

# رهگیری گروهی هواپیماهای بدون سرنشین با الگوریتم اصلاح شده دینامیکی برای چند هدف متحرک

مسیح فتحی

کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه اصفهان، اصفهان، ایران

مریم ملک زاده\*

استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه اصفهان، اصفهان، ایران

## چکیده

در این مقاله، الگوریتم طراحی مسیر دینامیکی توسعه یافته (روش برداری-مماسی توسعه یافته) بیان می‌شود. از خصوصیات و قابلیت‌های این الگوریتم می‌توان به توانایی آن در پیدا کردن تمامی مسیرهای مجاز در مأموریت‌های مختلف پروازی از جمله زمانی که موانع (مثلاً مناطق پرواز ممنوع) با هم همپوشانی دارند اشاره نمود. این الگوریتم، برای رهگیری چند هدف متحرک در حضور موانع متحرک با هم پوشانی و همچنین در پرواز گروهی پیاده‌سازی شده است. در الگوریتم‌های طراحی شده پیشین زمانی که بدون سرنشین در داخل دایره مقصد قرار می‌گرفت الگوریتم دچار مشکل می‌شد و امکان طراحی مسیر وجود نداشت. در الگوریتم ارائه شده در این مقاله امکان طراحی مسیر با در نظر گرفتن موانعی مجازی برای مواقعی که مسیر موجود نمی‌باشد وجود دارد. از مزایای دیگر این الگوریتم می‌توان به قابلیت محاسباتی و همچنین برخط بودن این روش اشاره نمود.

**واژه‌های کلیدی:** الگوریتم اصلاح شده دینامیکی، پرواز گروهی، تعقیب هدف متحرک، طراحی مسیر در حضور موانع.

## A Modified Dynamic Path Planning Algorithm for UAVs Tracking a Group of Targets

M. Fathi

Department of Mechanical Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

M. Malekzadeh

Department of Mechanical Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

## Abstract

In this article, the modified dynamic path-planning algorithm is designed. The problem of overlapped obstacles (e.g., forbidden flight zones) is solved while the previous dynamic path planning methods could not response to this problem. This modified introduced algorithm can be applied in the complex environment and complicated applications without any limitation on the states of obstacles and targets while the previous dynamic path planning algorithm stops working when UAVs is inside the target circle. In this article, by considering a virtual obstacle, formation flying path planning is introduced. Numerical simulations are performed to verify the feasibility and ability of this proposed algorithm. This newly proposed algorithm performed for coordinated and group target tracking of multiple UAVs.

**Keywords:** Modified Dynamic Path Planning Algorithm, Group Flight, Target Tracking, Obstacle Avoidance.

روش‌ها، برخط نمی‌باشند. در این مقاله روش جدیدی به نام الگوریتم برداری-مماسی اصلاح شده ارائه می‌شود.

## الگوریتم‌های طراحی مسیر بر مبنای مأموریت تعقیب هدف

از کاربردهای جذاب بدون سرنشین‌ها، رهگیری اهداف متحرک زمینی می‌باشد که در این نوع مأموریت‌ها به روش‌های دیگری برای بحث طراحی مسیر نیاز است. در این مقاله به بحث و توسعه الگوریتم طراحی مسیر دینامیکی برای تعقیب هدف متحرک پرداخته می‌شود. همه روش‌های طراحی مسیر اشاره شده، هنگام کاربرد محدودیت‌هایی دارند به طور مثال در الگوریتم میدان پتانسیل [۹-۱۱] وقتی که موانع با یکدیگر ناحیه مشترک داشته باشند، مسئله کمینه نسبی پیش می‌آید و عملاً طراحی مسیر متوقف می‌شود، با وجود این که روش‌هایی برای حل این مشکل وجود دارد اما این روش‌ها تنها سبب می‌شوند تا مسئله کمینه نسبی دیرتر اتفاق بیفتد [۱۲، ۱۳] یا به طور کلی در این راه حل‌ها سعی می‌کنند تا وسیله را از ناحیه کمینه

## ۱- مقدمه

هواپیماهای بدون سرنشین کاربردهای متعددی از جمله مأموریت‌های نظامی، جاسوسی و نقشه‌برداری را دارا می‌باشند که موضوع طراحی مسیر نقش مهم و اساسی در هواپیماهای بدون سرنشین را دارا می‌باشد.

الگوریتم‌های موجود در بحث طراحی مسیر را به دو گونه می‌توان تفکیک نمود: (۱) الگوریتم‌های طراحی مسیر بر مبنای مأموریت دوری از موانع (۲) الگوریتم‌های طراحی مسیر بر مبنای مأموریت تعقیب هدف.

## الگوریتم‌های طراحی مسیر بر مبنای مأموریت دوری از

### موانع

الگوریتم‌های موجود در بحث طراحی مسیر بر مبنای این دیدگاه شامل الگوریتم‌های جستجوی سلسله مراتبی [۱]، روش‌های جستجو بر مبنای نقشه مسیر [۲]، الگوریتم‌های برنامه‌ریزی احتمالی [۳، ۴]، بهینه‌سازی [۵-۸]، روش‌های بر مبنای میدان‌های پتانسیل که این

\* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: m.malekzadeh@eng.ui.ac.ir

است و فرض می‌شود که هواپیمای بدون سرنشین بتواند آزادانه در جهتش حرکت کند. معادلات سینماتیکی به صورت زیر به دست می‌آید [۱۶]:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= V \cdot \cos \theta \\ \dot{y} &= V \cdot \sin \theta \\ \dot{\theta} &= \omega \end{aligned} \quad (1)$$

$[x, y]$  موقعیت طولی و  $\theta$  زاویه پیش هواپیمای بدون سرنشین می‌باشد و محدودیت سرعت نیز  $V_{min} \leq V \leq V_{max}$  و محدودیت سرعت زاویه ای نیز  $-\alpha \leq \omega \leq \alpha$  در نظر گرفته می‌شود [۱۶-۱۸]. سرعت هواپیمای بدون سرنشین نیز ثابت در نظر گرفته می‌شود.

### ۳- الگوریتم مسیریابی به روش مماسی اصلاح شده

مهم‌ترین مسئله‌ای که در این مقاله قصد پاسخگویی به آن وجود دارد طراحی مسیر به روش دینامیکی در حضور موانع است به گونه‌ای که تمامی مسیرهای ممکن به دست آید (الگوریتم ارائه شده در این مقاله برای حالت بدون مانع نیز قابل استفاده است). در این روش موانع را به صورت دایره‌های با حداقل شعاع بزرگ‌تر از شعاع بیشینه نرخ چرخش هواپیمای بدون سرنشین در نظر گرفته می‌شود. اولین بار چن و همکاران الگوریتمی برای پاسخگویی به این مسئله ارائه دادند [۱۶].

به طور خلاصه، در روش ارائه شده به این صورت عمل می‌شود که سه حالت کلی در نظر گرفته می‌شد حالت اول: اگر خط سیر اتصال از هواپیمای بدون سرنشین به دایره هدف هیچ‌گونه تقاطعی با موانع وجود نداشت، مسیر مماسی نزدیک‌تر به هدف انتخاب می‌شد. حالت دوم: اگر با یکی از موانع برخورد داشت آن مانع را دور می‌زد و دوباره روند بررسی برای مماس‌های بعدی از مانع بعدی به هدف ادامه پیدا می‌کرد. حالت سوم: نیز حالت تقاطع با یکی از موانع دیگر حین مماس کردن به نزدیک‌ترین مانع بود. مشکل اساسی الگوریتم ارائه شده در حالتی پیش می‌آمد که اگر موانع ناحیه مشترک با یکدیگر داشتند الگوریتم نمی‌توانست پاسخی برای مسئله پیدا کند زیرا در این الگوریتم همه‌ی مسیرهای ممکن از دایره ابتدایی به دایره نهایی در نظر گرفته نمی‌شود و فقط یک سری از مسیرها به دست می‌آمد که در راستای حرکت هستند به همین دلیل این قابلیت وجود نداشت که یک سری از مسیرها که از ناحیه مشترک عبور می‌کنند، حذف شوند و مسیرهای دیگر ممکن انتخاب شوند.

در شکل ۱ هدف از طراحی مسیر رسیدن از دایره ابتدایی به دایره نهایی می‌باشد. الگوریتم ارائه شده توسط چن و همکاران قابلیت حل این مسئله را نداشت و مسیر از نواحی مشترک عبور می‌کرد. دایره سمت راست دایره نهایی و دایره سمت چپ دایره ابتدایی است اگر مماس‌ها از دایره ابتدایی به دایره نهایی رسم شوند نزدیک‌ترین مانعی که با آن تقاطع پیدا می‌شود دایره وسطی است که اگر مانع دور زده شود از نواحی مشترک بین موانع عبور کرده و مسیریابی غلط انجام می‌شود.

نسبی دوری کنند که در هر صورت باز هم مسئله به صورت دقیق و صحیح حل نمی‌شود و تنها به دوری از این ناحیه اکتفا می‌شود که در بعضی مسائل، مسیر طراحی شده بهینه نباشد. روش درخت جستجو هم با این وجود که مشکل کمینه نسبی ندارد ولی مسیر طراحی شده به علت ذات اتفاقی بودن تولید نقاط در این روش بهینه نیست [۵].

اولین روش مهم در حوزه رهگیری هدف متحرک، روش میدان برداری لیپانوف [۱۴] است که به علت همگرایی فوق‌العاده این روش به دایره پرسه مورد توجه قرار گرفت ولی ضعف این روش آن است که در این الگوریتم امکان در نظر گرفتن مانع وجود نداشت، به همین دلیل در این روش فرض می‌شد تا بدون سرنشین در ارتفاع بالا نسبت به هدف پرواز کند [۱۵] که در این ارتفاع معمولاً مانعی در مسیر حرکت بدون سرنشین وجود ندارد. الگوریتم مهم دیگر در حوزه مأموریت تعقیب هدف متحرک، الگوریتم دینامیکی یا برداری-مماسی است که شرح جزئیات و اثبات آن در [۱۶، ۱۷] موجود می‌باشد.

در روش ارائه شده توسط چن<sup>۱</sup> و همکاران [۱۶، ۱۷] در صورت وجود موانع با نواحی مشترک امکان طراحی مسیر وجود نداشت. در الگوریتم دینامیکی اصلاح شده که در این مقاله ارائه شده تمامی مسیرهای مجاز در صورت وجود موانع برای بدون سرنشین به دست می‌آید و به این ترتیب می‌توان الگوریتم را برای حالت کلی یعنی موانع در حال حرکت و پرواز گروهی استفاده نمود.

رویکرد و روش ارائه شده در این مقاله به روش عقب‌گرد در مبحث طراحی الگوریتم نزدیک می‌باشد که مسئله طراحی مسیر برای تعقیب هدف متحرک در حضور موانع به مسئله‌ای گراف مانند برای پیدا کردن مسیرهای مجاز ممکن و کوتاه‌ترین مسیر تبدیل می‌شود.

در این مقاله به بحث و توسعه الگوریتم طراحی مسیر دینامیکی (روش برداری-مماسی) پرداخته می‌شود. الگوریتم جدید ارائه شده دو مشکل روش قبلی برداری-مماسی (روش چن و همکاران) را برطرف می‌نماید.

- ۱) در حالتی که موانع هم پوشانی داشتند (در این حالت امکان استفاده از الگوریتم برداری-مماسی وجود نداشت)
- ۲) در حالتی که بدون سرنشین در دایره مقصد قرار می‌گرفت (در شکل ۶ نمونه از این حالت نشان داده شده است).

در این مقاله در صورت قرار گرفتن بدون سرنشین در دایره هدف، با در نظر گرفتن مانع فرضی طراحی مسیر انجام می‌پذیرد و عملاً نیاز به ترکیب این روش با روش‌های دیگر طراحی مسیر مانند روش میدان برداری لیپانوفی از بین می‌رود و این الگوریتم به صورت کاملاً مستقل برای همه حالت‌های محیطی مختلف از نظر موانع و همچنین مأموریت‌های مختلف همانند مأموریت پرواز گروهی، رهگیری چند هدف متحرک و... قابل استفاده می‌باشد.

### ۲- مدل دینامیکی و محدودیت‌ها

محدودیت‌های فیزیکی که برای هواپیمای بدون سرنشین در این مقاله در نظر گرفته می‌شود، بیشینه سرعت زاویه و سرعت کروز نامی

<sup>1</sup> chen

بود آن خط قابل قبول نیست. اگر نقطه شروع پاره خط در دستگاه جدید و نقطه پایان پاره خط در دستگاه جدید فرض شود، می‌توان نوشت:

$$dx = x_2 - x_1$$

$$dy = y_2 - y_1$$

$$dr = \sqrt{dx^2 + dy^2}$$

$$D = x_1 \times y_2 - x_2 \times y_1$$

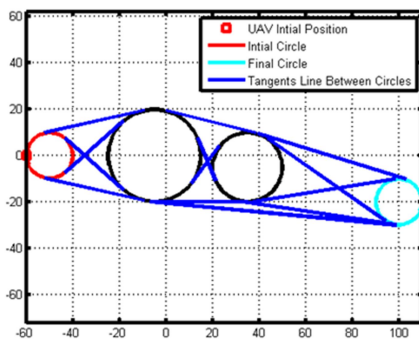
$$x = \frac{D \times dy \pm \text{sgn}^*(dy) \times dx \times \sqrt{r^2 \times dr^2 - D^2}}{dr^2} \quad (2)$$

$$y = \frac{-D \times dx \pm |dy| \times \sqrt{r^2 \times dr^2 - D^2}}{dr^2}$$

$$\text{sgn}^*(x) = \begin{cases} -1 & x < 0 \\ 1 & x \neq 0 \end{cases}$$

$$\Delta = r^2 \times dr^2 - D^2$$

حال بررسی می‌شود که پاره خط در داخل هیچ مانعی قرار نداشته باشد.



شکل ۳- شکل نهایی حاصل از گام اول و دوم الگوریتم

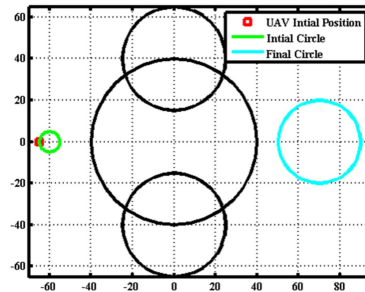
در این مرحله ماتریسی از دایره‌ها تشکیل می‌شود که سطر اول و آخر ماتریس به ترتیب دایره ابتدایی و دایره نهایی می‌باشد و سطرهای داخلی شامل ماتریس موانع است، ستون اول، دوم و سوم این ماتریس، به ترتیب شعاع دایره‌ها و مشخصه مرکز دایره‌ها در مختصات دکارتی می‌باشد.

$$\text{Modified Matrix} = \begin{bmatrix} \text{initial circle} \\ \text{obstacle matrix} \\ \text{final circle} \end{bmatrix} \quad (3)$$

در این مرحله تمامی حالات ممکن برای رسیدن از دایره ابتدایی به دایره نهایی بررسی می‌شود. (شماره‌گذاری دایره‌ها طبق شماره اندیس سطر (i) در ماتریس به دست آمده در مرحله سوم می‌باشد). به طور مثال برای شکل ۳ ماتریس حاصل از مرحله سوم به صورت زیر می‌باشد.

$$\text{Modified Matrix} = \begin{bmatrix} 10 & -50 & 0 \\ 15 & 35 & -5 \\ 20 & -5 & 0 \\ 10 & 100 & -20 \end{bmatrix} \quad (4)$$

تمامی حالات رسیدن از دایره ابتدایی به دایره نهایی به صورت جدول ۲ می‌باشد. به طور مثال طبق جدول ۲ حالت دوتایی به معنای اینکه از دایره ۱ به دایره ۴ روی مسیرهای حاصل از گام دوم حرکت



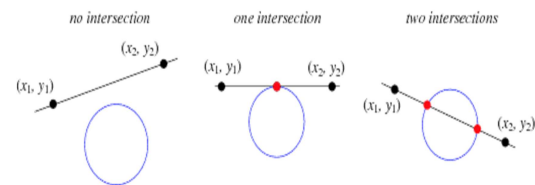
شکل ۱- مسئله طراحی مسیر رسیدن از دایره ابتدایی به دایره نهایی

در این مقاله برای حل این مشکل از این ایده استفاده می‌شود که تمامی مسیرهای مجاز ممکن برای رسیدن از دایره ابتدایی به دایره نهایی را پیدا کرده و مسیرهایی که از نواحی مشترک عبور می‌کنند را حذف کرده و سپس کوتاه‌ترین مسیر ممکن برای رسیدن به هدف پیدا انتخاب می‌شود.

شرح الگوریتم:

گام اول در این الگوریتم، پیدا کردن تمامی خطوط مماس بین هر دوتایی از دایره‌های ممکن است. (به طور مثال در شکل ۳ شش حالت یکتایی، دوتایی از دایره‌ها وجود دارد). برای پیدا کردن مختصات خطوط مماس بر دو دایره از پیوست الف استفاده شد.

گام دوم حذف خطوطی از گام اول است که از موانع دیگر عبور می‌کنند (داخل مانع‌های دیگر قرار دارند) به شرطی که نقطه تقاطع بین نقطه آغازین تا نقطه پایانی خط قرار داشته باشد.



شکل ۲- سه حالت پیش آمده برای برخورد یک خط با یک دایره

در حالت کلی برای برخورد یک خط با یک دایره سه حالت پیش می‌آید. این سه حالت در جدول ۱ و شکل ۲ بیان شده است. مراحل پیدا کردن خطوط مماسی در پیوست شرح داده شده است.

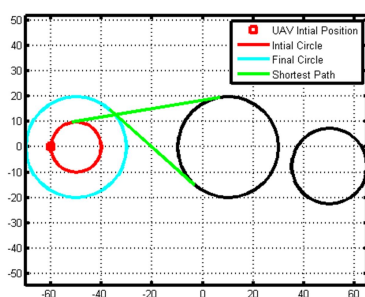
جدول ۱- وضعیت‌های مختلف یک خط و دایره

وضعیت خط و دایره	$\Delta$
تقاطع ندارند	$\Delta < 0$
دو نقطه تقاطع دارند	$\Delta > 0$
خط بر دایره مماس است	$\Delta = 0$

روند زیر برای حالتی است که مرکز دایره بر روی مبدا مختصات قرار داشته باشد و خط به صورت نامحدود باشد. در نهایت پس از بررسی حالت‌ها، دستگاه مختصات را به دستگاه قدیم تبدیل کرده و نقاط تقاطع را پیدا کرده و بررسی کرده اگر حداقل یکی از نقاط بین نقطه شروع و پایان خط قرار داشت و حالت دو نقطه تقاطع اتفاق افتاده

شرایط حرکت هواپیمای بدون سرنشین روی آن برقرار بود. (تغییر جهت گردش ناگهانی بین مسیرهای ورودی به گره  $i$  و ورودی به گره  $i+1$  در بین موانع وجود نداشته باشد) و این مسیر از نواحی مشترک دوایر عبور نکرده باشد این مسیر انتخاب می‌شود.

در آخرین گام، تمامی مسیرهای صحیح کلی برای رسیدن از دایره ابتدایی به دایره نهایی به دست آمد. حال کوتاه‌ترین این مسیرها را به دست آورده و آن مسیر به عنوان جواب نهایی انتخاب می‌شود. روند طراحی مسیر گفته شده برای همه حالات قابل قبول است و در صورت وجود حداقل یک مانع، برای بدترین حالت ممکن یعنی حالتی که مماس از دایره ابتدایی به دایره نهایی نیز وجود نداشته باشد الگوریتم گفته شده در این مقاله جواب برای مسئله پیدا می‌کند. (می‌توان ممانعی فرضی، به صورتی فرض کرد که بیرون از دایره ابتدایی قرار داشته باشد (شکل ۶)



شکل ۶- دایره نهایی دایره محیطی بر دایره ابتدایی است جهت گردش اولیه راست‌گرد می‌باشد. کوتاه‌ترین مسئله با الگوریتم ارائه شده

روش چن و همکاران جوابی برای حالت شکل ۶ نداشت. در ادامه برای پیدا کردن دایره ابتدایی به صورت زیر عمل می‌شود: طبق روش طراحی مسیر چن و همکاران در شروع حرکت به دو دایره به اصطلاح دایره چپ و دایره راست نیاز است که طبق روش زیر مرکز این دو دایره محاسبه می‌شود:

$$\vec{V} \cdot \vec{R} = 0$$

$$\left| \vec{R} \right| = R_C \quad (5)$$

در معادله  $R_C$ ، (۵) حداقل شعاع چرخش هواپیمای بدون سرنشین در نظر گرفته می‌شود که:  $R_C \geq \frac{V}{|\omega|}$  می‌باشد و  $\omega$  سرعت زاویه و  $\vec{R}$  بردار دایره گردش است که از مرکز این دایره به نقطه شروع حرکت ختم می‌شود. با حل معادلات بالا به صورت صریح مختصات مرکز دو دایره چپ و راست (شکل ۷) به دست می‌آید. روند طراحی مسیر گفته شده در این مقاله را برای هر دو دایره چپ و راست انجام داده و در نهایت مسیر کوتاه‌تر به عنوان مسیر نهایی انتخاب می‌شود.



شکل ۷- نمایی از دایره چپ و راست

می‌شود. در این مرحله دایره‌های با نواحی مشترک را پیدا کرده و با شماره‌گذاری حاصل از مرحله ۴، دایره‌ها نام‌گذاری می‌شوند و ماتریسی از این اعضاء تشکیل می‌شود (به طور مثال اگر دایره ۲ و ۳ تقاطع دارند به صورت ۳ ۲)

جدول ۲- حالات ممکن برای رسیدن از دایره ابتدایی به دایره نهایی در شکل ۳

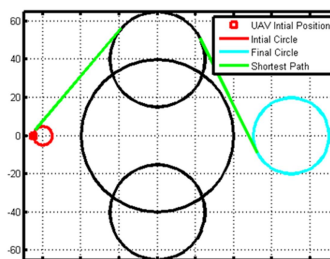
حالت‌های چهارتایی	حالت‌های سه‌تایی	حالت دوتایی
1 2 3 4	1 2 4	1 4
1 3 2 4	1 3 4	

در گام سوم، هر یک از دایره‌ها را به گره‌هایی تبدیل کرده و هریک از خطوطی که در مرحله به دست آمد را مسیرهای بینی گره‌ها در نظر گرفته می‌شود. به طور مثال حالت چهارتایی و شکل ۳ گره‌های شکل ۴ به دست می‌آید:

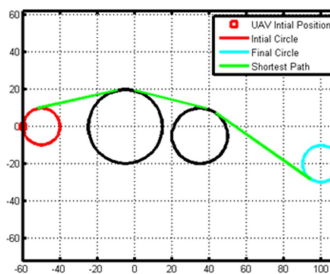


شکل ۴- شکل نهایی حاصل از گام اول و دوم الگوریتم

حال از گراف مرحله قبلی استفاده کرده و از هر کدام از مسیرها بین هر دو گره متوالی، یک مسیر را انتخاب کرده و آن حالت انتخاب می‌شود. به طور مثال ۶۴ حالت برای شکل ۴ وجود دارد.



الف) موانع با ناحیه مشترک



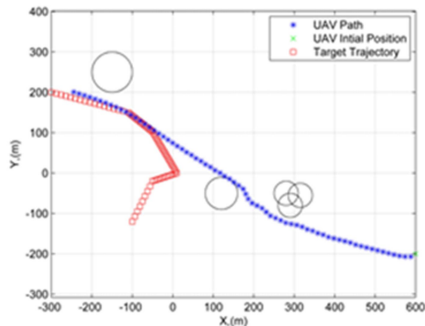
ب) موانع بدون ناحیه مشترک

شکل ۵- در هر دو شکل جهت گردش اولیه UAV به سمت داخل صفحه (دایره راست‌گرد) می‌باشد الف) حالت موانع با ناحیه مشترک ب) حالت موانع بدون تداخل

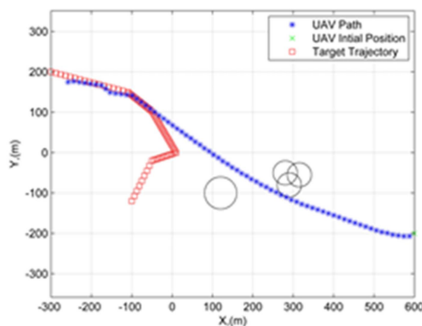
در گام چهارم، مسیر انتخاب شده مرحله قبل بررسی می‌شود اگر

به گونه‌ای که موقعیت هدف به شکل زیر انتخاب شده است:

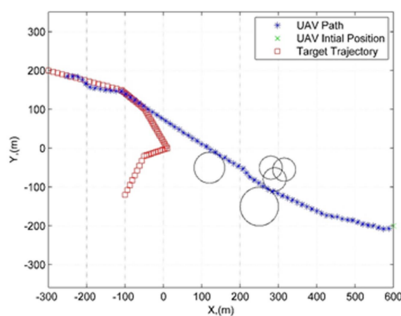
$$\begin{aligned} \text{xdata} &= [-100 \ -50 \ 10 \ -50 \ -110 \ -300] \\ \text{ydata} &= [-120 \ -20 \ 0 \ 102 \ 150 \ 200] \\ \text{time} &= [0 \ 8 \ 18 \ 37 \ 52 \ 68] \end{aligned} \quad (7)$$



شکل ۸- الگوریتم طراحی مسیر دینامیکی اصلاح شده برای حالتی که سه مانع با هم تداخل و یک مانع پرت در مسیر وجود داشته باشد.



شکل ۹- الگوریتم طراحی مسیر دینامیکی اصلاح شده برای حالتی که سه مانع با هم تداخل داشته باشند.



شکل ۱۰- الگوریتم طراحی مسیر دینامیکی اصلاح شده برای حالتی که موانع به هم نزدیک تر بوده اما فقط سه مانع بالایی با هم تداخل دارند.

در شکل ۸ پنج مانع در نظر گرفته شده و سه مانع با هم ناحیه مشترک دارند و طراحی مسیر برای هدف متحرک انجام شده است. در شکل ۹ طراحی مسیر برای چهار مانع در نظر گرفته شده است که سه مانع با هم ناحیه مشترک داشته باشند. در شکل ۱۰ طراحی مسیر

در طی طراحی مسیر دایره نهایی را دایره‌ای حول هدف با حداقل شعاع بزرگ‌تر از حداقل شعاع چرخش در نظر گرفته می‌شود. مسیر انتخاب شده، شامل یک قسمت از مسیر بر روی دایره شروع، یک مسیر مستقیم مماسی و در صورت وجود مانع بر روی مسیر شامل یک تکه مسیر دیگر بر روی مانع و این روند به گونه ادامه می‌یابد که به انتهای مسیر برسد. اگر حرکت با سرعت ثابت باشد فرمول تغییر زاویه بر روی قطاع‌ها به صورت زیر است.

$$\text{arc} = \frac{V \times t}{r} \quad (6)$$

$r$  شعاع دایره،  $V$  سرعت هواپیما و  $t$  زمان می‌باشند. شبه کد الگوریتم برداری مماسی اصلاح شده در جدول ۳ نمایش داده شده است.

جدول ۳- شبه کد الگوریتم برداری مماسی-اصلاح شده

۱. شروع الگوریتم
۲. موقعیت هدف، با استفاده از مدل زمانی محاسبه می‌شود.
۳. شروع محاسبات (برای هر بدون سرنشین)
۴. محاسبه دایره‌های چپ و راست بدون سرنشین.
۵. محاسبه تمامی مسیرهای ممکن بین هر دوتایی از دایره‌ها (شامل دایره‌های موانع، بدون سرنشین‌های دیگر و هدف).
۶. حذف خطوط گذرنده از موانع
۷. انتخاب مسیر امکان‌پذیر با حداقل طول برای بدون سرنشین
۸. برگشت به مرحله ۳
۹. یافتن موقعیت بعدی در گام زمانی بعدی با توجه به مسیر انتخاب شده برای بدون سرنشین.
۱۰. انتهای الگوریتم

#### ۴- پیاده‌سازی الگوریتم ارائه شده برای روش اصلاح شده مماسی (حل عددی)

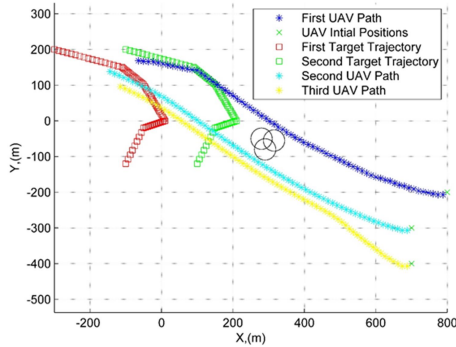
برای پیاده‌سازی الگوریتم از نرم‌افزار متلب<sup>۱</sup> استفاده شده است. الگوریتم به گونه‌ای کد نویسی شده که برای حالت کلی، به معنای تعداد نامحدود مانع و محیط نامعین از لحاظ شکل قرارگیری مانع‌ها، به سریع‌ترین نحو ممکن پاسخ را پیدا کرده و مسیریابی را انجام دهد. تمامی شکل‌های داخل این مقاله توسط این برنامه و الگوریتم شرح داده شده، به دست آمده است.

در همه این شبیه‌سازی‌ها جهت سرعت اولیه هواپیمای بدون سرنشین، ۱۳۵- درجه می‌باشد و نقطه شروع حرکت هواپیمای بدون سرنشین، در [200, -600] قرار دارد. سرعت اسمی هواپیمای بدون سرنشین، ۱۴ m/s می‌باشد و بیشینه نرخ چرخش زاویه هواپیمای بدون سرنشین،  $\frac{\pi}{6}$  (rad/s) می‌باشد و دایره‌ها به عنوان مانع در نظر گرفته شده است؛ در ادامه برای نشان دادن قابلیت‌های این الگوریتم در رهگیری اهداف متحرک زمینی چند نمونه آورده شده است. مدل‌سازی حرکت هدف متحرک با روش بر مبنای زمانی [۱۶] انجام شده است

<sup>1</sup> MATLAB

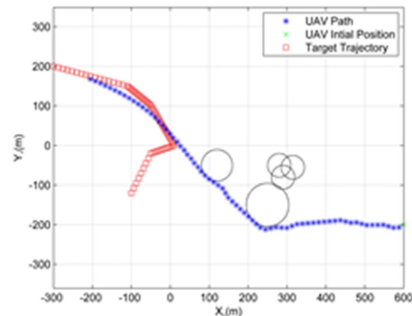
نقطه [200,-800] شروع به حرکت می‌کند. یکی از هدف‌ها مطابق معادله (Y) و دیگری از معادله زیر پیروی می‌نماید:

$$\begin{aligned} \text{xdata} &= [100 \ 150 \ 210 \ 150 \ 90 \ -100] \\ \text{ydata} &= [-120 \ -20 \ 0 \ 102 \ 150 \ 200] \\ \text{time} &= [0 \ 8 \ 18 \ 37 \ 52 \ 68] \end{aligned} \quad (8)$$



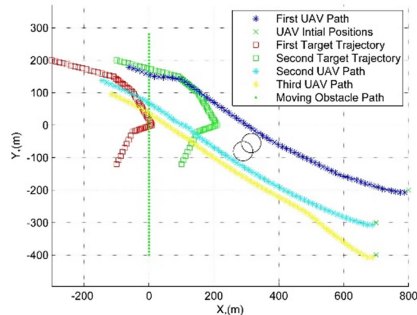
شکل ۱۱- الگوریتم طراحی مسیر دینامیکی اصلاح شده برای حالتی که موانع به هم نزدیک‌تر بوده و چهار مانع با هم تداخل دارند.

برای پنج مانع در حالتی است که سه مانع با هم ناحیه مشترک داشتند.



شکل ۱۲- الگوریتم اصلاح شده مماسی برای پرواز گروهی و رهگیری هم‌زمان دو هدف و همچنین در حضور مانع متحرک

در شکل ۱۳ تمامی شرایط مثل قبل بوده و فقط یک بدون سرنشین به محیط اضافه شده و بدون سرنشین سوم از [400,-700] با زاویه ۱۳۵- درجه شروع به حرکت می‌کند. همان‌طور که از شکل مشاهده می‌شود الگوریتم به خوبی عملکرد و تعقیب دو هدف به صورت هم‌زمان به خوبی انجام گرفته است.



شکل ۱۳- الگوریتم اصلاح شده مماسی برای پرواز گروهی و رهگیری هم‌زمان دو هدف و همچنین در حضور مانع متحرک

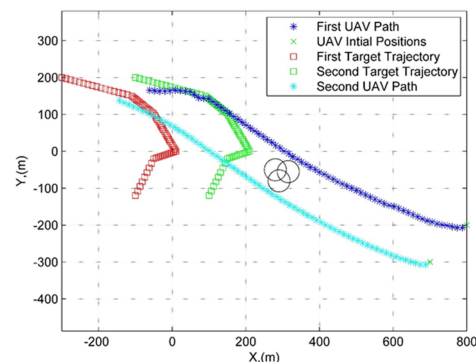
شکل ۱۴ نمایش پرواز گروهی بدون سرنشین‌ها در حضور دو مانع به صورت ثابت با شرایط مدل‌سازی‌های قبلی و همچنین وجود دو هدف متحرک و همچنین وجود یک مانع متحرک با شعاع به صورت که از نقطه [0,-400] با سرعت  $10m/s$  در جهت عمودی و در جهت مثبت محور y ها شروع به حرکت می‌کند. در شکل ۱۳ در هر لحظه فقط مرکز مانع نمایش داده شده است و همچنین برای بررسی بحث عدم برخورد با مانع در هنگام کدنویسی تابعی برای بررسی فاصله هر بدون سرنشین تا مانع متحرک گذاشته شد تا بحث عدم برخورد با مانع به صورت صحیح صورت بگیرد.

در شکل ۱۰ بین مانع پایینی و سه مانعی بالایی که با هم ناحیه مشترک دارند، هیچ‌گونه اشتراک ناحیه وجود نداشته و یک مسیر بین مانع‌ها برای رد شدن بدون سرنشین وجود دارد، ولی در شکل ۱۱ مانع پایینی کمی بزرگ‌تر بود و این چهار مانع با هم تداخل دارند برای همین هواپیمای بدون سرنشین قابلیت رد شدن از بین آن‌ها را ندارد.

## ۵- پرواز گروهی به روش اصلاح شده مماسی

پرواز گروهی با الگوریتم اصلاح شده مماسی با مأموریت عدم برخورد بین بدون سرنشین‌ها و همچنین رهگیری هدف متحرک در این قسمت انجام شده است.

ایده اساسی استفاده شده آن است که هر یک از بدون سرنشین‌ها برای بدون سرنشین دیگر یک مانع محسوب می‌شود. اندازه این مانع به گونه‌ای انتخاب می‌شود که از حداقل شعاع چرخش بزرگ‌تر و همچنین از فاصله ایجاد شده بین گام فعلی حرکت و گام بعدی در بدون سرنشین بزرگ‌تر باشد. همچنین بدون سرنشین‌ها هم‌زمان باید هدف را نیز رهگیری نمایند.



شکل ۱۴- الگوریتم اصلاح شده مماسی برای پرواز گروهی و رهگیری هم‌زمان دو هدف و بدون سرنشین

## ۱-۵- پرواز گروهی و مانع متحرک

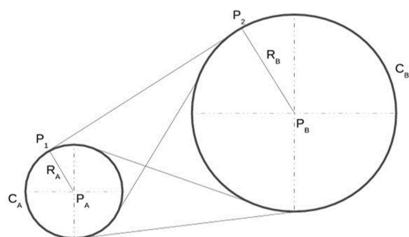
در شکل ۱۲ تمام شرایط قبلی برای شبیه‌سازی وجود دارد به همراه اینکه یکی از بدون سرنشین‌ها از نقطه [300,-700] و دیگری از



طراحی مسیر را انجام داد از مزیت‌های دیگر این الگوریتم این است که برای حالت‌هایی هم که مماسی وجود ندارد نیز می‌توان جوابی مناسب پیدا کرد. بدین ترتیب می‌توان این الگوریتم را برای همه حالت‌ها استفاده نمود. در این مقاله بحث پرواز گروهی در بدون سرنشین‌ها، همچنین رهگیری هم‌زمان چند هدف در حالت موانع ثابت و متحرک نیز با الگوریتم ارائه شده به خوبی صورت پذیرفت.

### ۷- پیوست الف

در این پیوست مراحل پیدا کردن مختصات خطوط مماس بر دو دایره شرح داده می‌شود:



شکل ۱۷- دو دایره در حالت کلی

شعاع دایره اول و مرکز دایره اول  $R_A$  و  $P_A$  شعاع دایره دوم و  $P_B$  مرکز دایره دوم،  $P_1$  مختصات نقطه مماسی بر دایره اول و  $P_2$  مختصات نقطه مماسی بر دایره دوم می‌باشد.

معادلات اولیه از این فرض به دست می‌آید که هر نقطه بر روی یک دایره قرار دارد:

$$(x_1 - x_A)^2 + (y_1 - y_A)^2 = R_A^2 \quad (9)$$

$$(x_2 - x_B)^2 + (y_2 - y_B)^2 = R_B^2$$

حال از این واقعیت که هر مماس عمود بر شعاع دو دایره است استفاده کرده و معادلات زیر نتیجه می‌شود:

$$(x_1 - x_2)^2 + (x_1 - x_2)^2 + R_A^2 = (x_2 - x_A)^2 + (y_2 - y_A)^2 \quad (10)$$

$$(x_1 - x_2)^2 + (x_1 - x_2)^2 + R_B^2 = (x_1 - x_B)^2 + (y_1 - y_B)^2$$

لذا دو معادله و دو مجهول داشته ولی به علت غیرخطی بودن این معادله حل این معادله کمی پیچیده است.

### ساده‌سازی از روش تالس

خوشبختانه، با کمک تالس به راحتی می‌توان فاصله  $|P_1P_2|$  را محاسبه نمود.

### پیکربندی اول

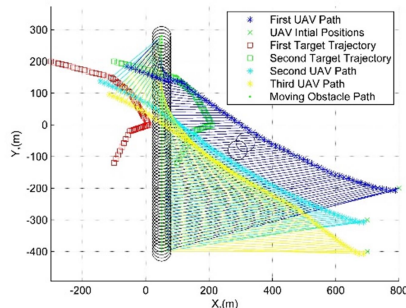
در شکل، نقطه U به شعاع CB اضافه شده است در این حالت:

$$|UP_B| = R_B - R_A$$

در مثلث  $P_AUP_B$  رابطه فیثاغورث به شکل زیر است:

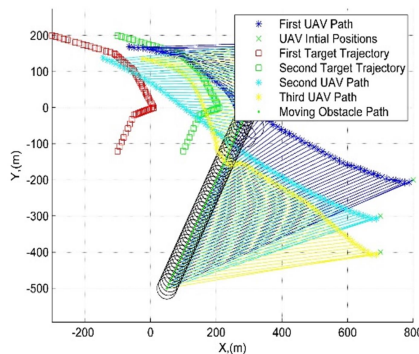
$$|P_AU|^2 + |P_BU|^2 = |P_AP_B|^2$$

بر مبنای این مثلث نتیجه می‌شود:



شکل ۱۵- الگوریتم اصلاح شده مماسی برای پرواز گروهی و رهگیری هم‌زمان دو هدف و همچنین در حضور موانع متحرک

در شکل ۱۵ تمام شرایط مثل قبل بوده تنها با این تفاوت که مانع متحرک از نقطه  $[50, -400]$  شروع به حرکت کرده و برای نمایش بحث عدم برخورد در هر لحظه از هر بدون سرنشین به مرکز مانع متحرک خطی رسم کرده و در هر لحظه مانع متحرک در لحظه  $t$  و در لحظه  $t+\Delta t$  نمایش داده شده است برای بحث بررسی عدم برخورد با مانع در هر لحظه برای دو موقعیت در نظر گرفته شده یکی موقعیت  $t$  و دیگر موقعیت  $t+\Delta t$  است. همچنین برای بررسی بحث عدم برخورد در مانع متحرک همان تابعی که در شکل قبلی شرح داده شد بررسی می‌شود.



شکل

۱۶- اعمال الگوریتم اصلاح شده مماسی برای پرواز گروهی و همچنین رهگیری دو هدف متحرک در حضور موانع ثابت و متحرک

در شکل ۱۶ تمامی شرایط مثل قبل بوده با این تفاوت که مانع متحرک از نقطه  $[50, -50]$  با سرعت  $[5, 10]$  شروع به حرکت کرده و مانع متحرک دارای شعاع ۳۰ است.

### ۶- نتیجه‌گیری

الگوریتم شرح داده شده برای طراحی مسیر در این مقاله می‌تواند تمامی مسیرهای مجاز را به دست آورده و بعد کوتاه‌ترین مسیر را به عنوان مسیر نهایی انتخاب می‌کند. این الگوریتم برای تعداد نامحدود مانع نیز پاسخ می‌دهد. از مزیت انتخاب تمامی مسیرها این است که برای تمامی حالت موانع‌های ثابت، متحرک و حتی در بدترین حالت که همه با هم ناحیه مشترک داشته باشند، نیز می‌توان جواب مناسب را پیدا کرد و یا حتی می‌توان ممانعی به صورت مجازی فرض نمود و

زیر بازنویسی می‌شوند. حال  $|P_1P_2|$  را با  $L$  جایگزین کرده و معادلات به شکل زیر بازنویسی می‌شود:

$$\begin{cases} (x_1 - x_A)^2 + (y_1 - y_A)^2 = R_A^2 \\ L^2 + R_B^2 = (x_1 - x_B)^2 + (y_1 - y_B)^2 \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} (x_2 - x_B)^2 + (y_2 - y_B)^2 = R_B^2 \\ L^2 + R_A^2 = (x_2 - x_A)^2 + (y_2 - y_A)^2 \end{cases}$$

لذا دو سیستم غیرخطی مستقل برای حل وجود دارد. علاوه بر این، به علت تقارن، حل یکی از این سیستم‌های غیرخطی منجر به حل مسئله خواهد شد.

#### حل معادلات

به علت اینکه دو سیستم معادل یکدیگرند، بر روی حل سیستم اول تمرکز می‌شود:

$$\begin{cases} (x_1 - x_A)^2 + (y_1 - y_A)^2 = R_A^2 \\ (x_1 - x_B)^2 + (y_1 - y_B)^2 = L^2 + R_B^2 \end{cases} \quad (12)$$

واضح است که حل هندسی این مسئله، تقاطع دایره‌ای با مرکز  $P_A$  و شعاع  $R_A$  با دایره دیگری با مرکز  $P_B$  و شعاع  $\sqrt{L^2 + R_B^2}$  است.

مختصات نقاط  $P_1$  به صورت زیر در می‌آید (منظور از نقاط دو نقطه بالایی مماس‌ها است).

$$x_1 = \frac{x_A + x_B}{2} + \frac{(x_B - x_A)(R_A^2 - R_B^2)}{2D^2} \pm 2 \frac{y_A - y_B}{D^2} \sigma_1$$

$$y_1 = \frac{y_A + y_B}{2} + \frac{(y_B - y_A)(R_A^2 - R_B^2)}{2D^2} \mp 2 \frac{x_A - x_B}{D^2} \sigma_1$$

with

$$D = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \quad (13)$$

$$L = \sqrt{D^2 - (R_A \pm R_B)^2}$$

$$R_1 = \sqrt{L^2 + R_B^2}$$

$$\sigma_1 = \frac{1}{4} \sqrt{(D + R_A + R_1)(D + R_A - R_1)(D - R_A + R_1)(-D + R_A + R_1)}$$

به همین ترتیب می‌توان از سیستم دوم هم مختصات نقاط  $P_2$  را به دست آورد:

$$\frac{x_A + x_B}{2} + \frac{(x_A - x_B)(R_B^2 - R_A^2)}{2D^2} \mp 2 \frac{y_B - y_A}{D^2} \sigma_2$$

$$\frac{y_A + y_B}{2} + \frac{(y_A - y_B)(R_B^2 - R_A^2)}{2D^2} \pm 2 \frac{x_B - x_A}{D^2} \sigma_2$$

ie line

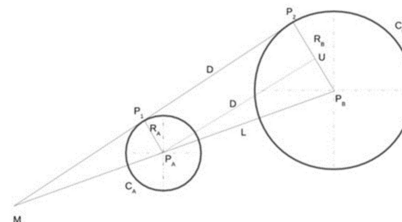
$$\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$\sqrt{D^2 - (R_A \pm R_B)^2}$$

$$\sqrt{L^2 + R_A^2}$$

$$\frac{1}{4} \sqrt{(D + R_B + R_2)(D + R_B - R_2)(D - R_B + R_2)(-D + R_B + R_2)}$$

$|P_1P_2| = \sqrt{|P_A P_B|^2 - (R_A - R_B)^2}$   
لذا در این پیکربندی خط مماس وقتی موجود است که  $|P_A P_B|^2 \geq (R_A - R_B)^2$ . به طور مثال، هیچ‌کدام از دایره‌ها شامل دیگری نباشد.



شکل ۱۸- پیکربندی اول برای ساده‌سازی به روش تالس

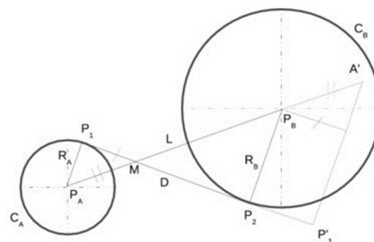
#### پیکربندی دوم

در این پیکربندی جدید، نقاط  $P_1'$  و  $A'$  به شکل ۱۹ اضافه شده به طوری که

$$|P_A P_B| = |MA'|$$

$$|P_1 P_2| = |MP_1'|$$

طبق قضیه تالس:  $|P_1' A'| = R_A + R_B$



شکل ۱۹- پیکربندی دوم برای ساده‌سازی به روش تالس

مانند قبل در مثلث  $MP_1' A'$  رابطه فیثاغورث به شکل زیر است:

$$|MP_1'|^2 + |P_1' A'|^2 = |MA'|^2$$

$$|P_1 P_2|^2 + (R_A + R_B)^2 = |P_A P_B|^2$$

به راحتی می‌توان به نتیجه زیر رسید:

$|P_1 P_2| = \sqrt{|P_A P_B|^2 - (R_A + R_B)^2}$   
از معادله بالا به این نتیجه می‌شود که مماس در این پیکربندی وقتی وجود دارد که

$$|P_A P_B|^2 \geq (R_A + R_B)^2$$

#### ساده‌سازی معادلات

حال بعد از اینکه اندازه  $|P_1 P_2|$  مشخص شد، معادلات به شکل



[16] Chen H., Chang K. and Agate C.S., A dynamic path planning algorithm for UAV tracking. in SPIE Defense, Security, and Sensing. 2009. International Society for Optics and Photonics.

[17] Chen H., Chang K. and Agate C.S., UAV Path Planning with Tangent-plus-Lyapunov Vector Field Guidance and Obstacle Avoidance. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2013. 49(2): p. 840-856.

[18] Winstrand M., Mission planning and control of multiple UAVs. 2004: System Technology Division, Swedish Defence Research Agency..

[1] Ardakani M.K. and Tavana M., A decremental approach with the A\* algorithm for speeding-up the optimization process in dynamic shortest path problems. Measurement, 2015. 60: p. 299-307.

[2] Shaoa M., Shin D. and Shin K., Autonomous Navigation of Nonholonomic Mobile Robots Using Generalized Voronoi Diagrams. Journal of the Korean Society of Manufacturing Technology Engineers, 2015. 24(1): p. 98-102.

[3] Curtis A.B., Path planning for unmanned air and ground vehicles in urban environments. 2008, Brigham Young University.

[4] Moon C.b. and Chung W., Kinodynamic Planner Dual-Tree RRT (DT-RRT) for Two-Wheeled Mobile Robots Using the Rapidly Exploring Random Tree. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2015. 62(2): p. 1080-1090.

[5] Yao P., Wang H. and Su Z., Hybrid UAV path planning based on interfered fluid dynamical system and improved RRT. in IECON 2015 - 41st Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society. 2015.

[6] Ni J., et al., Robot path planning based on an improved genetic algorithm with variable length chromosome. in 2016 12th International Conference on Natural Computation, Fuzzy Systems and Knowledge Discovery (ICNC-FSKD). 2016.

[7] Cheng J., et al., An improved ACO algorithm for mobile robot path planning. in 2016 IEEE International Conference on Information and Automation (ICIA). 2016.

[8] Zhu W. and Duan H., Chaotic predator-prey biogeography-based optimization approach for UCAV path planning. Aerospace Science and Technology, 2014. 32(1): p. 153-161.

[9] Horner D.P. and Healey A.J., Use of artificial potential fields for UAV guidance and optimization of WLAN communications. in 2004 IEEE/OES Autonomous Underwater Vehicles (IEEE Cat. No.04CH37578). 2004.

[10] Nieuwenhuisen M., Schadler M. and Behnke S., Predictive potential field-based collision avoidance for multicopters. Int. Arch. Photogramm. Remote Sens. Spatial Inf. Sci, 2013.

[11] Paul T., Krogstad T.R. and Gravdahl J.T., UAV formation flight using 3D potential field. in 2008 16th Mediterranean Conference on Control and Automation. 2008.

[12] Patil S., et al., Directing Crowd Simulations Using Navigation Fields. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2011. 17(2): p. 244-254.

[13] Ye B.Q., Zhao M.F. and Wang Y., Research of path planning method for mobile robot based on artificial potential field. in 2011 International Conference on Multimedia Technology. 2011.

[14] Lawrence D., Lyapunov Vector Fields for UAV Flock Coordination, in 2nd AIAA "Unmanned Unlimited" Conf. and Workshop & Exhibit. 2003, American Institute of Aeronautics and Astronautics.

[15] Frew E. and Lawrence D., Cooperative Stand-off Tracking of Moving Targets by a Team of Autonomous Aircraft, in AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit. 2005, American Institute of Aeronautics and Astronautics.