

## بررسی تاثیر پارامترهای موثر بر الگوی قرارگیری بهینه عملگرهای پیزوالکتریک در کاهش تمرکز تنش با استفاده از الگوریتم پرندگان

جواد جعفری فشارکی\*

استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد نجف آباد، نجف آباد، ایران

سید قاسم مدنی

دانشجوی دکتری، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران

سعید گلابی

دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران

### چکیده

در این مقاله به بررسی پارامترهای موثر بر الگوی بهینه قرارگیری عملگرهای پیزوالکتریک در اطراف یک سوراخ در یک صفحه تحت کشش به منظور کاهش تمرکز تنش پرداخته شده است. بدین منظور، یک نسبت سفتی که در آن پارامترهای موثر بر جایابی عملگرهای پیزوالکتریک در اطراف سوراخ نشان داده ارائه شده است. در این نسبت سفتی، چهار پارامتر مدول الاستیسیته، ضخامت ورق، ضخامت پیزوالکتریکها و ولتاژ اعمالی به عملگرهای پیزوالکتریک به عنوان پارامترهای موثر بر جایابی عملگرها در اطراف سوراخ معرفی شده است. برای بررسی جایابی بهینه عملگرهای پیزوالکتریک از الگوریتم بهینه سازی پرندگان استفاده شده است. سپس با استفاده از الگوریتم بهینه سازی پرندگان یک کد پایتون برای مشخص کردن بهترین الگو برای تحریک در اطراف سوراخ برای تاثیر پارامترهای مختلف نوشته شده است. با استفاده از الگوریتم بهینه سازی پرندگان، منطقه و بهترین محل تکه های پیزوالکتریک مورد بررسی قرار گرفته و الگوی بهینه از محل قرارگیری عملگرهای پیزوالکتریک در اطراف سوراخ ارائه شده است. پس از آن تاثیر افزایش مساحت تکه های پیزوالکتریک در کاهش ضریب تمرکز تنش در درصدهای مختلف تکه های پیزوالکتریک بررسی شده است. برای تجزیه و تحلیل نتایج بدست آمده از حل المان محدود، نتایج با آزمایش های تجربی مقایسه شده است.

واژه های کلیدی: عملگر پیزوالکتریک، تمرکز تنش، ورق سوراخ دار، الگوریتم بهینه سازی پرندگان.

## Investigating the effect of parameters affecting the optimal placement of piezoelectric actuators on reducing stress concentration using PSO algorithm

J. Jafari Fesharaki

Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran

S. Gh. Gadani

Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran

S. Golabi

Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran

### Abstract

This article examines the factors affecting the optimal model of piezoelectric actuators' placement around a hole in a plate under tension in order to reduce stress concentration. It has been provided a stiffness ratio in which the parameters affecting piezoelectric actuators' placement around a hole are shown. this stiffness ratio is introduced with four parameters include modulus of elasticity, thickness of the plate, thickness of the piezoelectric actuators and voltage applied to piezoelectric actuators as the parameters affecting actuators placement around the hole. In this study PSO algorithm was used to examine the optimum placement of piezoelectric actuators. Next, using particle swarm optimization algorithm, a python code is developed to specify the best pattern for actuation around the hole for effect of different parameters. Using particle swarm optimization algorithm, the area and the best location of piezoelectric patches are investigated and the optimum pattern recognition around the hole is presented. Then, the effect of increasing the area of piezoelectric patches on stress concentration reduction is investigated for all percentage area of piezoelectric patches. To analyze the results, the solution of finite element on an experiment was used.

**Keywords:** Piezoelectric actuators, stress concentration, plate with a hole, particle swarm optimization.

تکه های پیزوالکتریک در یک سازه هوشمند از الگوریتم های بهینه سازی استفاده می کنند. برخی از این تحقیقات که بر روی بهینه سازی سازه های هوشمند و قرار دادن تکه های پیزوالکتریک در موقعیت بهینه انجام شده است در نشریات قبل در دسترس هستند [۱ و ۲].

انتون و همکارانش [۳] به بررسی برداشت انرژی در یک سازه توسط مواد پیزوالکتریک پرداختند. تانو و همکارانش [۴] سلامت اتصالات پیچ با استفاده

### ۱-مقدمه

در سال های اخیر یکی از موضوعات مورد علاقه محققان، بهینه سازی موقعیت عملگرهای پیزوالکتریک در سازه های هوشمند به عنوان حسگرها و محرکها بوده است. محققان برای پیدا کردن بهترین موقعیت برای قرارگیری

\* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: jjafari.f@gmail.com

یک روش سعی و خطا با کنترل ولتاژ اعمالی به سلول‌های پیزوالکتریک که روی سطح تیر و ورق چسبانده شده‌اند، سعی کردند شکل ورق را به شکل دلخواه مورد نظر تبدیل کنند. آنها نیز برای رسیدن به شکل دلخواه، خطای بین شکل مورد نظر و شکل جاری ورق را در هر فرایند سعی و خطا مورد ارزیابی قرار داده و ولتاژهای اعمالی به سلول‌های پیزوالکتریک را اصلاح نمودند تا در نهایت به بهترین شکل و بهترین ولتاژ برای سلول‌ها برسند. چن و همکارانش [۲۰] روی کنترل شکل و تنش یک ورق آلومینیومی مطالعه نمودند.

تانگ و همکارانش [۲۱] بر روی کنترل شکل ورق کامپوزیتی کار نمودند. آنها ورق کامپوزیتی را به کمک روش المان محدود و روش حداقل مربعات مورد تحلیل قرار داده و ولتاژ بهینه برای آنکه ورق به شکل دلخواه مورد نظر تغییر شکل دهد بدست آوردند. ورقی که آنها مد نظر قرار دادند تحت پیشش یا خمش تغییر شکل داده بود. اما مهمترین تفاوت این مقاله با کارهای پیشین در نظر گرفتن و مدل کردن اثر لایه چسب موجود بین سلول‌های پیزوالکتریک و ورق می باشد.

سنشارما و همکارانش برای اولین بار کنترل تنش به کمک وسیله‌ای که بتواند ایجاد کرنش کند را بررسی کردند [۲۲]. آنها در مورد یک ورق سوراخ-دار تحقیقات خود را ارائه کرده و اینگونه بیان نمودند که وسیله ایجاد کرنش می‌تواند پیزوالکتریک یا از انواع الیازهای حافظه‌دار باشد. آنها برای بررسی این امر از روش المان محدود استفاده کرده و برای ایجاد کرنش اعمالی، آن را به صورت گرما به معادلات اضافه کردند. آنها نتیجه گرفتند که در صورتی که ابزار مناسب برای اعمال کرنش در اطراف سوراخ در اختیار باشد می‌توان به کمک آن تمرکز تنش را در نقاط خطرناک کاهش داد. شاه و همکارانش کاهش تمرکز تنش در ورق سوراخ‌دار با استفاده از سلول‌های پیزوالکتریک را مورد توجه قرار دادند [۲۳ و ۲۴]. ایده اصلی آنها این بود که برای کاهش تمرکز تنش در اطراف سوراخ لازم نیست پیزوالکتریک را در محل نقاط تمرکز تنش قرار دهیم. بلکه باید سلول را در نقاط دیگری که معمولاً دارای تنش صفر است قرار داد. آنها اینگونه بیان کردند که باید سلول پیزوالکتریک به جای کنترل مقدار تنش در نقاط بیشینه تنش، جریان تنش در قطعه را تحت کنترل قرار دهند و با یکنواخت کردن جریان تنش، خود به خود مقدار تنش و در ادامه آن تمرکز تنش در نقاط خطرناک کاهش می‌یابد. جعفری و گلایی [۲۵] بهترین الگو برای قرارگیری عملگرهای پیزوالکتریک در اطراف یک سوراخ در یک صفحه برای کاهش تمرکز تنش را با استفاده از الگوریتم بهینه سازی پرندگان بررسی کردند.

در این مقاله به بررسی پارامترهای موثر بر جایابی عملگرهای پیزوالکتریک در اطراف سوراخ در یک صفحه تحت کشش پرداخته شده است. تاثیر پارامترهای مختلف در جایابی عملگرهای پیزوالکتریک برای کاهش تمرکز تنش ارائه شده است. برای بهینه سازی محل قرارگیری عملگرهای پیزوالکتریک در اطراف سوراخ از الگوریتم بهینه سازی پرندگان استفاده شده است. برای این منظور یک کد بهینه سازی برای نرم افزار آباکوس<sup>۱</sup> توسعه داده شده است. نتایج بدست آمده از حل المان محدود با آزمایش تجربی بررسی شده است.

از مواد پیزوالکتریک را بررسی کردند. توبایس و همکارانش [۵] پاسخ کرنش مکانیکی و الکتریکی یک سازه پیزوالکتریک را مورد بررسی قرار دادند. یوسفی کما و مهرابیان [۶] یک روش جدید برای بهترین محل قرارگیری سلول‌های پیزوالکتریک روی سازه‌های هوشمند تحت ارتعاشات ارائه کردند. آنها به عنوان مثالی از تحلیل‌هایشان یک پره که می‌تواند جزئی از یک هواپیما باشد را تحت تحلیل و کنترل ارتعاشات قرار داده و به کمک شبکه عصبی بهترین محل برای قرارگیری سلول‌های پیزوالکتریک روی آن را مشخص نمودند. یانگ و همکارانش [۷] یک روش برای برداشت انرژی توسط پیزوالکتریک‌های دو بعدی ارائه کردند. پیزوالکتریک‌ها می‌توانند ارتعاشات ایجاد شده در سازه را در دو راستای افقی و عمودی جذب کنند.

وانگ و همکارانش به بررسی کنترل لایه لایه شدن یک صفحه به وسیله پیزوالکتریک و با استفاده از المان محدود پرداختند [۸]. آنها همچنین یک تیر را که روی آن شکافی تعبیه شده بود و تحت بارگذاری دینامیکی قرار داشت مورد مطالعه قرار دادند. با انجام تست تجربی و با قرار دادن سلول‌های پیزوالکتریک به عنوان حسگر در نزدیکی ترک، تمرکز تنش را تحت بارگذاری دینامیکی رصد کرده و سپس به کمک پدیده معکوس پیزوالکتریک‌ها با قرار دادن پیزوالکتریک در نزدیکی ترک، رشد آن را کنترل نمودند [۹ و ۱۰]. ژانگ و همکارانش [۱۱] کنترل ارتعاشات یک صفحه کامپوزیتی را با استفاده از الگوریتم بهینه سازی توپولوژی بررسی کردند. ساری و همکارانش [۱۲] یک روش جدید برای تشخیص ترک خستگی در یک سازه با استفاده از مواد پیزوالکتریک ارائه کردند. وانگ و همکارانش [۱۳] توانستند با اتصال پیزوالکتریک در جداره یک ستون، بار بحرانی کمانش یک ستون را افزایش داده و پدیده کمانش در ستون را تا حدودی کنترل نمایند.

چیس و همکارانش در مورد بهینه سازی محل قرارگیری پیزوالکتریک‌ها روی یک ورق تحت حمایت مرکز تحقیقات پیشرفته نظامی آمریکا فعالیت نمودند [۱۴]. آنها بیان نمودند که می‌توان با استخراج محل ایجاد کرنش در پدیده کمانش به کمک استفاده از سلول‌های پیزوالکتریک و یا سلول‌های مربوط به میکروالکترومکانیک بار بحرانی کمانش را افزایش داد. آنها به عنوان مثال یک ورق مربعی و یک ورق مستطیلی را در نظر گرفتند و سعی نمودند با یافتن بهترین محل‌های اعمال کرنش با کمترین تعداد سلول‌ها در جهت اضافه نمودن بار بحرانی کمانش گام بردارند. کوریا و همکارانش روی بهینه سازی محل سلول‌های پیزوالکتریک روی یک ورق کامپوزیتی تحقیق نمودند [۱۵]. آنها روش المان محدود را با روش بهینه سازی بازپخت تلفیق نموده و بدینوسیله محل بهینه قرارگیری سلول‌های پیزوالکتریک برای دستیابی به بیشترین مقدار بار کمانش را استخراج نمودند. چی و همکارانش بر روی کنترل شکل یک ورق کامپوزیتی با استفاده از عملگرهای پیزوالکتریک کار کردند [۱۶]. آنها سطح ورق را مش بندی کرده و سپس سلول‌های پیزوالکتریک را روی این مش‌ها قرار دادند. پس از آن با اعمال ولتاژ مناسب به هرکدام از این پیزوالکتریک‌ها سعی در تبدیل شکل ورق به شکل دلخواه مورد نظر نمودند.

اوستین و همکارانش بر روی کنترل شکل یک بال که به وسیله سلول‌های پیزوالکتریک مجهز شده است مطالعه نمودند [۱۷]. آنها با در نظر گرفتن تعدادی پیزوالکتریک در درون سازه یک بال هواپیما به کمک نتایج المان محدود سعی کردند شکل سطح مقطع بال را برای حالت‌های مختلف پرواز و شرایط گوناگون تغییر داده و تحت کنترل درآورند. سوارز و همکارانش [۱۸] بر اساس المان محدود یک ورق همراه با سلول‌های پیزوالکتریک را، بر پایه کمینه کردن وزن آن بهینه سازی نمودند. جوشی و همکارانش [۱۹] براساس

<sup>۱</sup>ABAQUS

الگوریتم بهینه‌سازی، کمینه کردن توابعی است که به عنوان تابع هدف<sup>۱</sup> در نظر گرفته می‌شود. برای بهینه‌سازی با الگوریتم پرندگان باید تعداد ثابتی از ذرات در نظر گرفته شود و برای هر ذره دو پارامتر مهم در نظر گرفته می‌شود: ۱- مکان ذره ۲- سرعت ذره.

مکان ابتدایی پرندگان به صورت تصادفی مشخص می‌شود و سرعت ابتدایی پرندگان نیز صفر می‌باشد. هر عضو مکان و سرعت خودش را بر مبنای اطلاعاتی که دریافت کرده است تنظیم می‌کند. مراحل اصلی برای پیاده‌سازی الگوریتم پرندگان در زیر ارائه شده است [۲۷]:

تعداد پرندگان (N) در نظر گرفته می‌شود. مکان اولیه اعضای گروه به صورت تصادفی در بازه مورد نظر قرار داده می‌شود. لذا می‌توان مکان اعضای گروه را به صورت  $X_1, X_2, \dots, X_n$  در نظر گرفت. مکان و سرعت ذره زام در تکرار i ام به ترتیب به صورت  $X_i^j$  و  $V_i^j$  نمایش داده می‌شود. بنابراین مکان اولیه اعضا به صورت  $X_1^0, X_2^0, \dots, X_n^0$  می‌باشد.

مقدار تابع هدف که برای هر عضو معادل است با  $f(x_1^0), f(x_2^0), \dots, f(x_n^0)$  محاسبه می‌گردد.

همه اعضا با سرعتی منحصر به فرد به سمت نقطه بهینه حرکت می‌کنند. در حالت اولیه فرض می‌شود همه اعضا سرعتی برابر صفر دارند. اکنون شماره تکرار برابر ۱ قرار داده می‌شود ( $i=1$ ).

بهترین مقدار  $X_i^j$  که با  $P_{Best,j}$  نشان داده می‌شود، در واقع برابر است با مکان بالاترین مقدار تابع هدف  $f(X_i^j)$  که عضو زام در تکرارهای قبلی بدست آورده است.

بهترین مقدار  $X_i^j$  که با  $G_{Best}$  نشان داده می‌شود، برابر است با مکان بالاترین مقدار تابع هدف  $f(X_i^j)$  که همه اعضا در تکرارهای قبلی بدست آورده‌اند.

سرعت عضو زام در تکرار i ام به صورت زیر استخراج می‌گردد:

$$V_j^i = V_j^{i-1} + C_1 r_1 [P_{Best,j} - X_j^{i-1}] + C_2 r_2 [G_{Best} - X_j^{i-1}], \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (7)$$

در این رابطه  $C_1$  و  $C_2$  به ترتیب میزان یادگیری فردی و اجتماعی هر عضو بوده و معمولاً برابر ۲ فرض می‌شود و  $r_1$  و  $r_2$  مقادیر تصادفی بین صفر و یک هستند.

مکان عضو زام در تکرار i ام مطابق رابطه زیر بدست می‌آید:

$$X_j^i = X_j^{i-1} + V_j^i \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (8)$$

مقادیر تابع هدف برای هر عضو مشخص می‌شود که عبارت است از:

$$f(x_1^i), f(x_2^i), \dots, f(x_n^i)$$

پس از مراحل فوق معیار همگرایی ارزیابی می‌گردد. اگر همه اعضا به سمت یک مقدار میل پیدا کرده باشد، راه حل همگرا شده و اگر همگرایی ارضا نشده باشد از مرحله ۵ باید الگوریتم تکرار گردد. در این مرحله شماره تکرار یکی اضافه شده ( $i=i+1$ ) و مقادیر  $P_{Best,j}$  و  $G_{Best}$  دوباره محاسبه می‌گردد.

## ۲- معادلات حاکم بر مساله

در مساله در نظر گرفته شده برای یک صفحه نازک تحت کشش، رفتار مکانیکی صفحه با استفاده از نظریه برشی مرتبه اول مدل شده است. که در آن  $u, v, w$  در هر نقطه به عنوان عناصر جابه‌جایی صفحه فرض شده است:

$$u(x, y, z) = u_0(x, y) + z\theta_x(x, y) \quad (1)$$

$$v(x, y, z) = v_0(x, y) + z\theta_y(x, y)$$

$$w(x, y, z) = w_0(x, y)$$

که  $u_0, v_0, w_0$  مولفه‌های جابه‌جایی صفحه میانی هستند.  $\theta_x$  و  $\theta_y$  مولفه‌های  $x$  و  $y$  در چرخش از حالت عادی نسبت به صفحه میانی هستند. با استفاده از روابط المان محدود، جابه‌جایی و مختصات در داخل المان به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$y = \sum_{i=1}^n N_i y_i, \quad x = \sum_{i=1}^n N_i x_i, \quad u = \sum_{i=1}^n N_i \delta_i \quad (2)$$

که در آن  $n$  تعداد گره و  $N_i$  عنصر توابع شکل می‌باشد. معادلات خطی پیزوالکتریک‌ها برای دو میدان الکتریکی و میدان الاستیک نیز می‌تواند به صورت زیر نوشته شود:

$$\sigma = Q\varepsilon - eE$$

$$D = e^T \varepsilon + PE \quad (3)$$

$\sigma$  و  $\varepsilon$  به ترتیب ضریب تنش و کرنش الاستیک هستند.  $Q, D, e, P$  به ترتیب ثابت ماتریس الاستیک، بردار جابه‌جایی الکتریکی، ضریب ماتریس تنش پیزوالکتریک و ماتریس دی الکتریک هستند. بردار میدان  $E$  نیز به صورت زیر می‌باشد:

$$E = -\nabla\Phi \quad (4)$$

که در آن  $\Phi$  ولتاژ برق اعمال شده در سراسر ضخامت عملگرهای پیزوالکتریک است. برای حل معادله جابه‌جایی برای یک صفحه حاوی عملگرهای پیزوالکتریک از اصل همیلتون استفاده شده است. برای یک سیستم الکترومکانیکی این اصل به صورت زیر می‌باشد:

$$\int_{a_1}^{a_2} \delta(T - U + W_{ext}) da = 0 \quad (5)$$

$T, U$  و  $W_{ext}$  انرژی جنبشی، انرژی پتانسیل و کار انجام شده توسط نیروهای خارجی هستند. این پارامترها به صورت رابطه (۶) تعریف می‌شوند:

$$T = \int \frac{1}{2} \rho \{\dot{S}\}^T \{\dot{S}\} dv$$

$$U = \int \frac{1}{2} [\{\varepsilon\}^T \{\sigma\} - \{E\}^T \{D\}] dv \quad (6)$$

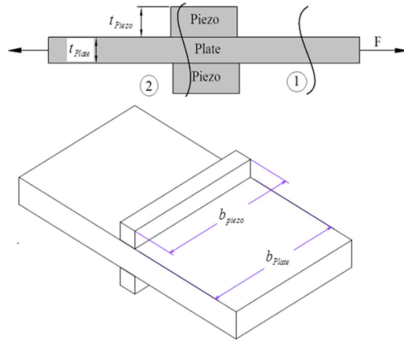
$$W_{ext} = \sum_{i=1}^{m_f} \{S\} \{F_b\}$$

$\rho, \dot{S}, F_b$  و  $m_f$  بردار سرعت، چگالی، بردار نیروهای خارجی و تعداد نیروهای اعمال شده و  $V$  حجم ساختار می‌باشد.

## ۳- الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات

الگوریتم مجموعه ذرات که به عنوان الگوریتم پرندگان نیز معروف می‌باشد، بر مبنای رفتار گروهی پرندگان و ماهی‌ها و به طور کلی، دسته‌ها بنا شده است که توسط کندی و ابرهارت ارائه شده است [۲۶]. هدف این

<sup>۱</sup>Objective Function



شکل ۲- مقاطع برش و موقعیت پیزوالکتریک بر روی صفحه

با جایگذاری رابطه (۱۳) در (۱۰) تنش در پیزوالکتریک بدست می آید:

$$\frac{\sigma_{Piezo}}{C_{1111}} + E_3 \frac{e_{113}}{C_{1111}} = \frac{\sigma_{Plate}}{E_{Plate}} \rightarrow \quad (14)$$

$$\frac{\sigma_{Piezo}}{C_{1111}} + \frac{\nabla V}{t_{Piezo}} \frac{e_{113}}{C_{1111}} = \frac{\sigma_{Plate}}{E_{Plate}}$$

$$\sigma_{Piezo} = \frac{\sigma_{Plate} \times C_{1111}}{E_{Plate}} + \frac{e_{113} \times \nabla V}{t_{Piezo}}$$

با جایگذاری رابطه (۱۴) در (۹) تنش در ورق بدست می آید:

$$\sigma_{Plate} = \frac{\sigma \times t_{Plate} \times E_{Plate} - e_{113} \times \nabla V \times E_{Plate}}{t_{Plate} \times E_{Plate} + t_{Piezo} \times C_{1111}} \quad (15)$$

با جایگذاری رابطه (۱۵) در (۱۴) تنش در پیزوالکتریک بدست می آید:

$$\sigma_{Piezo} = \frac{\sigma \times t_{Plate} \times t_{Piezo} \times C_{1111} - e_{113} \times \nabla V \times t_{Piezo} \times C_{1111}}{t_{Piezo} \times E_{Plate} - t_{Piezo} \times C_{1111}} \quad (16)$$

با توجه به روابط (۱۵) و (۱۶) و جایگذاری آنها در رابطه (۹) و بدست آوردن تقسیم نیرو بین پیزوالکتریک و صفحه مینا رابطه ای به صورت رابطه (۱۷) استخراج می گردد که این رابطه نسبت سفتی نامیده می شود:

$$R_S = \frac{\sigma \times t_{Plate} \times E_{Plate} - e_{113} \times \nabla V \times t_{Plate} \times E_{Plate}}{\sigma \times t_{Plate} \times C_{1111} - e_{113} \times \nabla V \times t_{Piezo} \times C_{1111}} \quad (17)$$

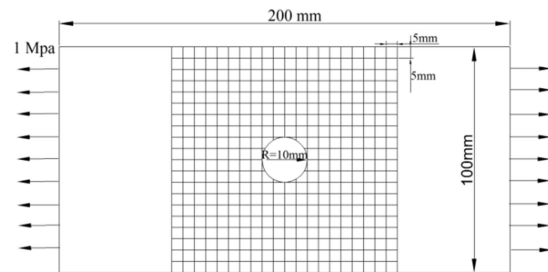
در رابطه نسبت سفتی مشاهده می شود که چند پارامتر باعث تغییر در نسبت سفتی و در نتیجه الگوی بهینه قرارگیری تکه های پیزوالکتریک در اطراف سوراخ می شود. این پارامترها شامل مدول الاستیسیته و ضخامت صفحه و ضخامت پیزوالکتریک و ولتاژ اعمالی به پیزوالکتریک ها می باشد. برای بررسی هر کدام از این پارامترها بر جایابی عملگرها در اطراف سوراخ و همچنین تاثیر هر کدام بر کاهش ضریب تمرکز تنش در اطراف سوراخ با تغییر هر کدام از پارامترها به بررسی تاثیر آنها پرداخته شده است.

برای شبیه سازی و تعریف مسئله و استفاده از الگوریتم بهینه سازی پرندگان برای پیدا کردن بهترین محل برای قرارگیری تکه های پیزوالکتریک در اطراف سوراخ یک کد پایتون برای نرم افزار آباکوس توسعه داده شده است. برای هر مقدار از پارامترهای ولتاژ، ضخامت صفحه، مدول الاستیسیته صفحه و ضخامت پیزوالکتریک از الگوریتم

#### ۴- تعریف مسئله

برای هندسه مسئله یک صفحه مستطیلی نازک به طول ۲۰۰ میلی متر و عرض ۱۰۰ میلی متر با سوراخی در مرکز آن به قطر ۲۰ میلی متر که تحت تنش یک مگاپاسکال قرار دارد در نظر گرفته شده است.

یک شبکه مش بندی ۵×۵ میلی متری در اطراف سوراخ در نظر گرفته می شود. به دلیل اینکه حداکثر ضریب تمرکز تنش در بالا و پایین سوراخ می باشد بنابراین محل تکه های پیزوالکتریک در نزدیکی سوراخ تاثیر بیشتری بر کاهش ضریب تمرکز تنش می گذارد. هندسه مسئله و شبکه مش بندی برای محل قرارگیری تکه های پیزوالکتریک در شکل ۱ نمایش داده شده است.



شکل ۱- هندسه مسئله و شبکه مجازی

برای بررسی عواملی که بر الگوی قرارگیری تکه های پیزوالکتریک در اطراف سوراخ تاثیر دارند یک نسبت سفتی بین صفحه مینا و عملگرهای پیزوالکتریک تعریف می شود که این نسبت سفتی از معادلات زیر قابل استخراج می باشد.

با بررسی تعادل نیروی در دو مقطع ۱ و ۲ در شکل ۲ می توان معادلات حاکم را به دست آورد:

$$\sum F = F_{Total} \\ \sigma_{Plate} \times t_{Plate} \times b_{Plate} + \sigma_{Piezo} \times t_{Piezo} \times b_{Piezo} = \sigma \times t_{Plate} \times b_{Plate} \quad (9)$$

به دلیل اینکه تکه پیزوالکتریک به سطح صفحه کاملاً چسبیده است کرنش ایجاد شده در صفحه و پیزوالکتریک برابر است. رابطه (۱۰):

$$\epsilon_{Piezo} = \epsilon_{Plate} \quad (10)$$

کرنش در صفحه برابر است با:

$$\epsilon_{Plate} = \frac{\sigma_{Plate}}{E_{Plate}} \quad (11)$$

کرنش در مواد پیزوالکتریک به صورت زیر است:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl} + E_k \epsilon_{ijk} \quad (12)$$

چون مسئله به صورت یک بعدی می باشد کرنش در پیزوالکتریک به صورت زیر ساده می شود:

$$\epsilon_{Piezo} = \frac{\sigma_{Piezo}}{C_{1111}} + E_3 \frac{e_{113}}{C_{1111}} \quad (13)$$

می‌کند. بنابراین برای دست یابی به حداکثر کاهش در ضریب تمرکز تنش لازم است به عملگرهای پیزوالکتریک ولتاژ بیشتری اعمال گردد.

شکل ۶ تنش طولی در اطراف سوراخ برای ولت‌های مختلف نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌گردد با افزایش ولتاژ تنش در نقاط بالا و پایین سوراخ کاهش پیدا می‌کند.

#### ۵-۲- مدول الاستیسیته ورق

پارامتر دیگری که در رابطه نسبت سفتی تاثیر گذار است مدول الاستیسیته ورق می‌باشد. برای بررسی این پارامتر مدول الاستیسیته بین ۳۵ تا ۱۷۵ مگاپاسکال تغییر می‌کند و تاثیر آن بر الگوی قرارگیری عملگرها را در اطراف سوراخ بررسی می‌شود.

شکل ۷ جایابی عملگرها در مدول الاستیسیته مختلف را نشان می‌دهد. در  $E=35$  عملگرها در راستای عرضی ورق جایابی شده اند و با افزایش مدول الاستیسیته از تعداد تکه های پیزوالکتریک در راستای عرضی ورق کاسته می‌شود و به تعداد آنها در سمت چپ و راست سوراخ اضافه می‌شود. در  $E=175$  عملگرهای پیزوالکتریک در سمت چپ و راست سوراخ قرار گرفته اند و در راستای طولی ورق جایابی شده‌اند.

در شکل ۸ درصد کاهش ضریب تمرکز تنش در درصدهای مختلف قرارگیری پیزوالکتریک‌ها در اطراف سوراخ برای مدول الاستیسیته مختلف نشان داده شده است. مشاهده می‌گردد که با افزایش مدول الاستیسیته ورق تمرکز تنش در ورق بیشتر کاهش می‌یابد. بنابراین برای کاهش هر چه بیشتر در ضریب تمرکز تنش در اطراف سوراخ باید از مدول الاستیسیته بزرگتر استفاده شود.

در شکل ۹ تنش طولی در اطراف سوراخ برای مدول الاستیسیته مختلف رسم شده است. با افزایش مدول الاستیسیته مشاهده می‌گردد که تنش در نقاط بالا و پایین سوراخ بیشتر کاهش می‌یابد.

#### ۵-۳- ضخامت ورق

پارامتر موثر دیگر بر الگوی بهینه قرارگیری عملگرهای پیزوالکتریک در اطراف سوراخ ضخامت ورق است. برای این منظور با تغییر ضخامت ورق بین 0.1mm تا 2mm الگوی بهینه قرارگیری تکه‌های پیزوالکتریک در اطراف سوراخ بررسی شده است.

پرندهگان جهت پیدا کردن بهترین محل برای تکه‌های پیزوالکتریک در اطراف سوراخ استفاده شده است. برای این منظور درصد سطح اشغال شده توسط تکه‌های پیزوالکتریک و مقدار مشخص پارامترهای ذکر شده به کد در ابتدا داده شده است. با توجه به منطقه مش بندی شده، الگوریتم پرندهگان بهترین محل برای تکه‌های پیزوالکتریک در اطراف سوراخ را پیدا می‌کند. نمودار اجرای الگوریتم و بهینه سازی پرندهگان در شکل ۳ نشان داده شده است.

#### ۵- تاثیر پارامترهای مختلف بر الگوی قرارگیری تکه‌های پیزوالکتریک در اطراف سوراخ

##### ۵-۱- ولتاژ

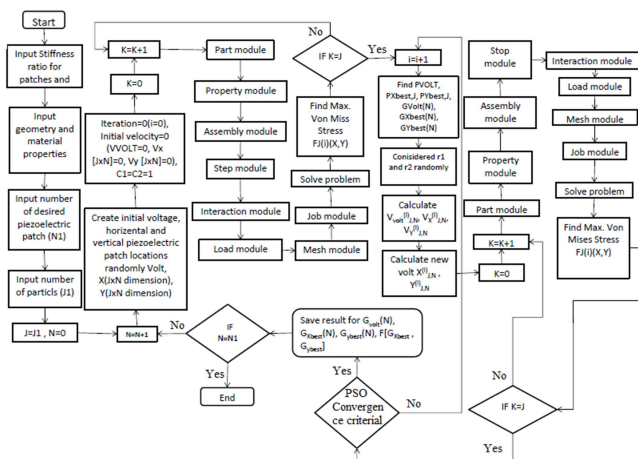
طبق رابطه نسبت سفتی، یکی از پارامترهای موثر بر جایابی عملگرهای پیزوالکتریک در اطراف سوراخ ولت داده شده به پیزوالکتریک می‌باشد. برای بررسی تاثیر ولتاژ با دادن ولت بین  $E_0$  تا  $5E_0$  به عملگرهای پیزوالکتریک جایابی آنها در اطراف سوراخ را بررسی می‌کنیم.

با استفاده از معادله (۱۸) که رابطه بین اعمال بار الکتریکی و تنش داده شده است و خواص ماده پیزوالکتریک مقدار  $E_0$  برابر است با 16.67 می‌باشد [۲۴].

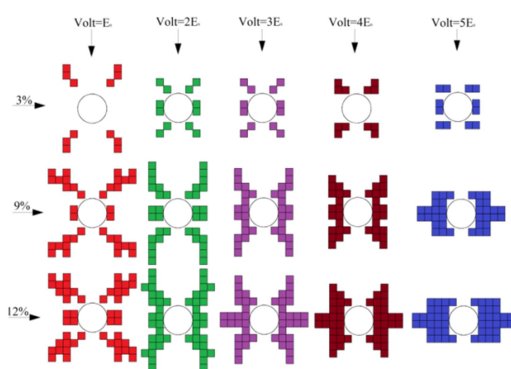
$$\sigma_0 = \sigma_1 = \sigma_2 = -d_{31} \times E_3 \times \left(1 - \frac{q_{13} \times d_{33}}{q_{33} \times d_{31}}\right) \quad (18)$$

در شکل ۴ تاثیر پارامتر ولتاژ بر جایابی عملگرهای پیزوالکتریک در اطراف سوراخ بررسی شده است. مشاهده می‌گردد که در ولت  $E_0$  تکه‌های پیزوالکتریک در زاویه ای حدود ۶۰ درجه نسبت به افق جایابی شده‌اند. با افزایش ولتاژ عملگرها به سمت سوراخ جمع شده و در راستای عرضی ورق قرار گرفته و سپس از تعداد تکه‌های پیزوالکتریک در راستای عرضی ورق کم شده و بر تعداد آنها در سمت چپ و راست سوراخ اضافه شده است. در ولت  $5E_0$  عملگرها در سمت چپ و راست سوراخ قرار گرفته‌اند و در راستای طولی ورق جایابی شده‌اند.

در شکل ۵ درصد کاهش ضریب تمرکز تنش در درصدهای مختلف قرارگیری تکه‌های پیزوالکتریک در اطراف سوراخ نشان داده شده است. با افزایش ولتاژ مشاهده می‌گردد که کاهش ضریب تمرکز تنش افزایش پیدا



شکل ۳- فلوجارت الگوریتم بهینه سازی پرندگان برای مسئله مورد نظر



شکل ۴- الگوی بهینه از محل تکه‌های پیزوالکتریک در اطراف سوراخ در ولت‌های مختلف

در شکل ۱۲ تنش طولی در اطراف سوراخ نشان داده شده است. در ضخامت‌های کوچکتر ورق، کاهش بیشتری در تنش در بالا و پایین سوراخ مشاهده می‌گردد.

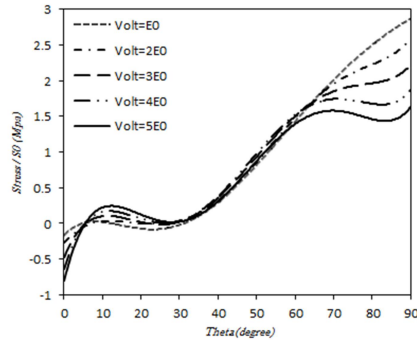
#### ۴-۵- ضخامت پیزوالکتریک

پارامتر دیگری که بر جابجایی تکه‌های پیزوالکتریک در اطراف سوراخ تاثیر گذار می‌باشد ضخامت پیزوالکتریک است. برای بررسی تاثیر این پارامتر الگوی قرارگیری عملگرها در اطراف سوراخ در ضخامت‌های بین 0.25mm تا 1.25mm بررسی شده است.

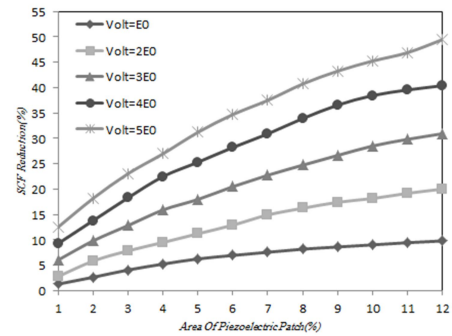
در شکل ۱۳ جابجایی عملگرهای پیزوالکتریک در اطراف سوراخ در ضخامت‌های مختلف پیزوالکتریک نمایش داده شده است. در  $t=0.25$  عملگرهای پیزوالکتریک در چپ و راست سوراخ و در راستای طولی ورق جابجایی شده اند. با افزایش ضخامت از تعداد عملگرهای پیزوالکتریک در راستای طولی ورق کاسته شده و بر تعداد آنها در راستای عرضی ورق اضافه شده است. در  $t=1.25$  مشاهده می‌گردد که عملگرهای پیزوالکتریک کاملا در راستای عرضی ورق جابجایی شده اند.

شکل ۱۰ الگوی بهینه قرارگیری عملگرها در ضخامت‌های مختلف ورق را نمایش می‌دهد. در  $t=0.1$  عملگرهای پیزوالکتریک در زاویه‌ایی حدود ۶۵ درجه جابجایی شده‌اند. با افزایش ضخامت در  $t=0.5$  از تعداد عملگرها در راستای ۶۵ درجه کاسته شده و در اطراف سوراخ و در سمت چپ و راست سوراخ افزایش یافته است ولی همچنان الگویی شبیه به  $t=0.1$  را حفظ کرده و جابجایی در راستای ۶۵ درجه را نشان می‌دهد. با افزایش ضخامت از تعداد تکه‌های پیزوالکتریک در سمت چپ و راست سوراخ کاسته شده و در راستای عرضی ورق افزایش می‌یابد تا اینکه در  $t=2$  عملگرها در راستای عرضی ورق کاملا جابجایی می‌شوند.

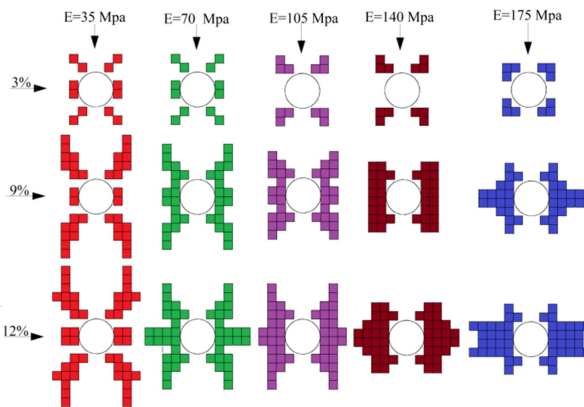
در شکل ۱۱ درصد کاهش ضریب تمرکز تنش برای ضخامت‌های مختلف ورق در درصد‌های مختلف قرارگیری عملگرها پیزوالکتریک در اطراف سوراخ نمایش داده شده است. مشاهده می‌گردد که با افزایش ضخامت ورق درصد کاهش تمرکز تنش در ورق کاهش می‌یابد. بنابراین برای دست یابی هر چه بیشتر در کاهش ضریب تمرکز تنش در اطراف سوراخ بهتر است از ضخامت‌های کوچکتر برای ورق استفاده شود.



شکل ۶ - تنش طولی در اطراف سوراخ در ولتاژهای مختلف



شکل ۵ - تاثیر ولتاژ بر کاهش ضریب تمرکز تنش



شکل ۷ - الگوی بهینه از محل تکه‌های پیزوالکتریک در اطراف سوراخ در مدول الاستیسیته مختلف

حالت دوم: در استفاده از مدول الاستیسیته مختلف باید از مدول الاستیسیته بالا برای ورق استفاده کرد چون هر چه مدول الاستیسیته بالا رود تنش بیشتری کاهش می‌یابد.  
حالت سوم: برای استفاده از ضخامت ورق از ضخامت‌های کوچکتر استفاده شود.  
حالت چهارم: برای استفاده از ضخامت‌های مختلف پیزوالکتریک سعی شود از ضخامت‌های کوچکتر پیزوالکتریک استفاده شود تا به حداکثر کاهش در ضریب تمرکز تنش دست یابیم.

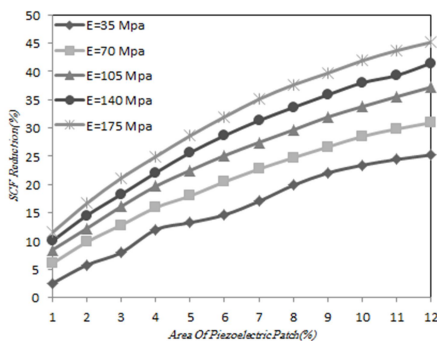
در شکل ۱۴ کاهش ضریب تمرکز تنش در اطراف سوراخ در ضخامت‌های مختلف پیزوالکتریک نمایش داده شده است. مشاهده می‌گردد که با افزایش ضخامت ضریب تمرکز تنش کاهش می‌یابد. بنابراین برای رسیدن به حداکثر کاهش در ضریب تمرکز تنش باید از ضخامت‌های کوچکتر پیزوالکتریک استفاده کرد.

در شکل ۱۵ تنش طولی در اطراف سوراخ نشان داده شده است. مشاهده می‌گردد با افزایش ضخامت تنش در بالا و پایین سوراخ افزایش می‌یابد.

## ۶- بحث و بررسی

چهار پارامتر موثر بر الگوی قرارگیری عملگرهای پیزوالکتریک در اطراف سوراخ مورد بررسی قرار گرفت. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد چون هدف اصلی کاهش حداکثری در ضریب تمرکز تنش می‌باشد برای این منظور چهار حالت وجود دارد:

حالت اول: برای رسیدن به نتیجه مطلوب هنگامی که فقط ولتاژ قابل تغییر است باید از ولتاژ بیشتر استفاده کرد و به این نکته نیز توجه داشت که تغییر ولتاژ محدود است به دلیل اینکه اگر ولتاژ خیلی زیاد شود باعث تسلیم شدن خود ماده پیزوالکتریک می‌شود.



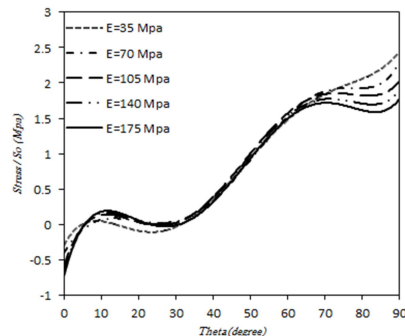
شکل ۸ - تاثیر مدول الاستیسیته بر کاهش ضریب تمرکز تنش



نیز انجام شده و نتایج لازم از آن استخراج شده تا با نتایج تجربی مقایسه گردد. شکل ۱۸ طرحواره آزمون تجربی را نشان می‌دهد. همانگونه که از نتایج جدول ۱ مشخص است بین نتایج تجربی و تحلیل‌های المان محدود مطابقت قابل قبولی وجود دارد. اما خطای موجود بین نتایج می‌تواند ناشی از تاثیر لایه چسب موجود بین عملگرها و ورق مینا در آزمون تجربی باشد. همچنین امکان چسباندن دقیق کرنش سنجها در بالا و پایین سوراخ نمی‌باشد که هر دوی این موارد می‌تواند در اختلاف نتایج بین آزمون تجربی و تحلیل‌های نرم‌افزاری تاثیر گذار باشد.

### ۸- نتیجه گیری

این مقاله به بررسی پارامترهای موثر بر الگوی بهینه قرارگیری عملگرهای پیزوالکتریک در اطراف یک سوراخ در یک صفحه تحت کشش به منظور کاهش تمرکز تنش پرداخته شده است. به منظور بهینه سازی محل قرار گیری تکه‌های پیزوالکتریک یک کد پایتون برای نرم افزار ABAQUS توسعه داده شده است که این کد بر مبنای الگوریتم بهینه سازی پرندگان می‌باشد. یک نسبت سفتی ارائه شده است که در آن پارامترهای موثر بر جایابی عملگرهای پیزوالکتریک در اطراف سوراخ نشان داده شده است. در این نسبت سفتی چهار پارامتر مدول الاستیسیته و ضخامت ورق، ضخامت پیزوالکتریک‌ها و ولتاژ اعمالی به عملگرهای پیزوالکتریک به عنوان پارامترهای موثر بر جایابی عملگرها در اطراف سوراخ معرفی شده است. مشاهده می‌گردد افزایش ولتاژ و افزایش مدول الاستیسیته ورق و استفاده از ضخامت‌های کوچک برای ورق و عملگر پیزوالکتریک تاثیر بیشتری بر کاهش ضریب تمرکز تنش در اطراف سوراخ دارد. برای تجزیه و تحلیل نتایج بدست آمده از حل المان محدود یک آزمایش تجربی انجام شده است.

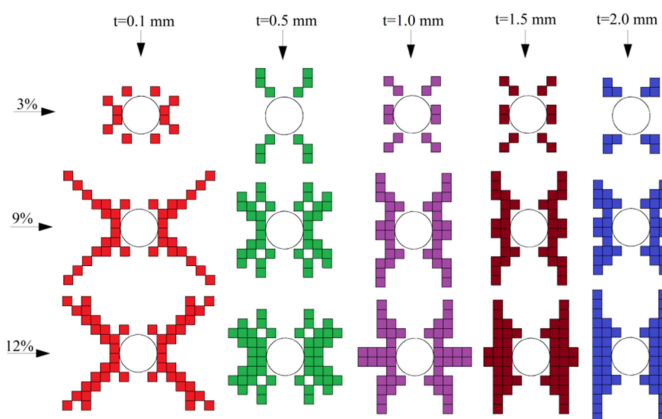


شکل ۹- تنش طولی در اطراف سوراخ در مدول الاستیسیته مختلف

در شکل ۱۶ تاثیر کمترین مقدار پارامترها بر کاهش ضریب تمرکز تنش بررسی شده است. مشاهده می‌گردد که تاثیر ضخامت صفحه بیشتر از پارامترهای دیگر می‌باشد و ولتاژ کمترین تاثیر را بر کاهش تمرکز تنش دارد. در شکل ۱۷ تاثیر بیشترین مقدار پارامترها بر کاهش ضریب تمرکز تنش بررسی شده است. مشاهده می‌گردد در این حالت ولتاژ بیشترین تاثیر را بر کاهش تمرکز تنش دارد و ضخامت صفحه کمترین تاثیر را می‌گذارد.

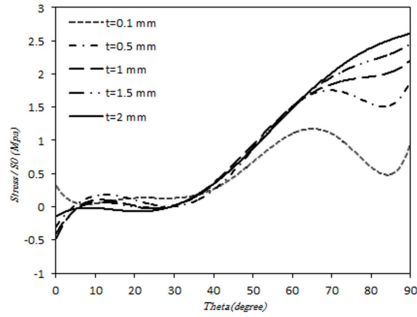
### ۷- مقایسه نتایج عددی و آزمایشگاهی

برای بررسی صحت نتایج بدست آمده از تحلیل المان محدود، آزمایشی برای حالتی که مدول الاستیسیته برابر  $E=70\text{Mpa}$  است انجام شده است که نتایج آن در جدول ۱ آورده شده است. در این آزمایش عملگرها در نقاط خاص مشخص شده قرار گرفته و کرنش سنجها در نقاط بالا و پایین سوراخ جایابی شده‌اند. با اعمال کشش به ورق مینا، کرنش خروجی از کرنش سنجها توسط دستگاه datalogger استخراج می‌گردد. همین موارد به کمک نرم افزار

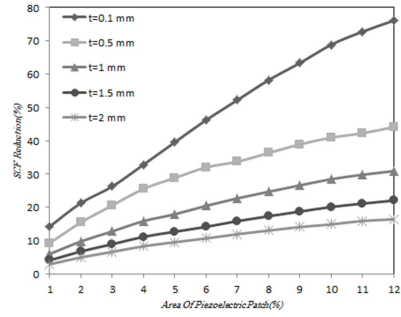


شکل ۱۰- الگوی بهینه از محل تکه‌های پیزوالکتریک در اطراف سوراخ در ضخامت‌های مختلف ورق

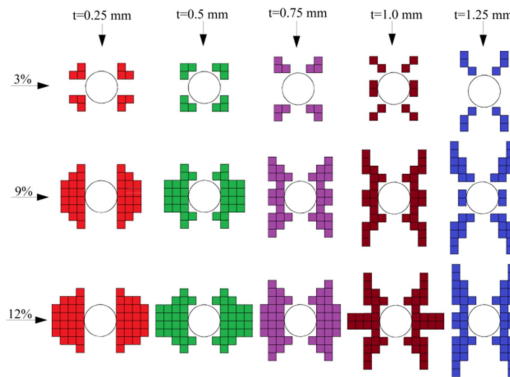




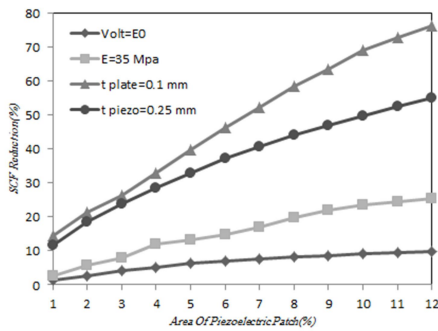
شکل ۱۲ - تنش طولی در اطراف سوراخ در ضخامت‌های مختلف ورق



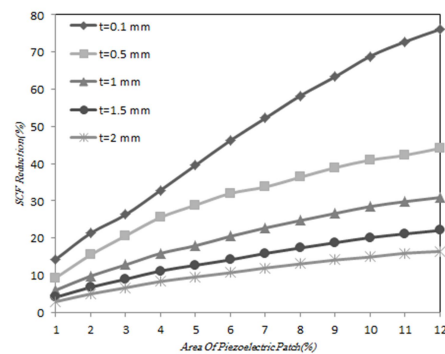
شکل ۱۱ - تاثیر ضخامت ورق بر کاهش ضریب تمرکز تنش



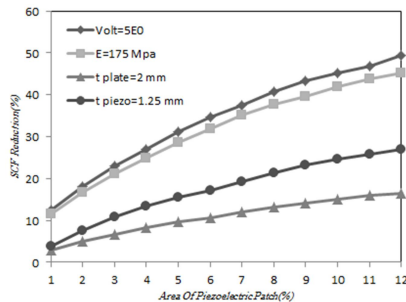
شکل ۱۳ - الگوی بهینه از محل تکه‌های پیزوالکتریک در اطراف سوراخ در ضخامت‌های مختلف پیزوالکتریک



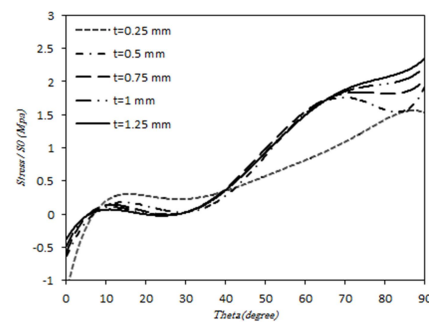
شکل ۱۶ - تاثیر کمترین مقدار پارامترها بر کاهش ضریب تمرکز تنش



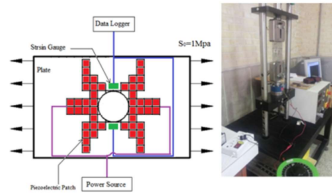
شکل ۱۴ - تاثیر ضخامت پیزوالکتریک بر کاهش ضریب تمرکز تنش



شکل ۱۷ - تاثیر بیشترین مقدار پارامترها بر کاهش ضریب تمرکز تنش



شکل ۱۵ - تنش طولی در اطراف سوراخ در ضخامت‌های مختلف پیزوالکتریک



شکل ۱۸- طرحواره آزمایش عملی

جدول ۱- نتایج حل تحلیلی و تست عملی

خطا (%)	کرنش آزمایش ( $\times 10^{-6}$ )	کرنش تحلیلی ( $\times 10^{-6}$ )	ولت	حالت
۳/۱	۴۰/۰۲۵	۴۱۳/۶۲	16.67 ( $E_0$ )	E=70Gpa
۲/۰۹	۳۵/۲۸۹۵	۳۶/۰۴۴۴	33.34 ( $2E_0$ )	
۲/۸۷	۲۹/۸۵۶	۳۰/۷۴۱۱	50.01 ( $3E_0$ )	
۱/۸۵	۲۴/۹۶۵	۲۵/۴۳۷۷	66.68 ( $4E_0$ )	

۹- مراجع

[14] Chase J. G., Bhashyam S., Optimal stabilization of plate buckling, *Smart materials and structures*, Vol. 8, No. 2, pp. 204, 1999.

[15] Correia V. M. F., Soares C. M. M., Soares C. A. M., Buckling optimization of composite laminated adaptive structures, *Composite Structures*, Vol. 62, No. 3, pp. 315-321, 2003.

[16] Chee C., Tong L., Steven G., Static shape control of composite plates using a curvature-displacement based algorithm, *International journal of solids and structures*, Vol. 38, No. 36, pp. 6381-6403, 2001.

[17] Austin F., Rossi M. J., Van Nostrand W., Knowles G., Jameson A., Static shape control for adaptive wings, *AIAA journal*, Vol. 32, No. 9, pp. 1895-1901, 1994.

[18] Soares C. M. M., Soares C. A. M., Correia V. M. F., Optimal design of piezolaminated structures, *Composite Structures*, Vol. 47, No. 1, pp. 625-634, 1999.

[19] Mukherjee A., Joshi S., Piezoelectric sensor and actuator spatial design for shape control of piezolaminated plates, *AIAA journal*, Vol. 40, No. 6, pp. 1204-1210, 2002.

[20] Chen W.-m., Wang D.-j., Li M., Static shape control employing displacement-stress dual criteria, *Smart materials and Structures*, Vol. 13, No. 3, pp. 468, 2004.

[21] Luo Q., Tong L., High precision shape control of plates using orthotropic piezoelectric actuators, *Finite elements in analysis and design*, Vol. 42, No. 11, pp. 1009-1020, 2006.

[22] Sensharma P. K., Palantera M. J., Haftka R. T., Stress reduction in an isotropic plate with a hole by applied induced strains, *Journal of intelligent material systems and structures*, Vol. 4, No. 4, pp. 509-518, 1993.

[23] Shah D., Chan W., Joshi S., Delamination detection and suppression in a composite laminate using piezoceramic layers, *Smart materials and Structures*, Vol. 3, No. 3, pp. 293, 1994.

[24] Shah D., Joshi S., Chan W., Static structural response of plates with piezoceramic layers, *Smart Materials and Structures*, Vol. 2, No. 3, pp. 172, 1993.

[25] Fesharaki J. J., Optimum pattern of piezoelectric actuator placement for stress concentration reduction in a plate with a hole using particle swarm optimization algorithm, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, pp. 0954406214538617, 2014.

[26] Eberhart R. C., Kennedy J., A new optimizer using particle swarm theory, in *Proceeding of*, New York, Vol. 43, No. 3, pp. 39-43, 1995.

[27] Rao S. S., Rao S., *Engineering optimization: theory and practice*: John Wiley & Sons, pp. 725-731, 2009.

[1] Frecker M. I., Recent advances in optimization of smart structures and actuators, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 14, No. 4-5, pp. 207-216, 2003.

[2] Gupta V., Sharma M., Thakur N., Optimization criteria for optimal placement of piezoelectric sensors and actuators on a smart structure: a technical review, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 21, No. 12, pp. 1227-1243, 2010.

[3] Anton S. R., Sodano H. A., A review of power harvesting using piezoelectric materials (2003-2006), *Smart materials and Structures*, Vol. 16, No. 3, pp. R1, 2007.

[4] Tao W., Shaopeng L., Junhua S., Yourong L., Health monitoring of bolted joints using the time reversal method and piezoelectric transducers, *Smart Materials and Structures*, Vol. 25, No. 2, pp. 025010, 2016.

[5] Fey T., Eichhorn F., Han G., Ebert K., Wegener M., Roosen A., Kakimoto K.-i., Greil P., Mechanical and electrical strain response of a piezoelectric auxetic PZT lattice structure, *Smart Materials and Structures*, Vol. 25, No. 1, pp. 015017, 2015.

[6] Mehrabian A. R., Yousefi-Koma A., A novel technique for optimal placement of piezoelectric actuators on smart structures, *Journal of the Franklin Institute*, Vol. 348, No. 1, pp. 12-23, 2011.

[7] Yang Y., Wu H., Soh C. K., Experiment and modeling of a two-dimensional piezoelectric energy harvester, *Smart Materials and Structures*, Vol. 24, No. 12, pp. 125011, 2015.

[8] Wu N., Wang Q., An experimental study on the repair of a notched beam subjected to dynamic loading with piezoelectric patches, *Smart Materials and Structures*, Vol. 20, No. 11, pp. 115023, 2011.

[9] Wang Q., Quek S., Liew K., On the repair of a cracked beam with a piezoelectric patch, *Smart materials and structures*, Vol. 11, No. 3, pp. 404, 2002.

[10] Wang Q., Duan W., Quek S. T., Repair of notched beam under dynamic load using piezoelectric patch, *International journal of mechanical sciences*, Vol. 46, No. 10, pp. 1517-1533, 2004.

[11] Zhang X., Kang Z., Topology optimization of magnetorheological fluid layers in sandwich plates for semi-active vibration control, *Smart Materials and Structures*, Vol. 24, No. 8, pp. 085024, 2015.

[12] Kharroub S., Laflamme S., Song C., Qiao D., Phares B., Li J., Smart sensing skin for detection and localization of fatigue cracks, *Smart Materials and Structures*, Vol. 24, No. 6, pp. 065004, 2015.

[13] Wang Q., On buckling of column structures with a pair of piezoelectric layers, *Engineering structures*, Vol. 24, No. 2, pp. 199-205, 2002.