

## مطالعه عددی جریان فراصوت گاز در یک شیبوره رمپ تک انبساطی

مصطفی زاهدزاده\*

دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، گروه هوافضا، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

فتح‌الله امی

دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، گروه هوافضا، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

## چکیده

در بسیاری از طراحی‌ها برای پرنده‌های فضایی با موتورهای اسکرمجت از شیبوره‌های رمپ تک انبساطی (سرن) استفاده می‌شود زیرا استفاده از شیبوره سرن در نسبت‌های انبساط زیاد، باعث کاهش وزن شیبوره و کاهش پسای اصطکاکی شده و همچنین یک نیروی برای اضافی تولید می‌نماید. هدف از این مقاله بررسی عددی جریان فرا صوت در شیبوره خروجی یک موتور اسکرمجت با استفاده از یک کد عددی فرترن می‌باشد. برای حل مسأله از حل معادلات ناویر-استوکس استفاده شده است. معادلات حاکم بر حوزه حل، شامل معادله پایستاری جرم، معادلات مومنتوم، معادله انرژی و معادله حالت گاز کامل می‌باشند که برای جریان تراکم‌پذیر لزج دو-بعدی استفاده شده‌اند. برای حل عددی این معادلات از روش گام‌زنی زمانی یعنی شکل ناپایای معادلات ناویر-استوکس استفاده شده است. در اینجا با روش گام‌زنی زمانی برای حل جریان ناپایا پاسخ حالت پایا نتیجه شده است. در ادامه نتایج حاصل از کد عددی با نتایج فلونت و نتایج روش مشخصه‌ها و نتایج تجربی مقایسه شده است که این مقایسه نشان دهنده تطابق خوب نتایج حل عددی با نتایج تجربی و سایر نتایج می‌باشد.

**واژه‌های کلیدی:** شیبوره رمپ، موتور اسکرمجت، احتراق فرا صوت، حل عددی، ناویر استوکس.

## Numerical Study of Supersonic Gas Flow in Single Expansion Ramp Nozzle

M. Zahedzadeh

Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

F. Ommi

Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

## Abstract

SERN (Single Expansion Ramp Nozzle) nozzles often used in many aerospace vehicles with scramjet engines. Employment of SERN nozzles results in reducing the frictional drag and weight of nozzle and also they produce extra lift. A numerical study of supersonic gas flow in SERN nozzles is presented in this paper. The Navier-Stokes equations are solved with using a FORTRAN code. The governing equations are conservation of mass, momentums, energy and state equation of perfect gas for two dimensional compressible viscose flow. Equations are solved with using time-marching method. For verification, the results of recent numerical solution are compared with experimental results and results of Fluent and results of method of characteristics (MOC) and comparisons show good agreement with experimental results and other numerical solutions.

**Keywords:** SERN, Scramjet, Supersonic combustion, Numerical solution, Navier Stokes.

رژیم‌های فراصوتی شود. شیبوره سرن<sup>۱</sup> (رمپ) یک انتخاب مناسب برای شیبوره وسایل پروازی ماورای صوتی می‌باشد. برای پرنده‌های ماورای صوتی، شیبوره یکی از بحرانی‌ترین قسمت‌ها بوده و در نتیجه عملکرد شیبوره باید بهینه باشد [۱].

بسیاری از طراحی‌ها برای پرنده‌های فضایی با موتورهای اسکرمجت از شیبوره‌های رمپ تک انبساطی استفاده می‌نمایند زیرا در نسبت‌های انبساط زیاد وزن آنها کاهش می‌یابد و یا می‌توانند نیروی برای اضافی تولید نمایند و همچنین پسای اصطکاکی در این شیبوره‌ها کاهش می‌یابد. برای نمونه می‌توان به پرنده ایکس-۴۳ در پروژه ناسا اشاره نمود که از موتور اسکرمجت به همراه شیبوره رمپ تک انبساطی استفاده می‌نماید. پرنده ایکس-۴۳-آ<sup>۲</sup> ناسا با استفاده از موتور اسکرمجت توانست به طور موفقیت‌آمیزی در عدد ماخ حدود ۹/۶ یا تقریباً ۷۰۰۰ مایل بر ساعت در ارتفاع ۱۱۰۰۰۰ پایی پرواز نماید. یکی

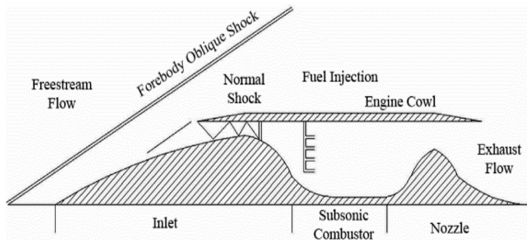
## ۱- مقدمه

یکی از شیبوره‌های مورد استفاده برای رژیم‌های پروازی ماورای صوت، شیبوره‌های رمپ تک انبساطی می‌باشد. شیبوره‌های همگرا-واگرای معمولی برای کاربری در رژیم‌های ماورای صوتی مناسب نمی‌باشند؛ زیرا قسمت دیواره پایینی در معرض جریان خارجی بوده که منجر به تولید نیروی پسای خیلی زیادی خواهد شد. شیبوره انبساطی رمپ یکی از نوآوری‌های بزرگ برای وسایل پروازی ماورای صوتی می‌باشد از ویژگی‌های این شیبوره‌ها کاهش وزن و کاهش پسای پایه می‌باشد. مطالعات صورت پذیرفته برای بهینه‌سازی مشخصات هندسی شیبوره‌های انبساطی رمپ، معمولاً فقط در رژیم‌های ماورای صوتی بوده است. استفاده از شیبوره‌های انبساطی رمپ به جای شیبوره‌های همگرا-واگرای معمولی منجر به کاهش وزن و کاهش پسا می‌شود که می‌تواند جایگزین مناسبی برای شیبوره‌های همگرا-واگرای معمولی در

<sup>1</sup>SERN: Single Expansion Ramp Nozzle

<sup>2</sup>X-43-A

با استفاده از چند شوک مایل ختم شونده به یک شوک قائم به جریان مادون صوت کاهش سرعت می‌یابد. سپس سوخت به جریان مادون صوت اضافه شده و احتراق صورت می‌پذیرد. سپس محصولات احتراق با استفاده از یک شیبوره همگرا-واگرا شتاب گرفته و به سرعت‌های فرا صوت می‌رسند و نیروی تراست ایجاد نموده که منجر به شتابگیری وسیله پرنده می‌شود. طرح‌های از موتور رمجت در شکل ۲ نشان داده شده است.



شکل ۲- طرح‌های از موتور رمجت [۶]

جریان مادون صوت در محفظه احتراق موتور رمجت اجازه برای ترکیب کارآمد و احتراق مناسب در نسبت‌های سوخت به هوای نزدیک به استوکیومتری را می‌دهد. در اعداد ماخ کمتر از ۲/۵، فشار دینامیکی کافی برای دستیابی به نسبت فشار مورد نیاز موجود نمی‌باشد و بنابراین احتراق نامناسب و تراست پایینی بدست می‌آید. در اعداد ماخ بالای ۶ نیز تولید شوک قائم در لبه ابتدایی ورودی صورت پذیرفته و در نتیجه بازایی فشار کل ضعیفی به وجود می‌آید و در نتیجه منجر به کاهش کارایی می‌شود [۷].

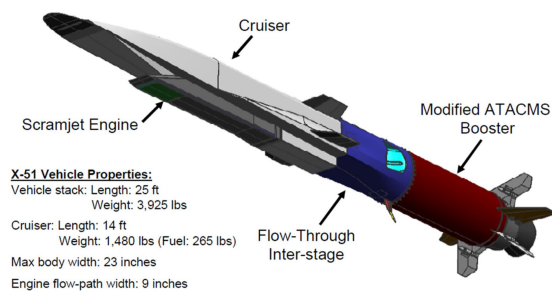
### ۳- موتورهای اسکرمجت

شکل‌ها اسکرمجت‌ها موتورهایی هستند که برای عملکرد در سرعت‌های خیلی بالا طراحی می‌شوند که معمولاً در ارتباط با موشک‌ها بوده و معمولاً از هیدروژن و گاهی از سوخت‌های هیدروکربنی به عنوان سوخت استفاده می‌نمایند. موتور اسکرمجت در واقع معادل لغوی موتور رمجت با احتراق فراصوت<sup>۳</sup> می‌باشد. در یک احتراق فراصوت رمجت یا اسکرمجت، جریان با استفاده از یک سری امواج ضربه‌ای مایل، فشرده شده و کاهش سرعت می‌یابد. یک موتور اسکرمجت یک موتور هوا-تنفسی ماورای صوتی است که احتراق درون محفظه احتراق در جریان فرا صوت نسبت به موتور صورت می‌پذیرد. بنابراین سرعت جریان درون موتور اسکرمجت همچنان فراصوت باقی می‌ماند. به همین دلیل نیازی به سیستم چوک کردن مکانیکی نمی‌باشد. تخمین زده می‌شود که موتور اسکرمجت بتواند به سرعت‌های حدود بین اعداد ماخ ۱۵ تا ۲۴ برسد ولی در حال حاضر به طور عملی بالاترین رکورد ثبت شده برای این موتورها عدد ماخ ۹/۶ می‌باشد.

در اکثر طرح‌های یکپارچه موتور-وسیله برای یک هواپیما یا یک موشک، تمام قسمت پایینی وسیله برای یک موتور اسکرمجت به کار می‌رود. همانگونه که در شکل ۳ نشان داده شده است، یک سیستم

از مشکلات عملی در استفاده از شیبوره‌های رمپ، تولید یک ممان اضافی با تراول دادن موتور می‌باشد که در نتیجه نیازمند کنترل بیشتر و بهتری بر روی فرامین کنترل بوده و نیازمند سیستم کنترل پیچیده-تری می‌باشد همچنین استفاده از فرامین کنترلی برای تنظیم پرنده، خود منجر به ایجاد نیروی پسای اضافی می‌شود [۲].

یک نمونه تست دیگر با پیشرانس موتور اسکرمجت، در تست موفقیت‌آمیز پرنده ایکس-۵۱ صورت پذیرفته است که تصویر آن در شکل ۱ مشاهده می‌شود. پرنده ایکس-۵۱ یک وسیله با موتور اسکرمجت و به طور یکپارچه با بوستر موشکی است. سوخت این موتور اسکرمجت، سوخت هیدروکربنی جی-پی-۷ بود. در سال ۲۰۱۰ پرنده ایکس-۵۱ اولین پرواز موفقیت‌آمیزش را انجام داد. این پرنده تحقیقاتی از روی یک هواپیما بی-۵۲ پرتاب شد. پرنده ایکس-۵۱ پس از پرتاب از روی هواپیما، ابتدا توسط یک بوستر سوخت جامد ام‌جی-ام-۱۴۰ تا حدود عدد ماخ ۴/۵ می‌رسد و سپس بوستر سوخت جامد از آن جدا شده و موتور اسکرمجت شروع به کار می‌نماید. پرنده ایکس-۵۱ رکورد بیشترین مدت زمان پروازی با موتور اسکرمجت را شکست و توانست به مدت ۲۱۰ ثانیه با موتور اسکرمجت پرواز نماید [۳ و ۴].



شکل ۱- نمایی از پرنده ایکس-۵۱ به همراه بوستر سوخت جامد آن

[۵]

### ۲- موتورهای رمجت

رمجت یک موتور هوا تنفسی عالی به خاطر سادگی‌اش است. نداشتن اجزای متحرک و دستیابی به تراکم هوا فقط از طریق تغییر درونی هندسه، این موتور را قادر به توسعه عملکرد در سرعت‌های پروازی می‌کند که موتورهای توربین گاز در آن سرعت‌ها ناکارآمد هستند. موتورهای رمجت از شرایط شروع پرواز عمل نمی‌کنند، و کارایی آنها در سرعت‌های مادون صوت پایین است زیرا فشار دینامیکی هوا به اندازه کافی بالا نیست تا فشار چرخه به اندازه کافی بالا برود. در سرعت‌های پروازی بالاتر از حدود ماخ ۳ چرخه‌هایی که از ماشین‌های چرخان مانند کمپرسورها استفاده می‌کنند دیگر برای افزایش فشار مورد نیاز نیستند و در عوض می‌توان با استفاده از تغییرات مساحت در ورودی و استفاده از پخش‌کننده (دیفیوزر) که به محفظه احتراق منتهی می‌شود، به فشار مورد نظر دست یافت. موتورهای بدون قطعات چرخان درونی می‌توانند در بیشینه دمای چرخه بالاتری کار کنند درحالیکه این دمای بیشینه برای موتورهای توربینی حاضر دارای محدودیت می‌باشد پس بیشینه دمای سیکل برای موتورهای رمجت و اسکرمجت می‌تواند افزایش یابد.

موتور رمجت بر این اساس کار می‌کند که جریان فرا صوت ورودی

<sup>۳</sup>Supersonic Combustion ramjet (Scramjet)

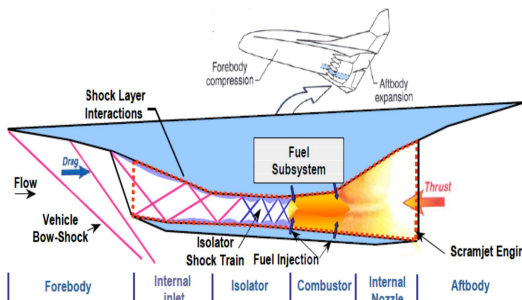
وجود دارند. پایداری شعله نیز یکی از مسائل کلیدی در سرعت‌های بالا می‌باشد و برخی از شعله‌نگهدارها باید وجود داشته باشند تا زمان اقامت افزایش یابد. ترکیب شیمیایی در ناحیه نگهداری شعله تفاوت زیادی از نواحی دیگر داشته و همچنین گرادبان‌های ترکیبات و دما نیز بزرگ می‌باشد. نسبت سوخت به هوای مربوطه باید به میزانی باشد تا ناحیه نگهداری شعله در محدوده پروازی و محدوده تغییرات تراشل موتور پایدار باشد.

عملکرد طولانی مدت وسیله پرنده درون اتمسفر، نیازمند خنک‌کاری اجزای موتور و وسیله پرنده می‌باشد. سوخت خود پرنده می‌تواند بهترین انتخاب برای فرآیند خنک‌کاری باشد، زیرا استفاده از عامل خنک‌کاری دیگر و مبادله‌کن‌های گرما باعث افزایش وزن وسیله پرنده می‌شود. معمولاً جریان سوخت موتور به طور کامل نیازمندی‌های خنک‌کاری را برآورده نمی‌کند، و برخی انواع سوخت‌های جانبی مورد نیاز می‌باشد. بنابراین، برای شرایط خاص، سوخت ظرفیت خنک‌کاری لازم برای ارضای نیازمندی‌های مأموریت را ندارد. هیوز و پرات<sup>۴</sup> نشان دادند که، در عدد ماخ ۱۰، سوخت‌های هیدروکربنی دیگر نمی‌توانند نیازمندی‌های خنک‌کاری وسیله پرنده را برآورده سازند و باید از سوخت‌های سرمازای هیدروژنی<sup>۵</sup> در این موارد استفاده نمود [۱۰]. با توجه به اینکه اعداد ماخ موجود در موتور اسکرمجت بالا می‌باشند بنابراین دمای استاتیک گاز در کل موتور پایین‌تر می‌باشد و بنابراین محفظه احتراق این امکان را می‌یابد تا از آزادسازی حرارت سوخت، نیروی پیشرانشی لازم را تأمین نماید [۱۱].

بخش شیبوره رمپ تک انبساطی یک نمونه بارز از طراحی سیستم پیشرانشی است. برای یک عدد ماخ، زاویه حمله و فشار دینامیکی داده شده، انبساط جریان هوا و عملکرد آیرودینامیکی قسمت عقبی بدنه به طور اساسی بستگی به هندسه آن دارد مخصوصاً خط انبساط بالایی آن. بسیاری از روش‌های طراحی شیبوره از روش مشخصه‌ها و روش تغییر برای جریان غیر لزج (روش راثو) برای دستیابی به نسبت برآ به پسای بیشینه یا طول کمینه شیبوره استفاده می‌نمایند. پدیده‌های جریان در ورودی شیبوره (برای مثال خروجی‌های موتور و قسمت عقبی بدنه) خیلی پیچیده هستند و بنابراین طراحی‌های شیبوره بر اساس جریان غیرلزج فقط برای طراحی اولیه می‌باشند [۱۲ و ۱۳]. در سالیان اخیر با توسعه دینامیک سیالات محاسباتی، شبیه‌سازی‌های عددی قابل قبولی صورت می‌پذیرد که می‌توانند برای ارتقاء طراحی و بهینه‌سازی شیبوره‌های وسایل ماورای صوتی استفاده شوند. چن و همکارانش از حل عددی معادلات ناویر-استوکس برای بهینه‌سازی و طراحی دو-بعدی شیبوره موتور اسکرمجت استفاده نموده‌اند [۱۴]. همچنین در کار دیگری توسط چن و همکارانش بهینه‌سازی تک-هدفه و چند-هدفه اجزای اسکرمجت با استفاده از الگوریتم‌های ژنتیک بر اساس حل‌کننده سهموی معادلات ناویر-استوکس بررسی شده است [۱۵]. شنگجون و همکاران، نیز بهینه‌سازی طراحی شیبوره رمپ تک انبساطی را بررسی نموده‌اند [۱۶].

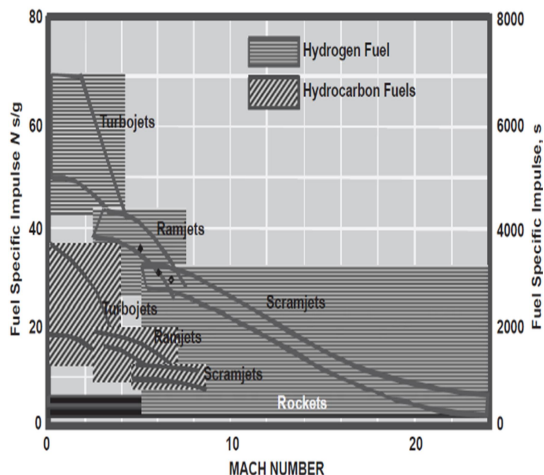
<sup>4</sup>Heiser and Pratt  
<sup>5</sup>cryogenic hydrogen

پیشرانشی اسکرمجت شامل اجزای اصلی ذیل می‌باشد: قسمت جلویی هواپیما شامل یک ورودی بیرونی، یک ورودی داخلی، قسمت کانال جداکننده، محفظه احتراق، شیبوره درونی، زیر سیستم تأمین سوخت و قسمت عقبی بدنه هواپیما که یک شیبوره بیرونی را شکل می‌دهد.



شکل ۳- قسمت‌های به هم پیوسته یک سیستم پیشرانشی اسکرمجت [۶]

شکل ۴ ضربه ویژه محاسبه شده برای وسایل پرنده مختلفی را بر حسب افزایش عدد ماخ پروازی نشان می‌دهد. ضربه مخصوص موشک‌ها نیز برای مقایسه قرار داده شده است. با توجه به شکل، ضربه‌های ویژه وسایل هوا تنفسی مختلف و موشک‌ها نشان دهنده مزایای استفاده از موتور اسکرمجت برای شرایط پروازی ماخ بالاتر از ۶ می‌باشد [۸ و ۹].



شکل ۴- ضربه‌های ویژه وسایل هوا تنفسی مختلف و موشک‌ها. عملکرد با سوخت‌های هیدروژن و هیدروکربن [۸]

از لحاظ تکنولوژیکی، موتور اسکرمجت هنوز دارای مشکلاتی است که هم مربوط به مشخصات عملکردی و هم مربوط به اتصال با سازه بدنه پرنده می‌باشند. برخی از این مشکلات در ادامه ذکر شده‌اند. از آنجاییکه زمان اقامت هوا درون موتور از مرتبه میلی‌ثانیه است، زمان اختلاط سوخت با هوا در سطح مولکولی یک فاکتور محدود کننده می‌باشد. مکانیسم‌هایی که موجب سرعت بخشیدن به اختلاط سوخت و هوا می‌گردند موجب افزایش افت‌های مومنومی می‌گردند. این مشکل هنگامیکه از سوخت‌های مایع استفاده شود، بیشتر می‌گردد زیرا فرآیندهای اضافی، از جمله تجزیه و شکستن مایع و بخار شدن آن نیز

اسکرمجت را غیر-تعادلی شیمیایی نموده و بر روی عملکرد شیپوره تأثیر می‌گذارد. ژانگ و همکارانش به بررسی بازترکیب رادیکال در شیپوره اسکرمجت با سوخت هیدروکربنی پرداخته‌اند. طبق نتایج آنها افزایش دمای استاتیک ورودی نه تنها پیشرفت و تکمیل واکنش شیمیایی را بهبود می‌بخشد، بلکه همچنین پتانسیل انرژی تجزیه شیمیایی را که می‌تواند آزاد شود را نیز افزایش می‌دهد. همچنین افزایش فشار استاتیک ورودی می‌تواند واکنش‌های شیمیایی را تسریع بخشد ولی کسر مولفه‌های رادیکالی را کاهش می‌دهد. با افزایش ابعاد شیپوره زمان بیشتری برای واکنش‌های شیمیایی مهیا شده و در نتیجه فرآیند بازترکیب رادیکال‌ها بهبود می‌یابد. در حالیکه با افزایش عدد ماخ ورودی به شیپوره زمان کمتری برای واکنش‌های شیمیایی فراهم شده و در نتیجه تأثیر آنها بر عملکرد شیپوره ضعیف‌تر می‌شود [۲۹].

#### ۴- روش حل عددی

حل‌های زمان پیمایشی معادلات اوپلر امروزه برای محاسبه ردیف-های پره توربوماشین‌ها به طور گسترده استفاده می‌شوند. یک روش اوپلر جالب توجه برای محاسبات جریان کسکید توسط دنتون توسعه داده شده است. توانایی، سرعت نسبتاً بالا، و سادگی روش باعث استفاده گسترده آن در صنعت توربوماشین شده است [۳۰]. از طرف دیگر، یک روش حجم محدود با یک طرح زمان پیمایشی چند مرحله‌ای توسط جیمسون و همکارانش ارائه شده است که برای جریان‌های خارجی موفقیت‌آمیز بوده است. این روش دارای مزایای گسسته‌سازی مکانی و گسسته‌سازی زمانی جداگانه است که به کارگیری از آن را ساده نموده است [۳۱].

در اینجا از حل عددی معادلات دوبعدی ناوبر-استوکس به روش حجم محدود و زمان پیمایشی جیمسون با فرمول‌بندی مرکز سلولی کمک گرفته شده است. فرض می‌شود که سیال جریان یافته یک گاز کامل است. همچنین از واکنش‌های شیمیایی صرفنظر شده است. معادلات ناوبر-استوکس در فضای دو بعدی به شکل زیر می‌باشند:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial(F-F_v)}{\partial x} + \frac{\partial(G-G_v)}{\partial y} = S \quad (1)$$

$$W = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho E \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$F = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + P \\ \rho uv \\ (\rho E + P)u \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$G = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho vu \\ \rho v^2 + P \\ (\rho E + P)v \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$F_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ Q_x \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$G_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ Q_y \end{bmatrix} \quad (6)$$

شیپوره رمپ تک انبساطی بررسی نموده‌اند. آنها بر پایه تعداد زیادی از نتایج عددی، به بهینه‌سازی یک شیپوره پرداخته‌اند. گزینه‌های مختلفی از جمله تغییر در زاویه رمپ، افزایش طول غلاف، و افزایش دیواره کناری برای افزایش کارایی این قبیل شیپوره‌ها بررسی شده‌اند [۱۷]. دامیرا و همکارانش، به بررسی بهینه‌سازی پارامتری شیپوره رمپ تک انبساطی پرداخته‌اند و حساسیت عملکرد را نسبت به هر پارامتری بررسی نموده‌اند. پارامترهای مختلف، طول غلاف، طول رمپ، و شکل رمپ بالایی بودند. بعد از یافتن حساسیت، بعضی از پارامترها ثابت نگه داشته شده و پارامترهای دیگر از طریق مسأله بهینه‌سازی تعیین شده‌اند [۱۸]. هی و همکارانش به بررسی بهینه‌سازی طراحی خودکار شیپوره رمپ تک انبساطی برای وسیله ماورای صوتی پرداخته‌اند. در این کار شیپوره رمپ تک انبساطی وسیله ماورای صوتی برای بهبود نیروی برآ و تراست طراحی شده است. مشخصه‌های برآ و تراست با استفاده از نرم‌افزار بهینه‌سازی تک-هدفه و چند-هدفه بهینه شده‌اند [۱۹]. چی و همکارانش به بهینه‌سازی یک شیپوره دو-بعدی یکپارچه با بدنه با استفاده از روش الگوریتم ژنتیک و بررسی CFD پرداخته‌اند. این کار به بهبود الگوریتم‌های ژنتیک ساده به الگوریتم‌های ژنتیک چند-هدفه برای طراحی شیپوره/قسمت عقبی بدنه یک وسیله ماورای صوتی می‌پردازد [۲۰]. تای‌یوان و همکارانش بهینه‌سازی خطوط انبساط دو-بعدی و پارامترهای ساختارهای سه-بعدی در شرایط شبیه-سازی شده عدد ماخ ۶/۵ و در ارتفاع پروازی ۲۵ کیلومتری برای شیپوره/قسمت عقبی بدنه یک وسیله ماورای صوتی را بررسی نموده‌اند [۲۱]. ژنگ و همکاران، یک روش طراحی جدید شیپوره‌های رمپ تک انبساطی را تحت محدودیت‌های هندسی برای اسکرمجت‌ها ارائه نموده‌اند [۲۲].

هاپکینز و همکارانش اعتبارسنجی روش شبیه‌سازی خروجی موتور اسکرمجت در ماخ ۶ را به صورت تجربی بررسی نموده‌اند. در این کار پروفیل‌های فشار خروجی و پروفیل‌های آهنگ انتقال حرارت بدست آمده است که این آزمایش توسط دو مخلوط از گازهای سرد آرگون و فرئون-۱۳بی ۱ یا فرئون-۱۲ بررسی شده است [۲۳].

هوبنر و تاوم، شبیه‌سازی جریان خروجی یک اسکرمجت را با اثرات ورودی‌ها بررسی نموده‌اند. آنها نتایج خودشان را با تصاویر شیلینر مقایسه نموده‌اند [۲۴]. میتانی و همکارانش، تراست تولید شده توسط شیپوره‌های اسکرمجت را با استفاده از یک جریان گاز دما بالای حاصل از احتراق مونومتیل-هیدرازین و تتراکسید نیتروژن به صورت تجربی اندازه‌گیری نموده‌اند. تعدادی آزمایشات جریان سرد گاز نیتروژن نیز با همان شیپوره‌ها انجام شده است و سپس نتایج تجربی را با نتایج حل‌های عددی مقایسه نموده‌اند [۲۵]. نفیس و همکاران، اثر دمای فلاپ بر عملکرد شیپوره رمپ تک انبساطی را بررسی نموده‌اند. در این کار تأثیر خنک‌کاری دیواره در بهبود کارایی یک شیپوره رمپ تک انبساطی بررسی شده است [۲۶]. نایدو و باجاج به بررسی مدلسازی و شبیه‌سازی جریان گازهای شیپوره خروجی در یک موتور اسکرمجت با استفاده از نرم‌افزار فلونت پرداخته‌اند [۲۷]. رامشا و همکارانش نیز به بررسی عددی جریان فرا صوت در شیپوره خروجی یک موتور اسکرمجت با استفاده از نرم‌افزار فلونت پرداخته‌اند. در این مطالعه از مدل توربولانسی  $k-\epsilon$  برای بررسی جریان استفاده شده است [۲۸].

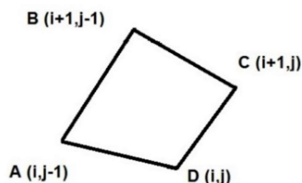
بازترکیب رادیکال یکی از دلایلی است که جریان شیپوره

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} W d\Omega + \oint_{\Gamma_p} (Fdy - Gdx) - \int_{\Omega} S \cdot d\Omega = 0 \quad (22)$$

$$\frac{dW_i}{dt} V_i + \sum_{faces} F \cdot ds - S_i \cdot V_i = 0 \quad (23)$$

$$dW_i = (Fdy - Gdx) \frac{dt}{V_i} = (Fdy - Gdx) \frac{dt}{dx \cdot dy} \quad (24)$$

که در اینجا  $\Gamma$  سطح کل،  $\Omega$  حجم سلول،  $V_i$  حجم سلول و  $ds$  مساحت المان‌های کناری است. تصویری از یک سلول محاسباتی در شکل ۵ مشاهده می‌شود.



شکل ۵- تصویری از یک سلول محاسباتی فرضی.

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\frac{1}{\Omega} \sum_{k=1}^4 (Fdy - Gdx)_k \quad (25)$$

$$\left(\frac{\partial W}{\partial t}\right)_{i,j} = R_{i,j}(W) \quad (26)$$

$$R_{i,j}(W) = -\frac{0.5}{\Omega_{i,j}} [k_1 + k_2 + k_3 + k_4] \quad (27)$$

$$\begin{aligned} k_1 &= \{(F_A + F_B)(y_A - y_B) - (G_A + G_B)(x_A - x_B)\} \\ k_2 &= \{(F_B + F_C)(y_B - y_C) - (G_B + G_C)(x_B - x_C)\} \\ k_3 &= \{(F_C + F_D)(y_C - y_D) - (G_C + G_D)(x_C - x_D)\} \\ k_4 &= \{(F_D + F_A)(y_D - y_A) - (G_D + G_A)(x_D - x_A)\} \end{aligned} \quad (28)$$

که در رابطه فوق،  $K$  نشان دهنده هر یک از وجوه کنترلی است و از یک تا چهار تغییر می‌کند. سمت راست معادله فوق باقیمانده نامیده می‌شود و آن را با  $R(W)$  نشان می‌دهیم به عبارتی برای محاسبه نمو متغیرها در نقاط محاسباتی می‌بایست از میزان تغییر متغیرهای بقای در هر المان استفاده نمود [۳۴ و ۳۵].

تغییرات در همه متغیرها به گوشه‌های پایین دست المان فرستاده می‌شوند ولی فشار در هر نقطه حالا از چگالی در نقطه پایین دست بعدی به علاوه یک ضریب تصحیح بدست می‌آید. برای مثال:

$$P_{i,j} = (\rho_{i,j+1} + CFRO_{i,j})RT_{i,j} \quad (29)$$

که بعد از هر گام زمانی (یا تعداد کمی گام زمانی)

$$CFRO_{i,NEW} = (1 - RF) \cdot CFRO_{i,OLD} + RF(\rho_{i,j} - \rho_{i,j+1}) \quad (30)$$

که  $RF$  یک ضریب تخفیف است که مقدار آن معمولاً حدود ۰/۰۵ می‌باشد.

با همه روش‌های زمان پیمایشی صریح، بیشینه گام زمانی پایداری تئوری توسط عدد کورانت (CFL) تعیین می‌شود:

$$\Delta t < \frac{\Delta l}{c+v} \quad (31)$$

که معمولاً فاصله در جهت جریان بین صفحات بالادست و پایین دست المان است.

در عمل مشاهده شده که پایداری بیشتر به عدد ماخ محوری بستگی دارد.

$$\Delta t < \frac{\Delta x}{C+V_x} \quad (32)$$

$$S = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\tau_{xx} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (8)$$

$$\tau_{yy} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} + \lambda \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (9)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (10)$$

$$\lambda = -\frac{2}{3}\mu \quad (11)$$

$$Q_x = u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + k_{eff} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (12)$$

$$Q_y = u\tau_{yx} + v\tau_{yy} + k_{eff} \frac{\partial T}{\partial y} \quad (13)$$

پیوستگی:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (14)$$

مومنوم در جهت x:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2 + P) - \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v u) - \tau_{xy}}{\partial y} = S_{Mx} \quad (15)$$

مومنوم در جهت y:

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v^2 + P) - \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial(\rho u v) - \tau_{xy}}{\partial x} = S_{My} \quad (16)$$

انرژی:

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho e + P)u - Q_x}{\partial x} + \frac{\partial(\rho e + P)v - Q_y}{\partial y} = S_e \quad (17)$$

که در اینجا جملات چشمه برابر صفر هستند یعنی  $S_{Mx}$  و  $S_{My}$  و  $S_e$  برابر صفر می‌باشند. در روش دنتون از آنجاییکه جریان به صورت آدیاباتیک فرض شده است به جای معادله (۱۷) از معادله (۱۸) یعنی آنتالپی سکون ثابت استفاده شده است. در جریان دو-بعدی حالت پایا معمول است که معادله انرژی با رابطه آنتالپی سکون ثابت ( $H = const.$ ) جایگزین شود:

$$q - w = h_e + \frac{v_e^2}{2} - h_i - \frac{v_i^2}{2} \Rightarrow h_{0e} = h_{0i} \quad (18)$$

با فرض گرمای ویژه ثابت داریم که:

$$h_{0e} = h_{0i} \Rightarrow T_{0e} = T_{0i} \quad (19)$$

و از معادله حالت گاز کامل داریم که:

$$P = \rho RT \quad (20)$$

که با معادلات یاد شده به دنبال یافتن  $\rho, P, T, u, v$  هستیم. با داشتن ۵ تا معادله (۱۴)، (۱۵)، (۱۶) و (۱۸) و معادله حالت گاز کامل مقدار ۵ تا مجهول یاد شده را در تک تک حجم کنترل‌ها می‌یابیم [۳۲ و ۳۳]. همانطور که در بالا توضیح داده شده، در روش دنتون برای یافتن دمای سلول‌ها به جای حل کردن معادله انرژی از ثابت بودن آنتالپی سکون در حوزه حل استفاده می‌شود و جریان در همه جا به صورت آیزنتروپیک فرض می‌شود ولی در حل عددی حاضر دماها مستقیماً از حل معادله انرژی بدست می‌آیند.

با انتگرال‌گیری از معادله (۱) به استناد قضیه گرین بر روی یک سلول محاسباتی با مساحت ثابت  $\Omega$  و مرز  $\Gamma_p$  در مختصات دکارتی نتیجه زیر حاصل می‌شود:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial W}{\partial t} d\Omega + \int_{\Gamma} F \cdot nd\Gamma - \int_{\Omega} S \cdot d\Omega = 0 \quad (21)$$

### ۵- مشخصات دو مدل هندسی مورد بررسی

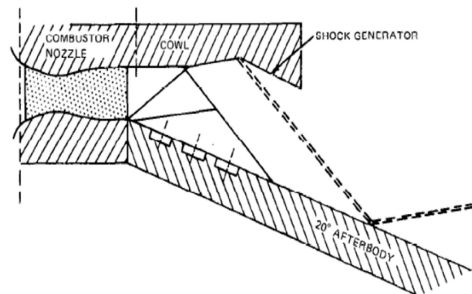
مشخصات مدل هندسی مورد بررسی از مرجع [۲۳] در نظر گرفته شده است. در اینجا دو مدل هندسی مختلف بررسی شده است. در یک مدل هندسی یک تیغه (گوه) در قسمت خروجی شیبوره اضافه شده است که باعث ایجاد یک موج ضربه‌ای در جریان می‌شود. مدل هندسی دیگر بدون این تیغه تولید کننده موج ضربه‌ای می‌باشد. مشخصات هندسی شیبوره با تیغه در شکل ۶ نشان داده شده است. مختصات هندسه سطوح قسمت عقبی و غلاف شیبوره به صورت زیر است:

جدول ۱- مشخصات هندسی.

غلاف	
$\bar{Y} = 1.0$	$0 \leq \bar{X} \leq 1.11$ (هر دو مدل)
$\bar{Y} = 0.4204 \bar{X}^2 - 0.933 \bar{X} + 1.518$	$1.235 \leq \bar{X} \leq 3.12$ (بدون تیغه)
$\bar{Y} = 0.1051 \bar{X} + 0.8768$	$1.235 \leq \bar{X} \leq 2.6$ (با تیغه)
$\bar{Y} = -0.3443 \bar{X} + 2.0453$	$2.6 \leq \bar{X} \leq 4.0$ (با تیغه)
قسمت عقبی بدنه با زاویه ۲۰ درجه (برای هر دو مدل)	
$\bar{Y} = (0.1736 - \bar{X}^2)^{\frac{1}{2}} - 0.4167$	$0 \leq \bar{X} \leq 0.1425$
$\bar{Y} = -0.3640 \bar{X} + 0.02674$	$.1425 \leq \bar{X} \leq 21.67$

که در روابط بالا  $\bar{X} = X/Y_3$  و  $\bar{Y} = Y/Y_3$  است که  $Y_3$  ارتفاع خروجی محفظه احتراق است که در این مسئله  $Y_3 = 1.524$  سانتیمتر (۰/۶ اینچ) است.

جریان فرا صوت ورودی به شیبوره که بیان کننده خروجی از یک محفظه احتراق رمجت فرا صوت (اسکرمجت) می‌باشد، وارد شیبوره شده و منبسط می‌شود. جریان با عدد ماخ ۱/۶۶ و دمای سکون ۴۷۷/۸ کلوین و فشار ۱۲۷۱۰۰ پاسکال وارد شیبوره می‌شود.



شکل ۶- تصویر نشان‌دهنده شیبوره خروجی و غلاف [۲۳].

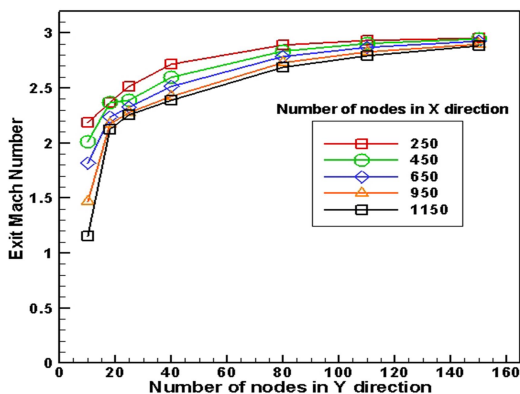
آزمایش تجربی انجام شده در مرجع [۲۳] برای چند مخلوط گاز مختلف شامل ترکیب‌های مختلفی از گازهای آرگون و فرئون-۱۲ و همچنین ترکیب‌هایی از گازهای آرگون و فرئون-۱۳-بی-۱ انجام شده است. گاز در نظر گرفته شده برای شبیه‌سازی عددی شامل مخلوطی از مقدار تقریبی ۵۰٪ آرگون و ۵۰٪ فرئون-۱۳-بی-۱ در دمای کل ۴۷۷/۸ کلوین می‌باشد. گرمای ویژه گازها در فشار ثابت با توجه به داده‌های جدول مرجع [۲۳] به صورت خطی در نظر گرفته شده است.

جدول ۳- خواص گاز

مقادیر	خاصیت
۹۹/۵	وزن مولکولی مخلوط گازها
$1/7894 \times 10^{-5}$	لزجت (kg/m-s)
۰/۰۲۴۲	ضریب هدایت گرمایی (w/m-k)
[۲۳]	گرمای ویژه در فشار ثابت

### ۶- بررسی استقلال از شبکه

در شبیه‌سازی‌های عددی ابتدا لازم است که استقلال از شبکه مورد بررسی قرار گیرد. یعنی هندسه مسئله باید به نحوی شبکه بندی شود که تغییر شبکه با ازدیاد سلول‌ها و ناحیه‌های شبکه تأثیری بر روی نتایج حل شبیه‌سازی عددی نداشته و یا خطایی قابل چشم‌پوشی داشته باشد. در این کار برای بررسی استقلال از شبکه، متوسط عدد ماخ خروجی از شیبوره برای شبکه‌های با تعداد سلول‌های مختلف بررسی شده است که در شکل ۷ مشاهده می‌شود. در این شکل محور عمودی متوسط عدد ماخ در صفحه خروجی از شیبوره را نشان می‌دهد و محور افقی تعداد نقاط شبکه در جهت محور عمودی و نمودارها نشان دهنده تعداد نقاط شبکه در جهت محور افقی می‌باشند.



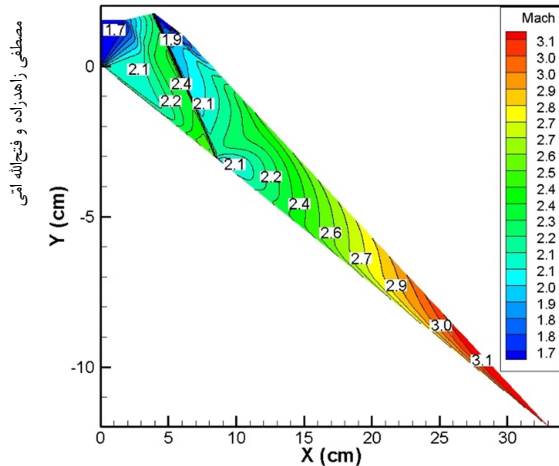
شکل ۷- بررسی استقلال از شبکه.

### ۷- نتایج

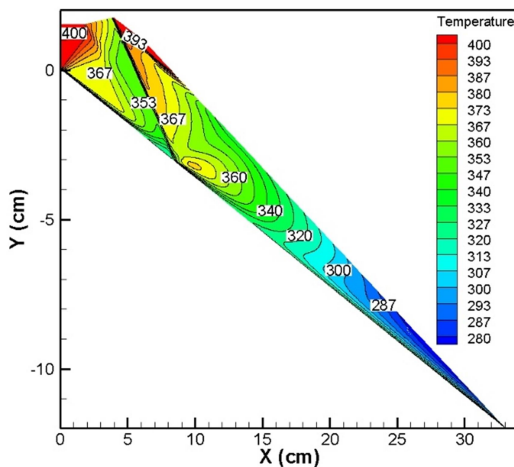
در این کار یک کد عددی توسعه داده شده و جریان سیال در شیبوره خروجی موتور اسکرمجت با استفاده از حل عددی شبیه سازی شده است. علاوه بر نتایج حل عددی با استفاده از کد نوشته شده، نتایج حل با استفاده از نرم‌افزار فلونت نیز بدست آمده است و نتایج حل عددی حاصل از کد عددی نوشته شده با نتایج فلونت و نتایج تجربی مقایسه شده است. همچنین با نتایج حل با استفاده از روش مشخصه‌ها

جدول ۲- شرایط مرزی

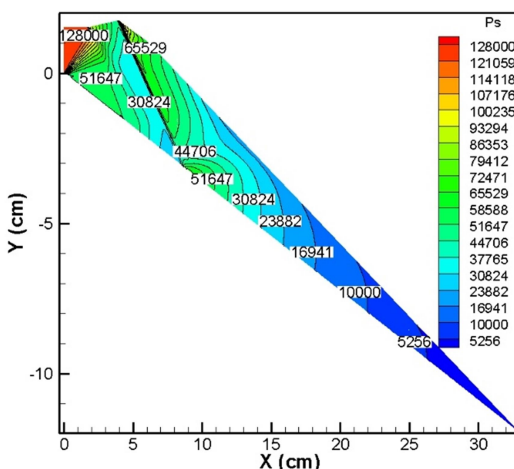
مقادیر	شرط مرزی
۱/۶۶	عدد ماخ ورودی
۱۲۷۱۰۰ پاسکال	فشار استاتیک ورودی
۴۷۷/۸ کلوین	دمای سکون ورودی
۳۲۸ کلوین	دمای دیواره رمپ (قسمت عقبی با زاویه ۲۰ درجه)



شکل ۱۰- کانتور تغییرات عدد ماخ برای مدل هندسی با تیغه.

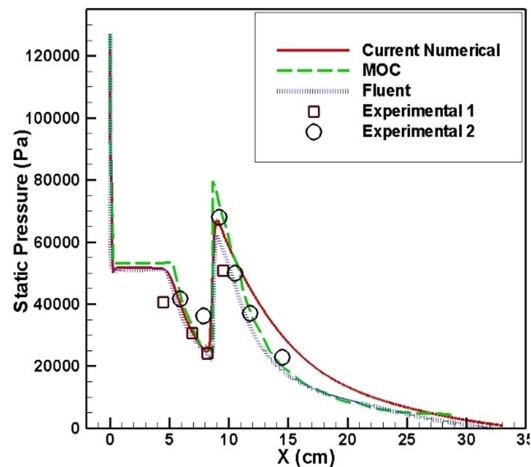


شکل ۱۱- کانتور تغییرات دمای استاتیک برای مدل هندسی با تیغه.

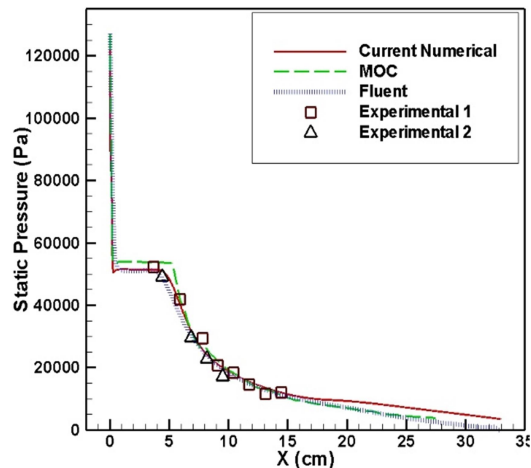


شکل ۱۲- کانتور تغییرات فشار استاتیک برای مدل هندسی با تیغه.

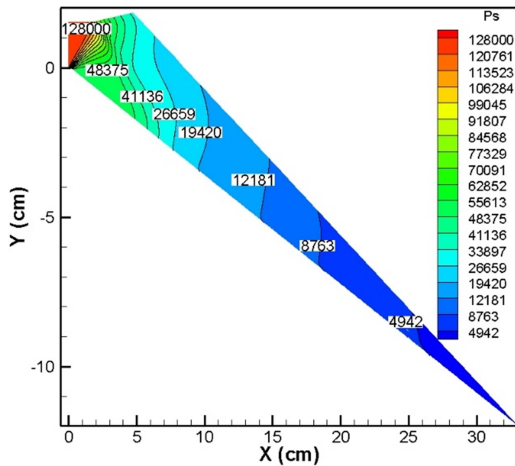
(MOC) مرجع [۲۳] نیز مقایسه شده است. نتایج این مقایسه در شکل‌های ۸ و ۹ مشاهده می‌شود که مقایسه نتایج نشان‌دهنده تطابق خوب نتایج حل عددی با نتایج آزمایشگاهی می‌باشد. در ادامه نتایج کانتور تغییرات عدد ماخ برای مدل هندسی اول در شکل ۱۰ نشان داده شده است. موج ضربه‌ای به وجود آمده در شیپوره در این شکل نمایان می‌باشد. در شکل ۱۱ کانتور تغییرات دمای استاتیک برای مدل هندسی اول نشان داده شده است و در شکل ۱۲ کانتور تغییرات فشار استاتیک مشاهده می‌شود. در شکل ۱۳ نیز کانتور تغییرات چگالی مشاهده می‌شود. در شکل‌های ۱۴ تا ۱۷ نیز کانتور تغییرات عدد ماخ، دما و فشار استاتیک و چگالی برای مدل هندسی دوم مشاهده می‌شود.



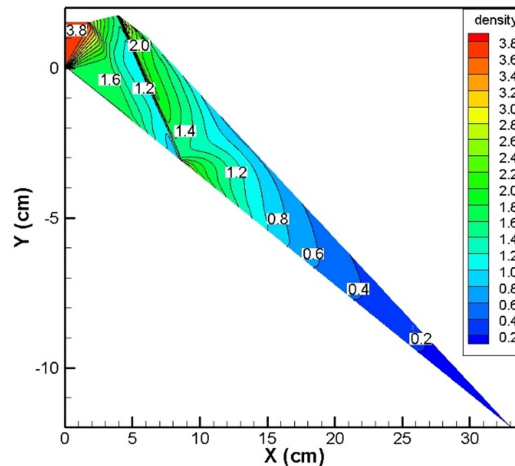
شکل ۸- نتایج عددی و تجربی تغییرات فشار استاتیک بر روی دیواره پایینی شیپوره (رمپ) برای مدل هندسی با تیغه.



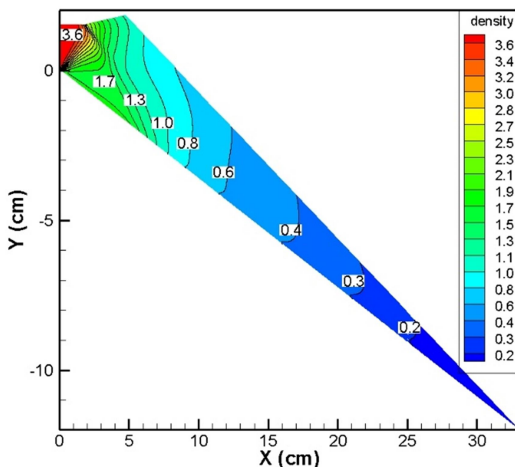
شکل ۹- نتایج عددی و تجربی تغییرات فشار استاتیک بر روی دیواره پایینی شیپوره (رمپ) برای مدل هندسی بدون تیغه.



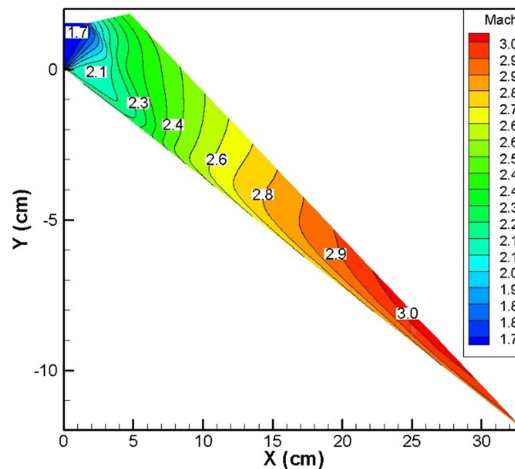
شکل ۱۶- کانتور تغییرات فشار استاتیکی برای مدل هندسی بدون تیغه.



شکل ۱۳- کانتور تغییرات چگالی برای مدل هندسی با تیغه.



شکل ۱۷- کانتور تغییرات چگالی برای مدل هندسی بدون تیغه.



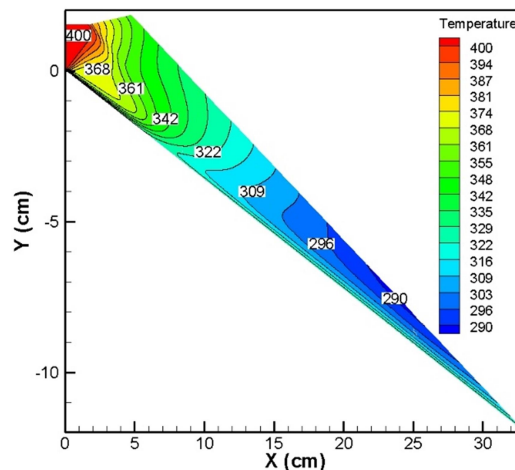
شکل ۱۴- کانتور تغییرات عدد ماخ برای مدل هندسی بدون تیغه.

### ۸- نتیجه گیری

در این تحقیق شبیه‌سازی عددی جریان درون یک شیپوره رمپ تک انبساطی با استفاده از کد فرترن صورت پذیرفته است. برای شبیه‌سازی حوزه حل، معادلات بقای جرم، مومنتوم، انرژی و معادله حالت گاز برای جریان تراکم‌پذیر لزج دو-بعدی با استفاده از روش گام‌زنی زمانی حل شده‌اند. در این کار دو مدل هندسی مختلف بررسی شده است. در یک مدل هندسی یک تیغه (گوه) در قسمت خروجی شیپوره اضافه شده است که باعث ایجاد یک موج ضربه‌ای در حوزه جریان می‌شود. مدل هندسی دیگر بدون این تیغه تولید کننده موج ضربه‌ای می‌باشد. در نهایت نتایج حاصل از حل عددی کد با نتایج بدست آمده از نرم‌افزار فلونت و نتایج حل روش مشخصه‌ها و داده‌های تجربی مقایسه شده است که مقایسه نتایج نشان‌دهنده تطابق خوب نتایج حل عددی حاضر با نتایج آزمایشگاهی و سایر نتایج می‌باشد.

### ۹- مراجع

- [1] Suresh C. K., Ashwin K. K., Parammasivam K. M., *Computational Study of the Effect of Geometric*



شکل ۱۵- کانتور تغییرات دمای استاتیکی برای مدل هندسی بدون تیغه.



- [20] Che J., Tang S., *The application of genetic algorithms to afterbody/nozzle integrated design of a hypersonic vehicle*, Flight Dynamics, 24: 74–77, 2006.
- [21] Gao T., Cui K., Wang X., Hu S., Yang G. and Ren L., *Aerodynamic optimization and evaluation for the three-dimensional afterbody/nozzle integrated configuration of hypersonic vehicles*, Chinese Science Bulletin, Fluid Mechanics, Vol. 57, No. 8, pp. 849-857, March 2012.
- [22] Zheng Lv, Jinglei Xu, Yang Yu, Jianwei Mo, *A new design method of single expansion ramp nozzles under geometric constraints for scramjets*, Journal of Aerospace Science and Technology, P.4 (1-11), 2017.
- [23] Hopkins H. B., Konopka W., and Leng J., *Validation of scramjet exhaust simulation technique at Mach 6*, NASA Contractor Report 3003, 1979.
- [24] Huebner L. D., and Tatum K. E., *Computational and Experimental Aftbody Flow Fields for Hypersonic, Airbreathing Configurations with Scramjet Exhaust Flow Simulation*, AIAA Paper 91-1709, June 1991.
- [25] Tohru M., Shuichi U., Koichiro T., Shigeru S., Hiroshi M., Masashi M., Shouhachi Y., *Validation Studies of Scramjet Nozzle Performance*, Journal of Propulsion And Power, Vol. 9, No. 5, Sept.-Oct. 1993.
- [26] Bakhtiyar M. Nafis, Tushar Paul, and A. B. M. Toufique Hasan, *Effect of flap temperature on single expansion ramp nozzle performance*, 7th BSME International Conference on Thermal Engineering, 2017.
- [27] Karri S. N., Dinesh K. B., *Modelling and Exhaust Nozzle Flow Simulations in a Scramjet*, International Journal of Science and Research (IJSR), ISSN (Online): 2319-7064, 2013.
- [28] Ramesha D. K., Rudra M., HemanthKumar P., *CFD Analysis of Supersonic Exhaust in a Scramjet Engine*, International Journal of Innovative Research in Science, Engineering and Technology, ISSN: 2319-8753, 2013.
- [29] Zhang X., Qin L., Chen H., He X., Liu Y., *Radical recombination in a hydrocarbon-fueled scramjet nozzle*, Chinese Journal of Aeronautics, 27(6): 1413–1420, 2014.
- [30] Denton J. D., *An Improved Time Marching Method for Turbomachinery Flow Calculation*, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 105, pp. 514-521, July 1983.
- [31] Jameson A., Schmidt W., Turkel E., *Numerical Solution of Euler Equation by Finite Volume Methods Using Runge-Kutta Time Stepping Schemes*, AIAA. Paper No. AIAA-81-1259, 1981.
- [۳۲] تیمورتاش ع.، وهاب‌زاده کلخوران م.، مهدیکر م.، بررسی تأثیر اندازه گام بر روی تلفات یک کسکید از پره‌های توربین و مقایسه آن با معیار تجربی سوئفل، نهمین کنفرانس انجمن هوافضای ایران، تهران، بهمن ماه ۱۳۸۸.
- [۳۳] تیمورتاش ع.، وهاب‌زاده کلخوران م.، مهدیکر م.، حذف معادله انرژی در روش زمان بی‌مابشی جیمسون برای حل جریان تراکم پذیر بی دررو بین پره های یک توربین، دهمین همایش انجمن هوافضای ایران، تهران، انجمن هوافضای ایران، دانشگاه تربیت مدرس، ۱۳۸۹.
- [34] Ng K. C., Yusoff M. Z., Yusaf T. F., *Simulations of Two-dimensional High Speed Turbulent Compressible Flow in a Diffuser and a Nozzle Blade Cascade*, American Journal of Applied Sciences, Vol. 2, No. 9, pp. 1325-1330, 2005.
- [35] Deepu M., Gokhale, Jayaraj S. S., *Numerical Modelling of Scramjet Combustor*, Defence Science Journal, Vol. 57, No. 4, pp. 367-379, July 2007.
- [2] <http://www.nasa.gov>
- [3] <http://www.wikipedia.com>
- [4] Joseph M. H., James S. M., Richard C. M., *The X-51A Scramjet Engine Flight Demonstration Program*, AIAA-2008-2540, 15th AIAA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference, Dayton, Ohio, 28 April – 1 May 2008.
- [5] Hank J., Murphy J., Mutzman R., *The X-51A Scramjet Engine Flight Demonstration Program*, in 15th AIAA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference (AIAA 2008-2540), Dayton, Ohio, 28 April - 1 May 2008.
- [6] Tran K. K., *One Dimensional Analysis Program for Scramjet and Ramjet Flowpaths*, Master of Science Thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, December 2010.
- [۷] فیلیپ هیل، کارل پیترسون، ترجمه کریم مظاهری، محمدعلی ایوبی، مکانیک و ترمودینامیک پیشرفته، انتشارات علمی دانشگاه صنعتی شریف، چاپ اول، ۱۳۷۷.
- [8] Segal C., Corin S., *The Scramjet Engine: Processes and Characteristics*, Published in the United States of America by Cambridge University Press, New York, 2009.
- [9] Chandraprakash T., *Computational Simulation Of Scramjet Combustors – A Comparison Between Quasi-One Dimensional And 2-D Numerical Simulations*, Master of Science Thesis, University Of Kansas School Of Engineering, 2011.
- [10] Heiser W. H., Pratt D. T. (with Daley, D. H. and Mehta, U. B.), *Hypersonic Airbreathing Propulsion*, AIAA Educational Series, 1994.
- [11] Saeed Farokhi, *Aircraft Propulsion*, Second Edition, John Wiley & Sons Ltd, 2014.
- [12] Rao G. V R., *Exhaust nozzle contour for optimum thrust*, Journal of Jet Propulsion, Vol. 28, No. 6, pp. 377–382, 1958.
- [13] Huang Z. C., *The aerodynamic design of nozzle for aerospace plane*, Experiments and Measurements in Fluid Mechanics, Aerodyn Exp Meas Control, 7: 1–10, 1993.
- [14] Chen B., Xu X., Cai G. B., *Optimization design of two dimensional scramjet nozzle based on N-S equations*, Journal of Propulsion Technology, 23: 433–437, 2002.
- [15] Chen B., Xu X., Cai G. B., *Single- and multi-objective optimization of scramjet components using genetic algorithms based on a parabolized navier-stokes solver*, AIAA-2006-4686, 2006.
- [16] Shengjun Ju, Chao Yan, Xiaoyong Wang, Yupei Qin, Zhifei Ye, *Optimization design of energy deposition on single expansion ramp nozzle*, Journal of Acta Astronautica, Vol. 140, pp. 351-361, 2017.
- [17] Marathe A. G., Thiagarajan V., *Effect of geometric parameters on the performance of single expansion ramp nozzle*, AIAA-2005-4429, 2005.
- [18] Damira S. K., Marathe A. G., Sudhakar K., *Parametric optimization of single expansion ramp nozzle (SERN)*, 42nd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit 9 - 12 July 2006, Sacramento, California, AIAA-2006-5188, 2006.
- [19] He X. Z., Zhang Y., Wang G. Y., et al., *Automated design optimization of single expansion ramp nozzle for hypersonic vehicle*, Journal of Propulsion Technology, 28: 148–151, 2007.