مجله مهندسی مکانیک، شماره پیاپی ۸۶، جلد ۴۹، شماره ۱، بهار، ۱۳۹۸، صفحه ۲۶۹-۲۷۷

کنترلگر ردیاب مسیر برای یک ربات پرنده چهارپره با رویکرد جایابی قطب‌های معادلات دینامیکی خطا برمبنای تحقق دیفومورفیزم

ابوالفضل لوائی یانسی کارشناس ارشد، گروه مهندسی هوافضا، دانشکده علوم و فنون نوین، دانشگاه تهران، تهران، ایران

محمدعلی امیری آتشگاه* دانشیار، گروه مهندسی هوافضا، دانشکده علوم و فنون نوین، دانشگاه تهران، تهران، ایران

احمد کلهر استادیار، گروه مهندسی برق کنترل، پردیس فنی- دانشکده برق و کامپیوتر، دانشگاه تهران، تهران، ایران

چکیده

علاقه در بکارگیری ربات‌های پرنده بویژه ربات پرنده چهارپره در دهه‌های اخیر به شدت رو به افزایش است. از آنجایی که ربات پرنده چهارپره قادر به برخاست و نشست عمودی می‌باشد، به طور گسترده در هر ماموریتی که حضور انسان در آنجا خطرناک است یا زمان حائز اهمیت است مورد استفاده قرار می‌گیرد. این پژوهش در ارتباط با طراحی یک کنترلر ردیاب برای ربات پرنده چهارپره با رویکرد جایابی قطب‌های معادلات دینامیکی خطا برمبنای تحقق دیفومورفیزم می‌باشد. برای این منظور، پس از مدل‌سازی دینامیکی ربات پرنده‌ی چهارپره توسط رابطه‌ی نیوتن- اویلر، فرم فضای حالت معادلات نهایی سیستم و همچنین سیگنال‌های کنترل استخراج می‌گردد. از آنجایی که خروجی باید قادر باشد خروجی مرجع هموار خود را به صورت مجانبی ردیابی کند، استراتژی پیشنهادی در این پژوهش انتقال معادلات حالت سیستم به فضای ورودی- خروجی می‌باشد. لذا در ابتدا کنترل‌پذیری خروجی سیستم و سپس تحقق دیفومورفیزم بین دو فضای حالت اصلی و فضای تبدیل یافته بررسی می‌گردد. سپس با فرض عدم وجود جمله نامعینی و حضور آنها، یک طراحی جایابی قطب پیشنهاد می‌گردد.

واژه‌های کلیدی: ربات پرنده چهارپره، تحقق دیفومورفیزم، روش جایابی قطب، معادلات دینامیکی خطا.

A Tracking Control of a Quadrotor via Pole Placement Technique based on Presence of a Diffeomorphism

A. Lavaei Yanesi Aerospace Engineering, Faculty of New Sciences & Technologies, University of Tehran, Tehran, Iran

M. A. Amiri Atashgah Faculty Member in Aerospace Engineering, Faculty of New Sciences & Technologies, University of Tehran, Tehran, Iran

A. Kalhor Faculty Member in Electrical Engineering, School of Electrical and Computer Engineering University of Tehran,, Tehran, Iran

Abstract

Interest in applying flying robots especially quadcopters for civil purposes has dramatically grown in the last decade. In fact, since quadcopters are capable of vertical takeoff and landing (VTOL), they can be widely employed for nearly any aerial task where a human presence is hazardous or response time is critical. This paper is concerned with a tracking control design of a quadrotor via Pole Placement Technique based on presence of a diffeomorphism. To this end, after dynamic modeling of the flying robot using Newton-Euler equations, the state space form of the acquired final model as well as the signal controls are presented. Since the main objective of this work is to track the smooth reference signals, the differential equations described the dynamics of the system, based on our proposed approach, should be transformed from the state space into input-output space. So, the output controllability of the system, as well as the presence of a diffeomorphism between two state spaces are considered, respectively. Finally, a tracking control design via Pole Placement Technique, in the presence and absence of uncertainty, is proposed.

Keywords: Quadrotor, Diffeomorphism, Pole Placement Technique, Dynamic Equations of Errors.

۱- مقدمه

یک ربات پرنده چهارپره دارای مزایای قابل توجهی نسبت به هواپیماهای با بال ثابت است [۱و۲]. در سال ۱۹۰۷ اولین پرواز عمودی توسط انسان در یک هلیکوپتر (در واقع یک کوادروتور) توسط برادران بُروگه[1] در فرانسه با استفاده از ژایروپلین شماره یک آنها انجام شد. اگرچه این وسیله به عنوان نمونه آزمایشی اولیه ساخته شده بود ولی این پروژه در نهایت، به دلیل کمبود بودجه حذف شد[۳ و ۴]. در ادامه، تحقیق بر روی کوادروتور در دانشگاه ورسالیس فرانسه از سال ۲۰۰۱ شروع شد. هدف اصلی این پروژه، اعمال تکنیک‌های کنترلی روی پلتفورم آزمایشی جدید بود که در مدل دینامیکی آن از جملات ژایروسکوپی نسبت به دوران چهار روتور، صرف‌نظر شده است [۵]. همچنین، نتایج شبیه‌سازی با همان اغتشاشات به تدریج در [۶] آورده شده است. در مورد کنترل ربات پرنده نیز یک کنترل GH_∞ خطی، در مرجع [۷] و یک مود لغزشی مرتبه بالا در مرجع [۸] برای تعدیل کنترلگر خطی سازی پسخورد بیان شده ارائه شده است. هر دوی این روش‌ها به حفظ پایداری مجانبی[2] ربات پرنده در حضور اغتشاشات خارجی و نویز کمک می‌کنند. شبیه سازی‌ها با اغتشاش نوع ضربه[3] با نمو ۲۰ ثانیه در موقعیت و وضعیت، نتایج رضایت‌بخشی را به همراه دستیابی به موقعیت مطلوب، اثبات کرده‌اند. در ادامه، یک کنترل پسگام انتگرالی[4] در مرجع [۹] ارائه شده است. نتایج حاصل از شبیه-

[1] Breguet

[2] Asymptotically Stability

[3] Impulse

[4] Backstepping

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: atashgah@ut.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۵/۰۷/۰۳

تاریخ پذیرش: ۹۵/۱۱/۰۲

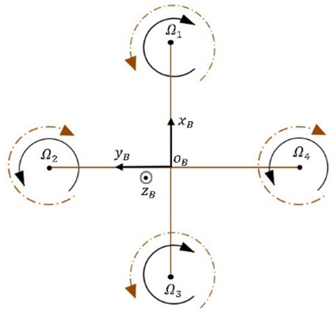
سازی نشان داده است که این کنترلگر، قادر به دستیابی و حفظ هاور بدون حضور اغتشاش است. این روش کنترلی در مراجع [۱۰] و [۱۱] نیز ارائه شده است که در آن یک اغتشاش ضربه به شبیه‌سازی‌ها اضافه شده که نشان می‌دهد کنترلر، قابلیت پس‌زدن اغتشاشات کوچک را نیز داراست. دانشگاه ملی استرالیا کار خود را بر روی X-4 Flyer در سال ۲۰۰۲ شروع کرد [۱۲] و نتایج پژوهشهای خود را به همراه دانشگاه تکنولوژی کامپین فرانسه [۱۳] و دانشگاه پنسیلوانیا [۱۴] در همان سال ارائه کرد. هدف اصلی این پروژه، تهیه یک پلتفورم تجربی بود که در آن می‌توانست طرح‌های کنترل متفاوت را در محیط آزمایشگاهی بسنجد. مدل سیستم تهیه شده در مرجع [۱۲] با اضافه شدن اثرات ژایروسکوپ، نیروهای پسای آیرودینامیک و دینامیک حرکت تیغه‌ها حول لولای افقی در مرجع [۱۵] تغییر کرده است. گفتنی است که تحقیقات در زمینه کوادروتور در دانشگاه پنسیلوانیا در سال ۲۰۰۲ شروع شد. در این پژوهش‌ها علاقه به تحقیقات در استفاده از پسخورد دوربین برای تخمین موقعیت و وضعیت وسیله پرنده بجای تکیه بر سنسورهای سنتی بود. همچنین یک طرح کنترل بر اساس اشباع تودرتو[1] اولین بار در سال ۲۰۰۴ با استفاده از یک کوادروتور آزمایش شد [۱۶]. تحقیقات مرتبط با کوادروتورها در سال ۲۰۰۳ در انستیتو فدرال تکنولوژی سوئیس آغاز گردید. این پروژه شامل توسعه نمونه آزمایشی یک کوادروتور به منظور بررسی تکنیک‌های کنترل متفاوت بر روی آن، با هدف بلند مدت ناوبری داخلی خودکار بود [۱۷]. در این مرجع یک مدل از سیستم ارائه شده است که شامل اثرات ژایروسکوپی از دوران بدنه صلب و چهار روتور است. به دلیل اینکه نمونه آزمایشی اولیه، از موتورهای DC با گیرباکس دست‌ساز و کنترلرهای سرعت استفاده می‌کرد، لذا در این پژوهش یک مدل روتور ساده نیز ارائه شده است. در ادامه، مرجع [۱۸] در ارتباط با تعقیب مسیر بر مبنای تصمیم گیری برخط می‌باشد. همچنین در [۱۹] به مدل‌سازی و کنترل خطی و غیرخطی پرواز مسیکوپتر پرداخته شده است.

از آنجایی که خروجی باید قادر باشد خروجی مرجع هموار خود را به صورت مجانبی ردیابی کند، استراتژی پیشنهادی در این پژوهش انتقال معادلات حالت سیستم به فضای ورودی- خروجی می‌باشد. لذا در ابتدا کنترل‌پذیری خروجی سیستم و سپس تحقق دیفومورفیزم بین دو فضای حالت اصلی و فضای تبدیل یافته بررسی می‌گردد. سپس با فرض عدم وجود جمله نامعینی، یک طراحی جایاب قطب پیشنهاد می‌گردد.

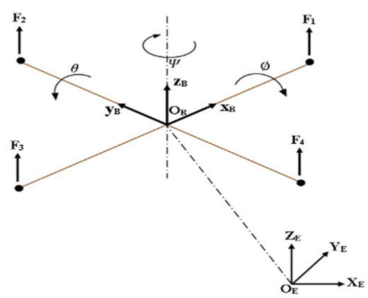
۲- مدل دینامیکی ربات پرنده چهارپره

معمولا ساختار اصلی ربات پرنده‌ی چهارپره از یک قاب اصلی X شکل و چهارموتور که در چهار گوشه قاب اصلی قرار دارند و به هر یک از آنها یک پروانه متصل می باشد، تشکیل شده است. در شکل ۱، نمایی از جهت چرخش روتورهای یک ربات پرنده‌ی چهارپره نشان داده شده است. در ادامه، نمایی از حرکات رول، پیچ و یاو یک ربات پرنده چهارپره در دو دستگاه بدنی و اینرسی در شکل ۲ نشان داده شده است.

[1] Nested Saturation



شکل ۱- نمایی از جهت چرخش روتورها.



شکل ۲- نمایی از حرکات رول، پیچ و یاو در دستگاه بدنی و اینرسی.

پس از مدل‌سازی دینامیکی توسط روش نیوتن– اویلر، مجموعه‌ای از سیگنال‌های کنترل به شکل زیر بدست می‌آیند [۲۱]:

$$\mathbf{u}=\begin{bmatrix}u_1\\u_2\\u_3\\u_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&1&0&1\\-1&0&1&0\\1&-1&1&-1\\1&1&1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Omega_1^2\\\Omega_2^2\\\Omega_3^2\\\Omega_4^2\end{bmatrix} \tag{۱}$$

که در آن $u_i\ \ (i=1,2,3,4)$ ورودی‌های سیستم بوده و $\Omega_i\ \ (i=1,2,3,4)$ سرعت زاویه‌ای چهار روتور می‌باشد. با معکوس‌کردن ماتریس ضرایب در روابط بالا، سرعت زاویه‌ای هریک از روتورها برحسب ورودی‌های کنترلی به شرح ذیل بدست می‌آیند:

$$\begin{bmatrix}\Omega_1^2\\\Omega_2^2\\\Omega_3^2\\\Omega_4^2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&1&0&1\\-1&0&1&0\\1&-1&1&-1\\1&1&1&1\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}u_1\\u_2\\u_3\\u_4\end{bmatrix} \tag{۲}$$

به بیان دیگر:

$$\Omega=\tau(\mathbf{u})=\begin{bmatrix}\left(\max\left(\Omega_1^2,0\right)\right)^{1/2}\\\left(\max\left(\Omega_2^2,0\right)\right)^{1/2}\\\left(\max\left(\Omega_3^2,0\right)\right)^{1/2}\\\left(\max\left(\Omega_4^2,0\right)\right)^{1/2}\end{bmatrix} \tag{۳}$$

همچنین معادلات حرکت زاویه‌ای توسط روش نیوتن – اویلر به شکل زیر بدست می‌آیند [۲۰]:

$$\ddot{\emptyset}=\dot{\theta}\dot{\psi}\frac{I_Y-I_Z}{I_X}-\frac{I_R}{I_X}\dot{\theta}\Omega_R+\frac{lb}{I_X}u_1 \tag{۴ الف}$$

$$\ddot{\theta}=\dot{\emptyset}\dot{\psi}\frac{I_Z-I_X}{I_Y}+\frac{I_R}{I_Y}\dot{\emptyset}\Omega_R+\frac{lb}{I_Y}u_2 \tag{۴ ب}$$

$$\ddot{\psi}=\dot{\emptyset}\dot{\theta}\frac{I_X-I_Y}{I_Z}+\frac{d}{I_Z}u_3 \tag{۴ پ}$$

که در آن $\psi,\theta,\emptyset$ زاویه‌ی رول حول محور x، زاویه‌ی پیچ حول محور y و زاویه‌ی یاو حول محور z می‌باشد. همچنین I_Z, I_Y, I_X ممان اینرسی بدنه حول سه محور است. I_R، b، d و l به ترتیب ممان اینرسی هر روتور حول محور z، ضریب تراست ثابت، ضریب پسای ثابت و طول هر بازوی ممان می‌باشند. همچنین Ω_R مجموع سرعت‌های زاویه‌ای روتورها بوده و به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$\Omega_R = (-\Omega_1 + \Omega_2 - \Omega_3 + \Omega_4) \qquad (۵)$$

معادلات حرکت انتقالی توسط روش نیوتن – اویلر به شکل زیر بدست می‌آیند [۲۱]:

$$\ddot{x} = \sin(\theta)\cos(\emptyset)\,\frac{b}{m}u_4 \qquad (۶\ \text{الف})$$

$$\ddot{y} = -\sin(\emptyset)\,\frac{b}{m}u_4 \qquad (۶\ \text{ب})$$

$$\ddot{z} = -g + \cos(\theta)\cos(\emptyset)\,\frac{b}{m}u_4 \qquad (۶\ \text{پ})$$

که در آن m و g به ترتیب جرم ربات پرنده چهارپره و شتاب گرانش زمین می‌باشند. برای بیان ساده‌تر معادلات فوق، ضرایب مورد استفاده در این معادلات به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$a_1 = \frac{I_Y - I_Z}{I_X}, \quad a_2 = \frac{I_R}{I_X}, \quad b_1 = \frac{lb}{I_X} \qquad (۷\ \text{الف})$$

$$a_3 = \frac{I_Z - I_X}{I_Y}, \quad a_4 = \frac{I_R}{I_Y}, \quad b_2 = \frac{lb}{I_Y} \qquad (۷\ \text{ب})$$

$$a_5 = \frac{I_X - I_Y}{I_Z}, \quad b_3 = \frac{d}{I_Z}, \quad b_4 = \frac{b}{m} \qquad (۷\ \text{پ})$$

لذا در نهایت مجموعه معادلات بیان شده در روابط (۴) و(۶) به فرم زیر تبدیل می‌شوند:

$$\ddot{\emptyset} = a_1\dot{\theta}\dot{\psi} - a_2\dot{\theta}\Omega_R + b_1u_1 \qquad (۸\ \text{الف})$$

$$\ddot{\theta} = a_3\dot{\emptyset}\dot{\psi} + a_4\dot{\emptyset}\Omega_R + b_2u_2 \qquad (۸\ \text{ب})$$

$$\ddot{\psi} = a_5\dot{\emptyset}\dot{\theta} + b_3u_3 \qquad (۸\ \text{پ})$$

$$\ddot{x} = \sin(\theta)\cos(\emptyset)\,b_4u_4 \qquad (۸\ \text{ت})$$

$$\ddot{y} = -\sin(\emptyset)\,b_4u_4 \qquad (۸\ \text{ث})$$

$$\ddot{z} = -g + \cos(\theta)\cos(\emptyset)\,b_4u_4 \qquad (۸\ \text{ج})$$

برای بیان بهتر مدل کوادروتور ارائه شده، مجموعه معادلات ارائه شده در (۸) با تغییر متغیرهای زیر به شکل فضای حالت مرتبه‌ی یک تبدیل می‌شوند:

$$\begin{aligned} &x_1 = \emptyset,\ x_2 = \dot{\emptyset}, x_3 = \theta, x_4 = \dot{\theta}, x_5 = \psi, x_6 = \dot{\psi} \\ &x_7 = x,\ x_8 = \dot{x}, x_9 = y, x_{10} = \dot{y}, x_{11} = z, x_{12} = \dot{z} \end{aligned} \qquad (۹)$$

لذا شکل تبدیل‌یافته‌ی فضای حالت مرتبه‌ی یک برای ربات پرنده چهارپره‌ی موردنظر به شرح ذیل می‌باشد:

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\\ \dot{x}_4\\ \dot{x}_5\\ \dot{x}_6\\ \dot{x}_7\\ \dot{x}_8\\ \dot{x}_9\\ \dot{x}_{10}\\ \dot{x}_{11}\\ \dot{x}_{12}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & a_1x_6 - a_2\Omega_R & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & a_3x_6 + a_4\Omega_R & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & a_5x_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\\ x_5\\ x_6\\ x_7\\ x_8\\ x_9\\ x_{10}\\ x_{11}\\ x_{12}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0\\ b_1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & b_2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & b_3 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & b_4\sin(x_3)\cos(x_1)\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -b_4\sin(x_1)\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -\frac{g}{u_4} + b_4\cos(x_3)\cos(x_1) \end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_1 & u_2 & u_3 & u_4\end{bmatrix} \qquad (۱۰)$$

برای دستیابی به درک بهتر از سیستم، یک نقطه‌ی تعادل را نیز استخراج می‌کنیم:

$$\dot{\mathbf{x}} = 0 \rightarrow \begin{Bmatrix} 0 = x_2 \\ 0 = x_4 x_6 a_1 - a_2 x_4 \Omega_R + b_1 u_1 \\ 0 = x_4 \\ 0 = x_2 x_6 a_3 + a_4 x_2 \Omega_R + b_2 u_2 \\ 0 = x_6 \\ 0 = x_2 x_4 a_5 + b_3 u_3 \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} x_2 = x_4 = x_6 = 0 \\ u_1 = u_2 = u_3 = 0 \end{Bmatrix} \quad (۱۱)$$

به طور مشابه اگر فرم فضای حالت معادلات انتقالی موجود در رابطه‌ی (۸) را مساوی صفر قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$\dot{\mathbf{x}} = 0 \rightarrow \begin{Bmatrix} 0 = x_8 \\ 0 = -\sin(x_3)\cos(x_1)\, b_4 u_4 \\ 0 = x_{10} \\ 0 = \sin(x_1)\, b_4 u_4 \\ 0 = x_{12} \\ 0 = -g + \cos(x_3)\cos(x_1)\, b_4 u_4 \end{Bmatrix} \rightarrow \{x_8 = x_{10} = x_{12} = 0\} \quad (۱۲)$$

لازم به ذکر است در رابطه‌ی بالا، برای برقراری رابطه‌ی $\dot{x}_{12}$، هر ترکیبی از x_1، x_3 و u_4 می‌تواند آن را ارضا نماید. در این صورت خواهیم داشت:

$$if \;\; x_1 = x_3 = 0 \;\; \rightarrow \;\; u_4 = \frac{g}{b_4} = \frac{gm}{b} \quad (۱۳)$$

در این حالت نقطه‌ی تعادل کوادروتور موردنظر از روابط زیر بدست می‌آید:

$$\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_3 = \Omega_4 = \sqrt{\frac{gm}{4b}} \;\; (rad/s) \quad (\text{۱۴ الف})$$

$$\mathbf{x}_e = 0 \rightarrow \mathbf{u}_e = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{gm}{b} \end{bmatrix} \quad (\text{۱۴ ب})$$

۳- رویکرد کنترلی

هدف اصلی در این پژوهش این است چهار متغیر حالت خروجی x, y, z, ψ بتوانند سیگنال‌های مرجع خود را که از قبل تعریف شده اند ردیابی کنند. سیگنال‌های مسیر مرجع پیشنهاد شده به صورت زیر می‌باشند:

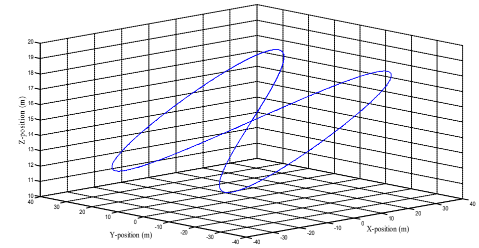
$$x_r = 30sin(0.1t) \quad (\text{۱۵ الف})$$

$$y_r = 30sin(0.05t) \quad (\text{۱۵ ب})$$

$$z_r = 15 + 3sin(0.1t) \quad (\text{۱۵ پ})$$

$$\psi_r = 5\pi/180 \sin(0.1t) \quad (\text{۱۵ ت})$$

مسیر مرجع تولید شده مطابق با رابطه‌ی فوق در شکل ۳ نشان داده شده است.



شکل ۳- مسیر مرجع پیشنهاد شده جهت طراحی کنترل ردیاب

استراتژی پیشنهادی در این پژوهش انتقال معادلات حالت سیستم به فضای ورودی- خروجی می‌باشد. لذا باید در ابتدا کنترل پذیری خروجی سیستم و سپس تحقق دیفومورفیزم بین دو فضای حالت اصلی و فضای تبدیل یافته‌ی ورودی و خروجی بررسی گردد.

۴- کنترل پذیری خروجی و تحقق دیفومورفیزم

در این قسمت ابتدا کنترل‌پذیری خروجی و سپس تحقق دیفومورفیزم را بررسی می‌کنیم. از آنجایی که دینامیک کوادروتور موردبحث در این پژوهش کاملا غیرخطی است، کافی است ماتریس کنترل‌پذیری خروجی را به کمک معادلات سیستم از طریق محاسبه‌ی جاکوبی تشکیل داده و کامل بودن رتبه‌ی[1] آن‌ها را در فضای‌کاری ربات پرنده بررسی کنیم. اگر بردار متغیرهای حالت را به شکل زیر در نظر بگیریم:

$$\underline{X} = [\emptyset \;\; \dot{\emptyset} \;\; \theta \;\; \dot{\theta} \;\; \psi \;\; \dot{\psi} \;\; x \;\; \dot{x} \;\; y \;\; \dot{y} \;\; z \;\; \dot{z}] \quad (۱۶)$$

در این صورت ماتریس‌های سیستم از طریق محاسبه‌ی جاکوبی به شرح ذیل بدست می‌آیند:

$$\underline{\dot{X}} = \underline{f}(x,u) = \begin{bmatrix} f_1(x,u) \\ \vdots \\ f_{12}(x,u) \end{bmatrix} \quad (\text{۱۷ الف})$$

$$\text{where: } x^T = [x_1 \ldots x_{12}] \;\; , u^T = [u_1 \ldots u_4]$$

$$A = \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_j}\right] , (i = 1, \ldots, 12) \; , (j = 1, \ldots, 12) \quad (\text{۱۷ ب})$$

$$B = \left[\frac{\partial f_i}{\partial u_j}\right] , (i = 1, \ldots, 12), (j = 1, \ldots, 4) \quad (\text{۱۷ پ})$$

لذا خواهیم داشت:

(۱۸الف)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_3\dot{\psi} + a_4\Omega_R & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_5\dot{\theta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -b_4 u_4 \dot{\emptyset} \sin(\emptyset)\sin(\theta) & 0 & b_4 u_4 \dot{\theta} \cos(\theta)\sin(\emptyset) \\ 0 & 0 & 0 \\ -b_4 u_4 \dot{\emptyset} \cos(\emptyset) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -b_4 u_4 \dot{\emptyset} \sin(\emptyset)\cos(\theta) & 0 & b_4 u_4 \dot{\theta} \sin(\theta)\cos(\emptyset) \end{bmatrix} \quad a$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_4 \sin(\theta)\cos(\emptyset) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -b_4 \sin(\emptyset) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_4 \cos(\theta)\cos(\emptyset) \end{bmatrix} \quad (\text{۱۸ ب})$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{۱۸ پ})$$

$$D = [0] \quad (\text{۱۸ ت})$$

حال ماتریس کنترل‌پذیری خروجی را به شرح ذیل تشکیل می‌دهیم:

$$\text{Output Controllability} = [CB \;\;\; CAB \;\; \ldots \;\; CA^{11}B \;\;\; D] \quad (۱۹)$$

[1] Full Rank

برای بررسی کامل بودن رتبه‌ی ماتریس فوق، رژیم‌کاری ربات مطابق جدول ۱ تعریف می‌شود. با توجه به پارامترهای جدول ارائه شده که فضای‌کاری ربات پرنده‌ی موردنظر می‌باشد، بسادگی مشاهده می‌شود که ماتریس کنترل‌پذیری خروجی در (۱۹) دارای رتبه کامل است و لذا سیستم در هر نقطه‌ی داخلی از این فضای‌کاری کنترل‌پذیر خروجی خواهد بود.

جدول ۱- رژیم کاری تعیین شده برای ربات پرنده‌ی چهارپره

پارامترها	کران پایین	کران بالا
v_x	0	5
v_y	0	5
v_z	0	5
$\emptyset$	$-\pi/2$	$\pi/2$
θ	$-\pi/2$	$\pi/2$
$\dot{\emptyset}$	-20	20
$\dot{\theta}$	-20	20
$\dot{\psi}$	-20	20

حال پس از بررسی کنترل‌پذیری خروجی، برای تبدیل معادلات دیفرانسیل توصیف کننده‌ی سیستم از فضای حالت به فضای ورودی - خروجی کافی است که از متغیرهای خروجی x , y مشتقات سوم و چهارم نیز گرفته شده و معادلات دیفرانسیل سیستم در فضای ورودی - خروجی به شکل زیر بازنویسی شود:

$$x^{[4]} = (Ax)u_4 + (Bx)u_2u_4 - (Cx)u_1u_4 + (Dx)\dot{u}_4 + (Ex)\ddot{u}_4 \quad \text{(۲۰ الف)}$$

$$y^{[4]} = (Ay)u_4 - (By)u_1u_4 - (Cy)\dot{u}_4 - (Dy)\ddot{u}_4 \quad \text{(۲۰ ب)}$$

$$\ddot{z} = -g + \cos(\theta)\cos(\emptyset)\,\frac{b}{m}u_4 \quad \text{(۲۰ پ)}$$

$$\ddot{\psi} = \dot{\emptyset}\dot{\theta}\,\frac{I_X - I_Y}{I_Z} + \frac{d}{I_Z}u_3 \quad \text{(۲۰ ت)}$$

که در آن:

$$\begin{aligned} Ax = (&a_3b_4\dot{\emptyset}\dot{\psi}\cos(\theta)\cos(\emptyset) \\ &+ a_4b_4\dot{\emptyset}\Omega_R\cos(\theta)\cos(\emptyset) \\ &- b_4\dot{\theta}^2\sin(\theta)\cos(\emptyset) \\ &- b_4\dot{\theta}\dot{\emptyset}\cos(\theta)\sin(\emptyset) \\ &- a_1b_4\dot{\theta}\dot{\psi}\sin(\theta)\sin(\emptyset) \\ &+ a_2b_4\dot{\theta}\Omega_R\sin(\theta)\sin(\emptyset) \\ &- b_4\dot{\emptyset}\dot{\theta}\cos(\theta)\sin(\emptyset) \\ &- b_4\dot{\emptyset}^2\sin(\theta)\cos(\emptyset)) \end{aligned} \quad \text{(۲۱ الف)}$$

$$Bx = (b_2b_4\cos(\theta)\cos(\emptyset))u_2u_4 \quad \text{(۲۱ ب)}$$

$$Cx = (b_1b_4\sin(\theta)\sin(\emptyset)) \quad \text{(۲۱ پ)}$$

$$Dx = \left(2b_4\dot{\theta}\cos(\theta)\cos(\emptyset) - 2b_4\dot{\emptyset}\sin(\theta)\sin(\emptyset)\right) \quad \text{(۲۱ ت)}$$

$$Ex = (b_4\sin(\theta)\cos(\emptyset)) \quad \text{(۲۱ ث)}$$

$$Ay = (a_1b_4\dot{\theta}\dot{\psi}\cos(\emptyset) + a_2b_4\dot{\theta}\Omega_R\cos(\emptyset) + b_4\dot{\emptyset}^2\sin(\emptyset)) \quad \text{(۲۱ ج)}$$

$$By = (b_1b_4\cos(\emptyset)) \quad \text{(۲۱ چ)}$$

$$Cy = (2b_4\,\dot{\emptyset}\cos(\emptyset)) \quad \text{(۲۱ ح)}$$

$$Dy = (b_4\sin(\emptyset)) \quad \text{(۲۱ خ)}$$

بردار حالت اصلی کوادروتور به شکل معادلات (۹) می‌باشد. پس از بازنمایی معادلات سیستم در فضای ورودی - خروجی، بردار حالت سیستم به شکل زیر تغییر می‌کند:

$$\begin{aligned} &\bar{x}_1 = \dot{x}, \bar{x}_2 = \ddot{x}\ \ \bar{x}_3 = \dot{y}, \bar{x}_4 = \ddot{y}, \bar{x}_5 = \psi, \bar{x}_6 = \dot{\psi} \\ &\bar{x}_7 = x, \bar{x}_8 = \dot{x}, \bar{x}_9 = y, \bar{x}_{10} = \dot{y}, \bar{x}_{11} = z, \bar{x}_{12} = \dot{z} \end{aligned} \quad \text{(۲۲)}$$

در این قسمت تحقق دیفومورفیزم بین دو بردار حالت جدید و قدیم بررسی می‌گردد. برای چنین منظوری باید نگاشت بین این دو بردار حالت، معکوس‌پذیر باشد. در نتیجه باید جاکوبی رابطه‌ی تبدیل بین دو بردار حالت در رژیم‌کاری ربات پرنده ناتکین[1] باشد تا بتوان در هر زمان یک ارتباط معکوس‌پذیر بین دوفضای حالت قدیم و جدید ایجاد کرد. همانطور که ملاحظه می‌شود بین دو بردار حالت، هشت متغیر حالت یکسان وجود دارد. چهار متغیر حالت جدید سیستم یعنی $\bar{x}_1$ تا $\bar{x}_4$ براساس بردار حالت قبلی از روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$\ddot{x} = \sin(\theta)\cos(\emptyset)\,\frac{b}{m}u_4 \quad \text{(۲۳ الف)}$$

$$x^{[3]} = \dot{\theta}b_4u_4\cos(\theta)\cos(\emptyset) - \dot{\emptyset}b_4u_4\sin(\theta)\sin(\emptyset) + b_4\dot{u}_4\sin(\theta)\cos(\emptyset) \quad \text{(۲۳ ب)}$$

$$\ddot{y} = -\sin(\emptyset)\,\frac{b}{m}u_4 \quad \text{(۲۳ پ)}$$

$$y^{[3]} = -\dot{\emptyset}b_4u_4\cos(\emptyset) - b_4\dot{u}_4\sin(\emptyset) \quad \text{(۲۳ ت)}$$

اگر بتوان نشان داد که جاکوبی روابط نگاشتی مربوط به این چهار متغیر باقیمانده دارای رتبه‌ی کامل (رتبه‌ی چهار) می‌باشد، در آن صورت تحقق دیفومورفیزم رخ خواهد داد. ماتریس زیر جاکوبی روابط نگاشتی بین چهار متغیرحالت باقیمانده را براساس متغیرهای حالت قبلی نشان می‌دهد:

$$J = \begin{bmatrix} J_{11} & 0 & J_{13} & 0 \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} & J_{24} \\ J_{31} & 0 & 0 & 0 \\ J_{41} & J_{42} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{(۲۴)}$$

که در آن:

$$J_{11} = -\sin(\theta)\sin(\emptyset)\,\frac{b}{m}u_4 \quad \text{(۲۵ الف)}$$

$$J_{13} = \cos(\theta)\cos(\emptyset)\,\frac{b}{m}u_4 \quad \text{(۲۵ ب)}$$

$$J_{21} = -\dot{\theta}b_4u_4\cos(\theta)\sin(\emptyset) - \dot{\emptyset}b_4u_4\sin(\theta)\cos(\emptyset) - b_4\dot{u}_4\sin(\theta)\sin(\emptyset) \quad \text{(۲۵ پ)}$$

$$J_{22} = -b_4u_4\sin(\theta)\sin(\emptyset) \quad \text{(۲۵ ت)}$$

$$J_{23} = -\dot{\theta}b_4u_4\sin(\theta)\cos(\emptyset) - \dot{\emptyset}b_4u_4\cos(\theta)\sin(\emptyset) + b_4\dot{u}_4\cos(\theta)\cos(\emptyset) \quad \text{(۲۵ ث)}$$

$$J_{24} = b_4u_4\cos(\theta)\cos(\emptyset) \quad \text{(۲۵ ج)}$$

$$J_{31} = -\cos(\emptyset)\,\frac{b}{m}u_4 \quad \text{(۲۵ چ)}$$

$$J_{41} = \dot{\emptyset}b_4u_4\sin(\emptyset) - b_4\dot{u}_4\cos(\emptyset) \quad \text{(۲۵ ح)}$$

$$J_{42} = b_4u_4\cos(\emptyset) \quad \text{(۲۵ خ)}$$

همانطور که مشاهده می‌شود، ماتریس جاکوبی فوق به ازای $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ و $-\frac{\pi}{2} < \emptyset < \frac{\pi}{2}$ همواره دارای رتبه‌ی کامل است، لذا نگاشت بین بردار حالت قدیم و جدید یک دیفومورفیزم است. همانطور که ملاحظه شد، سیستم کنترل‌پذیر خروجی بوده و از طرفی رابطه‌ی بین بردار حالت در فضای ورودی- خروجی و فضای اصلی یک دیفومورفیزم می‌باشد. لذا می‌توان استراتژی کنترل ردیاب را در فضای ورودی- خروجی پیاده سازی کرد.

۵- طراحی کنترلگر ردیاب با رویکرد جایابی قطب

بر این اساس یک روش طراحی کنترل مبتنی بر جایابی قطب به گونه‌ای پیشنهاد می‌گردد که قطب‌های دستگاه معادلات دیفرانسیل مبتنی بر خطای هریک از خروجی‌ها، جهت ارضاء معیار پایداری راث -

[1] Non-singular

هرویتس[1] منفی باشند. برای طراحی کنترلگر در این قسمت، ابتدا چهار ورودی کمکی v_x, v_y, v_z, v_ψ را به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$v_x = (Ax)u_4 + (Bx)u_2u_4 - (Cx)u_1u_4 + (Dx)\dot{u}_4 + (Ex)\ddot{u}_4 \quad \text{(۲۶ الف)}$$

$$v_y = (Ay)u_4 - (By)u_1u_4 - (Cy)\dot{u}_4 - (Dy)\ddot{u}_4 \quad \text{(۲۶ ب)}$$

$$v_z = -g + \cos(\theta)\cos(\emptyset)\,\frac{b}{m}u_4 \quad \text{(۲۶ پ)}$$

$$v_\psi = \dot{\emptyset}\dot{\theta}\frac{I_X - I_Y}{I_Z} + \frac{d}{I_Z}u_3 \quad \text{(۲۶ ت)}$$

در این صورت یک بیان ساده شده از سیستم غیرخطی بـه شـکل زیـر بدست می‌آید:

$$x^{[4]} = v_x \quad \text{(۲۷ الف)}$$

$$y^{[4]} = v_y \quad \text{(۲۷ ب)}$$

$$\ddot{z} = v_z \quad \text{(۲۷ پ)}$$

$$\ddot{\psi} = v_\psi \quad \text{(۲۷ ت)}$$

اکنون در ابتدا برای معادلات ساده شـده فـوق بـر اسـاس ورودی‌هـای کمکی، طراحی کنترلگر بر مبنای جایـابی قطـب انجـام شـده و سـپس ورودی‌های اصلی از معادلات (۲۶) بدست می‌آینـد. در اینجـا ورودی‌های کمکی طوری تعریف شده‌اند که یک معادله‌ی دینـامیکی خطـا بـا معادله‌ی مشخصه‌ی پایدار برای هریک از خروجی‌ها به شرح ذیل برقرار باشد:

$$e_x^{[4]} + k_{x3}e_x^{[3]} + k_{x2}e_x^{[2]} + k_{x1}\dot{e}_x + k_{x0}e_x = 0 \quad , \quad e_x = x - x_r \quad \text{(۲۸ الف)}$$

$$e_y^{[4]} + k_{y3}e_y^{[3]} + k_{y2}e_y^{[2]} + k_{y1}\dot{e}_y + k_{y0}e_y = 0 \quad , \quad e_y = y - y_r \quad \text{(۲۸ ب)}$$

$$e_z^{[2]} + k_{z1}\dot{e}_z + k_{z0}e_z = 0 \quad , \quad e_z = z - z_r \quad \text{(۲۸ پ)}$$

$$e_\psi^{[2]} + k_{\psi1}\dot{e}_\psi + k_{\psi0}e_\psi = 0 \quad , \quad e_\psi = \psi - \psi_r \quad \text{(۲۸ ت)}$$

ضرایب هریک از معادلات فوق می‌بایست به گونه‌ای تعیـین شـوند کـه ریشه‌های معادله‌ی مشخصه‌های مربوط به معادلـه دینـامیکی خطـا بـر اساس معیـار پایـداری راث - هـرویتس همگـی منفـی باشـند. در ایـن پژوهش، ضـرایب بـه گونـه‌ای تعیـین شـده‌انـد کـه در تمـام معـادلات مشخصه‌ی بالا، قطب‌های سیستم همگی ۲- شوند. به عبارت دیگر:

$$e_x^{[4]} + 8e_x^{[3]} + 24e_x^{[2]} + 32\dot{e}_x + 16e_x = 0 \quad \text{(۲۹ الف)}$$

$$e_y^{[4]} + 8e_y^{[3]} + 24e_y^{[2]} + 32\dot{e}_y + 16e_y = 0 \quad \text{(۲۹ ب)}$$

$$e_z^{[2]} + 4\dot{e}_z + 4e_z = 0 \quad \text{(۲۹ پ)}$$

$$e_\psi^{[2]} + 4\dot{e}_\psi + 4e_\psi = 0 \quad \text{(۲۹ ت)}$$

برای اینکه معادلات دینامیکی خطای فوق برقرار شوند، از تلفیق روابـط (۲۷) و (۲۸) خواهیم داشت:

$$v_x = x_r^{[4]} - k_{x3}e_x^{[3]} - k_{x2}e_x^{[2]} - k_{x1}\dot{e}_x - k_{x0}e_x \quad \text{(۳۰ الف)}$$

$$v_y = y_r^{[4]} - k_{y3}e_y^{[3]} - k_{y2}e_y^{[2]} - k_{y1}\dot{e}_y - k_{y0}e_y \quad \text{(۳۰ ب)}$$

$$v_z = z_r^{[2]} - k_{z1}\dot{e}_z - k_{z0}e_z \quad \text{(۳۰ پ)}$$

$$v_\psi = \psi_r^{[2]} - k_{\psi1}\dot{e}_\psi - k_{\psi0}e_\psi \quad \text{(۳۰ ت)}$$

در نهایت با معادل قرار دادن ورودی‌های کمکـی در معـادلات ۲۶ و۳۰، ورودی‌های اصلی بدست خواهند آمـد. بـرای ایـن منظـور کـافی اسـت مطابق روابط زیر عمل شود:

$$\text{step1: } u_4 = (v_z + g)/(\cos(\theta)\cos(\emptyset)\,\frac{b}{m} \quad \text{(۳۱ الف)}$$

$$\text{step2: } u_3 = \left(v_\psi - \dot{\emptyset}\dot{\theta}\frac{I_X - I_Y}{I_Z}\right)/(\frac{d}{I_Z}) \quad \text{(۳۱ ب)}$$

$$\text{step3: } u_1 = -(v_y - (Ay)u_4 + (Cy)\dot{u}_4 + (Dy)\ddot{u}_4)/(Byu_1) \quad \text{(۳۱ پ)}$$

$$\text{step4: } u_2 = (v_x - (Ax)u_4 + (Cx)u_1u_4 - (Dx)\dot{u}_4 - (Ex)\ddot{u}_4\ )/((Bx)u_4) \quad \text{(۳۱ ت)}$$

حال مسئله فوق را در حضور یک عدم‌قطعیت جمعی کران‌دار سینوسی (که مجموع عدم قطعیت‌های دینامیکی، ساختاری و محیطی می باشد) بررسی می کنیم. برای ایـن منظـور، معـادلات دیفرانسـیل سیسـتم در فضـــای ورودی – خروجـــی در (۲۰) را بـــا وجـــود جمـــلات نامعینی$\gamma_i(t)\,, (i = x, y, z, \psi)$ در نظر بگیرید:

$$x^{[4]} = (Ax)u_4 + (Bx)u_2u_4 - (Cx)u_1u_4 + (Dx)\dot{u}_4 + (Ex)\ddot{u}_4\ + \gamma_x(t) \quad , \quad |\gamma_x(t)| < \bar{\gamma}_x \quad \text{(۳۲ الف)}$$

$$y^{[4]} = (Ay)u_4 - (By)u_1u_4 - (Cy)\dot{u}_4 - (Dy)\ddot{u}_4 + \gamma_y(t) \quad , \quad |\gamma_y(t)| < \bar{\gamma}_y \quad \text{(۳۲ ب)}$$

$$\ddot{z} = -g + \cos(\theta)\cos(\emptyset)\,\frac{b}{m}u_4 + \gamma_z(t) \quad , \quad |\gamma_z(t)| < \bar{\gamma}_z \quad \text{(۳۲ پ)}$$

$$\ddot{\psi} = \dot{\emptyset}\dot{\theta}\frac{I_X - I_Y}{I_Z} + \frac{d}{I_Z}u_3 + \gamma_\psi(t) \quad , \quad |\gamma_\psi(t)| < \bar{\gamma}_\psi \quad \text{(۳۲ ت)}$$

که در آن $\bar{\gamma}_i(t)\,, (i = x, y, z, \psi)$ کران بالای نامعینی جمعی می باشد. جمله نامعینی متغیـر بـا زمـان مـورد اسـتفاده در ایـن پـژوهش $5\pi/180\ \sin(0.01t)$ است که ایـن نـامعینی مـی‌توانـد ناشـی از خطای مدل‌سازی سیستم و یا برخورد یـک تنـدباد[2] بـه ربـات‌پرنـده‌ی چهارپره باشد. مشابه روش ارائه شده در این قسمت، یک کنترل ردیاب مبتنی بر جایابی قطب در حضور جمـلات نـامعینی طراحـی مـی‌شـود. نتایج این کنترلگر ردیاب در قسمت نتایج حاصل از شـبیه سـازی ارائـه شده است.

۶- نتایج حاصل از شبیه‌سازی

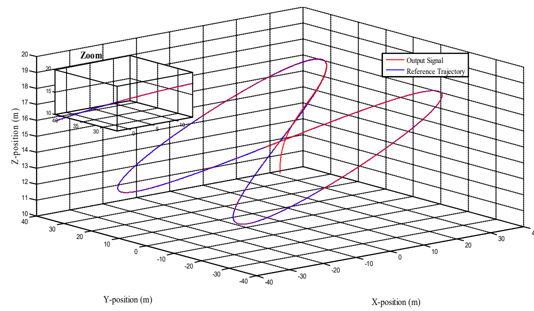
مشخصات فیزیکی ربات پرنده بکارگرفته شده در این پژوهش در جدول ۲ ارائه شده است. نتایج حاصل از ردیابی مسیر مرجع توسط سـیگنال‌های خروجی، در شکل‌های ۴ تا ۸ ارائه شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، سیگنال‌های خروجی توانسته‌اند سیگنال‌های مرجع را بخـوبی ردیابی نمایند. نتایج حاصل از سیگنال‌های خطای خروجی ربات پرنده‌ی چهارپره در شکل‌های ۹ تا ۱۲ نمایش داده شده است. همـانطور کـه مشاهده می‌شود، پس از گذشت مدت زمانی اندک، سیگنال‌های خطای ردیابی به سمت صفر میل می‌کنند.

جدول ۲- مشخصات فیزیکی ربات پرنده بکارگرفته شده

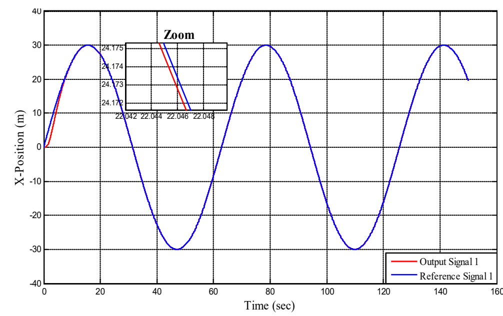
پارامتر	مقدار و واحد
جرم ربات پرنده	۱/۵۲ (kg)
طول هر بازوی ممان	۰/۲۳۲ (m)
ضریب تراست ثابت	۰/۰۰۰۰۳۱۳ $(N.s^2)$
ضریب درگ ثابت	۰/۰۰۰۰۰۰۷۵ $(N.m.s^2)$
ممان اینرسی بدنه حول محور **x**	۰/۰۰۶۲۲۸ $(kg.m^2)$
ممان اینرسی بدنه حول محور **y**	۰/۰۰۶۲۲۵ $(kg.m^2)$
ممان اینرسی بدنه حول محور **z**	۰/۰۱۱۲۱ $(kg.m^2)$
ممان اینرسی هر موتور حول محور **z**	۰/۰۰۰۰۶ $(kg.m^2)$

[1] Routh-Hurwitz Criteria

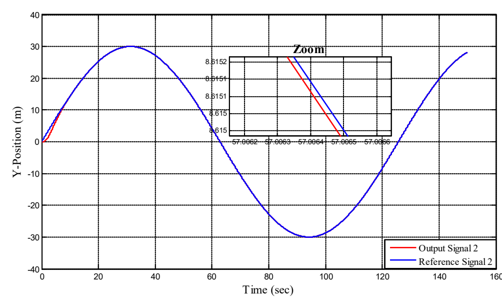
[2] Gust



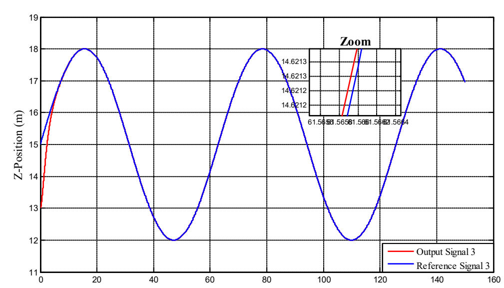
شکل ۴- ردیابی سه بعدی مسیر مرجع توسط سیگنال‌های خروجی.



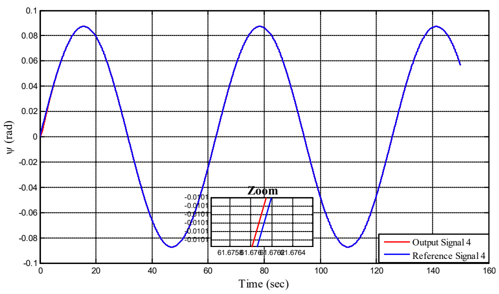
شکل ۵- ردیابی مسیر مرجع توسط سیگنال خروجی x



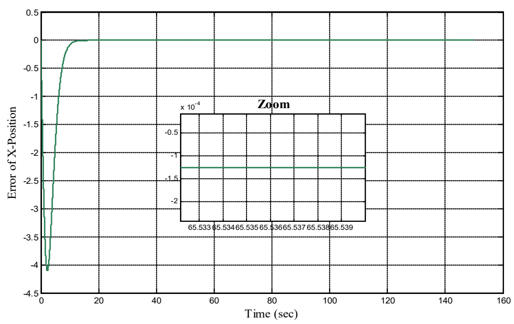
شکل۶- ردیابی مسیر مرجع توسط سیگنال خروجی y



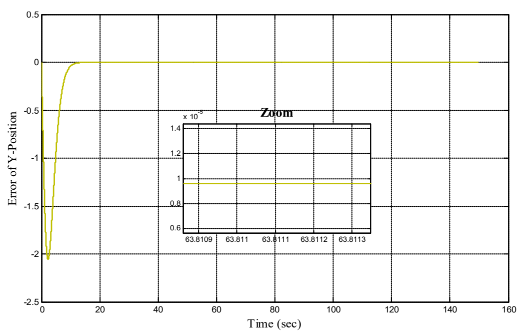
شکل ۷- ردیابی مسیر مرجع توسط سیگنال خروجی z



شکل ۸- ردیابی سیگنال مرجع توسط سیگنال خروجی زاویه یاو

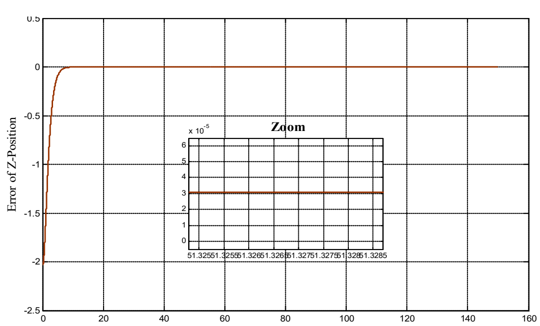


شکل ۹- سیگنال خطای ردیابی خروجی x

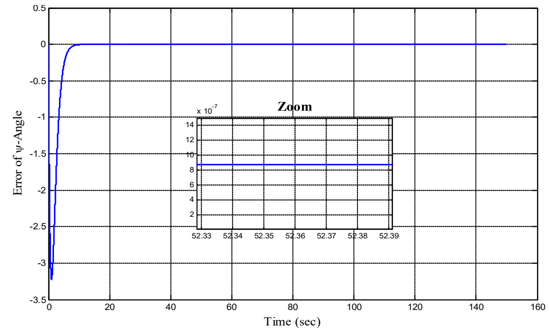


شکل ۱۰- سیگنال خطای ردیابی خروجی y

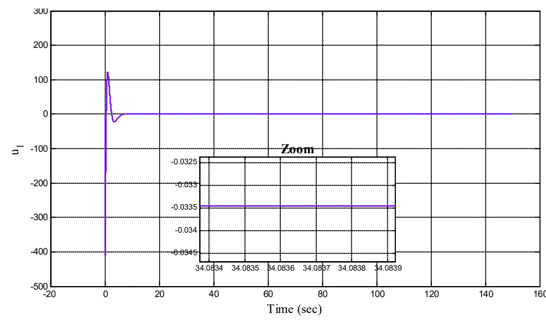
سیگنال‌های کنترل u_1 تا u_4 برای ربات پرنده چهارپره در شکل‌های ۱۳ تا ۱۶ ارائه شده است.



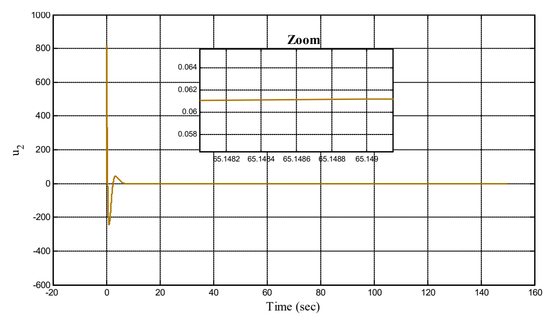
شکل ۱۱- سیگنال خطای ردیابی خروجی z



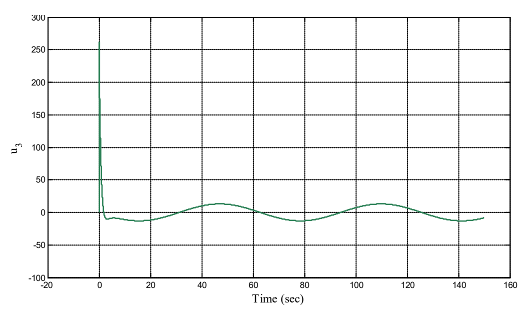
شکل۱۲- سیگنال خطای ردیابی خروجی زاویه یاو



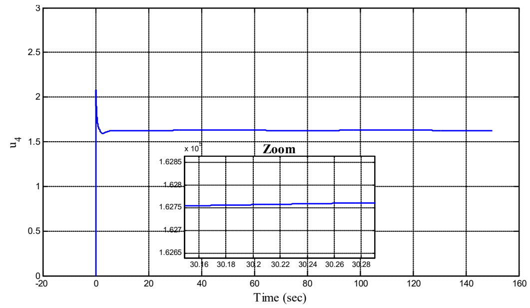
شکل۱۳- سیگنال کنترلی شماره ۱



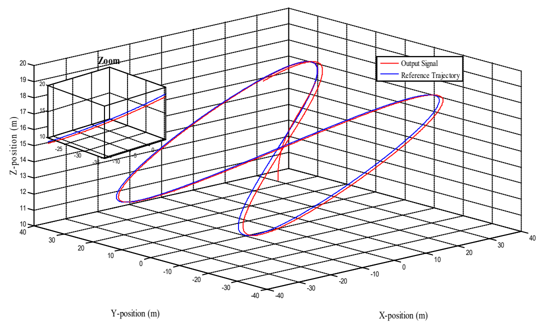
شکل ۱۴- سیگنال کنترلی شماره ۲



شکل ۱۵- سیگنال کنترلی شماره ۳



شکل ۱۶- سیگنال کنترلی شماره ۴



شکل ۱۷- ردیابی سه بعدی مسیر مرجع توسط سیگنال‌های خروجی در حضور ترم نامعینی جمعی کران‌دار

در ادامه، اگرچه اگرچه با بکارگیری یک کنترلگر PID بهینه و یا SDREمی توان بر نامعینی‌های سیستم غلبه کرده و سیستم را در مقابل جملات نامعینی مقاوم ساخت، ولی این موضوع صرفا با تنظیم بهره های[1] کنترلگر میسر بوده و لذا تحلیل مناسبی از پایداری سیستم همانند روش پیشنهادی در این پژوهش نمی توان ارائه داد.

۷- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

همانطور که عنوان شد، هدف اصلی در این پژوهش طراحی یک کنترلر ردیاب برای ربات پرنده چهارپره با رویکرد جایابی قطب‌های معادلات دینامیکی خطا برمبنای تحقق دیفومورفیزم می‌باشد. نتایج حاصل از شبیه‌سازی نشان داد که پس از گذشت مدت زمانی اندک، سیگنال‌های خطای ردیابی به سمت صفر میل کرده و سیگنال‌های خروجی توانسته‌اند سیگنال‌های مرجع را به خوبی ردیابی نمایند. همچنین مسئله‌ی فوق در حضور یک عدم‌قطعیت جمعی کران‌دار سینوسی (که مجموع عدم قطعیت‌های دینامیکی، ساختاری و محیطی می باشد) بررسی گردید و نشان داده شد که سیگنال های خروجی قادر نیستند مسیر مرجع خود را در حضور ترم نامعینی بخوبی ردیابی نمایند. لذا در صورت وجود جمله نامعینی، باید رویکردی همانند مود لغزشی ارائه گردد تا سیگنال‌های خروجی بتوانند سیگنال‌های مرجع را بدرستی ردیابی کنند.

1 Gain

۸- مراجع

[۱] یراقی م.، تحلیل دینامیک، مانورپذیری و کنترل پرواز کوادروتور. پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی اصفهان، ۱۳۹۰.

[۲] نمیرانیان ر.، شبیه سازی و کنترل ربات پرنده‌ی چهارموتوره. پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه سیستان و بلوچستان، ۱۳۹۱.

[3] Leishman G.J., *Principles of helicopter aerodynamics with CD extra*. Cambridge university press, 2006.

[4] Stoff J., *The Historic Aircraft and Spacecraft in the Cradle of Aviation Museum*. Courier Dover Publications, 2001.

[5] Mistler V., Benallegue A. and M'sirdi N.K., Exact linearization and noninteracting control of a 4 rotors helicopter via dynamic feedback. In *Robot and Human Interactive Communication, Paris, France, 2001.*

[6] Mokhtari A. and Abdelaziz Benallegue A., Dynamic feedback controller of Euler angles and wind parameters estimation for a quadrotor unmanned aerial vehicle. In *IEEE Robotics and Automation*, New Orleans, USA, 2004.

[7] Mokhtari A., Benallegue A. and Daachi B., Robust feedback linearization and GH∞ controller for a quadrotor unmanned aerial vehicle. In *Intelligent Robots and Systems*, Edmonton, Canada, 2005.

[8] Benallegue A., Mokhtari A. and Fridman L., Feedback linearization and high order sliding mode observer for a quadrotor UAV. In *Variable Structure Systems*, Alghero, Italy, 2006.

[9] Madani T. and Abdelaziz Benallegue A., Backstepping control for a quadrotor helicopter. In *IEEE Intelligent Robots and Systems*, Beijing, China, 2006.

[10] Madani T. and Benallegue A., Backstepping sliding mode control applied to a miniature quadrotor flying robot. In *IEEE Industrial Electronics*, Paris, France, 2006.

[11] Madani T. and Benallegue A., Control of a quadrotor mini-helicopter via full state backstepping technique. In *Decision and Control*, San Diego, USA, 2006.

[12] Pounds P., Mahony R., Hynes P. and Roberts J., Design of a four-rotor aerial robot. In *Australasian Conference on Robotics and Automation*, Auckland, New Zealand, 2002.

[13] Hamel T., Mahony R., Lozano R. and Ostrowski J., Dynamic Modeling and Configuration Stabilization for an X4-Flyer. In *IFAC 15th Triennial World Congre* Barcelona, Spain, 2002.

[14] Altug E., Ostrowski J.P. and Mahony R., Control of a quadrotor helicopter using visual feedback. In *Robotics and Automation*, Washington, DC, USA, 2002.

[15] Pounds P., Mahony R., Gresham J., Corke P. and Roberts J., Towards dynamically-favourable quad-rotor aerial robots. In *Proceedings of the 2004 Australasian Conference on Robotics & Automation*, , Canberal, Australia, 2004.

[16] Castillo P., Dzul A. and Lozano R., Real-time stabilization and tracking of a four-rotor mini rotorcraft., *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 12, No. 4, 2004.

[17] Bouabdallah S., Murrieri P. and Siegwart R., Design and control of an indoor micro quadrotor. In *Robotics and Automation*, New Orleans, USA, 2004.

[18] Chamseddine A., Theilliol D., Zhang Y.M., Join C. and Rabbath C.A., Active fault-tolerant control system design with trajectory re-planning against actuator faults and saturation: Application to a quadrotor unmanned aerial vehicle. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing* 29, No.1, pp.1-23, 2015.

[19] Navabi M. and Mirzaei H., Dynamic Modeling and Nonlinear Adaptive Control of Mesicopter Flight. *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 15, No. 5, pp. 1-12, 2015.

[20] Nicol C., Macnab J.B. and Ramirez-Serrano A., Robust adaptive control of a quadrotor helicopter. *Mechatronics*, Vol. 21, No. 6 , pp. 927-938, 2011.