow, Turbulence and Combustion*, Vol. 71, pp. 105, 2003.
- [25] Connell B. S., "Numerical investigation of the flow-body interaction of thin flexible foils and ambient flow," Massachusetts Institute of Technology, 2006.
- [26] Gray J., Studies in animal locomotion: I. The movement of fish with special reference to the eel, *Journal of experimental biology*, Vol. 10, pp. 88-104, 1933.
- [27] Coene R., Flutter of slender bodies under axial stress, *Applied scientific research*, Vol. 49, pp. 175-87, 1992.
- [28] Zhang J., Childress S., Libchaber A., and Shelley M., Flexible filaments in a flowing soap film as a model for one-dimensional flags in a two-dimensional wind, *Nature*, Vol. 408, pp. 835, 2000.
- [29] Connell B. S. and Yue D. K., Flapping dynamics of a flag in a uniform stream, *Journal of fluid mechanics*, Vol. 581, pp. 33-67, 2007.
- [30] Zhu L. and Peskin C. S., Simulation of a flapping flexible filament in a flowing soap film by the immersed boundary method, *Journal of Computational Physics*, Vol. 179, pp. 452-68, 2002.
- [31] Tian F.-B., Luo H., Zhu L., Liao J. C., and Lu X.-Y., An efficient immersed boundary-lattice Boltzmann method for the