

شبیه‌سازی عددی جریان کاویتاسیونی داخل نازل با استفاده از روش شبکه بولتزمن چندفازی

اسلام عزت‌نشان*

استادیار، گروه مهندسی هوافضا، دانشکده مهندسی و فناوری‌های نوین، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

چکیده

در مقاله حاضر، شبیه‌سازی عددی جریان کاویتاسیونی داخل نازل با استفاده از روش شبکه بولتزمن چندفازی به‌همراه مدل شان-چن انجام شده است. یک تابع پتانسیل برای مدل کردن اندرکنش ذرات سیال استفاده شده که میدان سرعت جریان را اصلاح کرده و تغییر فاز بخار-مایع همچنین اثرات کشش سطحی در فصل مشترک بین دو فاز را در جریان‌های کاویتاسیونی شبیه‌سازی می‌کند. معادله خطی بدست آمده در الگوریتم حاضر بر اساس روش شبکه بولتزمن به‌سادگی قابل حل بوده که یکی از مزیت‌های اصلی روش عددی حاضر در مقایسه با حل عددی معادلات غیرخطی ناور-استوکس به‌همراه مدل‌های پیچیده کاویتاسیونی موجود است. دقت و کارایی الگوریتم حاضر بر اساس روش شبکه بولتزمن جهت حل جریان‌های کاویتاسیونی با استفاده از حل جریان داخل نازل و مقایسه و ارزیابی نتایج بدست آمده با نتایج در دسترس نشان داده شده است. صحت و دقت نتایج بدست‌آمده در کنار سادگی گسسته‌سازی و حل عددی معادله حاکم در الگوریتم حاضر نشان‌دهنده کارایی روش شبکه بولتزمن چندفازی برای شبیه‌سازی عددی جریان‌های کاویتاسیونی در داخل نازل است. **واژه‌های کلیدی:** روش شبکه بولتزمن چندفازی، مدل شان-چن، جریان‌های کاویتاسیونی، نازل.

Simulation of Cavitating Flow through the Nozzle by Using Multiphase Lattice Boltzmann Method

E. Ezzatneshan

Aerospace Engineering Group, New Technologies Engineering Department, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

Abstract

Cavitating flow through the nozzle is numerically simulated by using the multiphase lattice Boltzmann method. The pseudo-potential Shan-Chen model is used to resolve inter-particle interactions, modeling phase change between the liquid and vapor phases and imposing the surface tension at the interface. The numerical algorithm implemented is simple for programming and efficient for simulation of multiphase cavitating flows comparing to the traditional Navier-Stokes solvers with complicated cavitation models. Efficiency and accuracy of the multiphase lattice Boltzmann method with Shan-Chen model for simulation of cavitating flows through the nozzle are examined by computing the cavitation inception, growth and collapse and the results obtained are compared with the existing numerical results in the literature. The study shows that the present computational technique is robust and efficient to predict the cavitation phenomena in the geometries studied.

Keywords: Multiphase lattice Boltzmann method, Shan-Chen model, Cavitating Flows, Nozzle.

مطالعات تجربی و شبیه‌سازی‌های عددی زیادی جهت بررسی مشخصات جریان‌های کاویتاسیونی در نازل‌ها انجام شده است [۴-۱]. در این راستا، استفاده از شبیه‌سازی‌های عددی برای شناخت هر چه دقیق‌تر فیزیک پدیده کاویتاسیون و اثرات آن در کنار انجام آزمایش‌های تجربی اهمیت قابل ملاحظه‌ای دارد. تا به حال، شبیه‌سازی جریان‌های کاویتاسیونی با استفاده از گسسته‌سازی و حل عددی معادلات ناور-استوکس به همراه یک مدل کاویتاسیونی انجام شده است. از جمله مدل‌های کاویتاسیونی توسعه‌داده شده بر اساس معادلات ناور-استوکس می‌توان به مدل باروتروپیک [۵]، مدل مرکل و همکارانش [۶]، مدل شنوکاک و شای [۷] و مدل هوآنگ و همکارانش [۸] اشاره کرد که عموماً با اضافه کردن یک معادله انتقال به دسته معادلات ناور-استوکس انتقال جرم بین دو فاز مایع و بخار را در پدیده کاویتاسیون مدل می‌کنند. مطالعات زیادی نیز برای بررسی توانمندی هر یک از این مدل‌ها و تعیین مزایا و معایب هر کدام در شبیه‌سازی پدیده کاویتاسیون انجام شده است [۹-۱۱].

۱- مقدمه

افزایش سرعت جریان در گلوگاه نازل و در نتیجه افت فشار موضعی سیال مایع به کمتر از فشار بخار اشباع آن مایع سبب ایجاد حباب‌های حاوی بخار در آن ناحیه می‌شود که به عنوان پدیده کاویتاسیون شناخته شده است. رشد حباب‌های کاویتاسیونی در گلوگاه نازل سوخت سبب کاهش سطح مقطع موثر برای عبور جریان و در نتیجه افت کارایی نازل به علت کاهش دبی جریان می‌شود. با بازیابی فشار سیال در پایین دست جریان، حباب‌های تشکیل شده شروع به تخریب می‌کنند که سبب ایجاد ارتعاش، تولید سر و صدا همچنین باعث خوردگی سطوح دیواره‌های نازل در سیستم پیشران می‌شوند. از طرفی، بهبود کیفیت تولید اسپری از اثرات مثبت پدیده کاویتاسیون در نازل‌ها به شمار می‌رود. بنابراین، مطالعه پدیده کاویتاسیون در نازل‌ها، پیش‌بینی وقوع آن و بررسی تاثیر تشکیل حباب‌های کاویتاسیونی بر تغییر عملکرد سیستم موردنظر از اهمیت بالایی برخوردار است.

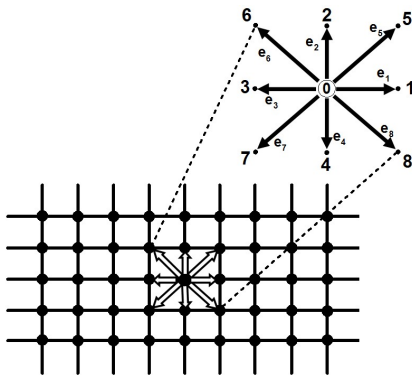
* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: e_ezzatneshan@sbu.ac.ir

سرعت روی شبکه برابر $c = \Delta x / \Delta t$ است که در آن Δx اندازه شبکه و Δt گام زمانی حل عددی هستند. زیرنویس α در روابط بالا، نشان‌دهنده جهت‌های احتمالی حرکت ذرات است. برای روش شبکه بولتزمن دوبعدی استفاده شده در این تحقیق ۹ جهت سرعت به‌کار گرفته شده است ($\alpha = 0, 1, \dots, 8$) که بصورت D2Q9 نشان داده می‌شود. به‌این ترتیب، سرعت میکروسکوپی ذرات e_α در هر جهت به‌صورت زیر بیان شده (مطابق شکل ۱):

$$e_\alpha = \begin{cases} (0,0) & \alpha = 0 \\ \left(\cos\left(\frac{\alpha-1}{2}\pi\right), \sin\left(\frac{\alpha-1}{2}\pi\right) \right) c & \alpha = 1..4 \\ \left(\cos\left(\frac{\alpha-5}{2}\pi + \frac{1}{4}\pi\right), \sin\left(\frac{\alpha-5}{2}\pi + \frac{1}{4}\pi\right) \right) \sqrt{2} c & \alpha = 5..8 \end{cases} \quad (3)$$

و تابع وزنی ω_α مقادیر زیر را خواهد داشت:

$$\omega_\alpha = \begin{cases} \frac{4}{9} & \alpha = 0 \\ \frac{1}{9} & \alpha = 1..4 \\ \frac{1}{36} & \alpha = 5..8 \end{cases} \quad (4)$$



شکل ۱- بردارهای سرعت ذرات برای روش شبکه بولتزمن D2Q9

مقادیر متغیرهای میکروسکوپی جریان شامل چگالی ρ و بردار سرعت \mathbf{u} براساس تابع توزیع و به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\rho = \sum_{\alpha} f_{\alpha}, \quad \rho \mathbf{u} = \sum_{\alpha} e_{\alpha} f_{\alpha} \quad (5)$$

رابطه بین زمان آرامش τ و لزجت سینماتیکی سیال ν بصورت زیر بیان می‌شود:

$$\nu = c_s^2 (\tau - 0.5) \quad (6)$$

که در آن، $c_s = 1/\sqrt{3}$ سرعت صوت در روش شبکه بولتزمن است.

۲-۲- مدل چندفازی شان-چن

برای مدل‌سازی جریان کاویتاسیونی و انتقال جرم بین دو فاز بخار-مایع با استفاده از روش شبکه بولتزمن نیاز است که از یک مدل چندفازی بر اساس این روش استفاده شود. در تحقیق حاضر، مدل شان-چن [۱۷] به‌کار گرفته شده که مومنتم حاصل از اندرکنش ذرات بین دو فاز بخار و مایع را با یک عبارت بیان‌کننده نیروی برخورد \mathbf{F} و به صورت رابطه زیر به میدان سرعت اضافه می‌کند:

در سال‌های اخیر، فالکسی و همکارانش [۱۲ و ۱۳] از یک الگوریتم عددی بر مبنای روش شبکه بولتزمن جهت شبیه‌سازی پدیده کاویتاسیون استفاده کرده‌اند که در واقع تنها مطالعات انجام‌شده در این حوزه است. روش شبکه بولتزمن یک روش مزوسکوپی محسوب می‌شود که برخلاف روش‌های میکروسکوپی از فرض پیوستگی استفاده نمی‌کند، بلکه جریان سیال را با در نظر گرفتن اندرکنش بین ذرات سیال مدل می‌کند. روش شبکه بولتزمن قابلیت بالایی برای حل جریان‌های چندفازی و پدیده‌های فیزیکی پیچیده را در مقایسه با روش‌های میکروسکوپی مانند معادلات ناویر-استوکس دارا است [۱۴ و ۱۵] و هزینه محاسباتی آن کمتر است [۱۶]. این در حالی است که معادله حاکم در این روش برخلاف معادلات غیرخطی ناویر-استوکس یک معادله خطی است که استفاده از آن را برای توسعه روش‌های عددی جذاب کرده‌است. این مزیت‌ها نشان می‌دهد که روش شبکه بولتزمن توانمندی و پتانسیل خوبی برای توسعه و استفاده در شبیه‌سازی جریان‌های پیچیده چندفازی مانند جریان‌های کاویتاسیونی دارد.

هدف تحقیق حاضر، استفاده از توانمندی روش شبکه بولتزمن چندفازی برای شبیه‌سازی جریان‌های کاویتاسیونی در داخل نازل و بررسی قابلیت این روش برای مطالعه انواع جریان‌های کاویتاسیونی در این هندسه است. در این راستا، روش شبکه بولتزمن به همراه مدل چندفازی شان-چن [۱۷] به‌کار گرفته شده که یک تابع پتانسیل را برای مدل کردن اندرکنش ذرات و تغییر فاز بخار-مایع در جریان‌های کاویتاسیونی استفاده می‌کند. فالکسی و همکارانش در تحقیق خود از یک تابع پتانسیل استفاده کرده‌اند که از دیدگاه ترمودینامیکی سازگار نیست [۱۸ و ۱۹]. در تحقیق حاضر از یک تابع پتانسیل متفاوت استفاده شده که توسط شان و چن معرفی شده و نشان داده شده‌است که در مقایسه با تابع پتانسیل قبلی سازگاری ترمودینامیکی بهتری دارد [۱۹]. دقت و کارایی الگوریتم حاضر بر اساس روش شبکه بولتزمن جهت حل جریان‌های کاویتاسیونی با استفاده از حل جریان داخل نازل و مقایسه و ارزیابی نتایج به‌دست آمده با نتایج در دسترس نشان داده شده‌است.

۲- معادلات حاکم

در این بخش، معادله روش شبکه بولتزمن به همراه مدل چندفازی شان-چن معرفی شده و شرایط مرزی اعمال شده برای شبیه‌سازی جریان‌های کاویتاسیونی داخل نازل بیان شده‌است.

۲-۱- روش شبکه بولتزمن

معادله حاکم بر روش شبکه بولتزمن بدون در نظر گرفتن نیروهای خارجی و با استفاده از تقریب BGK به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$f_{\alpha}(x + e_{\alpha} \Delta t, t + \Delta t) - f_{\alpha}(x, t) = -\frac{\Delta t}{\tau} \left[f_{\alpha}(x, t) - f_{\alpha}^{eq}(x, t) \right] \quad (1)$$

که در آن، f تابع توزیع ذرات، e بردار سرعت میکروسکوپی ذرات، τ زمان آرامش و f^{eq} تابع توزیع تعادلی ماکسول بولتزمن است که برحسب خواص میکروسکوپی جریان و بصورت رابطه زیر بیان می‌شود:

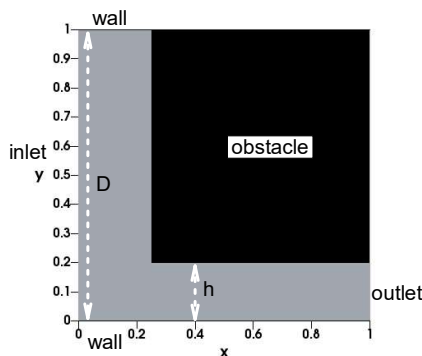
$$f_{\alpha}^{eq} = \rho \omega_{\alpha} \left(1 + 3 \frac{e_{\alpha} \cdot \mathbf{u}}{c^2} + \frac{9}{2} \frac{(e_{\alpha} \cdot \mathbf{u})^2}{c^4} - \frac{3}{2} \frac{|\mathbf{u}|^2}{c^2} \right) \quad (2)$$

۳- نتایج و بحث

برای بررسی کارایی حلگر توسعه داده شده برای حل جریان‌های کاویتاسیونی در داخل نازل، ابتدا جریان کاویتاسیونی داخل هندسه مطالعه شده توسط فالکسی و همکارانش [۱۲ و ۱۳] شبیه‌سازی شده است تا با مقایسه نتایج حل حاضر با نتایج آنها، از صحت و دقت الگوریتم عددی حاضر اطمینان حاصل شود. سپس جریان کاویتاسیونی داخل یک نازل در شرایط مختلف شبیه‌سازی شده و نتایج به دست آمده مورد بحث و بررسی قرار گرفته است. در این تحقیق فرض شده است که سرعت جریان مایع طوری است که در همواره در رژیم آرام قرار داشته و اثرات تراکم‌پذیری ضعیفی در آن وجود دارد. همچنین، از اثرات تغییرات موضعی دما در ناحیه کاویتاسیونی صرف نظر شده و میدان حل در حالت دما-ثابت مطالعه شده است.

۳-۱- جریان کاویتاسیونی داخل مجرا با یک مانع تخت

جریان کاویتاسیونی شبیه‌سازی شده توسط فالکسی و همکارانش داخل یک مجرای در نظر گرفته شده که یک مانع تخت (مانند پله) در مسیر جریان قرار دارد. جهت اطمینان از صحت و دقت الگوریتم حاضر بر مبنای روش شبکه بولتزن چندفازی، شبیه‌سازی یک حالت از این مسئله انجام شده و با نتایج ارائه شده در مرجع [۱۲] مقایسه و ارزیابی شده است. ابعاد هندسه مورد مطالعه برای اعتبارسنجی الگوریتم حاضر در شکل ۲ نشان داده شده است. ارتفاع مرز ورودی مجرا $D=1$ و فاصله لبه مانع تخت از دیواره پایین مجرا برابر $h=0.2$ در نظر گرفته شده است.



شکل ۲- هندسه مجرا با یک مانع تخت برای حل جریان کاویتاسیونی

تعداد نقاط شبکه برای گسسته‌سازی میدان حل 1000×1000 در نظر گرفته شده و مقادیر پارامترهای عددی اعمال شده در حل عددی در جدول ۱ آورده شده است.

جدول ۱- مقادیر پارامترهای عددی استفاده شده برای شبیه‌سازی

جریان کاویتاسیونی داخل مجرا با یک مانع تخت	
G	-۵
ρ_{liquid}	۱/۹۲
$(u, v)_{inlet}$	(۰/۱۳ و ۰)
$Re = u_{inlet} D / \nu$	۷۸۰
$We = \rho_{liquid} u_{inlet}^2 D / \sigma$	۶۰۰

$$u^{eq} = u + \frac{\tau F_{\alpha}}{\rho} \quad (7)$$

با تصحیح میدان سرعت و استفاده از آن برای محاسبه تابع توزیع تعادلی f_{α}^{eq} ، اثرات کشش سطحی در فصل مشترک دو فاز اعمال شده و انتقال جرم بین دو فاز مدل‌سازی می‌شود. نیروی F در مدل چندفازی شان-چن بر اساس پتانسیل برخورد بین ذرات، ψ ، و به صورت رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$F_{\alpha}(x, t) = -G \psi(x, t) \sum_{\alpha} \omega_{\alpha} \psi(x + e_{\alpha} \Delta t, t) e_{\alpha} \quad (8)$$

که در آن، G یک پارامتر عددی برای کنترل شدت برخورد ذرات است که در واقع اثرات دما را در مدل شان-چن اعمال می‌کند. تابع پتانسیل ψ در تحقیق حاضر بر اساس رابطه معرفی شده توسط شان و چن [۱۹] بیان شده که تابعی از چگالی موضعی سیال است:

$$\psi(\rho) = -\psi_0 e^{-\frac{\rho - \rho_0}{\rho}} \quad (9)$$

که در آن، ρ_0 چگالی مرجع (معمولاً برابر $\rho_0 = 1$) در نظر گرفته می‌شود) و ψ_0 یک ضریب ثابت است. با توجه به روابط ارائه شده در مدل شان-چن برای تعیین اندرکنش ذرات سیال در جریان‌های کاویتاسیونی، فشار جریان سیال بخار-مایع p با استفاده از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$p = c_s^2 \rho + \frac{c_s^2 G}{2} \psi^2(\rho) \quad (10)$$

۳-۲- اعمال شرایط مرزی

برای شبیه‌سازی جریان کاویتاسیونی داخل نازل، سرعت جریان ورودی آن با استفاده از شرط مرزی دیریکله ثابت در نظر گرفته شده و در مرز خروجی شرط مرزی نیومن اعمال شده است. در روش شبکه بولتزن، علاوه بر مشخص بودن شرایط مرزی ماکروسکوپی، نیاز به اعمال شرایط مرزی برای متغیر میکروسکوپی تابع توزیع f نیز وجود دارد. روش‌های مختلفی برای اعمال شرایط مرزی دیریکله و نیومن برای معادله روش شبکه بولتزن ارائه شده است [۲۳-۲۰]. در این تحقیق، برای اعمال شرط مرزی برای بردار سرعت در مرز ورودی و شرط مرزی نیومن در مرز خروجی میدان حل، از یک روش شرط مرزی regularized استفاده شده که توسط لات و چوپارد [۲۳] ارائه شده که در مقایسه با سایر روش‌های معرفی شده برای روش شبکه بولتزن پایدارتری دارد. برای اعمال شرط مرزی عدم لغزش روی دیواره‌ها نیز از روش شناخته شده Bounce-Back استفاده شده است [۲۲].

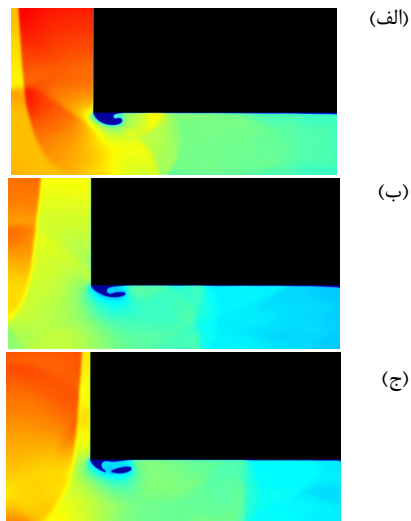
در نهایت، معادله روش شبکه بولتزن ارائه شده در رابطه (۱) در دو مرحله حل شده است. در مرحله اول، برخورد ذرات سیال به همدیگر:

$$\bar{f}_{\alpha}(x, t) = f_{\alpha}(x, t) - \frac{1}{\tau} [f_{\alpha}(x, t) - f_{\alpha}^{eq}(x, t)] \quad (11)$$

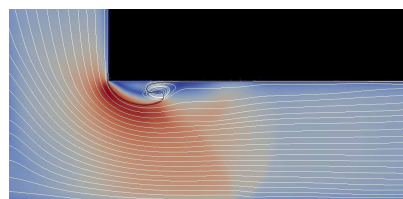
و در مرحله دوم، جاری شدن ذرات در جهت‌های مختلف شبیه‌سازی می‌شود:

$$f_{\alpha}(x + e_{\alpha} \Delta t, t + \Delta t) = \bar{f}_{\alpha}(x, t) \quad (12)$$

برای بررسی هر چه بیشتر فیزیک جریان کاویتاسیونی در این هندسه، حل عددی حاضر تا گام زمانی $t = 2000$ ادامه داده شده که نتایج آن بصورت خطوط همتراز چگالی در سه گام زمانی $t = 1600, 1800, 2000$ در شکل ۴ نشان داده شده است. شکسته شدن حباب کاویتاسیونی و فروریزش آن به پایین دست جریان به خوبی در این شکل قابل مشاهده است. علت تخریب حباب کاویتاسیونی را می توان به افزایش حجم ناحیه بخار تشکیل شده مرتبط دانست. افزایش اندازه حباب کاویتاسیونی در ناحیه باریک مجرا سبب مسدود شدن مسیر جریان و در نتیجه افزایش هر چه بیشتر سرعت موضعی جریان در سطح حباب کاویتاسیونی می شود. این افزایش سرعت سبب تشکیل گردابه های قوی در پشت ناحیه حبابی می شود که برای گام زمانی $t = 2000$ در شکل ۵ نشان داده شده است. گردابه های تشکیل شده به نوبه خود سبب ایجاد جت بازگشتی می شوند که در پشت ناحیه کاویتاسیونی، در خلاف جهت جریان و نزدیک به دیواره مانع حرکت می کنند و سبب شکسته شدن حباب کاویتاسیونی و فروریزش حباب های جدا شده به پایین دست جریان می شوند. نتایج بدست آمده برای جریان کاویتاسیونی داخل مجرا با یک مانع تخت و مقایسه و ارزیابی آنها با نتایج موجود نشان می دهد که الگوریتم عددی حاضر بر مبنای روش شبکه بولتزمن چندفازی از دقت و توانایی خوبی برای پیش بینی وقوع کاویتاسیون، شبیه سازی رشد ناحیه کاویتاسیونی و تسخیر فیزیک تخریب حباب کاویتاسیونی برخوردار است.

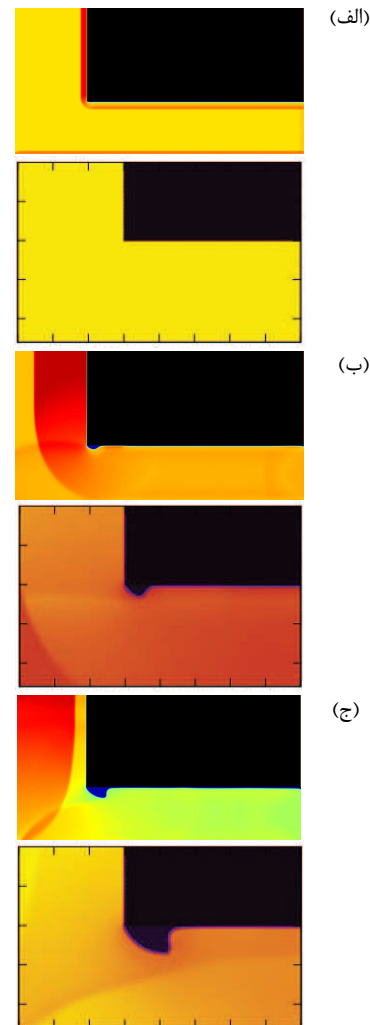


شکل ۴ - خطوط همتراز چگالی برای جریان کاویتاسیونی داخل مجرا با یک مانع تخت در گام های زمانی مختلف
 (الف) $t=1600$ (ب) $t=1800$ (ج) $t=2000$



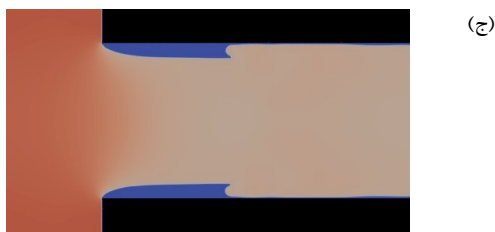
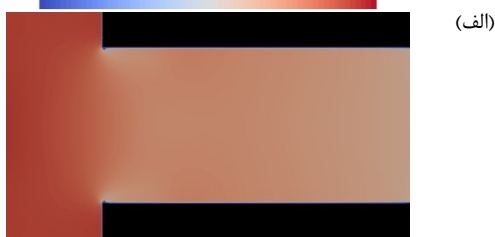
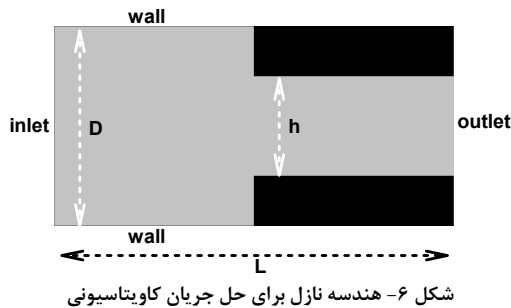
شکل ۵ - خطوط جریان حول ناحیه کاویتاسیونی با پس زمینه خطوط همتراز سرعت برای جریان داخل مجرا با یک مانع در گام زمانی $t=1600$

در شکل ۳، خطوط همتراز چگالی حاصل از حل عددی حاضر در گام های زمانی $t = 50, 500, 1000$ نشان داده شده است. این گام های زمانی به دلیلی فراهم شدن امکان مقایسه نتایج حل حاضر با نتایج فالکسی و همکارانش [۱۲] انتخاب شده اند. همانطور که در این شکل مشاهده می شود، در گام زمانی حدود $t = 500$ ، حباب کاویتاسیونی در لبه مانع تشکیل شده و با گذشت زمان شروع به رشد می کند. علت وقوع پدیده کاویتاسیون در این ناحیه به شتاب گرفتن جریان در لبه مانع تخت مرتبط است. جریان مایع از مرز ورودی به پله برخورد کرده و با باریک شدن مجرا در محل مانع، سرعت جریان افزایش یافته و سبب افت فشار موضعی سیال در لبه آن می شود. با کاهش فشار به کمتر از فشار بخار اشباع، حباب کاویتاسیونی در لبه مانع تشکیل شده و رشد می کند. روند نشان داده شده در شکل ۳ حاصل از حل حاضر برای این هندسه تطابق بسیار خوبی با نتایج فالکسی و همکارانش دارد (شکل ۵ در مرجع [۱۲]) که نشان دهنده صحت و دقت الگوریتم توسعه داده شده است.



شکل ۳ - خطوط همتراز چگالی برای جریان کاویتاسیونی داخل مجرا با یک مانع تخت حاصل از حل حاضر (بالا) و نتایج مرجع [۱۲] (پایین) در گام های زمانی مختلف
 (الف) $t=50$ (ب) $t=500$ (ج) $t=1000$

در شکل ۷، تغییرات زمانی خطوط همتراز چگالی داخل نازل با قطر گلوگاه $h = 0.5D$ نشان داده شده که در آن پارامتر $G = -5$ و سرعت ورودی جریان کاویتاسیونی $u_{inlet} = 0.1$ مقداردهی شده‌اند. همانطور که در این شکل مشخص است، پدیده کاویتاسیون در زمان بی‌بعد $t_c = 0.585$ در لبه گلوگاه نازل به وقوع پیوسته و ناحیه حبابی با گذشت زمان بصورت متقارن در دیواره بالا و پایین گلوگاه و در راستای مسیر جریان رشد می‌کند.



شکل ۷- شکل ناحیه کاویتاسیونی با استفاده از خطوط همتراز چگالی برای جریان داخل نازل با قطر گلوگاه $h = 0.5D$ ، سرعت ورودی $u_{inlet} = 0.1$ و $G = -5$ در زمان‌های بی‌بعد مختلف (الف) $t_c = 0.585$ (ب) $t_c = 0.728$ (ج) $t_c = 0.928$

با افزایش حجم ناحیه حبابی و مسدود شدن قسمتی از گلوگاه نازل با فاز بخار، سرعت موضعی جریان مایع در این نواحی افزایش پیدا می‌کند که نتیجه آن تشکیل گردابه‌های جریان مایع در پشت ناحیه حبابی است. شکل خمیده انتهای ناحیه کاویتاسیونی به علت وجود

جهت نشان دادن سازگاری ترمودینامیکی تابع پتانسیل مورد استفاده در مقاله حاضر که در معادله (۹) ارائه شد، در مقایسه با تابع استفاده شده در مراجع [۱۳] و [۱۴]، نتایج به دست آمده از هر دو تابع پتانسیل برای نسبت چگالی بین دو فاز مایع و بخار با حل تحلیلی بر اساس تعبیر ماکسول (Maxwell construction) [۲۴] مقایسه شده و در جدول ۲ ارائه شده است. بر اساس تعبیر ماکسول، یک سیال با فاز مایع به ازای مقادیر مشخص G که در واقع اثرات دما را در مدل شان-چن بیان می‌کند، دچار ناپایداری و جدایش فاز شده و به فاز بخار تبدیل می‌شود. مقدار چگالی بخار و مایع حاصل از این جدایش فاز بصورت تحلیلی و بر اساس نمودار فشار-حجم ($p-v$ diagram) قابل پیش-بینی است. این روش تحلیلی به تئوری سطوح برابر ماکسول (Maxwell's equal area reconstruction) نیز معروف است. همانطور که در جدول ۲ مشخص است، تابع پتانسیل مورد استفاده در مقاله حاضر با دقت خوبی مقدار چگالی بخار را پیش‌بینی کرده است که نشان-دهنده توانایی آن در تخمین ترمودینامیکی جدایش فازهاست. لازم به یادآوری است که انتخاب هر یک از توابع پتانسیل مورد بررسی تأثیری قابل توجهی در مشخصات ماکروسکوپی میدان حل مانند شکل حباب کاویتاسیونی ندارد.

جدول ۲- سازگاری ترمودینامیکی دو تابع پتانسیل برای تخمین مقدار چگالی مایع و بخار در جریان کاویتاسیونی

روش	ρ_{liquid}	ρ_{vapor}
حل تحلیلی از تعبیر ماکسول	۱/۹۴	۰/۱۲۷
تابع پتانسیل مراجع [۱۳، ۱۴]	۱/۹۰۸	۰/۵۴۹
تابع پتانسیل در مقاله حاضر	۱/۹۲۵	۰/۱۵۸

۳-۲- جریان کاویتاسیونی داخل یک نازل

بعد از اطمینان از صحت و دقت الگوریتم عددی توسعه داده شده برای حل جریان‌های کاویتاسیونی داخل مجرا، در این بخش جریان کاویتاسیونی داخل یک نازل در شرایط مختلف شبیه‌سازی شده تا قابلیت روش شبکه بولتزنم برای پیش‌بینی رفتار انواع پدیده کاویتاسیون مورد بررسی و ارزیابی قرار بگیرد. ابعاد و شرایط مرزی هندسه مورد مطالعه در شکل ۶ نشان داده شده که در آن $L = 2D$ و $h = 0.5D$ در نظر گرفته شده است. جهت بررسی تأثیر اندازه قطر گلوگاه نازل بر مشخصات جریان کاویتاسیونی داخل آن، مطالعه حاضر برای هندسه نازل با قطر گلوگاه $h = 0.4D$ نیز انجام شده است. زمان وقوع پدیده کاویتاسیون در گلوگاه نازل که از پارامترهای مهم طراحی محسوب می‌شود، با توجه به مقدار سرعت جریان ورودی پیش‌بینی شده است. همچنین، تأثیر شدت برخورد ذرات فازهای مایع و بخار بر نتایج شبیه‌سازی عددی و مشخصات پدیده کاویتاسیون در داخل نازل با تنظیم مقدار کشش سطحی در فصل مشترک دو فاز با استفاده از پارامتر G مورد بررسی قرار گرفته است. میدان حل جریان با شبکه‌ای به اندازه 1400×700 گسسته‌سازی شده و با مایع ساکن مقداردهی اولیه شده است. در مطالعه حاضر، متغیر بی‌بعد زمان t_c نشان‌دهنده زمان حل عددی t بی‌بعدشده با نسبت طول نازل به مقدار سرعت ورودی است، $t_c = t / (L / u_{inlet})$.

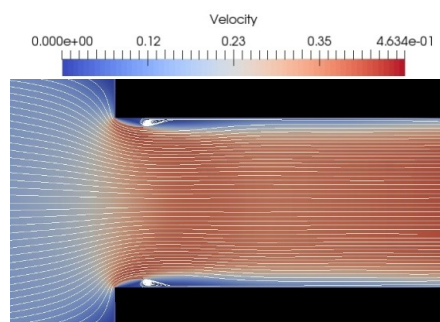
جدول ۳- زمان بی‌بعد به‌دست آمده از حل حاضر برای لحظه شروع کاویتاسیون در لبه گلوگاه به قطر $h=0.5D$ به‌ازای مقادیر مختلف برای سرعت جریان ورودی به نازل

u_{inlet}	$Re = u_{inlet}D/\nu$	t_c
۰٫۰۲۵	۳۷۱	بدون کاویتاسیون
۰٫۰۵	۷۴۳	۱٫۲۵
۰٫۰۷۵	۱۱۱۵	۰٫۸۰۳
۰٫۱۰	۱۴۸۷	۰٫۵۲۸
۰٫۱۲۵	۱۸۵۹	۰٫۲۶۸
۰٫۱۵	۲۲۳۰	۰٫۱۰۷

در سرعت‌های ورودی پایین (حدود $u_{inlet} < 0.03$) پدیده کاویتاسیون در داخل نازل مورد نظر اتفاق نمی‌افتد. با افزایش سرعت ورودی و رینولدز جریان، به علت افت فشار زیاد در لبه گلوگاه نازل، پدیده کاویتاسیون مشاهده می‌شود که با افزایش سرعت جریان ورودی به نازل، زمان وقوع آن سریع‌تر است. روند کاهش نتایج حاصل از حل عددی حاضر برای زمان شروع کاویتاسیون در داخل نازل با افزایش عدد رینولدز با نتایج ارائه‌شده توسط فالکسی و همکارانش [۱۳] برای جریان کاویتاسیونی داخل مجرا با یک مانع مطابقت دارد. با افزایش سرعت ورودی به بالاتر از حدود $u_{inlet} > 0.15$ ، حل عددی ناپایدار می‌شود که از دلایل آن می‌توان به افزایش ناگهانی سرعت در گلوگاه نازل و افزایش خطای تراکم‌پذیری روش شبکه بولتزمن اشاره کرد.

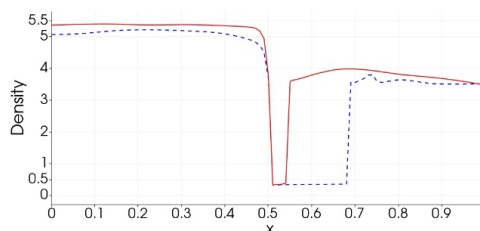
روش شبکه بولتزمن چندفازی حاضر برای بررسی تاثیر مقدار کشش سطحی بر مشخصات جریان کاویتاسیونی داخل نازل با قطر گلوگاه $h = 0.5D$ به‌کار گرفته شده‌است. به این منظور، شدت برخورد ذرات فازهای بخار و مایع که تعیین‌کننده مقدار کشش سطحی در فصل مشترک دو فاز هستند با استفاده از تغییر مقدار پارامتر G کنترل شده‌است. سرعت جریان ورودی به نازل در این مطالعه $u_{inlet} = 0.1$ مقداردهی شده و نتایج حاصل از حل حاضر به‌ازای دو مقدار $G = -4.5$ و $G = -5.0$ مورد بررسی و ارزیابی قرار گرفته‌است که به‌ترتیب نشان‌دهنده جریان کاویتاسیونی با اعداد وبر $We = 41.0 \times 10^3$ و $We = 30.9 \times 10^3$ هستند. در شکل ۱۰، ناحیه کاویتاسیونی با استفاده از خطوط همتراز چگالی نزدیک دیواره پایینی گلوگاه نازل به‌ازای این دو مقدار عدد وبر و در زمان‌های مختلف نشان داده شده‌است. با توجه به نتایج به‌دست‌آمده، با تغییر مقدار $G = -5$ به $G = -4.5$ که معادل کاهش مقدار کشش سطحی و افزایش عدد وبر جریان است، روند رشد ناحیه کاویتاسیونی کندتر شده‌است. این رفتار را می‌توان به اختلاف فشار بالای بین فاز بخار اشباع و فاز مایع در فصل مشترک مرتبط دانست که در کشش سطحی بالا اتفاق می‌افتد و سبب انبساط سریع‌تر ناحیه حبابی تشکیل‌شده می‌شود. در شکل ۱۱، پروفیل‌های چگالی و مقدار سرعت در راستای سطح مقطع گلوگاه نازل در $L = 1.1D$ و در زمان بی‌بعد $t_c = 0.857$ و به‌ازای دو مقدار $G = -4.5$ و $G = -5.0$ مقایسه شده‌اند. همانطور که در این شکل مشخص است، مقدار چگالی در ناحیه حبابی نزدیک دیواره‌های نازل ثابت و برابر چگالی بخار اشباع است.

جریان گردابه‌ای فاز مایع در این ناحیه است که با استفاده از الگوریتم عددی حاضر به‌خوبی تسخیر شده و در شکل ۸ برای زمان بی‌بعد $t_c = 0.728$ نشان داده شده‌است.



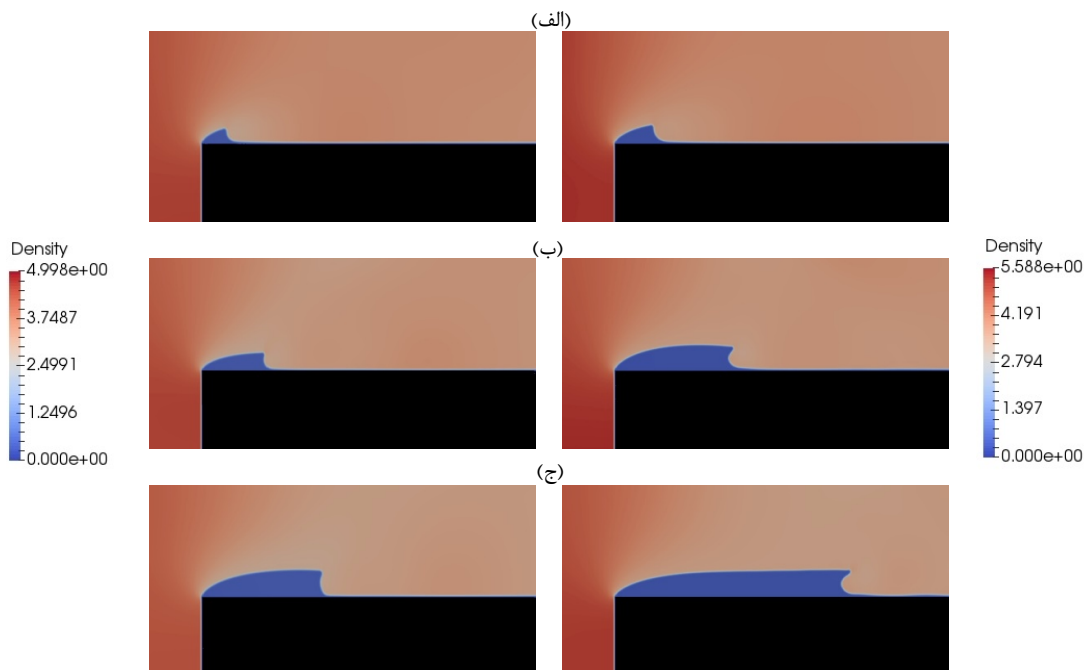
شکل ۸- خطوط جریان حول ناحیه کاویتاسیونی با پس‌زمینه خطوط همتراز سرعت برای جریان داخل نازل با قطر گلوگاه $h=0.5D$ ، سرعت ورودی $u_{inlet}=0.1$ و $G=-5$ در زمان بی‌بعد $t_c=0.728$

شکل ۹ پروفیل‌های مقدار چگالی میدان جریان کاویتاسیونی داخل نازل را در دو زمان بی‌بعد $t_c = 0.728, 0.928$ در جهت محور x و در راستای محل دیواره پایینی گلوگاه نشان می‌دهد. همانطور که انتظار می‌رود، در ناحیه کاویتاسیونی چگالی کاهش یافته و در طول حباب کاویتاسیونی مقدار آن ثابت مانده که برابر چگالی بخار اشباع است. در انتهای ناحیه حبابی، چگالی دوباره افزایش یافته و به مقدار چگالی مایع نزدیک شده‌است. با افزایش سرعت جریان فاز مایع در محل گلوگاه، مقدار فشار کاهش یافته و طبق رابطه (۱۰)، مقدار چگالی نیز کاهش می‌یابد. به عبارتی، روش شبکه بولتزمن اثرات تراکم‌پذیری را در حل عددی با استفاده از معادله حالت لحاظ می‌کند. افزایش طول ناحیه حبابی با گذشت زمان در شکل ۹ مشخص است که امکان اندازه‌گیری طول ناحیه کاویتاسیونی را در زمان‌های مختلف فراهم می‌کند.

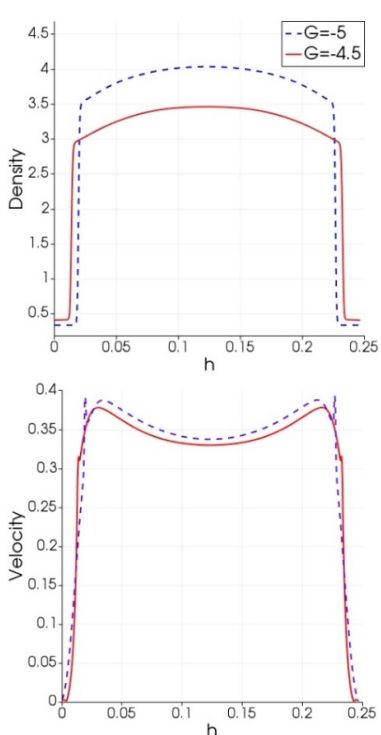


شکل ۹- پروفیل مقدار چگالی در واحد شبکه (lu) در راستای دیواره گلوگاه نازل با قطر $h=0.5D$ ، سرعت ورودی $u_{inlet}=0.1$ و $G=-5$ در زمان بی‌بعد $t_c=0.728$ (خط) و $t_c=0.928$ (خط چین)

پیش‌بینی زمان وقوع پدیده کاویتاسیون در شرایط مختلف جریان از دیگر پارامترهای با اهمیت در مطالعه جریان‌های کاویتاسیونی در سیستم‌های سیالاتی است. با استفاده از الگوریتم عددی تدوین‌شده بر اساس روش شبکه بولتزمن چندفازی، جریان کاویتاسیونی داخل نازل با قطر گلوگاه $h = 0.5D$ به‌ازای سرعت‌های مختلف جریان ورودی مایع شبیه‌سازی شده تا زمان وقوع کاویتاسیون در لبه گلوگاه پیش‌بینی و ارزیابی شود. نتایج به‌دست آمده از حلگر حاضر بر اساس پارامترهای بی‌بعد زمان t_c و عدد رینولدز Re در جدول ۳ آورده شده‌است.



شکل ۱۰- شکل ناحیه کاویتاسیونی با استفاده از خطوط همتراز چگالی در داخل نازل با قطر گلوگاه $h=0.5D$ ، سرعت ورودی $u_{inlet}=0.1$ و به‌ازای پارامتر $G=-5$ (راست) و $G=-4.5$ (چپ) در زمان‌های بی‌بعد مختلف
(الف) $t_c=0.714$ (ب) $t_c=0.857$ (ج) $t_c=0.943$



شکل ۱۱- پروفیل‌های چگالی (الف) و مقدار سرعت (ب) در واحد شبکه (tu) در راستای سطح مقطع گلوگاه نازل در $L=1.1D$ و در زمان بی‌بعد $t_c=0.857$ ، سرعت جریان ورودی $u_{inlet}=0.1$ و به‌ازای دو مقدار مختلف $G=-4.5$ و $G=-5$

همچنین، نسبت چگالی فاز مایع به فاز بخار در $G = -5.0$ بیشتر از $G = -4.5$ است که به بالا بودن مقدار کشش سطحی بین دو فاز سیال در فصل مشترک مرتبط است. مقایسه پروفیل‌های سرعت در سطح مقطع مورد نظر نشان می‌دهد که سرعت جریان داخل گلوگاه با افزایش مقدار پارامتر G افزایش یافته است. این امر به دلیل اندازه بزرگتر ناحیه حیاتی در گلوگاه نازل در $t_c = 0.857$ به‌ازای $G = -5.0$ است (شکل ۱۰-ب را ببینید) که سبب مسدود شدن مسیر جریان و افزایش سرعت موضعی آن در سطح مقطع گلوگاه نازل می‌شود. دلیل جهش‌های پروفیل سرعت در محل فصل مشترک که به‌ازای $G = -5.0$ محسوس‌تر است، وجود جریان‌های غیرفیزیکی حاصل از مدل‌شان-چن برای تسخیر فصل مشترک بین دو فاز مایع و بخار است که در نسبت چگالی‌های بالا مقدار این جریان‌ها بیشتر می‌شود.

در نهایت، جهت بررسی تاثیر اندازه قطر گلوگاه نازل بر مشخصات جریان کاویتاسیونی داخل آن، مطالعه حاضر برای هندسه نازل با قطر گلوگاه $h = 0.4D$ انجام شده و نتایج حاصل از آن به‌ازای شرایط جریان $u_{inlet} = 0.1$ و $G = -5.0$ با نتایج جریان داخل گلوگاه به قطر $h = 0.5D$ مقایسه شده‌است. مهمترین مشخصه جریان که با باریک شدن گلوگاه نازل تغییر کرده، پروفیل سرعت جریان در محل ورودی به گلوگاه است. همانطور که در شکل ۱۲ نشان داده شده، مقدار سرعت جریان در ورودی گلوگاه نازل با قطر $h = 0.4D$ نسبت به قطر $h = 0.5D$ حدود 30% افزایش یافته‌است. این افزایش سرعت، تشکیل ناحیه کاویتاسیونی در داخل گلوگاه و روند رشد آن را تحت تاثیر قرار داده‌است.

جریان می‌شود. این رفتار در خطوط هم‌تراز سرعت برای قطر گلوگاه $h = 0.4D$ قابل مشاهده است که در آن، جریان مایع در راستای انتهای ناحیه حبابی تراکم ضعیفی را تجربه می‌کند.

۴- نتیجه‌گیری

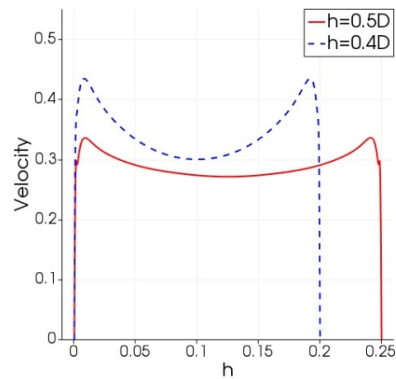
در مقاله حاضر، یک الگوریتم حل عددی بر مبنای روش شبکه بولتزمن چندفازی به همراه مدل شان-چن جهت شبیه‌سازی جریان‌های کاویتاسیونی در داخل نازل توسعه داده شده است. یک تابع پتانسیل با سازگاری ترمودینامیکی مناسب برای مدل کردن اندرکنش ذرات سیال استفاده شده که میدان سرعت جریان را اصلاح کرده و تغییر فاز بخار-مایع همچنین اثرات کشش سطحی در فصل مشترک بین دو فاز را در جریان‌های کاویتاسیونی شبیه‌سازی می‌کند. جریان کاویتاسیونی داخل هندسه موجود در مراجع بصورت یک مجرا با یک مانع تخت با استفاده از الگوریتم عددی حاضر حل شده و نتایج به دست آمده با نتایج موجود مورد بررسی و ارزیابی قرار گرفت که تطابق خوب آنها نشان‌دهنده صحت و کارایی خوب روش عددی به کار گرفته شده در پیش‌بینی مشخصات جریان‌های کاویتاسیونی است. سپس، جریان کاویتاسیونی داخل نازل در شرایط مختلف شبیه‌سازی شده و نتایج حاصل مورد بررسی و ارزیابی قرار گرفت. نتایج به دست آمده برای این هندسه نشان می‌دهند که روش شبکه بولتزمن چندفازی توسعه داده شده توانایی خوبی در تسخیر فیزیک جریان‌های کاویتاسیونی در داخل نازل و پیش‌بینی مشخصات این نوع جریان‌ها دارا است. سادگی گسسته‌سازی و حل عددی معادله حاکم در الگوریتم حاضر در کنار دقت قابل قبول آن جذابیت توسعه و استفاده از آن را برای شبیه‌سازی جریان‌های کاویتاسیونی حول هندسه‌های پیچیده با سطوح منحنی دوچندان می‌کند که در تحقیقات آتی به آن پرداخته خواهد شد.

۵- سپاسگزاری

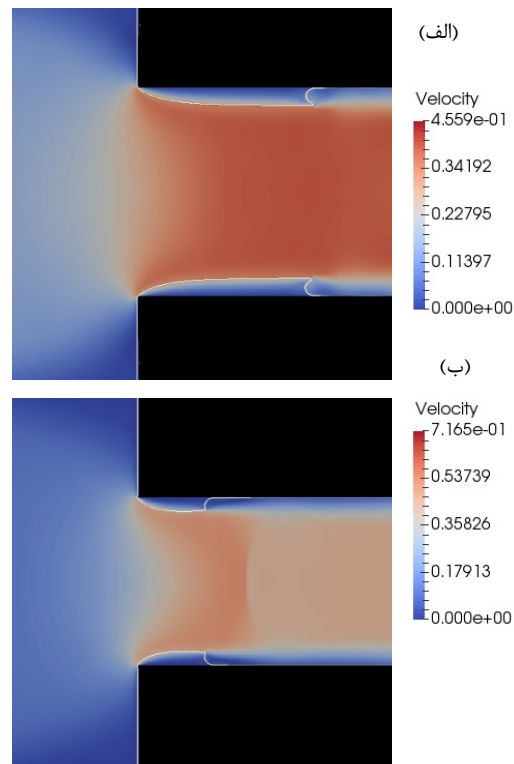
نویسنده مقاله از حمایت دانشگاه شهید بهشتی برای انجام این تحقیق قدردانی می‌نماید.

۶- مراجع

- [1] Nurick W. H., Orifice Cavitation and its Effect on Spray Mixing, *ASME J. Fluids Eng.*, Vol. 98, pp. 681–687, 1976.
- [2] Meyer R. S., Billet M. L., and Hall J. M., Free Stream Nuclei and Traveling Bubble Cavitation, *ASME J. Fluids Eng.*, Vol. 114, pp. 672–679, 1992.
- [3] Stutz B. and Rebound J. L., Measurements within Unsteady Cavitation, *Exp. Fluids*, Vol. 29, pp. 545–552, 2000.
- [4] Suh H. K. and Lee C. S., Effect of Cavitation in Nozzle Orifice on the Diesel Fuel Atomization Characteristics, *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 29, pp. 1001–1009, 2008.
- [5] Delannoy Y. and Kueny J. L., Two phase flow approach in unsteady cavitation modeling, *ASME Cavitation and Multi-phase Flow Forum*, Vol. 109, pp. 153–159, 1990.
- [6] Merkle C. L., Feng J. and Buelow P., Computational modelling of the dynamics of sheet cavitation, *3rd Int. Symposium on Cavitation*, Grenoble, France, 1998.
- [7] Senocak I. and Shyy W., Interfacial dynamics-based modelling of turbulent cavitating flows, part-I: model



شکل ۱۲- پروفیل‌های مقدار سرعت در واحد شبکه (lu) در راستای سطح مقطع گلوگاه نازل در $L=1D$ به‌ازای قطرهای مختلف گلوگاه در زمان بی‌بعد $t_c=0.971$ ، سرعت جریان ورودی $u_{inlet}=0.1$ و $G=-5$



شکل ۱۳- شکل ناحیه کاویتاسیونی و خطوط هم‌تراز سرعت جریان کاویتاسیونی در داخل گلوگاه نازل در زمان بی‌بعد $t_c=0.971$ به‌ازای سرعت ورودی $u_{inlet}=0.1$ و پارامتر $G=-5$ در دو قطر مختلف $h=0.4D$ (ب) $h=0.5D$ (الف)

در شکل ۱۳، شکل ناحیه کاویتاسیونی در دو گلوگاه مورد مطالعه به همراه خطوط هم‌تراز سرعت در زمان بی‌بعد $t_c = 0.971$ نشان داده شده است. در این شکل، کاهش حجم ناحیه حبابی جریان کاویتاسیونی در گلوگاه باریک کاملاً مشهود است که علت آن را می‌توان به ارضای بقای جرم در میدان حل مرتبط دانست. با باریک شدن قطر گلوگاه، جریان فاز مایع فضای کمتری برای عبور از آن دارد و در نتیجه افزایش سرعت جریان مانع از رشد ناحیه حبابی و مسدود شدن بیشتر مسیر

- development and steady-state computations, *Int. J. for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 44, pp. 975–995, 2004.
- [8] Huang B., Wang G. and Yuan H., A Cavitation Model for Cavitating Flow Simulations, *J. Hydrodynamics: Ser. B*, Vol. 22, No. 5, pp. 798-804, 2010.
- [9] Senocak I. and Shyy W., Evaluation of cavitation models for Navier-Stokes Computations, *Proceedings of FEDSM'02, 2002 ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting*, Montreal, Quebec, Canada, July 14–18, 2002.
- [10] Morgut M., Nobile E., and Bilus I., Comparison of mass transfer models for the numerical prediction of sheet cavitation around a hydrofoil, *J. Multiphase Flow*, Vol.37, pp. 620–626, 2011.
- [11] Hejranfar K., Ezzatneshan E. and Fattah-Hesari K., A Comparative Study of Two Cavitation Modeling Strategies for Simulation of Inviscid Cavitating Flows, *J. Ocean Engineering*, Vol. 108, pp. 257-275, 2015.
- [12] Falcucci G., Jannelli E., Ubertini S. and Succi S., Direct numerical evidence of stress-induced cavitation, *J. Fluid Mech.*, Vol. 728, pp. 362-375, 2013.
- [13] Falcucci G., Ubertini S., Bella G. and Succi S., Lattice Boltzmann simulation of cavitating flows, *Commun. Comput. Phys.*, Vol. 13, pp. 685–695, 2013.
- [14] Nourgaliev R. R., Dinh T. N., Theofanous T. G. and Joseph D., The lattice Boltzmann equation method: theoretical interpretation, numerics and implications, *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 29, pp. 117-169, 2003.
- [15] Lee T. and Lin C. L., Pressure evolution lattice-Boltzmann-equation method for two-phase flow with phase change, *Phys. Rev. E*, Vol. 67, 056703, 2003.
- [16] Gong S. and Cheng P., Numerical investigation of droplet motion and coalescence by an improved lattice Boltzmann model for phase transitions and multiphase flows, *Computers & Fluids*, Vol. 53, pp. 93-104, 2012.
- [17] Shan X. and Chen H., Lattice Boltzmann model for simulating flows with multiple phases and components, *Phys. Rev. E*, Vol. 47, pp. 1815–1820, 1993.
- [18] Benzi R., Biferale L., Sbragaglia M., Succi S and Toschi F., Mesoscopic modeling of a two-phase flow in the presence of boundaries: The contact angle, *Phys. Rev. E*, Vol. 74, No. 2, 021509, 2006.
- [19] Shan X. and Chen H., Simulation of nonideal gases and liquid-gas phase transitions by the lattice Boltzmann equation. *Phys. Rev. E*, Vol. 49, pp. 2941–2948, 1994.
- [20] Zou Q. and He X., On Pressure and Velocity Flow Boundary Conditions and Bounceback for the Lattice Boltzmann BGK Model, *Physics of Fluids*, Vol. 9, No. 6, pp. 1591–1598, 1997.
- [21] Guo Z., Zheng C., and Shi B., Non-equilibrium Extrapolation Method for Velocity and Pressure Boundary Conditions in the Lattice Boltzmann Method, *Chinese Physics*, Vol. 11, No. 4, pp. 366-374, 2002.
- [22] Sukop M. C. and Thome D. T., Lattice Boltzmann Modeling, *Springer-Verlag Berlin Heidelberg*, 2007.
- [23] Latt J. and Chopard B., Lattice Boltzmann method with regularized non-equilibrium distribution functions, *Math. Comp. Sim.*, Vol. 72, No. 1, pp. 165–168, 2006.
- [24] Maxwell J. C., On the Dynamical Evidence of the Molecular Constitution of Bodies, *Nature*, Vol. 11, pp. 357–359, 1875.