کنترلگر ردیاب مسیر برای یک ربات پرنده چهارپره با رویکرد جایابی قطبهای معادلات دینامیکی خطا برمبنای تحقق دیفومورفیزم

ابوالفضل لوائى يانسى	کارشناس ارشد، گروه مهندسی هوافضا، دانشکده علوم و فنون نوین، دانشگاه تهران، تهران، ایران
محمدعلی امیری آتشگاه*	دانشیار، گروه مهندسی هوافضا، دانشکده علوم و فنون نوین، دانشگاه تهران، تهران، ایران
احمد كلهر	استادیار، گروه مهندسی برق کنترل، پردیس فنی- دانشکده برق و کامپیوتر، دانشگاه تهران، تهران، ایران

چکیدہ

علاقه در بکارگیری رباتهای پرنده بویژه ربات پرنده چهارپره در دهههای اخیر به شدت رو به افزایش است. از آنجایی که ربات پرنده چهارپره قادر به برخاست و نشست عمودی میباشد، به طور گسترده در هر ماموریتی که حضور انسان در آنجا خطرناک است یا زمان حائز اهمیت است مورد استفاده قرار میگیرد. این پژوهش در ارتباط با طراحی یک کنترلر ردیاب برای ربات پرنده چهارپره با رویکرد جایابی قطبهای معادلات دینامیکی خطا برمبنای تحقق دیفومورفیزم می-باشد. برای این منظور، پس از مدلسازی دینامیکی ربات پرنده چهارپره با رویکرد جایابی قطبهای معادلات دینامیکی خطا برمبنای تحقق دیفومورفیزم می-باشد. برای این منظور، پس از مدلسازی دینامیکی ربات پرنده چهارپره توسط رابطهی نیوتن- اویلر، فرم فضای حالت معادلات نهایی سیستم و همچنین سیگنالهای کنترل استخراج میگردد. از آنجایی که خروجی باید قادر باشد خروجی مرجع هموار خود را به صورت مجانبی ردیابی کند، استراتژی پیشنهادی در این پژوهش انتقال معادلات حالت سیستم به فضای ورودی- خروجی میباشد. لذا در ابتدا کنترلپذیری خروجی سیستم و سپس تحقق دیفومورفیزم بین دو فضای حالت اصلی و فضای تبدیل یافته بررسی میگردد. سپس با فرض عدم وجود جمله نامعینی و حضور آنها، یک طراحی جایابی قطب پیشنهاد میگرد. واژههای کلیدی:ربات پرنده چهارپره، تحقق دیفومورفیزم، روش جایابی قطب، معادلات دینامیکی خطا

A Tracking Control of a Quadrotor via Pole Placement Technique based on Presence of a Diffeomorphism

A. Lavaei Yanesi

M. A. Amiri Atashgah

A. Kalhor

Faculty Member in Aerospace Engineering, Faculty of New Sciences & Technologies, University of Tehran, Tehran, Iran Faculty Member in Electrical Engineering, School of Electrical and Computer Engineering University of Tehran, Tehran, Iran

Aerospace Engineering, Faculty of New Sciences & Technologies, University of Tehran, Tehran, Iran

Abstract

Interest in applying flying robots especially quadcopters for civil purposes has dramatically grown in the last decade. In fact, since quadcopters are capable of vertical takeoff and landing (VTOL), they can be widely employed for nearly any aerial task where a human presence is hazardous or response time is critical. This paper is concerned with a tracking control design of a quadrotor via Pole Placement Technique based on presence of a diffeomorphism. To this end, after dynamic modeling of the flying robot using Newton-Euler equations, the state space form of the acquired final model as well as the signal controls are presented. Since the main objective of this work is to track the smooth reference signals, the differential equations described the dynamics of the system, based on our proposed approach, should be transformed from the state space into input-output space. So, the output controllability of the system, as well as the presence of a diffeomorphism between two state spaces are considered, respectively. Finally, a tracking control design via Pole Placement Technique, in the presence and absence of uncertainty, is proposed.

Keywords: Quadrotor, Diffeomorphism, Pole Placement Technique, Dynamic Equations of Errors.

ژایروسکوپی نسبت به دوران چهار روتور، صرفنظر شده است [Δ]. همچنین، نتایج شبیه دوران چهار افتشاشات به تدریج در [R] آورده شده است. در مورد کنترل ربات پرنده نیز یک کنترل GH_{∞} خطی، در مرجع [V] و یک مود لغزشی مرتبه بالا در مرجع [Λ] برای تعدیل کنترلگر خطی سازی پسخورد بیان شده ارائه شده است. هر دوی این روشها به حفظ پایداری مجانبی^۲ ربات پرنده در حضور اغتشاشات خارجی و نویز کمک میکنند. شبیه سازیها با اغتشاش نوع ضربه⁷ با نمو ۲۰ ثانیه در موقعیت و وضعیت، نتایج رضایت بخشی را به همراه دستیابی به موقعیت مطلوب، اثبات کردهاند. در ادامه، یک کنترل پسگام انتگرالی[‡] در مرجع [P] ارائه شده است. نتایج حاصل از شبیه-

۱– مقدمه

یک ربات پرنده چهارپره دارای مزایای قابل توجهی نسبت به هواپیماهای با بال ثابت است [۱و۲]. در سال ۱۹۰۷ اولین پرواز عمودی توسط انسان در یک هلیکوپتر (در واقع یک کوادروتور) توسط برادران بُروگه^۱ در فرانسه با استفاده از ژایروپلین شماره یک آنها انجام شد. اگرچه این وسیله به عنوان نمونه آزمایشی اولیه ساخته شده بود ولی این پروژه در نهایت، به دلیل کمبود بودجه حذف شد[۳ و ۴]. در ادامه، تحقیق بر روی کوادروتور در دانشگاه ورسالیس فرانسه از سال ۲۰۰۱ شروع شد. هدف اصلی این پروژه، اعمال تکنیکهای کنترلی روی پلتفورم آزمایشی جدید بود که در مدل دینامیکی آن از جملات

² Asymptotically Stability

³ Impulse

⁴ Backstepping

¹ Breguet

[®] نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: atashgah@ut.ac.ir تاریخ دریاف: ۹۵/۰۷/۰۳ تاریخ پذیرش: ۱۰/۱۱/۲۶

سازی نشان داده است که این کنترلگر، قادر به دستیابی و حفظ هاور بدون حضور اغتشاش است. این روش کنترلی در مراجع [۱۰] و [۱۱] نیز ارائه شده است که در آن یک اغتشاش ضربه به شبیهسازیها اضافه شده که نشان میدهد کنترلر، قابلیت پسزدن اغتشاشات کوچک را نیز داراست. دانشگاه ملی استرالیا کار خود را بر روی X-4 Flyer در سال ۲۰۰۲ شروع کرد [۱۲] و نتایج پژوهشهای خود را به همراه دانشگاه تکنولوژی کامپین فرانسه [۱۳] و دانشگاه پنسیلوانیا [۱۴] در همان سال ارائه كرد. هدف اصلى اين پروژه، تهيه يك پلتفورم تجربي بود كه در آن میتوانست طرحهای کنترل متفاوت را در محیط آزمایشگاهی بسنجد. مدل سیستم تهیه شده در مرجع [۱۲] با اضافه شدن اثرات ژایروسکوپ، نیروهای پسای آیرودینامیک و دینامیک حرکت تیغهها حول لولای افقی در مرجع [۱۵] تغییر کرده است. گفتنی است که تحقیقات در زمینه کوادروتور در دانشگاه پنسیلوانیا در سال ۲۰۰۲ شروع شد. در این پژوهشها علاقه به تحقیقات در استفاده از پسخورد دوربین برای تخمین موقعیت و وضعیت وسیله پرنده بجای تکیه بر سنسورهای سنتی بود. همچنین یک طرح کنترل بر اساس اشباع تودرتو اولین بار در سال ۲۰۰۴ با استفاده از یک کوادروتور آزمایش شد [18]. تحقیقات مرتبط با کوادروتورها در سال ۲۰۰۳ در انستیتو فدرال تكنولوژى سوئيس آغاز گرديد. اين پروژه شامل توسعه نمونه آزمایشی یک کوادروتور به منظور بررسی تکنیکهای کنترل متفاوت بر روی آن، با هدف بلند مدت ناوبری داخلی خودکار بود [۱۷]. در این مرجع یک مدل از سیستم ارائه شده است که شامل اثرات ژایروسکوپی از دوران بدنه صلب و چهار روتور است. به دلیل اینکه نمونه آزمایشی اولیه، از موتورهای DC با گیرباکس دستساز و کنترلرهای سرعت استفاده می کرد، لذا در این پژوهش یک مدل روتور ساده نیز ارائه شده است. در ادامه، مرجع [۱۸] در ارتباط با تعقیب مسیر بر مبنای تصمیم گیری برخط می باشد. همچنین در [۱۹] به مدل سازی و کنترل خطی و غیرخطی پرواز مسیکوپتر پرداخته شده است.

از آنجایی که خروجی باید قادر باشد خروجی مرجع هموار خود را به صورت مجانبی ردیابی کند، استراتژی پیشنهادی در این پژوهش انتقال معادلات حالت سیستم به فضای ورودی- خروجی میباشد. لذا در ابتدا کنترلپذیری خروجی سیستم و سپس تحقق دیفومورفیزم بین دو فضای حالت اصلی و فضای تبدیل یافته بررسی میگردد. سپس با فرض عدم وجود جمله نامعینی، یک طراحی جایاب قطب پیشنهاد میگردد.

۲- مدل دینامیکی ربات پرنده چهارپره

معمولا ساختار اصلی ربات پرنده ی چهار پره از یک قاب اصلی X شکل و چهارموتور که در چهار گوشه قاب اصلی قرار دارند و به هر یک از آنها یک پروانه متصل می باشد، تشکیل شده است. در شکل ۱، نمایی از جهت چرخش روتورهای یک ربات پرنده ی چهار پره نشان داده شده است. در ادامه، نمایی از حرکات رول، پیچ و یاو یک ربات پرنده چهار پره در دو دستگاه بدنی و اینرسی در شکل ۲ نشان داده شده است.





شکل ۱- نمایی از جهت چرخش روتورها.



شکل ۲- نمایی از حرکات رول، پیچ و یاو در دستگاه بدنی و اینرسی.

پس از مدلسازی دینامیکی توسط روش نیوتن– اویلـر، مجموعـهای از سیگنالهای کنترل به شکل زیر بدست میآیند [۲۱]:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega_1^2 \\ \Omega_2^2 \\ \Omega_3^2 \\ \Omega_2^2 \end{bmatrix}$$
(1)

کــه در آن u_i (i = 1,2,3,4) ورودیهــای سیســتم بــوده u_i (i = 1,2,3,4) و $(e^{-1},2,3,4)$ و Ω_i (i = 1,2,3,4) و Ω_i (i = 1,2,3,4) معکوسکردن ماتریس ضرایب در روابط بالا، سرعت زاویـهای هریـک از روتورها برحسب ورودیهای کنترلی به شرح ذیل بدست میآیند:

$$\begin{bmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2^2 \\ \Omega_3^2 \\ \Omega_1^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix}$$
(Y)

به بیان دیگر:

$$\Omega = \tau(\mathbf{u}) = \begin{bmatrix} \left(\max \left(\Omega_{1}^{2}, 0 \right) \right)^{1/2} \\ \left(\max \left(\Omega_{2}^{2}, 0 \right) \right)^{1/2} \\ \left(\max \left(\Omega_{3}^{2}, 0 \right) \right)^{1/2} \\ \left(\max \left(\Omega_{4}^{2}, 0 \right) \right)^{1/2} \end{bmatrix}$$
(7)

همچنین معادلات حرکت زاویهای توسط روش نیوتن – اویلر بـه شـکل زیر بدست می آیند [۲۰]:

$$\ddot{\varphi} = \dot{\theta}\dot{\psi}\frac{I_Y - I_Z}{I_X} - \frac{I_R}{I_X}\dot{\theta}\Omega_R + \frac{lb}{I_X}u_1 \tag{4}$$

$$\ddot{\theta} = \dot{\phi}\dot{\psi}\frac{I_Z - I_X}{I_Y} + \frac{I_R}{I_Y}\dot{\phi}\Omega_R + \frac{lb}{I_Y}u_2 \qquad (, \mathfrak{f})$$

$$\dots \dots \prod_{Y} - I_Y = d$$

$$\ddot{\psi} = \dot{\phi}\dot{\theta}\frac{I_X - I_Y}{I_Z} + \frac{a}{I_Z}u_3 \qquad (\downarrow f)$$

که در آن $(\psi, \theta, \emptyset)$ زاویهی رول حول محور x زاویهی پیچ حول محور y و زاویهی یاو حول محور z میباشد. همچنین I_Z, I_Y, I_X ممان اینرسی بدنه حول سه محور است. J_R d b e l به ترتیب ممان اینرسی هر روتور حول محور z، ضریب تراست ثابت، ضریب پسای ثابت و طول هر بازوی ممان میباشند. همچنین Ω_R مجموع سرعتهای زاویهای روتورها بوده و به شکل زیر محاسبه میشود:

$$\Omega_R = (-\Omega_1 + \Omega_2 - \Omega_3 + \Omega_4) \tag{(a)}$$

معادلات حرکت انتقالی توسط روش نیوتن – اویلر به شکل زیر بدسـت میآیند [۲۱]:

$$\ddot{x} = \sin(\theta)\cos(\phi) \frac{b}{m} u_4 \tag{(4)}$$

$$\ddot{y} = -\sin(\phi) \frac{b}{m} u_4 \tag{(..., ?)}$$

$$\ddot{z} = -g + \cos(\theta)\cos(\phi) \frac{b}{m}u_4 \qquad \qquad (\because \mathcal{S})$$

که در آن m و g به ترتیب جرم ربات پرنده چهارپره و شـتاب گـرانش زمین میباشند. برای بیان سادهتر معادلات فوق، ضرایب مورد اسـتفاده در این معادلات به صورت زیر در نظر گرفته میشوند:

$$a_1 = \frac{I_Y - I_Z}{I_X}, \quad a_2 = \frac{I_R}{I_X}, \quad b_1 = \frac{lb}{I_X}$$
 (ib)

$$a_{3} = \frac{I_{Z} - I_{X}}{I_{Y}}, \quad a_{4} = \frac{I_{R}}{I_{Y}}, \quad b_{2} = \frac{lb}{I_{Y}} \qquad (\because Y)$$
$$a_{5} = \frac{I_{X} - I_{Y}}{I_{Y}}, \quad b_{3} = \frac{d}{I_{Y}}, \quad b_{4} = \frac{b}{I_{Y}} \qquad (\because Y)$$

$$I_z$$
 I_z I_z

$$\begin{split} \ddot{\phi} &= a_1 \dot{\theta} \dot{\psi} - a_2 \dot{\theta} \Omega_R + b_1 u_1 & (i \downarrow I \land) \\ \ddot{\theta} &= a_3 \dot{\phi} \dot{\psi} + a_4 \dot{\phi} \Omega_R + b_2 u_2 & (\downarrow \land) \\ \ddot{\psi} &= a_5 \dot{\phi} \dot{\theta} + b_3 u_3 & (\downarrow \land) \\ \ddot{x} &= \sin (\theta) \cos (\phi) b_4 u_4 & (\Box \land) \end{split}$$

$$\ddot{y} = -\sin(\phi) b_4 u_4$$
 ($\dot{\lambda}$)

$$\ddot{z} = -g + \cos(\theta) \cos(\phi) b_4 u_4$$
 ($z \lambda$)

برای بیان بهتر مدل کوادروتور ارائه شده، مجموعه معادلات ارائـه شـده در (۸) با تغییر متغیرهای زیر به شکل فضای حالت مرتبهی یک تبدیل میشوند:

$x_1 = \phi, x_2 = \dot{\phi}, x_3 = \theta, x_4 = \dot{\theta}, x_5 = \psi, x_6 = \dot{\psi}$ $x_5 = x, x_6 = \dot{x}, x_6 = \dot{y}, x_{10} = \dot{y}, x_{10} = \dot{z}, x_{10} = \dot{z}$	(٩)
یکل تبدیلیافتهی فضای حالت مرتبهی یک برای ربات پرنده	لذا ش

چهارپرهی موردنظر به شرح ذیل میباشد:

г <i>с</i>					-7		-	л		- 7				
1	1													
x	2													
<i>x</i>	3													
x	4													
li														
	5													
	6													
1	7													
<i>x</i>	8													
<i>i</i>	9													
İż	10													
İŕ														
	11													
LX	12J		4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0 x -	
			1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_1 \end{bmatrix}$	
	0		0	0	$a_1 x_6 - a_2 \Omega_R$	0	0	0	0	0	0	0	$0 \mid x_2$	
	0		0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	$0 x_3$	
	0	$a_3 x_0$	$_{6} + a_{4}\Omega$	R = 0	0	0	0	0	0	0	0	0	$0 \mid x_4$	
	0		0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	$0 x_5$	
_	0		$a_5 x_4$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$0 \mid x_6$	
_	0		0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	$0 x_7$	$() \cdot)$
	0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$0 \mid x_8$	
	0		0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	$0 \mid x_{9}$	
	lõ		Ō	ŏ	Õ	ŏ	ŏ	ŏ	ŏ	ŏ	Ō	ŏ	$0 x_{10}$	
			0	Õ	0	Õ	Ň	ñ	ñ	ñ	Ň	Õ	$1 x_{11}$	
			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\int_{1}^{1} x_{12}^{n+1}$	
	-0		U	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
					0									
	٦	0	0		0]								
		0	0		0	1								
	p_1	0	0		0	1								
	0	0	0		0	1								
	0	b_2	0		0									
	0	0	0		0									
+	0	0	b_3		0		Γu ₁	u	2	u_3	u_{\star}			
'	0	0	0	h. si	$n(x_{a}) cos(x_{c})$		L		-	5	<i>w</i> ₄			
	0	0	0	×4 51	0									
	0	0	0		$b \sin(x)$									
	0	Ō	Ō	-	$-v_4 \sin(x_1)$									
	0	0	0	a	0									
	١ŏ	Ő	0 -	$\frac{y}{-} + h$	$h_{1}\cos(x_{2})\cos(x_{2})$	x.)								
	Ľ۷	U	U	u_4	4 000 (M3) 000 (

برای دستیابی بـه درک بهتـر از سیسـتم، یـک نقطـهی تعـادل را نیـز استخراج میکنیم:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{0} \rightarrow \begin{cases} 0 = x_2 \\ 0 = x_4 x_6 a_1 - a_2 x_4 \Omega_R + b_1 u_1 \\ 0 = x_4 \\ 0 = x_2 x_6 a_3 + a_4 x_2 \Omega_R + b_2 u_2 \\ 0 = x_6 \\ 0 = x_2 x_4 a_5 + b_3 u_3 \\ 0 = x_2 x_4 a_5 + b_3 u_3 \\ 0 = x_2 x_4 a_5 + b_3 u_3 \\ 0 = x_2 x_4 a_5 + a_3 u_5 \\ 0 = x_2 x_4 a_5 + a_3 u_5 \\ 0 = x_2 x_4 a_5 + a_3 u_5 \\ 0 = x_2 x_4 a_5 + a_3 u_5 \\ 0 = x_2 x_4 a_5 + a_3 u_5 \\ 0 = x_2 x_4 a_5 + a_3 u_5 \\ 0 = x_2 x_4 a_5 + a_4 x_5 \\ 0 = x_4 x_4 a_5 + a_5 u_5 \\ 0 = x_4 x_5 + a_5 u_5 \\ 0 = x_4 x_5 + a_5 u_5 \\ 0 = x_5 + a_5$$

به طور مشابه اگر فرم فضای حالت معادلات انتقالی موجود در رابطـهی (۸) را مساوی صفر قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{0} \rightarrow \begin{cases} 0 = x_8 \\ 0 = -\sin(x_3)\cos(x_1) b_4 u_4 \\ 0 = x_{10} \\ 0 = \sin(x_1) b_4 u_4 \\ 0 = x_{12} \\ 0 = -g + \cos(x_3)\cos(x_1) b_4 u_4 \\ \end{pmatrix}$$
(117)
$$\rightarrow \{x_8 = x_{10} = x_{12} = 0\}$$
$$\rightarrow \{x_8 = x_{10} = x_{12} = 0\}$$
$$\forall x_{12} \in \mathcal{X}_1 \text{ and } x_{$$

درم به دیر است در رابطت ی باد، برای برخراری رابطت ی 12 متر ترکیبی از x_3 x_1 و u_4 میتواند آن را ارضا نماید. در این صورت خواهیم داشت:

if
$$x_1 = x_3 = 0 \rightarrow u_4 = \frac{g}{b_4} = \frac{gm}{b}$$
 (17)

در این حالت نقطهی تعادل کوادروتور مـوردنظر از روابـط زیـر بدسـت میآید:

$$\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_3 = \Omega_4 = \sqrt{\frac{gm}{4b}} \quad (rad/s) \tag{(11)}$$

$$\mathbf{x}_{e} = \mathbf{0} \rightarrow \mathbf{u}_{e} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \frac{gm}{b} \end{bmatrix}$$
(14)

۳- رویکرد کنترلی

هدف اصلی در این پژوهش ایـن است چهـار متغیـر حالـت خروجـی
X, Y, Z,
$$\psi$$
 بتوانند سیگنالهای مرجع خود را که از قبل تعریـف شـده
اند ردیابی کنند. سیگنالهای مسیر مرجع پیشنهاد شده به صورت زیـر
میباشند:

$$x_r = 30sin(0.1t)$$
 (ما الف)
 $y_r = 30sin(0.05t)$ (ب کم)
 $z_r = 15 + 3sin(0.1t)$ (پ کم)

 $\psi_r = 5\pi/180 \sin(0.1t)$ (۱۵ ت) مسیر مرجع تولید شده مطابق با رابطه
ی فوق در شکل ۳ نشان داده

شده است.



شکل ۳- مسیر مرجع پیشنهاد شده جهت طراحی کنترل ردیاب

استراتژی پیشنهادی در این پژوهش انتقال معادلات حالت سیستم به فضای ورودی- خروجی میباشد. لـذا بایـد در ابتـدا کنتـرل پـذیری

خروجی سیستم و سپس تحقق دیفومورفیزم بین دو فضای حالت اصلی و فضای تبدیل یافتهی ورودی و خروجی بررسی گردد.

۴- کنترل پذیری خروجی و تحقق دیفومورفیزم

در این قسمت ابتدا کنترل پذیری خروجی و سپس تحقق دیفوم ورفیزم را بررسی می کنیم. از آنجایی که دینامیک کوادروتور موردبحث در این پژوهش کاملا غیرخطی است، کافی است ماتریس کنترل پذیری خروجی را به کمک معادلات سیستم از طریق محاسبهی جاکوبی تشکیل داده و کامل بودن رتبهی^۱ آنها را در فضای کاری ربات پرنده بررسی کنیم. اگر بردار متغیرهای حالت را به شکل زیر در نظر بگیریم: (۱۶) $\underline{X} = \dot{\psi} \dot{\psi} \dot{x} \dot{x} \dot{y} \dot{y} \dot{z} \dot{z}$ در این صورت ماتریسهای سیستم از طریق محاسبهی جاکوبی به شرح در این صورت ماتریسهای سیستم از طریق محاسبهی جاکوبی به شرح ذیل بدست می آیند:

$$\underline{\dot{X}} = \underline{f}(x, u) = \begin{bmatrix} f_1(x, u) \\ \vdots \\ f_{12}(x, u) \end{bmatrix}$$
(1)

where:
$$x^{i} = [x_{1} \dots x_{12}]$$
, $u^{i} = [u_{1} \dots u_{4}]$
 $A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_{i}}{\partial x_{i}} \end{bmatrix}$, $(i = 1, \dots, 12)$, $(j = 1, \dots, 12)$ (\downarrow VV)

$$B = \left\lfloor \frac{\partial f_i}{\partial u_j} \right\rfloor, (i = 1, \dots, 12), (j = 1, \dots, 4)$$
 (\downarrow V)

Α

¹ Full Rank

كران بالا پارامترها كران پايين 0 5 v_{ν} 0 5 v_{v} 0 5 v., Ø $-\pi/2$ $\pi/2$ θ $-\pi/2$ $\pi/2$ -2020 ø À -2020 ψ -2020

جدول ۱- رژیم کاری تعیین شده برای ربات پرندهی چهارپره

حال پس از بررسی کنترل پذیری خروجی، برای تبدیل معادلات دیفرانسیل توصیف کنندهی سیستم از فضای حالت به فضای ورودی -خروجی کافی است که از متغیرهای خروجی X, Y مشتقات سوم و چهارم نیز گرفته شده و معادلات دیفرانسیل سیستم در فضای ورودی - خروجی به شکل زیر بازنویسی شود: $x^{[4]} = (Ax)u_4 + (Bx)u_2u_4 - (Cx)u_1u_4 + (Dx)u_4$

 $\begin{array}{c} x^{(*)} = (Ax)u_4 + (Bx)u_2u_4 - (Cx)u_1u_4 + (Dx)u_4 \\ + (Ex)\ddot{u}_4 \end{array} \tag{(17)} \\ y^{[4]} = (Ay)u_4 - (By)u_1u_4 - (Cy)\dot{u}_4 - (Dy)\ddot{u}_4 \end{array} \tag{(27)}$

 $\ddot{z} = -g + \cos(\theta)\cos(\emptyset) \frac{b}{m}u_4 \qquad (\downarrow \Upsilon)$

$$\ddot{\psi} = \dot{\phi}\dot{\theta}\frac{I_X - I_Y}{I_Z} + \frac{d}{I_Z}u_3 \tag{(7.1)}$$

که در آن:

$Ax = (a_3 b_4 \dot{\emptyset} \dot{\psi} \cos(\theta) \cos(\emptyset)$	
+ $a_4 b_4 \dot{\varphi} \Omega_R \cos(\theta) \cos(\phi)$ - $b_4 \dot{\theta}^2 \sin(\theta) \cos(\phi)$ - $b_4 \dot{\theta} \dot{\varphi} \cos(\theta) \sin(\phi)$ - $a_1 b_4 \dot{\theta} \dot{\psi} \sin(\theta) \sin(\phi)$ + $a_2 b_4 \dot{\theta} \Omega_R \sin(\theta) \sin(\phi)$ - $b_4 \dot{\phi} \dot{\theta} \cos(\theta) \sin(\phi)$ - $b_4 \dot{\phi}^2 \sin(\theta) \cos(\phi))$	(۲۱ الف)
$Bx = (b_2 b_4 \cos(\theta) \cos(\phi)) u_2 u_4$	(۲۱ ب)
$Cx = (b_1 b_4 \sin(\theta) \sin(\phi))$	(۲۱ پ)
$Dx = \left(2b_4\dot{\theta}\cos(\theta)\cos(\phi) - 2b_4\dot{\phi}\sin(\theta)\sin(\phi)\right)$	(۲۱ ت)
$Ex = (b_4 \sin(\theta) \cos(\phi))$	(۲۱ ث)
$Ay = (a_1 b_4 \dot{\theta} \dot{\psi} \cos(\phi) + a_2 b_4 \dot{\theta} \Omega_R \cos(\phi) + b_4 \dot{\phi}^2 \sin(\phi))$	(۲۱ ج)
$By = (b_1 b_4 \cos(\emptyset))$	(۲۱ چ)
$Cy = (2b_4 \dot{\emptyset} \cos{(\emptyset)})$	(۲۱ ح)
$Dy = (b_4 \sin(\emptyset))$	(۲۱ خ)
ل کوادروتور به شـکل معـادلات (۹) مـیباشـد. پـس از	بردار حالت اصلے
ن سیستم در فضای ورودی - خروجـی، بـردار حالـت	بازنمايي معادلان
زیر تغییر میکند:	سیستم به شکل
$\bar{x} - \ddot{x} \bar{x} - \ddot{x} \bar{x} - \ddot{y} \bar{x} - \ddot{y} \bar{x} - \dot{y} \bar{x}$	

$\bar{x}_1 = \ddot{x}, \bar{x}_2 = \ddot{x} \bar{x}_3 = \ddot{y}, \bar{x}_4 = \ddot{y}, \bar{x}_5 = \psi, \bar{x}_6 = \psi$	(77)
$x_7 = x$, $\bar{x}_8 = \dot{x}$, $\bar{x}_9 = y$, $\bar{x}_{10} = \dot{y}$, $\bar{x}_{11} = z$, $\bar{x}_{12} = \dot{z}$	()
مت تحقق ديفومورفيزم بين دو بـردار حالـت جديـد و قـديم	در این قس

بررسی می گردد. برای چنین منظوری باید نگاشت بین ایـن دو بـردار

حالت، معکوس پذیر باشد. در نتیجه باید جاکوبی رابطه یتبدیل بین دو بردار حالت در رژیم کاری ربات پرنده ناتکین ^۱ باشد تا بتوان در هر زمان یک ارتباط معکوس پذیر بین دوفضای حالت قدیم و جدید ایجاد کرد. همانطور که ملاحظه می شود بین دو بردار حالت، هشت متغیر حالت یکسان وجود دارد. چهار متغیر حالت جدید سیستم یعنی \overline{x}_1 تا \overline{x}_4 براساس بردار حالت قبلی از روابط زیر محاسبه می شوند:

 $\ddot{x} = \sin(\theta)\cos(\phi) \frac{b}{m}u_4$ (15)

 $x^{[3]} = \dot{\theta} b_4 u_4 \cos(\theta) \cos(\phi) - \dot{\phi} b_4 u_4 \sin(\theta) \sin(\phi) + b_4 \dot{u}_4 \sin(\theta) \cos(\phi)$ (77)

$$\ddot{y} = -\sin(\phi) \, \frac{b}{m} u_4 \tag{(177)}$$

$$y^{[3]} = -\dot{\phi}b_4 u_4 \cos(\phi) - b_4 \dot{u}_4 \sin(\phi)$$
 (۳۲) ت

اگر بتوان نشان داد که جاکوبی روابط نگاشتی مربوط به این چهار متغیر باقیمانده دارای رتبهی کامل (رتبهی چهار) میباشد، در آن صورت تحقق دیفومورفیزم رخ خواهد داد. ماتریس زیر جاکوبی روابط نگاشتی بین چهار متغیرحالت باقیمانده را براساس متغیرهای حالت قبلی نشان می دهد:

$$J = \begin{bmatrix} J_{11} & 0 & J_{13} & 0 \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} & J_{24} \\ J_{31} & 0 & 0 & 0 \\ J_{41} & J_{42} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(Yf)

$$J_{11} = -\sin(\theta)\sin(\emptyset) \frac{b}{m}u_4$$
 (۵) ۲۵)

$$J_{13} = \cos(\theta)\cos(\theta) \frac{b^m}{m} u_4 \qquad (\downarrow \Upsilon \Delta)$$

$$J_{21} = -\dot{\theta} b_4 u_4 \cos(\theta) \sin(\phi) - \dot{\phi} b_4 u_4 \sin(\theta) \cos(\phi) \qquad (\downarrow \Upsilon \Delta)$$
$$- b_4 \dot{u}_4 \sin(\theta) \sin(\phi) \qquad (\downarrow \Upsilon \Delta)$$

$$J_{22} = -b_4 u_4 \sin(\theta) \sin(\phi) \qquad (\because \Upsilon\Delta)$$

$$I_{22} = -\dot{\theta} h_4 u_5 \sin(\theta) \cos(\phi) - \dot{\theta} h_4 u_5 \cos(\theta) \sin(\phi)$$

$$J_{23} = -\theta b_4 u_4 \sin(\theta) \cos(\emptyset) - \emptyset b_4 u_4 \cos(\theta) \sin(\emptyset) + b_4 \dot{u}_4 \cos(\theta) \cos(\emptyset)$$

$$(27 \Delta)$$

$$J_{24} = b_4 u_4 \cos(\theta) \cos(\emptyset) + (27 \Delta)$$

$$J_{24} = -\cos(\theta) \frac{b}{2} u. \qquad (z \uparrow \Delta)$$

$$J_{31} = -\cos(\emptyset) \frac{1}{m} u_4 \qquad (z \uparrow \Delta)$$

$$J_{41} = \dot{\phi} b_4 u_4 \sin(\phi) - b_4 \dot{u}_4 \cos(\phi) \qquad (7 \Delta)$$

$$J_{42} = b_4 u_4 \cos(\emptyset) \tag{6}$$

همانطور که مشاهده می شود، ماتریس جاکوبی فوق به ازای $\frac{\pi}{2} > \emptyset > \frac{\pi}{2} - e \frac{\pi}{2} > \theta > \frac{\pi}{2} - e - \frac{\pi}{2} - e - \frac{\pi}{2} - e - \frac{\pi}{2} - e - \frac{\pi}{2} - e - \frac{\pi}{2}$ ممواره دارای رتبهی کامل است. لذا نگاشت بین بردار حالت قدیم و جدید یک دیفومورفیزم است. همانطور که ملاحظه شد، سیستم کنترل پذیر خروجی بوده و از طرفی رابطهی بین بردار حالت در فضای ورودی - خروجی و فضای اصلی یک دیفومورفیزم می باشد. لذا می توان استراتژی کنترل ردیاب را در فضای ورودی - خروجی پیاده سازی کرد.

۵- طراحی کنترلگر ردیاب با رویکرد جایابی قطب

بر این اساس یک روش طراحی کنترل مبتنی بر جایابی قطب به گونه-ای پیشنهاد می گردد که قطبهای دستگاه معادلات دیفرانسیل مبتنی بر خطای هریک از خروجی ها، جهت ارضاء معیار پایداری راث -

¹ Non-singular

هرویتس['] منفی باشند. برای طراحی کنترلگر در این قسمت، ابتدا چهار ورودی کمکی v_x , v_y , v_y , v_y , v_y , v_z , v_{ψ} $v_x = (Ax)u_4 + (Bx)u_2u_4 - (Cx)u_1u_4 + (Dx)\dot{u}_4$ $+ (Ex)\ddot{u}_4$ $v_y = (Ay)u_4 - (By)u_1u_4 - (Cy)\dot{u}_4 - (Dy)\ddot{u}_4$ (47 ب)

$$v_z = -g + \cos(\theta)\cos(\phi) \frac{b}{m} u_4 \qquad (\downarrow \Upsilon \beta)$$

$$v_{\psi} = \dot{\varphi}\dot{\theta}\frac{I_X - I_Y}{I_Z} + \frac{a}{I_Z}u_3 \qquad (57)$$

در این صورت یک بیان ساده شده از سیستم غیرخطی به شکل زیر بدست می آید:

$$x^{[4]} = v_r$$
 (لف)

$$y^{[4]} = v_y \tag{(.7Y)}$$

$$= v_z$$
 (\downarrow YY)

$$\ddot{b} = v_{\psi}$$
 (۲۷ ت)

اکنون در ابتدا برای معادلات ساده شده فوق بر اساس ورودی های کمکی، طراحی کنترلگر بر مبنای جایابی قطب انجام شده و سپس ورودی های اصلی از معادلات (۲۶) بدست میآیند. در اینجا ورودی-های کمکی طوری تعریف شدهاند که یک معادلهی دینامیکی خطا با معادلهی مشخصهی پایدار برای هریک از خروجی ها به شرح ذیل برقرار باشد:

$$e_x^{[4]} + k_{x3}e_x^{[3]} + k_{x2}e_x^{[2]} + k_{x1}\dot{e}_x + k_{x0}e_x = 0 , e_x \quad (\text{if})$$

$$= x - x_r$$

$$[4] + k_{x3}e_x^{[3]} + k_{x2}e_x^{[2]} + k_{x1}\dot{e}_x + k_{x0}e_x = 0 , e_x \quad (\text{if})$$

$$e_{y}^{(+)} + k_{y3}e_{y}^{(5)} + k_{y2}e_{y}^{(2)} + k_{y1}\dot{e}_{y} + k_{y0}e_{y} = 0 , e_{y} \qquad (\downarrow \Upsilon \lambda)$$

$$= y - y_{r}$$

$$[2] + k_{y1}\dot{e}_{y} + k_{y2}e_{y}^{(1)} + k_{y2}e_{y}^{(2)} + k_{y1}\dot{e}_{y} + k_{y0}e_{y} = 0 , e_{y} \qquad (\downarrow \Upsilon \lambda)$$

$$\begin{aligned} e_{z}^{[2]} + k_{z1}\dot{e}_{z} + k_{z0}e_{z} &= 0 & , \quad e_{z} = z - z_{r} & (\psi \land \land) \\ e_{\psi}^{[2]} + k_{\psi 1}\dot{e}_{\psi} + k_{\psi 0}e_{\psi} &= 0 & , \quad e_{\psi} = \psi - \psi_{r} & (\Box \land \land) \end{aligned}$$

ضرایب هریک از معادلات فوق می ایست به گونه ای تعیین شوند که ریشههای معادلهی مشخصههای مربوط به معادله دینامیکی خطا بر اساس معیار پایداری راث - هرویتس همگی منفی باشند. در این پژوهش، ضرایب به گونه ای تعیین شده اند که در تمام معادلات

مشخصهی بالا، قطبهای سیستم همگی ۲- شوند. به عبارت دیگر:

$$p_x^{[4]} + 8e_x^{[3]} + 24e_x^{[2]} + 32\dot{e}_x + 16e_x = 0$$
(۲۹ الف)
 $p_x^{[4]} + 8e_x^{[3]} + 24e_x^{[2]} + 32\dot{e}_y + 16e_y = 0$
(۲۹ ب)

$$e_z^{[2]} + 4\dot{e}_z + 4e_z = 0 \qquad (\downarrow 74)$$

$$e_{\psi}^{[2]} + 4\dot{e}_{\psi} + 4e_{\psi} = 0$$
 (۲۹)

برای اینکه معادلات دینامیکی خطای فوق برقرار شوند، از تلفیق روابط (۲۷) و (۲۸) خواهیم داشت:

$$v_x = x_r^{[4]} - k_{x3} e_x^{[3]} - k_{x2} e_x^{[2]} - k_{x1} \dot{e}_x - k_{x0} e_x \tag{(iii)}$$

$$v_{y} = y_{r}^{(\tau_{1})} - k_{y3}e_{y}^{(\tau_{1})} - k_{y2}e_{y}^{(\tau_{1})} - k_{y1}\dot{e}_{y} - k_{y0}e_{y} \qquad (\downarrow \uparrow \uparrow)$$

$$v_{z} = z_{r}^{(2)} - k_{z1}\dot{e}_{z} - k_{z0}e_{z} \qquad (\downarrow \uparrow \uparrow)$$

$$v_{\psi} = \psi_r^{[2]} - k_{\psi 1} \dot{e}_{\psi} - k_{\psi 0} e_{\psi}$$
 (\ddot{c} Υ)

step1: $u_4 = (v_z + g)/(\cos(\theta)\cos(\phi)\frac{b}{m}$ (۱)

step2:
$$u_3 = \left(v_{\psi} - \dot{\phi}\dot{\theta}\frac{I_X - I_Y}{I_Z}\right) / \left(\frac{d}{I_Z}\right)$$
 (ψ °))

step3:
$$u_1 = -(v_y - (Ay)u_4 + (Cy)\dot{u}_4 + (Dy)\ddot{u}_4)$$
 (\cup ("1)

step4:
$$u_2 = (v_x - (Ax)u_4 + (Cx)u_1u_4 - (Dx)\dot{u}_4 - (Ex)\dot{u}_4)/((Bx)u_4)$$
 (°1)

حال مسئله فوق را در حضور یک عدمقطعیت جمعی کراندار سینوسی (که مجموع عدم قطعیتهای دینامیکی، ساختاری و محیطی می باشد) بررسی می کنیم. برای این منظور، معادلات دیفرانسیل سیستم در فضای ورودی – خروجیی در (۲۰) را بیا وجود جمیلات نامیعنی $(i = x, y, z, \psi)$ را زنار بگیرید:

$$x^{[4]} = (Ax)u_4 + (Bx)u_2u_4 - (Cx)u_1u_4 + (Dx)\dot{u}_4 + (Ex)\ddot{u}_4 + \gamma_x(t) , |\gamma_x(t)|$$
(17)

$$y^{[4]} = (Ay)u_4 - (By)u_1u_4 - (Cy)\dot{u}_4 - (Dy)\ddot{u}_4 + \gamma_y(t) , |\gamma_y(t)| < \bar{\gamma}_y$$
(...)

$$\ddot{z} = -g + \cos(\theta)\cos(\emptyset) \frac{b}{m}u_4 + \gamma_z(t) , |\gamma_z(t)| \qquad (\downarrow \Upsilon \Upsilon)$$

$$< \bar{\gamma}_z$$

 $\ddot{\psi} = \dot{\psi} = \frac{1}{I_z} - \frac{1}{I_z} + \frac{1}{I_z} u_3 + \gamma_{\psi}(t)$, $|\gamma_{\psi}(t)| < \bar{\gamma}_{\psi}$ (۳۲۲) که در آن $(\bar{\gamma}_{\psi} < 1) = (t_z, y, z, \psi)$ کران بالای نامعینی جمعی می باشد. جمله نامعینی متغیر با زمان مورد استفاده در این پژوهش (0.01t) تابید نامعینی می تواند ناشی از $\pi/180 \sin(0.01t)$ است که این نامعینی می تواند ناشی از خطای مدل سازی سیستم و یا برخورد یک تندباد⁷ به ربات پرنده ی چهار پره باشد. مشابه روش ارائه شده در این قسمت، یک کنترل ردیاب می مود. می شود. نتایج این کنترلگر ردیاب در قسمت نتایج حاصل از شبیه سازی ارائه شده است.

۶- نتایج حاصل از شبیهسازی

مشخصات فیزیکی ربات پرنده بکار گرفته شده در این پژوهش در جدول ۲ ارائه شده است. نتایج حاصل از ردیابی مسیر مرجع توسط سیگنال-های خروجی، در شکلهای ۴ تا ۸ ارائه شده است. همانطور که مشاهده میشود، سیگنالهای خروجی توانستهاند سیگنالهای مرجع را بخوبی ردیابی نمایند. نتایج حاصل از سیگنالهای خطای خروجی ربات پرنده-ی چهارپره در شکلهای ۹ تا ۱۲ نمایش داده شده است. همانطور که مشاهده میشود، پس از گذشت مدت زمانی اندک، سیگنالهای خطای ردیابی به سمت صفر میل میکنند.

ربات پرنده بکارگرفته شده	جدول ۲- مشخصات فیزیکی
---------------------------------	-----------------------

مقدار و واحد	پارامتر
$1/\Delta \Upsilon (kg)$	جرم ربات پرنده
•/٣٣٢ (m)	طول هر بازوی ممان
\cdot/\cdots r $(N. s^2)$	ضريب تراست ثابت
$\cdot/\cdots\cdot \vee \Delta (N.m.s^2)$	ضریب درگ ثابت
$\cdot/\cdot\cdot$ ۶۲۲۸ ($kg.m^2$)	ممان اینرسی بدنه حول محور X
$\cdot/\cdot\cdot$ ۶۲۲۵ (kg. m^2)	ممان اینرسی بدنه حول محور y
$(kg.m^2)$	ممان اینرسی بدنه حول محور Z
\cdot/\cdots $(kg.m^2)$	ممان اینرسی هر موتور حول محور Z

¹ Routh-Hurwitz Criteria



ياو







شکل ۱۰- سیگنال خطای ردیابی خروجی y

سیگنالهای کنترل u_1 تا u_4 برای ربات پرنده چهارپره در شـکلهـای ۱۳ تا ۱۶ ارائه شده است.



شکل ۱۱- سیگنال خطای ردیابی خروجی z









شکل ۵- ردیابی مسیر مرجع توسط سیگنال خروجی x



شکل۶- ردیابی مسیر مرجع توسط سیگنال خروجی y



شکل ۷- ردیابی مسیر مرجع توسط سیگنال خروجی z



شکل ۱۵- سیگنال کنترلی شماره ۳







شکل ۱۷- ردیابی سه بعدی مسیر مرجع توسط سیگنالهای خروجی در حضور ترم نامعینی جمعی کراندار

در ادامه، اگرچه اگرچه با بکارگیری یک کنترلگر PID بهینه و یا SDREمی توان بر نامعینیهای سیستم غلبه کرده و سیستم را در مقابل جملات نامعینی مقاوم ساخت، ولی این موضوع صرفا با تنظیم بهره های^۱ کنترلگر میسر بوده و لذا تحلیل مناسبی از پایداری سیستم همانند روش پیشنهادی در این پژوهش نمی توان ارائه داد.

۷- جمعبندی و نتیجهگیری

همانطور که عنوان شد، هدف اصلی در این پژوهش طراحی یک کنترل ر ردیاب برای ربات پرنده چهارپره با رویکرد جایابی قطبهای معادلات دینامیکی خطا برمبنای تحقق دیفومورفیزم می باشد. نتایج حاصل از شبیه سازی نشان داد که پس از گذشت مدت زمانی اندک، سیگنالهای خطای ردیابی به سمت صغر میل کرده و سیگنالهای خروجی توانسته اند سیگنالهای مرجع را به خوبی ردیابی نمایند. همچنین مسئلهی فوق در حضور یک عدم قطعیت جمعی کران دار سینوسی (که مجموع عدم قطعیتهای دینامیکی، ساختاری و محیطی می باشد) بررسی گردید و نشان داده شد که سیگنال های خروجی قادر نیستند مصیر مرجع خود را در حضور ترم نامعینی بخوبی ردیابی نمایند. لذا در صورت وجود جمله نامعینی، باید رویکردی همانند مود لغزشی ارائه گردد تا سیگنالهای خروجی بتوانند سیگنالهای مرجع را بدرستی ردیابی کنند.

۸- مراجع

- [۱] یراقی م.، تحلیل دینامیک، مانورپذیری و کنترل پرواز کوادروتور. پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی اصفهان، ۱۳۹۰.
- [۲] نمیرانیان ر.، شبیه سازی و کنترل ربات پرندهی چهارموتوره. پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه سیستان و بلوچستان، ۱۳۹۱.
- [3] Leishman G.J., *Principles of helicopter aerodynamics with CD extra*. Cambridge university press, 2006.
- [4] Stoff J., *The Historic Aircraft and Spacecraft in the Cradle of Aviation Museum*. Courier Dover Publications, 2001.
- [5] Mistler V., Benallegue A. and M'sirdi N.K., Exact linearization and noninteracting control of a 4 rotors helicopter via dynamic feedback. In *Robot and Human Interactive Communication, Paris, France, 2001.*
- [6] Mokhtari A. and Abdelaziz Benallegue A., Dynamic feedback controller of Euler angles and wind parameters estimation for a quadrotor unmanned aerial vehicle. In *IEEE Robotics and Automation*, New Orleans, USA, 2004.
- [7] Mokhtari A., Benallegue A. and Daachi B., Robust feedback linearization and GH∞ controller for a quadrotor unmanned aerial vehicle. In *Intelligent Robots and Systems*, Edmonton, Canada, 2005.
- [8] Benallegue A., Mokhtari A. and Fridman L., Feedback linearization and high order sliding mode observer for a quadrotor UAV. In *Variable Structure Systems*, Alghero, Italy, 2006.
- [9] Madani T. and Abdelaziz Benallegue A., Backstepping control for a quadrotor helicopter. In *IEEE Intelligent Robots and Systems*, Beijing, China, 2006.
- [10] Madani T. and Benallegue A., Backstepping sliding mode control applied to a miniature quadrotor flying robot. In *IEEE Industrial Electronics*, Paris, France, 2006.
- [11] Madani T. and Benallegue A., Control of a quadrotor minihelicopter via full state backstepping technique. In *Decision* and Control, San Diego, USA, 2006.
- [12] Pounds P., Mahony R., Hynes P. and Roberts J., Design of a four-rotor aerial robot. In *Australasian Conference on Robotics and Automation*, Auckland, New Zealand, 2002.
- [13] Hamel T., Mahony R., Lozano R. and Ostrowski J., Dynamic Modeling and Configuration Stabilization for an X4-Flyer. In *IFAC 15th Triennial World Congre* Barcelona, Spain, 2002.
- [14] Altug E., Ostrowski J.P. and Mahony R., Control of a quadrotor helicopter using visual feedback. In *Robotics and Automation*, Washington, DC, USA, 2002.
- [15] Pounds P., Mahony R., Gresham J., Corke P. and Roberts J., Towards dynamically-favourable quad-rotor aerial robots. In Proceedings of the 2004 Australasian Conference on Robotics & Automation, , Canberal, Australia, 2004.
- [16] Castillo P., Dzul A. and Lozano R., Real-time stabilization and tracking of a four-rotor mini rotorcraft., *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 12, No. 4, 2004.
- [17] Bouabdallah S., Murrieri P. and Siegwart R., Design and control of an indoor micro quadrotor. In *Robotics and Automation*, New Orleans, USA, 2004.
- [18] Chamseddine A., Theilliol D., Zhang Y.M., Join C. and Rabbath C.A., Active fault-tolerant control system design with trajectory re-planning against actuator faults and saturation: Application to a quadrotor unmanned aerial vehicle. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing* 29, No.1, pp.1-23, 2015.
- [19] Navabi M. and Mirzaei H., Dynamic Modeling and Nonlinear Adaptive Control of Mesicopter Flight. *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 5, pp. 1-12, 2015.
- [20] Nicol C., Macnab J.B. and Ramirez-Serrano A., Robust adaptive control of a quadrotor helicopter. *Mechatronics*, Vol. 21, No. 6, pp. 927-938, 2011.