

بررسی عددی پرش هیدرولیکی دایروی در سیال غیرنیوتنی با روش اصلاح شده VOF

اسماعیل لکزیان*

آیدا استیری

علیرضا تیمورتاش

مصطفی نیازی

استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه حکیم سبزواری، سبزوار، ایران

دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه حکیم سبزواری، سبزوار، ایران

استاد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه حکیم سبزواری، سبزوار، ایران

چکیده

هنگامی که جت عمودی سیال به یک صفحه افقی برخورد می‌کند، مایع بصورت شعاعی روی صفحه پخش می‌گردد تا اینکه در یک شعاع خاص، جریان فوق-بحرانی به جریان زیربحرانی تبدیل می‌شود؛ و پدیده پرش هیدرولیکی دایروی رخ می‌دهد. در مطالعه حاضر، این پدیده برای اولین بار با استفاده از نرم افزار اوپن فوم و روش اصلاح شده (VOF) شبیه‌سازی شد. تاثیر دبی جرمی و ارتفاع پایین دست بر شعاع پرش برای سیال نیوتنی (آب) و سیال غیرنیوتنی (هرشل-بالکلی) از نظر کمی و کیفی مقایسه گردید؛ اعتبارسنجی نتایج شبیه سازی با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی و نظریه اصلاح شده واتسون و حل تقریبی بور انجام گرفت. نتایج نشان می‌دهد که پرش‌های ایجاد شده در سیال هرشل-بالکلی در مقایسه با آب شعاع کمتری دارد و نسبت به تغییرات دبی و ارتفاع پایین دست حساسیت کمتری نشان می‌دهد. تغییرات شعاع پرش در سیال هرشل-بالکلی با افزایش دبی و ارتفاع پایین دست کاهش می‌یابد. **واژه‌های کلیدی:** پرش هیدرولیکی دایروی، شعاع پرش، جت سیال، سیال هرشل-بالکلی.

Numerical investigation of Circular hydraulic jump with Non-Newtonian Fluid using modified VOF Method

E. Lakzian

A. Estiri

A. R. Teymourtash

M. Niazi

Department of Mechanical Engineering, Hakim Sabzevari University, Sabzevar, Iran

Department of Mechanical Engineering, Hakim Sabzevari University, Sabzevar, Iran

Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

Department of Mechanical Engineering, Hakim Sabzevari University, Sabzevar, Iran.

Abstract

When a vertical liquid jet impinges on a horizontal solid surface, the liquid will spread radially on screen until at a particular radius the supercritical flow converts to subcritical flow and circular hydraulic jump phenomenon occurs. In present study, this phenomenon was simulated for first time by using Open FOAM software and modified VOF method. Validation of simulation results was performed with the experimental data and the Watson's modified theory and Bohr's approximate solution. The effect of mass flow rate and downstream height were compared in terms of quality and quantity for Newtonian fluid (water) and non-Newtonian fluid (Herschel-Bulkley). The results show that the jumps associated with the Herschel-Bulkley (HB) have smaller radius in compare to water and have low sensitive to changes in flow rate and downstream height. Variation of jump radius in HB fluid decreases with increasing flow rate and downstream height.

Keywords: Circular hydraulic jump, Radius of jump, Fluid jet, Herschel-Bulkley fluid.

۱- مقدمه

لرد ریلی نخستین کسی بود که پرش هیدرولیکی دایروی را در سال ۱۹۱۴مورد بررسی قرار داد، ریلی جریان در پرش هیدرولیکی را غیر لزج در نظر گرفت و نظریه خود را در این زمینه ارائه کرد [۲]. نظریه پرش هیدرولیکی دایروی غیرلزج بعدها بطور مفصل توسط بیرخوف و زارانتونلو در سال ۱۹۵۷ ارائه شد. بعدها محققان زیادی نشان دادند که نظریه غیرلزج برای پیش‌بینی محل وقوع پرش از دقت کافی برخوردار نیست، بنابراین اثر لزجت باید در نظر گرفته می‌شد [۳]. واتسون اولین کسی بود که تاثیر لزجت را در مسئله پرش هیدرولیکی دایروی در نظر گرفت [۴]. تحلیل او مبتنی بر نظریه اساسی لایه مرزی پرانتل بود و جریان را برحسب زیر لایه بلازیوس که در نزدیکی نقطه برخورد توسعه می‌یابد و نیز حل تشابهی در دوردست توصیف کرد. واتسون ساختار جریان لزج را در لایه نازک فوق بحرانی سیال قبل از پرش به دقت تحلیل کرد و یک حل تشابهی را برای

اصابت جت عمودی مایع به صفحه افقی موجب پخش شدن شعاعی فیلم نازکی از سیال بر سطح می‌شود. چنانچه این لایه سیال با سرعتی بیش از سرعت بحرانی حرکت کند، پس از پخش شدن سیال در فاصله‌ای خاص از نقطه اصابت جت عمق سیال به طور ناگهانی افزایش یافته و جریان به حالت زیر بحرانی تغییر وضعیت می‌دهد. این پدیده که از پدیده‌های مهم جریان سیال است، پرش هیدرولیکی دایروی نامیده می‌شود؛ "شکل ۱" نمونه‌ای از پرش هیدرولیکی دایروی را نشان می‌دهد. اصابت جت عمودی سیال به صفحات صلب جامد در فرآیندهای خنک کاری مانند خنک‌کاری بعضی از قطعات الکترونیکی و برخی قطعات صنعتی طی فرآیند تراشکاری و براده برداری و همچنین در تولید آینه-های لیزری و گاه در پاشش سوخت درون بعضی از کوره‌های صنعتی و اتاقک‌های احتراق کاربرد دارد [۱].

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: e.lakzian@hsu.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۵/۰۲/۰۵

تاریخ پذیرش: ۹۵/۱۰/۰۴

معادلات ناویر-استوکس بدست آورد. نظریه واتسون در مورد پرش هیدرولیکی دایروی پس از او بارها توسط محققین مختلف مورد مطالعه و بررسی آزمایشگاهی قرار گرفت. مهمترین نقض نظریه واتسون را می‌توان در چشم‌پوشی از تاثیر کشش سطحی عنوان کرد که همین امر باعث اختلاف میان آن و نتایج تجربی بخصوص در پرش‌های هیدرولیکی کوچک می‌شد. بوش و آریستوف [۵] در سال ۲۰۰۳ با مد نظر قرار دادن تاثیر کشش سطحی سیال در مساله پرش هیدرولیکی دایروی بصورت تحلیلی و نیز آزمایشگاهی توانستند نظریه واتسون را اصلاح کرده و دقت آن را بهبود بخشند. بوش و همکاران [۶] همچنین در سال ۲۰۰۶ بصورت آزمایشگاهی به بررسی پایداری پرش هیدرولیکی دایروی و امکان تبدیل آن به شکل‌های دیگر پرداختند. گراداک و همکاران [۷] نیز در سال ۲۰۰۶ پرش هیدرولیکی ناشی از برخورد یک جت سیال به صفحه متحرک به روش عددی و آزمایشگاهی بررسی کردند تا بتوانند فرایند ساخت فولاد را شبیه‌سازی کنند. ری و بهاتاچارجی [۸] در سال ۲۰۰۷ موج‌های ایستا و متحرک را در پرش هیدرولیکی دایروی مورد مطالعه قرار دادند. اخیرا نیز جی و دی‌میکلی‌لویچ [۹] در سال ۲۰۰۸ یک مدل اضمحلال ساده برای پرش هیدرولیکی دایروی ارائه کردند.

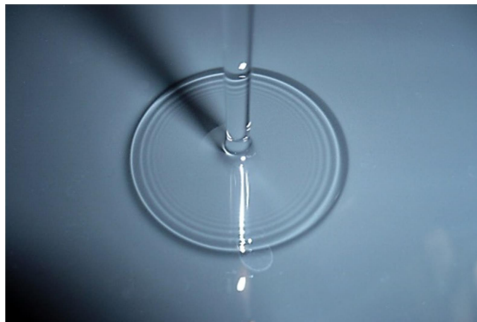
نکته مهمی که می‌توان به آن اشاره کرد این است که آزمایش اکثر محققین با آب به عنوان سیال عامل انجام شده است. بوش و آریستوف معتقد بودند که لزجت کم آب موجب ناپایداری پرش و در نتیجه موجب پراکندگی داده‌های تجربی می‌گردد، لذا به همین دلیل بعدها در آزمایش‌های خود از سیالات لزج تری مثل محلول آب-گلیسرول استفاده کردند و همین امر موجب شد که بتوانند پرش‌های پایا و نیز با حساسیت کمتری نسبت به تغییر پارامترها را مشاهده و گزارش نمایند. در سال ۲۰۱۱ پسندیده فرد و همکاران [۱۰] بصورت عددی پدیده پرش هیدرولیکی دایروی را به کمک روش نسبت حجمی سیال برای آب و اتیلن گلیکول شبیه‌سازی کردند و تاثیر پارامترهای مهم بر شعاع پرش را مورد مطالعه قرار دادند. همچنین آنها مشاهده کردند که سیال اتیلن گلیکول به دلیل لزجت بیشتر نسبت به آب، پرش‌های پایاتر و با تعادل بیشتری را تشکیل می‌دهد.

در سال ۲۰۱۵ تیمورتاش و همکاران [۱۱] بصورت آزمایشگاهی پدیده پرش هیدرولیکی دایروی را بررسی کردند و مشاهده کردند که در برخی سیالات انتقال از جریان فوق بحرانی به زیر بحرانی به شکل پرش هیدرولیکی دایروی رخ نمی‌دهد بلکه پرش‌های پایدار به شکل چند ضلعی نمایان می‌گردند. علاوه بر این آن‌ها نوعی جدیدی از پرش را مشاهده کردند که حالت پایدار خود را از دست داده و رفتار چرخشی موجی از خود بروز می‌دهد.

در سال ۲۰۱۳ آراکری و همکاران [۱۶] پرش هیدرولیکی دایروی را شبیه‌سازی کردند. در این بررسی با استفاده روش انتگرالی جدید برای محاسبه جریان فیلم سیال ارائه شد. با استفاده از نتایج این مقاله می‌توان ضخامت فیلم سیال را برای بازه‌ای از آهنگ جریان بدست آورد. همچنین پدیده جدید ناشی از انتقال موج در سطح کشف شد. در سال ۲۰۱۳ توسط روجاس و همکاران [۱۷] نتایج عددی و نظریه پرش هیدرولیکی دایروی با استفاده از تئوری روانکاری ارائه گردید. به طور خاص یک اصلاحیه برای مقیاس‌گذاری پرش هیدروکی دایروی بدست آمد. نتایج بدست آمده در عمق، چگالی و کشش سطحی زیر بحرانی در شرایط با

رینولدز کم با داده‌های تجربی دارای انطباق است. ویشوانات و همکاران [۱۸] در سال ۲۰۱۵ از طریق مطالعات آزمایشگاهی و شبیه‌سازی پرش هیدرولیکی دایروی به این نتیجه رسیدند که علاوه بر دبی جریان، گرانش و لزجت سیال عامل کنترلی دیگری به نام شار مومنوم در تعیین محل پرش هیدرولیکی دایروی وجود دارد و طیف گسترده‌ای از پارامترهای گزارش شده در مقالات را در یک منحنی خلاصه کردند.

در این مقاله پدیده پرش هیدرولیکی دایروی به صورت عددی و به کمک روش اصلاح شده نسبت حجمی سیال (VOF) برای دو نوع سیال نیوتنی و غیرنیوتنی شبیه‌سازی و شعاع پرش هیدرولیکی محاسبه شده است. در این راستا تاثیر پارامترهای مختلف همچون دبی حجمی، ارتفاع مانع پایین دست، تغییرات لزجت بر شعاع پرش مورد بررسی قرار گرفته است. در مورد سیال نیوتنی نتایج به دست آمده از حل عددی روش اصلاح شده (VOF) علاوه بر نتایج آزمایشگاهی با حل معادله واتسون و حل تقریبی ارائه شده مربوط به روش آب کم عمق توسط بور و همکاران [۱۵] اعتبار سنجی و مقایسه شده است که تطابق قابل قبولی دارد. جهت شبیه‌سازی پرش هیدرولیکی دایروی سیال غیر نیوتنی از مدل هرشل- بالکلی استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهد که پرش‌های مربوط به سیال هرشل- بالکلی به ازای دبی‌های زیاد و نیز ارتفاع‌های پایین دست بزرگ پرش‌های پایایی است و شعاع پرش نسبت به تغییرات دبی و ارتفاع پایین دست حساسیت و تغییرات کمتری نسبت به آب دارد و این امر مربوط به خصوصیت متفاوت لزجت در این دو سیال است.



شکل ۱- پرش هیدرولیکی دایروی [۱۰]

۲- نظریه اصلاح شده واتسون

نظریه‌ی لزج پرش دایره‌ای واتسون معتبرترین نظریه در زمینه تعیین شعاع پرش‌های دایروی است. لایه مرزی از نقطه اصابت جت به صفحه شروع به رشد کردن می‌نماید. این لایه مرزی در فاصله‌ای معین از نقطه‌ی اصابت جت به سطح آزاد جریان می‌رسد. طبق نظریه واتسون این فاصله (r_0) برابر با $0.315aRe^{1/3}$ است، که در آن a شعاع جت سیال می‌باشد. معادله‌ی مورد نیاز برای به دست آوردن شعاع پرش R_z بسته به این که پرش قبل از r_0 رخ دهد یا بعد از آن متفاوت است. طبق نظریه اصلاح شده در $R_z < r_0$ ، سرعت سطح آزاد سیال تا قبل از پرش برابر با سرعت جت خروجی است و معادله تعیین شعاع به صورت رابطه ۱ بیان شده است:

از حل معادله (۶) جهت تقریب سطح آزاد جریان استفاده می شود، به جهت تغییرات شدید سطح در پدیده پرش هیدرولیکی دایروی لازم است از روشی با دقت بیشتر جهت تقریب سطح آزاد استفاده شود، بر این مبنا ولر در سال ۲۰۰۲ روش اصلاح شده VOF را ارائه کرد [۱۲]. در این روش جهت پایداری بیشتر و افزایش دقت در معادله (۶) جمله تراکم پذیری مصنوعی اضافه شده است.

$$\frac{\partial \lambda}{\partial t} + \nabla \cdot (\lambda \bar{u}) + \nabla \cdot [u_r \lambda (1 - \lambda)] = 0 \quad (7)$$

$$\bar{u} = \lambda u_1 + (1 - \lambda) u_2 \quad (8)$$

$$u_r = u_1 - u_2 \quad (9)$$

در این بررسی گسسته سازی جمله زمانی به روش اویلر پیشرو انجام گرفته است.

۵- معادلات حاکم

مجموعه معادلات پیوستگی و مومنتوم بیان کاملی از روابط حاکم بر جریان سیال را ارائه می نماید. با توجه بر فرضیات حاکم بر جریان می توان معادلات را به صورت زیر بیان کرد:

معادله پیوستگی:

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (10)$$

معادله مومنتوم:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u u) = \rho g + \nabla \cdot \sigma \quad (11)$$

در این معادله ρ چگالی، u بردار سرعت در دو جهت مختصاتی، σ تنش، g شتاب گرانش می باشد. تنش را می توان به دو شکل تنش برشی و نرمال نمایش داد:

$$\sigma = P \delta + \tau \quad (12)$$

در این معادله P فشار، δ تانسور واحد، τ تنش برشی می باشد، با جایگذاری در معادله مومنتوم معادله (۱۲) حاصل می شود:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u u) = -\nabla P + \nabla \cdot \tau + \rho g \quad (13)$$

با در نظر گرفتن کشش سطحی معادله (۱۲) به صورت زیر نوشته می شود:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u u) = -\nabla P + \nabla \cdot \tau + \rho g + F \quad (14)$$

در این معادله F نیروی کشش سطحی می باشد، که در سطح بین دو فاز عمل می کند. در روش نسبت حجمی سیال برای حل معادله مومنتوم، جمله نیروی کشش سطحی به عنوان یک نیروی حجمی در معادله (۱۴) فرمول بندی می گردد. این روش به مدل CSF معروف بوده و توسط برکبیل ارائه گردیده است [۱۳]. طبق این روش انحنا سطح طبق رابطه زیر تعریف می شود:

$$\kappa = \nabla \cdot \bar{N} = \nabla \cdot \frac{N}{|N|} = \nabla \cdot \left(\frac{\nabla \lambda}{|\nabla \lambda|} \right) \quad (15)$$

که در این رابطه N بردار نرمال بر سطح می باشد و نیروی حجمی با رابطه زیر تقریب زده شده است:

$$= \alpha \kappa \frac{\rho}{2(\rho_1 + \rho_2)} \nabla \lambda \approx \alpha \kappa \nabla \lambda \quad F \quad (16)$$

$$\frac{R_j H_{x0}^2 g a^2}{Q^2} \left(1 + \frac{2}{Bo} \right) + \frac{a^2}{2\pi^2 R_j H_{x0}} = 0.10132 - 0.1297 \left(\frac{R_j \lambda}{a} \right)^{\frac{3}{2}} Re^{-\frac{1}{2}} \quad (1)$$

که در آن $Bo = \rho g R_j \Delta H / \sigma$ عدد باند که در برگرنده کشش سطحی است و ΔH اختلاف بین ارتفاع بالادست و پایین دست پرش است.

اما در پرش هایی که $R_j > r_0$ می باشد، معادله تعیین شعاع پرش عبارت است از:

$$\frac{R_j H_{x0}^2 g a^2}{Q^2} \left(1 + \frac{2}{Bo} \right) + \frac{a^2}{2\pi^2 R_j H_{x0}} = 0.01676 \left[\left(\frac{R_j}{a} \right)^3 Re^{-1} + 0.1826 \right]^{-1} \quad (2)$$

در این حالت سرعت سیال قبل از پرش برابر است با:

$$U(r) = \frac{27c^2}{8\pi^2} \frac{Q^2}{v(r^3 + l^3)} \quad (3)$$

که در آن $c = 1.402$ و $l = 0.567 a Re^{1/3}$ است [۵].

۳- روش تقریبی بور

این روش با استفاده از روش آب کم عمق توسط بور و همکاران [۱۵]

برای تخمین شعاع پرش هیدرولیکی ارائه شده است:

$$R_j \sim q^{5/8} v^{-3/8} g^{-1/8} \quad (4)$$

که در این رابطه، $q = Q/2\pi$ و R_j شعاع پرش هیدرولیکی است. با توجه به رابطه شعاع پرش هیدرولیکی با دبی حجمی رابطه مستقیم و با شتاب گرانش و لزجت دینامیکی رابطه معکوس دارد. ثابت تناسب ارائه شده برای تناسب $0.73/15$ است [۱۵].

۴- روش اصلاح شده نسبت حجمی سیال (VOF)

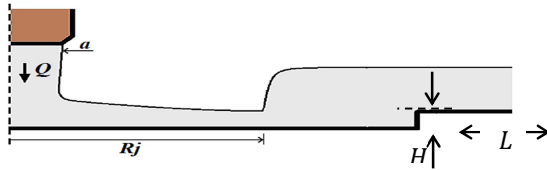
در روش VOF، حرکت مرز مشترک بین دو سیال به وسیله تابع نشانگر λ مدل می شود:

$$\lambda(x, y, t) = \begin{cases} 1 & \text{in liquid} \\ 0 & \text{at the liquid - gas interface} \\ 0 & \text{in gas} \end{cases} \quad (5)$$

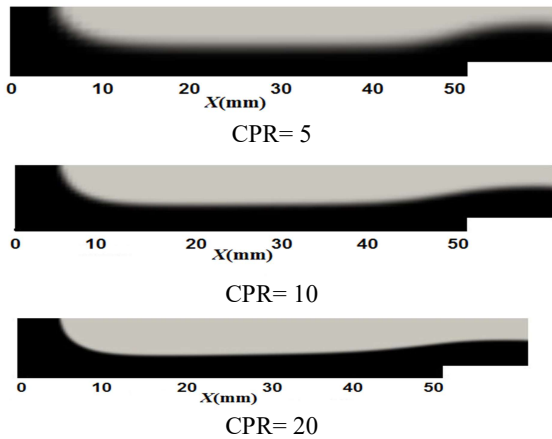
که در رابطه (۵)، t نشان دهنده زمان و x, y نشان دهنده محل گره درمدل عددی است. از آنجا که متغیر λ به نوعی نشان دهنده ماهیت فاز می باشد، لذا می توان بر این اساس، یک معادله شبیه به معادله پیوستگی برای هر فاز نوشت. از طرفی فرض بر این است که متغیر لاگرانژی λ توسط جریان منتشر می شود، پس معادله انتقال زیر را می توان صادق دانست:

$$\frac{D\lambda}{Dt} = \frac{\partial \lambda}{\partial t} + \nabla \cdot (\lambda u) = S \quad (6)$$

کمیت S نشان دهنده جمله چشمه تبادل جرم دو فاز می باشد. در شرایطی که پدیده های شامل انتقال جرم مانند جوشش، کاویتاسیون، چگالش و ... بین دو فاز برقرار نباشد، مقدار S برابر صفر در نظر گرفته می شود.



شکل ۲- طرحواره مقطع عرضی پرش هیدرولیکی دایروی و ارتفاع مانع پایین دست "H" و طول مانع "L"



شکل ۳- شبیه سازی مقطع عرضی پرش هیدرولیکی دایروی به ازای مقادیر مختلف CPR به منظور بررسی تاثیر اندازه شبکه بهرحل عددی- آب

۷- اعتبار سنجی برنامه عددی

برای شبیه سازی پرش هیدرولیکی دایروی با توجه به تجربه کسب شده در این زمینه حوزه حل $60 \times 10 \text{ mm}^2$ ، دبی 30 ml/s ، شعاع جت ورودی $a=5 \text{ mm}$ و مطابق "شکل ۲" طول مانع $L=10 \text{ mm}$ و ارتفاع مانع $H=2 \text{ mm}$ به عنوان مدل پایه انتخاب شدند. به منظور تایید برنامه عددی، نتایج عددی مربوط شعاع پرش هیدرولیکی مدل پایه به دو روش اعتبار سنجی شد. در "شکل ۴" تغییرات شعاع پرش هیدرولیکی دایروی بر حسب عدد رینولدز ($Re = Q/va$) حاصل از شبیه سازی عددی به روش اصلاح شده VOF با نتایج تجربی اریکو [۱۴] و حل تقریبی بور مقایسه و نشان داده شده است که تطابق خوبی بین نتایج عددی و تجربی و حل تقریبی وجود دارد. در "شکل ۵" نتایج بدست آمده از شبیه سازی عددی سیال نیوتنی با نظریه واتسون مقایسه شده است، جوابها دارای انطباق قابل قبولی هستند. در سیال نیوتنی در این بررسی $Re^{-1} \left(\frac{R_j}{a}\right)^3$ در بازه ۰ تا ۰/۱۸ در حال تغییر است.

در رابطه (۱۴)، τ تنسور تنش بوده که با نرخ کرنش بصورت زیر رابطه دارد:

$$\tau = \eta(\dot{\gamma}) \dot{\gamma} \quad (16)$$

که η لزجت و $\dot{\gamma}$ نرخ کرنش می باشد. در این تحقیق از سیال هرشل- بالکلی به عنوان سیال عامل استفاده شده است، در این سیال رابطه تنش با نرخ کرنش به شکل زیر می باشد:

$$\tau = (m|\dot{\gamma}|^{n-1} + \frac{\tau_0}{|\dot{\gamma}|}) \dot{\gamma} \quad |\tau| > \tau_0 \quad (17)$$

$$\dot{\gamma} = 0 \quad |\tau| < \tau_0 \quad (18)$$

در این معادله n شاخص رفتاری جریان، m شاخص سازگاری، τ_0 تنش تسلیم می باشد، همچنین نرخ کرنش با سرعت رابطه دارد:

$$\dot{\gamma} = \nabla u + (\nabla u)^T \quad (21)$$

کمیت های چگالی و لزجت به شکل زیر تعریف شده اند:

$$\rho = \lambda \rho_1 + (1 - \lambda) \rho_2 \quad (21)$$

$$\eta = \lambda \eta_1 + (1 - \lambda) \eta_2 \quad (22)$$

در معادلات فوق زیر نویس ۱ و ۲ اشاره به دوفاز مایع و گاز دارد.

معادله مومنوم فقط زمانی حل می شود که میدان فشار معلوم باشد و یا به طریقی برآورد گردد، میدان سرعت حاصل از حل معادله مومنوم زمانی در معادله پیوستگی صدق می کند، که میدان فشار استفاده شده صحیح باشد بنابراین باید الگوریتمی اتخاذ شود که حدس اولیه جهت شروع حل را اصلاح کند که معادله پیوستگی ارضا شود. الگوریتم مورد استفاده جهت حل معادله مومنوم الگوریتم PISO^۱ می باشد.

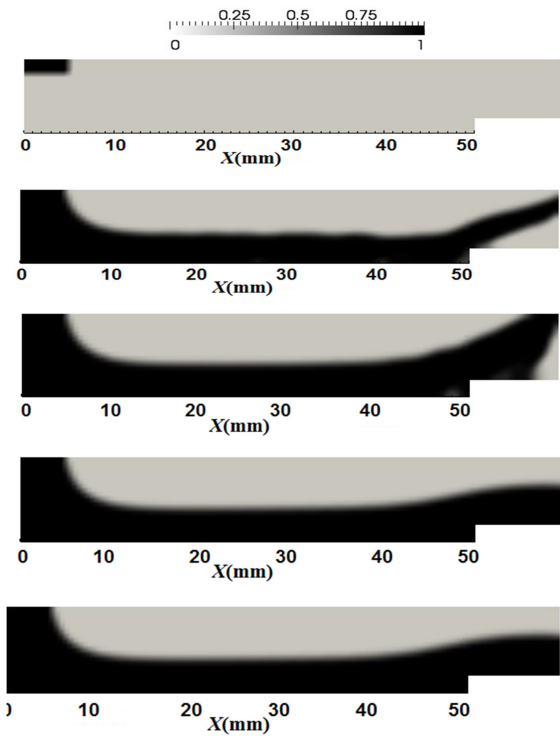
۶- وابستگی به شبکه محاسباتی

"شکل ۲" طرحواره مقطع عرضی پرش هیدرولیکی دایروی را نشان می دهد. برای ایجاد پرش هایی با ساختارهای مختلف از مانعی حلقوی در پایین دست جریان استفاده می شود. به منظور بررسی اندازه شبکه محاسباتی بر شبیه سازی پرش هیدرولیکی دایروی و ویژگی های آن، پارامتری به نام CPR^۲ بصورت نسبت تعداد سلول محاسباتی به شعاع جت ورودی تعریف شده است. بدین ترتیب اجراهای مختلف برنامه به ازای مقادیر مختلف CPR صورت گرفته تا تاثیر اندازه شبکه بر حل مشخص شود. شبیه سازی پرش هیدرولیکی دایروی به ازای شرایط یکسان برای سه مقدار مختلف CPR=5,10,20 با شبکه بندی یکنواخت در "شکل ۳" نشان داده شده است. این نتایج برای آب به عنوان سیال عامل در دمای ۲۵ درجه سلسیوس و به ازای جتی به شعاع $a=5 \text{ mm}$ ، ارتفاع مانع 2 mm دبی 30 ml/s بدست آمده اند. با توجه نتایج مشاهده شد که برای CPR=5، پرش پایدار بدست نمی آید، به ازای مقادیر 10 و 20 پرش پایدار شبیه سازی شده و با افزایش مقدار این پارامتر از 10 به 20 تغییر چندانی در شعاع پرش مشاهده نمی شود. لذا مقدار CPR=10 با شبکه یکنواخت در تمامی شبیه سازی ها در این مقاله مورد استفاده قرار گرفته است.

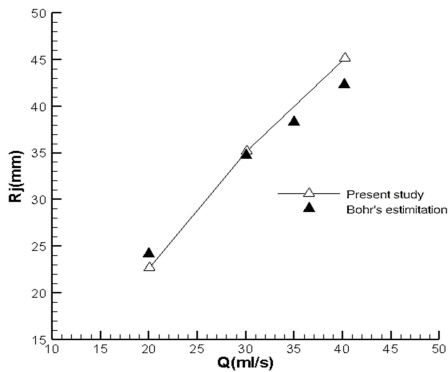
¹ Pressure implicit whit Solitting of Operators

² Cell per radius

نتایج بدست آمده در چند دبی خاص با تقریب بور مطابق "شکل ۷" مقایسه شد.



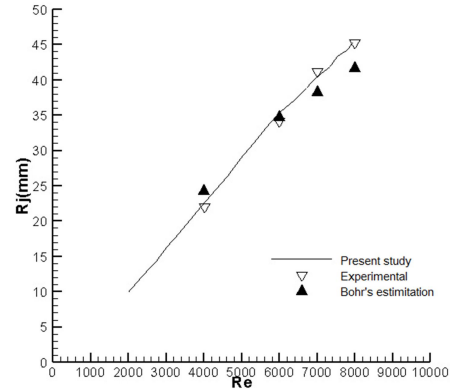
شکل ۶- توسعه مقطع عرضی پرش هیدرولیکی دایروی در 0s, 0.1s, 0.2s, 0.5s, 0.6s آب



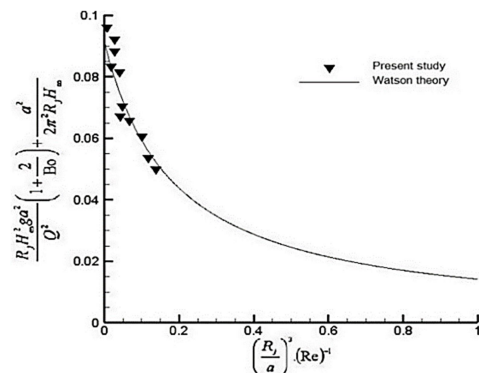
شکل ۷- تغییرات شعاع پرش بر حسب دبی حجمی سیال - آب

۸-۲- تأثیراندازه ارتفاع پایین دست بر شعاع پرش هیدرولیکی دایروی

در "شکل ۸" تغییرات شعاع پرش بر حسب این پارامتر برای مدل پایه نشان داده شده است. با توجه به شکل مشاهده می‌شود که شعاع پرش با افزایش ارتفاع پایین دست کاهش می‌یابد. این موضوع بصورت تجربی توسط محققین زیادی مشاهده و گزارش شده است. نتایج مطالعه حاضر در چند ارتفاع پایین دست خاص با تقریب بور مقایسه گردیده است که دارای انطباق قابل قبولی هستند.



شکل ۴- شعاع پرش نتایج عددی سیال نیوتنی و تخمین بور و تجربی [۱۴]



شکل ۵- شعاع پرش نتایج عددی سیال نیوتنی و نظریه واتسون

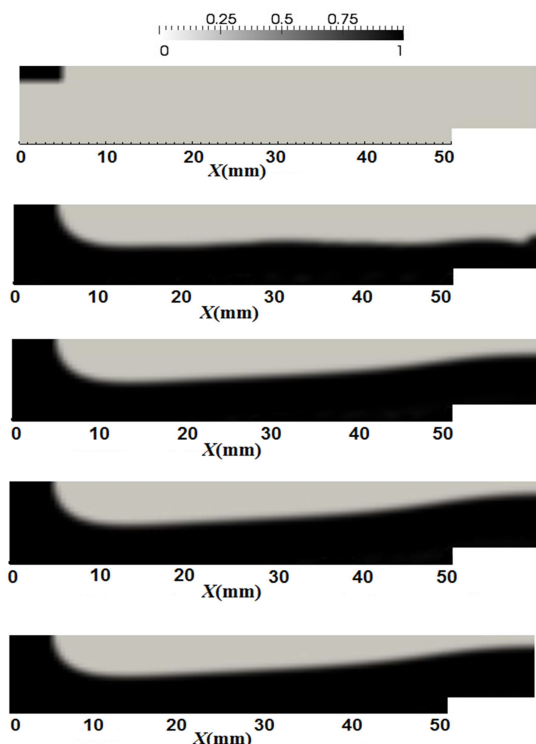
۸- نتایج عددی

در این بخش نتایج مربوط به شبیه سازی عددی پرش هیدرولیکی دایروی با استفاده از روش اصلاح شده VOF شامل تاثیر پارامترهای مختلف نظیر مقدار دبی، اندازه ارتفاع پایین دست، میزان لزجت و نوع سیال بر شعاع پرش هیدرولیکی دایروی می‌باشد.

نحوه توسعه یک پرش هیدرولیکی دایروی برای مدل پایه مذکور در "شکل ۶" نشان داده شده است. با توجه به این شکل مشاهده می‌شود که پرش هیدرولیکی دایروی چگونه توسط روش نسبت حجمی سیال شبیه سازی شده است. با توجه به شکل واضح است که پرش در ۰/۶ ثانیه به حالت پایا رسیده است.

۸-۱- تأثیر مقدار دبی حجمی سیال بر شعاع پرش هیدرولیکی دایروی

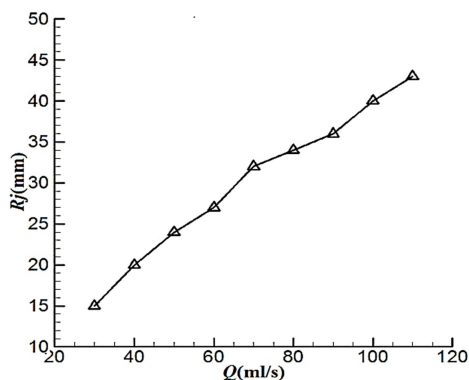
مقدار دبی حجمی سیال بر شعاع پرش موثر است. این امر در تقریب بور به طور واضح مشهود است. در "شکل ۶" تغییرات شعاع پرش هیدرولیکی دایروی بر حسب دبی حجمی سیال برای مدل پایه نشان داده شده است. با توجه به شکل واضح است که با افزایش مقدار دبی، شعاع پرش هیدرولیکی افزایش یافته است. به ازای افزایش بسیار زیاد دبی، جریان درهم شده و تغییرات چشم گیری در شعاع پرش مشاهده می‌شود.



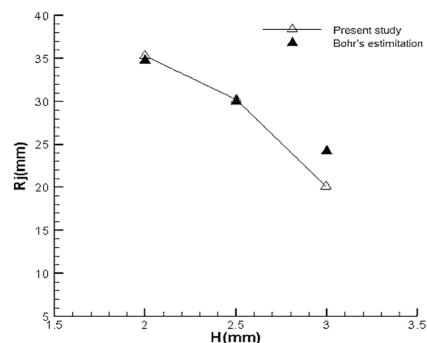
شکل ۱۰- توسعه مقطع عرضی پخش هیدرولیکی دایروی در 0s, 0.1s, 0.2s, 0.5s, 0.6s - سیال هرشل - بالکلی

۸-۵- تأثیر مقدار دبی حجمی بر شعاع پخش در سیال غیر نیوتنی

در "شکل ۱۱" تغییرات شعاع پخش هیدرولیکی دایروی برحسب دبی حجمی سیال برای مدل پایه نشان داده شده است. در مقایسه شعاع پخش هیدرولیکی دایروی آب و سیال غیر نیوتنی مشاهده می‌شود که با توجه به رفتار سیال غیر نیوتنی به ازای دبی های بسیار زیاد هنوز هم می‌توان پخش های هیدرولیکی پایا را مشاهده نمود، در حالی که برای آب این وضعیت وجود ندارد و به ازای دبی های بسیار زیاد با توجه به "شکل ۱۲" پخش های پایایی مشاهده نمی‌شود.



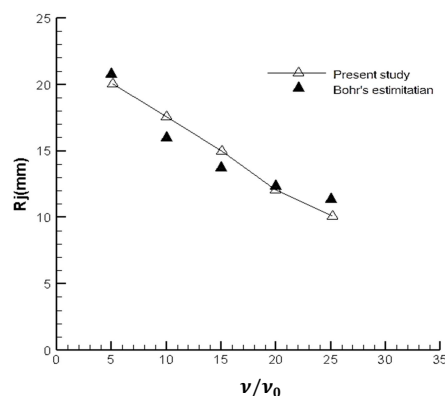
شکل ۱۱- تغییرات شعاع پخش نسبت به دبی حجمی سیال در سیال هرشل-بالکلی



شکل ۸- تغییرات شعاع پخش نسبت به ارتفاع پایین دست - آب

۸-۳- تأثیر لزجت بر شعاع پخش هیدرولیکی دایروی

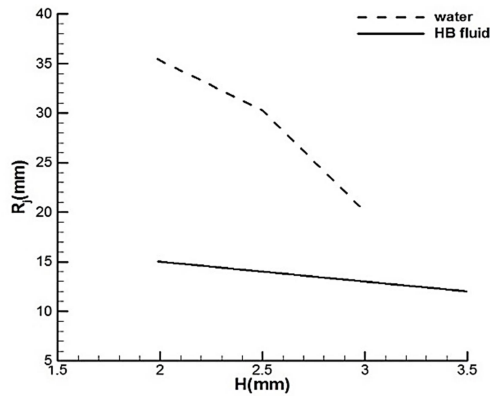
در شکل ۹ تغییرات شعاع پخش هیدرولیکی دایروی بر حسب لزجت سیال بصورت بدون بعد برای مدل پایه نشان داده شده است. این نمودار با تغییر دادن مقدار لزجت و ثابت نگه داشتن سایر پارامترها بدست آمده است. با توجه به "شکل ۹" مشاهده می‌شود که با افزایش لزجت سیال شعاع پخش هیدرولیکی کاهش می‌یابد، انتظار این موضوع می‌رود. چرا که هرچه سیال لزجتر باشد پخش شدن آن بر روی سطح سخت‌تر و طولانی‌تر است و لذا شعاع پخش برای سیالی با لزجت کوچکتر، بیشتر است. نتایج بدست آمده از روش عددی در چند لزجت بی بعد با تقریب بور مقایسه گردید و در "شکل ۹" گزارش گردید که نتایج به یکدیگر نزدیک هستند.



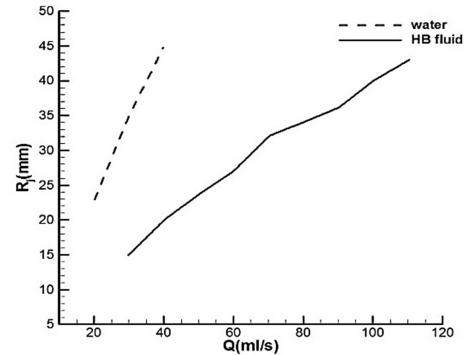
شکل ۹- تغییرات شعاع پخش بر حسب لزجت در سیال نیوتنی

۸-۴- شبیه سازی پخش هیدرولیکی در سیال غیر نیوتنی

برای شبیه سازی پخش هیدرولیکی دایروی در سیال غیر نیوتنی هرشل-بالکلی، از مدل پایه با ابعاد $60 \times 10 \text{ mm}$ ، دبی 30 ml/s شعاع جت ورودی $a=5 \text{ mm}$ ، طول مانع $L=10 \text{ mm}$ ، ارتفاع مانع $H=2 \text{ mm}$ ، تنش تسلیم $\tau_0 = 18.24 \text{ Pa}$ ، شاخص رفتاری جریان $n=0.53$ و شاخص سازگاری جریان $m = 1.9 \text{ Pa} \cdot \text{s}^n$ استفاده شده است و دمای سیال 25 درجه سلسیوس می باشد. نحوه توسعه یک پخش هیدرولیکی دایروی برای مدل پایه مذکور در "شکل ۱۰" نشان داده شده و با توجه به شکل، پخش در 0.6 ثانیه به حالت پایا رسیده است.



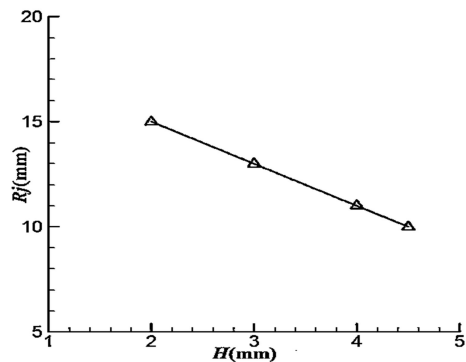
شکل ۱۴- مقایسه تغییرات شعاع پرش نسبت به ارتفاع پایین دست در سیال هرشل-بالکلی و آب



شکل ۱۲- تغییرات شعاع پرش نسبت به دبی حجمی سیال - سیال هرشل-بالکلی و آب

۸-۶- تاثیر اندازه ارتفاع مانع بر شعاع پرش در سیال غیر نیوتنی

در "شکل ۱۳" تغییرات شعاع پرش بر حسب ارتفاع مانع پایین دست جریان برای مدل پایه نشان داده شده است. با توجه به شکل مشاهده می شود که شعاع پرش با افزایش ارتفاع پایین دست کاهش می یابد. در مقایسه با آب، به ازای ارتفاع مانع زیاد همچنان پرش پایا بدست می آید و همچنین نسبت به تغییرات ارتفاع مانع نتایج تغییرات زیادی نمی کند. مهمترین نکته در مقایسه رفتار سیال هرشل-بالکلی در مقایسه با آب این است که تغییرات شعاع پرش با ارتفاع پایین دست در مورد آب بسیار شدیدتر از سیال غیرنیوتنی است، این امر طبیعتا به دلیل لزجت کمتر آب نسبت به سیال غیرنیوتنی است و این امر در "شکل ۱۴" کاملا قابل مشاهده است.



شکل ۱۳- تغییرات شعاع پرش نسبت به ارتفاع پایین دست در سیال هرشل-بالکلی

۹- نتیجه گیری

- هنگامی که یک جت عمودی سیال به یک صفحه افقی برخورد می کند، سیال بر روی صفحه بصورت شعاعی پخش می شود تا اینکه در یک شعاع خاص که شعاع پرش هیدرولیکی دایروی نامیده می شود، ضخامت لایه سیال ناگهان افزایش می یابد و اصطلاحا یک پرش هیدرولیکی دایروی شکل می گیرد. اصابت جت عمودی سیال به صفحات صلب در خنک کاری اجزاء الکترونیکی، در فرایندهای تولید مواد و نیز برخی از کاربردهای مکانیکی در رابطه با پخش شدن شعاعی سوخت مایع اهمیت پیدا می کند و نیز گاهی برای جلوگیری از ایجاد پرش های ناپایا نیاز است که پارامترهای موثر بر پرش بطور کامل بررسی شود.
- در این مقاله پدیده پرش هیدرولیکی دایروی با نرم افزار این فوم به کمک روش اصلاح شده VOF شبیه سازی شده است و نتایج عددی از تطابق خوبی با نتایج تجربی و حل معادلات واتسون و تقریب بور برخوردار می باشند. شبیه سازی پرش و تاثیر پارامترهای مختلف نظیر مقدار دبی حجمی، اندازه ارتفاع پایین دست، لزجت و نوع سیال بر روی شعاع پرش مواردی هستند که در این مقاله به آنها پرداخته شده است. که بطور خلاصه نتایج زیر بدست آمده است:
- تطابق خوبی بین نتایج عددی، نتایج تجربی، حل معادلات واتسون و تقریب بور وجود دارد. بنابراین روش عددی اصلاح شده VOF توانایی خوبی جهت شبیه سازی پرش هیدرولیکی دایروی دارد.
 - شعاع پرش هیدرولیکی دایروی به پارامترهای مختلفی نظیر مقدار دبی حجمی سیال، ارتفاع پایین دست و خواص فیزیکی سیال بستگی دارد.
 - با افزایش ارتفاع پایین دست و لزجت سیال، شعاع پرش کاهش و با افزایش دبی حجمی سیال، شعاع پرش افزایش می یابد.
 - شبیه سازی پرش هیدرولیکی سیال غیر نیوتنی برای اولین بار انجام شد؛ پرش هیدرولیکی ایجاد شده در سیال غیر-نیوتنی در مقایسه با سیال نیوتنی شعاع کمتری دارد و نسبت به تغییرات دبی و ارتفاع پایین دست حساسیت کمتری نشان می دهد.

[10] Passandideh-Fard M., Teymourtash A.R., Khavari M., Numerical Study of Circular Hydraulic Jump Using Volume-of-Fluid Method, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 133, pp.1-11,2011.

[11] Teymourtash A.R., Mokhlesi M., Experimental investigation of stationary and rotational structures in non-circular hydraulic jumps, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 762, pp.344-360,2015.

[12] Weller H., Derivation modeling and solution of the conditionally averaged two-phase flow equations, *Technical Report TR/HGW/02*, Nabla Ltd, 2002.

[13] Brackbill J. U., A continuum method for modeling surface tension, *J. Comput. Phys*, Vol. 100, pp. 335-354,1992.

[14] Errico M., A Study of the Interaction of Liquid Jets with Solid Surface, Ph.D. Thesis, *University of California*, San Diego, CA, 1986.

[15] Bohr T., Dimon P., Putkaradze V., Shallow-water approach to the circular hydraulic jump. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.254, pp. 635-648, 1993.

[16] Arakeri J. H., Rao K. A., On radial film flow on a horizontal surface and the circular hydraulic jump. *Journal of the Indian Institute of Science*, vol.76, No.1, pp.73, 2013.

[17] Rojas N., Argentina M., Tirapegui E. A progressive correction to the circular hydraulic jump scaling. *Physics of Fluids*, vol.25, No.4, pp. 042105, 2013.

[18] Vishwanath K. P., Dasgupta Ratul, Govindarajan Rama, Sreenivas K. R., The effect of initial momentum flux on the circular hydraulic jump, *Journal of Fluids Engineering*, vol.137, No. 6, pp.061301,2015.

- تغییرات شعاع پرش در سیال غیرنیوتنی با افزایش دبی و ارتفاع پایین دست کاهش می‌یابد.

۱۰- فهرست علائم

a	شعاع جت (mm)
M	شاخص سازگاری سیال ($\text{Pa} \cdot \text{s}^n$)
N	شاخص رفتاری جریان
P	فشار ($\text{kgm}^{-1} \text{s}^{-2}$)
Q	دبی حجمی (m^3/s)
R_j	شعاع پرش (mm)
Re	عدد رینولدز
u	سرعت (ms^{-1})

علائم یونانی

α	ضریب کشش سطحی N/m
$\dot{\gamma}$	نرخ کرنش (1/s)
η	لزجت ($\text{kgm}^{-1} \text{s}^{-1}$)
λ	تابع نسبت حجمی سیال
τ	تانسور تنش

زیرنویس‌ها

r	نسبی
۱	فاز مایع
۲	فاز گاز

۱۱- مراجع

[1] Avedisian C. T., Zhao Z., The circular hydraulic jump in low gravity, *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, Vol. 456, No. 2001, pp. 2127-2151,2000.

[2] Rayleigh L., On the theory of long waves and bores, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, vol.90, No.619, pp.324-328, 1914.

[3] Birkhoff G., Zarantonello E., Jets Wakes and Cavities, *Academic*, New York, 1957.

[4] Watson E.J., The Radial Spread of a Liquid Jet over a Horizontal Plane. *J. Fluid Mech.* Vol. 20, pp. 481-499, 1964.

[5] Bush J.W.M., Aristoff J.M., The Influence of Surface Tension on the Circular Hydraulic Jumps, *J. Fluid Mech.*, Vol. 489, pp. 229-238,2003.

[6] Bush J.W.M., Aristoff J.M., An Experimental Investigation of the Stability of the Circular Hydraulic Jump, *J. Fluid Mech.*, Vol. 558, pp. 33-52,2006.

[7] Gradeck M., Kouachi, A. Dani A., Arnoult D., Borean J., Experimental and Numerical Study of the Hydraulic Jump of an Impinging Jet on a Moving Surface, *Exp. Therm. Fluid Sci.*, Vol. 30, pp. 193-201,2006.

[8] Ray A., Bhattacharjee J., Standing and Traveling Waves in the Shallow-Water Circular Hydraulic Jump, *Phys. Letters A*, Vol. 371, pp. 241-248, 2007.

[9] Mikielewicz J., Mikielewicz D., A Simple Dissipation Model of Circular Hydraulic Jump, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 52, pp. 17-21,2008.