

حل تشابهی انتروپی تولیدی جریان نانو سیال همراه با میدان مغناطیسی روی صفحه در حال کشش: یک مدل ساده جهت خنک کاری سیستم های نورد

اسماعیل لکزیان*
استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه حکیم سبزواری، سبزوار، ایران
پریسا کاظمیانی نجف آبادی
دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه حکیم سبزواری، سبزوار، ایران

چکیده

فرایند نورد یکی از متداول ترین فرایندهای ساخت قطعات بوده و نرخ خنک کاری قطعه کار یکی از پارامترهای حائز اهمیت در بهبود خواص محصول تولید شده است. در این مقاله جریان یک نانوسیال روی صفحه تخت در حال کشش غیر خطی به همراه میدان مغناطیسی به عنوان مدل ساده شده‌ای از فرایند نورد مورد بررسی قرار گرفته است. سرعت کشش صفحه به صورت یک تابع توانی در نظر گرفته شده است که نسبت به مبدا تغییر می‌کند. معادلات حاکم شامل معادله پیوستگی، مومنتم و انرژی به روش تشابهی به معادلات دیفرانسیل غیرخطی معمولی تبدیل و با روش رانج-کوتا حل شده‌اند. نتایج حل تحلیلی معادلات مومنتم و انرژی با داده های منتشر شده، مقایسه و انطباق مناسب حاصل شده است. نتایج نشان می‌دهد با افزایش درصد حجمی نانو ذرات جامد ϕ و پارامتر غیرخطی کشش n ، انتقال حرارت سیال بترتیب افزایش و کاهش می‌یابد و افزایش مقدار پارامتر مغناطیسی M ، سبب کاهش نرخ خنک کاری می‌شود. در این مقاله عدد بیژن به عنوان معیاری از نرخ خنک کاری کیفی در فرایند نورد معرفی شده است. بر اساس نتایج افزایش درصد حجمی نانو ذرات ϕ ، پارامتر غیر-خطی کشش n و پارامتر مغناطیسی M به ترتیب باعث افزایش، کاهش و کاهش عدد بیژن می‌شود. نتایج این تحقیق را می‌توان برای افزایش نرخ خنک کاری در فرایند نورد فلزات بسط داد.

واژه‌های کلیدی: حل تشابهی، نرخ خنک کاری، نورد گرم، انتروپی تولیدی، عدد بیژن.

Similarity Solution of Entropy Generation for Flow of Nanofluid with Magnetic Field over a Stretching Sheet: A Simple Model from Cooling Systems Rolling

E. Lakzian
P. Kazemiyani

Department of Mechanical Engineering, Hakim Sabzevari University, Sabzevari, Iran
Department of Mechanical Engineering, Hakim Sabzevari University, Sabzevari, Iran

Abstract

The rolling process is one of the most common processes of making the machinery parts and the workpiece cooling rate is one of the most important parameter in the improved of product properties. In this paper, the flow of nanofluids over a nonlinear stretching sheet with a magnetic field is studied as a simplified model of a rolling process. The stretching velocity of the sheet is assumed to vary as a power function of the distance from the origin. The governing equations are including continuity, momentum and energy balances that by using of similarity solution method are transformed to nonlinear ordinary differential equations and are solved. The similarity solution results of momentum and energy equations are compared with published data, and have achieved appropriate compliance. The results show that increasing the solid volume fraction of the nanoparticles ϕ , the thermal conductivity of the fluid has increases and Increment of the nonlinear stretching parameter n , decreases heat transfer. Also increment of magnetic parameters M , has reduced the cooling rate. In this paper, Bijan number is introduced as a normative for the qualitative cooling rate in the rolling process. Based on the results increase the solid volume fraction of the nanoparticles ϕ , the nonlinear stretching parameter n and magnetic parameters M , increased, decreased and decreased the number Bijan respectively. The results of this research can be extended for the increasing of the cooling rate in the rolling process of metals.

Keywords: Similarity solution, Cooling rate, Hot rolling, Entropy generation, Bejan number.

۱- مقدمه

ابعاد نانو برای جلوگیری از خوردگی، ته نشین شدن و افت فشار برای اولین بار توسط چو [۲] در آزمایشگاه ملی آرگون آمریکا مطرح شد و به پیشنهاد وی به این گونه سیالات، نانوسیال اطلاق شد. موفقیت قابل ملاحظه‌ای در افزایش رسانایی گرمایی سیال با اضافه کردن مقدار بسیار کمی از فلزات یا اکسید های فلزی به سیال (همانند: Al_2O_3, Cu, CuO) بدست آمده است [۳ و ۴]. لکزیان و همکاران [۵] در پژوهشی با استفاده از حل تشابهی به غلظت لایه مرزی در جریان بلازیوس و ساکادیس که تحت تاثیر تابش قرار گرفته بود پرداختند. ایستمن و همکاران [۳] و ژوان و لین [۶] به مطالعه‌ی تجربی تاثیر نانو ذرات بر انتقال گرما پرداختند و نشان دادند که وجود کسر حجمی کوچکی از نانوذرات (معمولا کمتر از ۵٪)، انتقال گرما را نسبت به سیال پایه در حدود ۱۰٪-۲۰٪ افزایش می‌دهد. همچنین

فرایند نورد یکی از فرایندهای شکل‌دهی و رساندن صفحات فلزی به ضخامت مورد نیاز می‌باشد. از عوامل مؤثر بر کیفیت و خواص محصول تولید شده در فرایند نورد، نرخ خنک کاری سیال است.

بهبود در پارامترهای موثر بر نرخ خنک کاری، سبب بهبود بازده بسیاری از فرایندها از جمله نورد می‌شود. نانو سیال‌ها نسبت به سیال‌های پایه رسانایی گرمایی بیشتری دارند. روش‌های متعددی برای بهبود رسانایی گرمایی سیالات با استفاده از ذرات معلق جامد با ابعاد نانومتر یا میکرومتر در مایع انجام شده است. ماکسول [۱] به عنوان اولین کسی که این نظریه را مطرح کرد، از ذرات با ابعاد میکرو برای بهبود خواص سیال استفاده کرد. ایده‌ی استفاده از ذرات جامد با

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: e.lakzian@hsu.ac.ir

خنک کاری بررسی شده است و همچنین برای اولین بار تاثیر این عوامل بر روی عدد بیژن به عنوان معیار خنک کاری کیفی فرآیند نورد مورد تحلیل قرار گرفته است.

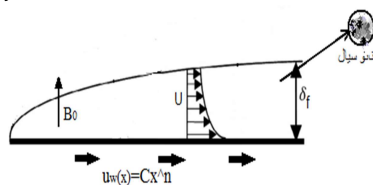
۲- معادلات حاکم

آنالیز انتروپی برای یک جریان دو بعدی در حالت پایدار به همراه میدان مغناطیسی متغیر و نانوسیال فلز مس روی یک صفحه افقی با کشش غیر خطی بررسی می‌شود. سرعت سیال روی صفحه تخت در بازه‌ی $y=0$ تا $y>0$ از سرعت صفحه $(u_w(x))$ تا سرعت جریان اصلی (u_∞) تغییر می‌کند. دمای صفحه‌ی در حال کشش از T_w روی صفحه تا T_∞ که دمای جریان اصلی است، تغییر می‌یابد. شکل ۱ طرحواره مسئله مورد بررسی را نشان می‌دهد. معادلات حاکم بر خواص ترموفیزیکی نانوسیال در رابطه (۴) آورده شده است [۲۶]. ابتدا باید معادلات بقای سیال مشخص شود. معادلات بقای لازم برای تعیین حرکت سیال عبارتند از: بقای جرم (پیوستگی)، بقای مومنتم و بقای انرژی، که به ترتیب در روابط (۱) تا (۳) آورده شده اند.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\rho_{nf}} [\mu_{nf} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \sigma B^2(x).u] \quad (2)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_{nf} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\mu_{nf}}{(\rho c_p)_{nf}} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \quad (3)$$



شکل ۱- شماتیک مسئله

که در روابط (۱-۳) x و y مختصات امتداد و عمود بر ورق است. u و v سرعت در امتداد x و y است. T دمای محلی سیال است. میدان مغناطیسی که دارای قدرت $B(x)$ است و در جهت عمودی اعمال می‌شود [۲۷]. ρ_{nf} چگالی مؤثر، μ_{nf} لزجت دینامیکی مؤثر، α_{nf} پخشندگی گرمایی مؤثر، k_{nf} ضریب رسانایی گرمایی مؤثر، $(\rho c_p)_{nf}$ ظرفیت گرمایی، ϕ درصد حجمی نانو ذرات است که در رابطه (۴) تعریف شده است [۲۶-۲۹].

$$B(x) = B_0 x^{(n-1)/2},$$

$$\rho_{nf} = (1 - \phi)\rho_f + \phi\rho_s, \quad \mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1-\phi)^{2.5}},$$

$$(\rho c_p)_{nf} = (1 - \phi)(\rho c_p)_f + \phi(\rho c_p)_s,$$

$$\alpha_{nf} = \frac{k_{nf}}{(\rho c_p)_{nf}}$$

$$k_{nf} = k_f \left(\frac{k_s + 2k_f - 2\phi(k_f - k_s)}{k_s + 2k_f + 2\phi(k_f - k_s)} \right) \quad (4)$$

جریان نانو سیال‌ها روی صفحات در حال کشش و تاثیر آن‌ها بر انتقال گرما، با توجه به کاربردهای صنعتی که دارد، مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است [۷-۹]. برای مثال پال و مندل [۹] تاثیر درصد حجمی های مختلف را برای نانو ذرات مختلف مورد مطالعه قرار دادند و دریافتند مس-آب آهنگ انتقال گرمای پایین‌تری نسبت به Al_2O_3 -آب و TiO_2 -آب دارد.

وجود میدان مغناطیسی سبب کنترل سرعت و مومنتم جریان لایه مرزی می‌شود. بررسی اثرات میدان مغناطیسی بر لایه مرزی از دیگر تکنیک‌های مورد توجه محققان بوده است [۱۰-۱۶]. مطالعه روی میدان مغناطیسی هیدرودینامیکی اولین بار توسط بنسال [۱۰] انجام گرفت. کماران و همکاران [۱۱] میدان مغناطیسی به همراه تولید گرما را مورد مطالعه قرار دادند. میبود و همکاران [۱۲] میدان مغناطیسی را به همراه انتقال گرمای نانوسیال روی صفحه در حال کشش غیر خطی مورد بررسی قرار دادند. ویشنوگانش و همکاران [۱۳] تاثیر میدان مغناطیسی در جریان نانو سیال روی صفحه تخت کششی به همراه انتقال گرمای تابشی را بصورت عددی و تحلیلی مورد بررسی قرار دادند. تاثیر تابش گرمایی بر میدان مغناطیسی هیدرودینامیکی^۱ در جریان سیال ماکسولی روی صفحات در حال کشش توسط علی اکبر و همکاران [۱۴] مورد مطالعه قرار گرفت. خان و همکاران [۱۵] اثرات میدان مغناطیسی روی جریان رادیواکتیو از یک سیال نانو گذرنده از روی یک صفحه در حال کشش را مورد بررسی قرار دادند.

بیژن [۱۷ و ۱۸] روشی با نام به حداقل رساندن انتروپی تولیدی^۲، برای اندازه‌گیری و به حداقل رساندن اختلالات و بهم ریختگی‌های ایجاد شده در طول یک فرآیند خاص در زمینه‌های سیستم‌های تبرید، انتقال گرما و ذخیره سازی، ارائه داد. تحلیل‌های متعددی روی تولید انتروپی در نانوسیال و جریان‌های متاثر از میدان مغناطیسی انجام گرفت. به عنوان مثال سهل و همکاران [۱۹] انتروپی تولیدی نانو سیال را در میکروکانال‌های دایروی مورد بررسی قرار داد. مقدمی و همکاران [۲۰] به آنالیز انتروپی تولیدی نانو سیال در رژیم‌های جریان لایه‌ای و درهم پرداخت. شاهی و همکاران [۲۱] انتروپی تولیدی ناشی از جابجایی آزاد در نانو سیال را مطالعه کرد. ماهیان و همکاران [۲۲] برگشت ناپذیری نانوسیال در میدان مغناطیسی را مطالعه کرد. گویندراژو و همکاران [۲۳] به بررسی انتروپی در نانو-سیال‌های مختلف تحت اثر میدان مغناطیسی پرداختند. لطفی و لکزیان [۲۴] به بررسی نرخ خنک کاری روی صفحه تخت در دماهای بالا که مدل ساده شده‌ای از فرآیند عملیات حرارتی کوئنچ است پرداختند. همچنین لطفی و لکزیان [۲۵] به بررسی حل تشابهی خنک‌کاری جریان لایه‌ای نانو سیال عبوری بر روی صفحه‌ی بسیار داغ با کسر حجمی متغیر پرداختند.

در این مقاله، حل تشابهی جریان دوبعدی و انتقال گرمای یک نانو سیال تراکم ناپذیر تحت تاثیر میدان مغناطیسی و گذرنده از صفحه‌ی در حال کشش غیر خطی به عنوان مدل ساده‌ای از نورد مورد مطالعه است. مسئله حاکم به صورت تشابهی حل شده و تاثیر میدان مغناطیسی، درصد حجمی نانو ذرات و پارامتر کشش غیر خطی بر نرخ

¹ MHD

² EGM

عدد بی بعد انتروپی تولیدی به صورت رابطه (۱۳) تعریف می‌شود.

$$N_s = \frac{S_g'''}{S_{g0}} \quad (13)$$

با استفاده از روابط بالا معادله دیفرانسیل معمولی انتروپی بی بعد به صورت زیر (۱۴) بدست می‌آید:

$$N_s = \left(2n\theta + \theta' \left(\frac{n-1}{2} \right) \eta \right)^2 + \frac{Re}{2} \frac{(n+1) Pr Ec Re}{2(\theta + \theta_\infty)(1-\phi)^{2.5} \left[\frac{k_{nf}}{k_f} \right]} f''^2 + \frac{M(n+1)[(1-\phi) + \phi \frac{\rho_s}{\rho_f}] Br Re}{2 \left[\frac{k_{nf}}{k_f} \right] (\theta + \theta_\infty)} f'^2 \quad (14)$$

که در آن Re عدد رینولدز، Pr عدد پراوتل، Ec عدد اکرت، $\theta + \theta_\infty$ دمای بی بعد، M پارامتر بی بعد مغناطیسی، Br عدد برینل است که در رابطه (۱۵) تعریف شده‌اند [۲۷، ۲۸ و ۳۱].

$$Re = \frac{u_w x}{\nu}, \quad Pr = \frac{\nu_f}{\alpha_f}, \quad Ec = \frac{u_w^2}{c_p(T_w - T_\infty)}, \quad \theta + \theta_\infty = \frac{T_\infty}{\Delta T}, \quad M = \frac{2\sigma B_0^2}{(n+1)c\rho_{nf}}, \quad Br = \frac{\mu_{nf} u_w^2}{k_{nf} \Delta T} \quad (15)$$

عدد بیژن^۱ آهنگ انتقال گرما برگشت ناپذیر را به کل بازگشت ناپذیری ناشی از انتقال گرما، اصطکاک و میدان مغناطیسی برای جریان لایه مرزی لایه‌ای بیان می‌کند. بازه‌ی عدد بیجان از ۰ تا ۱ است. در $Be=1$ بازگشت‌ناپذیری فقط ناشی از انتقال گرماست و در $Be=0$ انتروپی تولیدی فقط ناشی از ترکیب تاثیر اصطکاک سیال و میدان مغناطیسی است.

$$Be_\theta = S_T''' / (S_T''' + S_F''' + S_M''') \quad (16)$$

۳- بحث و نتایج

۳-۱- اعتبار سنجی

معادلات غیر خطی معمولی بدست آمده از روابط بقای مومنوم و انرژی به صورت همزمان با استفاده از شرایط مرزی مشخص شده با استفاده از رانج کوتای مرتبه چهارم برای مقادیر مختلف پارامترهای حاکم n, ϕ, M حل شده است. به منظور اعتبار سنجی، نتایج بدست آمده با نتایج مرجع [۲۹] مقایسه می‌شود. به این منظور اگر مقدار پارامتر M در معادله (۷) برابر صفر فرض شود معادله مربوطه به مومنوم در مقاله مرجع [۲۹] بدست می‌آید. در شکل ۲ و جدول ۱ مقایسه بین مقادیر بدست آمده و مرجع [۲۹] انجام شده‌است که بیان کننده‌ی انطباق نتایج بدست آمده با نتایج مرجع [۲۹] است. شکل ۲ $f'(\eta)$ را بر حسب η و جدول ۱ مقادیر $f''(0)$ و $\theta'(0)$ را برای مقادیرهای مختلف ϕ وقتی که $Pr=10, Ec=0.1, n=10$ و نانوذرات فلز مس باسیال پایه‌ی آب نشان می‌دهد. در جدول ۱ نتایج بدست آمده با استفاده از حل تشابهی با نتایج موجود در مرجع [۲۹] مقایسه شده است که انطباق مناسبی را نشان می‌دهد. شکل ۲ برای مقدار $\phi = 0.1, Pr=10, Ec=0.1, n=10$ نمودار $f'(\eta)$ بر حسب η را در دو حالت داده‌های بدست‌آمده از مقاله مرجع [۲۹] و نتایج

¹ Bejan number

شرایط مرزی در رابطه (۵) تعریف شده است [۳۰].

$$u = u_w(x) = cx^n, \quad v = 0, \quad T = T_w(x) = T_\infty + bx^{2n} \text{ at } y = 0, \quad u \rightarrow 0, \quad T \rightarrow T_\infty \text{ as } y \rightarrow \infty \quad (5)$$

که c و b ثابت‌های مثبت هستند و n پارامتر کشش غیر خطی است. پارامترهای بدون بعد غیر خطی در رابطه (۶) آورده شده‌است [۳۰].

$$\eta = y \sqrt{\frac{c(n+1)}{2\nu_f}} x^{(n-1)/2}, \quad u = cx^n F'(\eta), \quad v = -\sqrt{\frac{(n+1)c\nu_f}{2}} x^{(n-1)/2} (F(\eta) + \frac{n-1}{n+1} \eta F'(\eta)), \quad \theta(\eta) = (T - T_\infty) / (T_w - T_\infty) \quad (6)$$

معادلات مشتقات جزئی حاکم به وسیله شرایط مرزی مناسب و همچنین روابط فوق به معادلات دیفرانسیل غیر خطی معمولی تبدیل شده‌اند که در روابط (۷) و (۸) نشان داده شده است.

$$f'''' + (1-\phi)^{2.5} [(1-\phi) + \phi \frac{\rho_s}{\rho_f}] f f'' - \frac{2n}{n+1} f'^2 - M f' = 0 \quad (7)$$

$$\frac{1}{Pr} \left(\frac{k_{nf}}{k_f} \right) \theta'' + \frac{Ec}{(1-\phi)^{2.5}} f''^2 + (1-\phi) + \phi (\rho c_p)_s / (\rho c_p)_f (f \theta' - \frac{4n}{n+1} f' \theta) = 0 \quad (8)$$

شرایط مرزی در رابطه (۵) تغییر کرده و شرایط (۹) بدست می‌آید.

$$f = 0, \quad f' = 1, \quad \theta = 1 \text{ at } \eta = 0 \quad (9)$$

$f' \rightarrow 0, \quad \theta \rightarrow 0 \text{ as } \eta \rightarrow \infty$
اعداد بی بعد موجود در معادلات دیفرانسیل غیر خطی در رابطه (۱۰) تعریف شده است [۱۲].

$$M = \frac{2\sigma B_0^2}{(n+1)c\rho_{nf}}, \quad Ec = \frac{u_w^2}{c_p(T_w - T_\infty)} \quad (10)$$

انتروپی تولیدی در لایه مرزی شامل انتقال گرما بر اثر اختلاف دمای محدود (S_T''' ، اصطکاک (S_F''') و میدان مغناطیسی (S_M''') است که هر سه از عوامل ایجاد برگشت‌ناپذیری هستند. نرخ حجمی تولید انتروپی در حضور یک میدان مغناطیسی برای نانو سیال در رابطه (۱۱) تعریف شده است [۲۳].

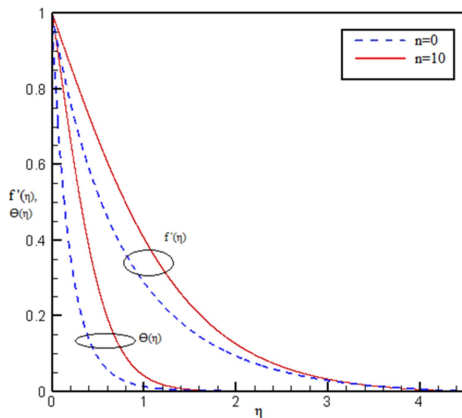
$$S_g'''' = \frac{k_{nf}}{T^2} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] + \frac{\mu_{nf}}{T} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \frac{\sigma B^2}{T} u^2 \quad (11)$$

$S_g'''' = S_T''' + S_F''' + S_M'''$
Ns عددی بدون بعد برای تعریف انتروپی بی بعد است که نسبتی از نرخ حجمی انتروپی تولیدی به نرخ مشخصه‌ی انتروپی تولیدی است. نرخ مشخصه‌ی انتروپی تولیدی عبارت است از:

$$S_{g0} = \frac{k_{nf}(\Delta T)^2}{x^2 T^2} \quad (12)$$

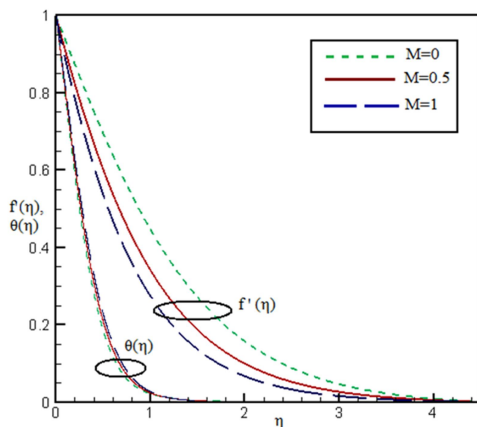
مرزی حرارتی و سرعتی ناشی از افزایش پارامتر غیر خطی کشش سبب کاهش خنک کاری می‌شود.

حاصل از حل تشابهی نشان می‌دهد که انطباق دو نمودار حاکی از معتبر بودن نتایج بدست آمده است.

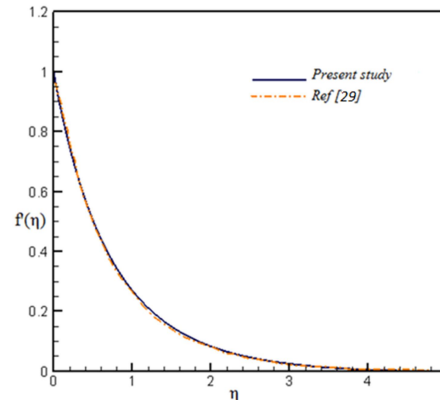


شکل ۴- پروفیل سرعت و دما برای مقادیر مختلف n ، در $M=0$ و $Ec=0.1$ ، $\phi = 0.05$

شکل ۵ تاثیر میدان‌های مغناطیسی مختلف ($M=0,0.5,1$) را بر پروفیل سرعت و دما برای پارامتر کشش غیر خطی $n=0$ ، (صفحه حرکتی با سرعت ثابت دارد) و درصد حجمی نانو ذرات $\phi = 0.05$ با $Ec=0.1$ نشان می‌دهد. نتایج نشان می‌دهد که افزایش پارامتر مغناطیسی M سبب کاهش شدیدی در مقدار سرعت بدون بعد $f'(\eta)$ می‌شود. این نتیجه ناشی از این واقعیت است که میدان مغناطیسی سبب ایجاد نیروی جسمی در جهت عرضی می‌شود که در جهت میدان میدان مغناطیسی اعمال شده عمل می‌کند و سبب کاهش سرعت، افزایش شتاب، افزایش مطلق مقدار گرادیان سرعت و نازک‌تر شدن لایه مرزی سرعتی می‌شود. این نیروی جسمی که به عنوان نیروی لورنتس شناخته شده است [۱۲]، همچنین سبب افزایش ضخامت لایه مرزی حرارتی در میدان‌های قوی‌تر می‌شود.



شکل ۵- پروفیل سرعت و دما برای مقادیر مختلف M در $Ec=0.1$ ، $n=0$ ، $\phi = 0.05$

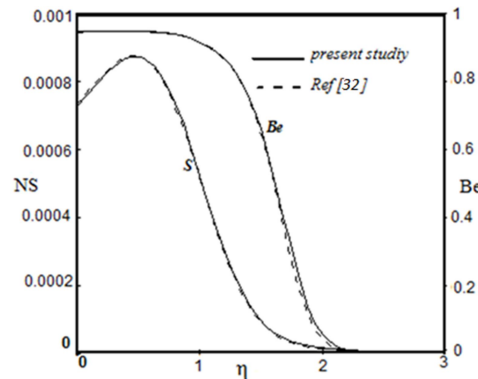


شکل ۶- منحنی $f'(\eta)$ بر حسب η مقاله مرجع [۲۹] و پژوهش حاضر

جدول ۱- نتایج $f''(0)$ و $-\theta'(0)$ جهت اعتبار سنجی

ϕ	$-f''(0)$		$-\theta'(0)$	
	Present results	Hamad [29]	Present results	Hamad [29]
۰/۰۵	۱/۴۰۰۴۹۳	۱/۴۰۰۴۹	۵/۳۶۸۵۳۳	۵/۳۶۸۵۳
۰/۱	۱/۴۷۷۶۹۰۳	۱/۴۷۷۶۹	۴/۸۸۴۱۸۱	۴/۸۸۴۱۷

برای اعتبار سنجی انتروپی تولیدی، از مقاله ملوندی و همکاران [۳۲] استفاده می‌شود. در مرجع [۳۲] به بررسی نانوسیال روی صفحه تخت با استفاده از حل تشابهی پرداخته است. شکل ۳ انطباق دو نمودار را نشان می‌دهد که حاکی از صحت کار انجام شده است.

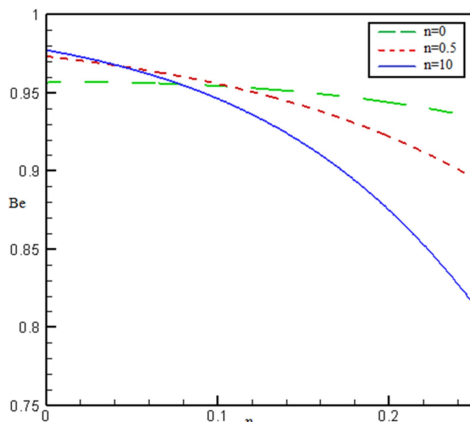


شکل ۳- انتروپی تولیدی بی بعد نتایج بدست آمده و نتایج مقاله مرجع [۳۲] جهت اعتبار سنجی انتروپی تولیدی

۳-۲- تحلیل نمودارها

شکل ۴ پروفیل سرعت ($f'(\eta)$) و دما ($\theta(\eta)$) را برای دو مقدار مختلف پارامتر غیر خطی کشش ($n=0,10$) وقتی که $Pr=10$ ، $Ec=0.1$ باشد نشان می‌دهد. سرعت کششی به صورت یک تابع توانی است که نسبت به مبدا تغییر می‌کند. متغیر توان تابع توانی، پارامتر غیرخطی کششی است. نتایج نشان می‌دهد با افزایش پارامتر غیر خطی کشش مقادیر سرعت و دما کاهش می‌یابد. کاهش ضخامت لایه

معناست که در فواصل کوچکتر از $\eta=0.07$ افزایش نرخ خنک کاری و در فواصل بزرگتر از $\eta=0.07$ کاهش نرخ کیفی انتقال گرما با افزایش مقدار n نتیجه می‌شود.



شکل ۷- پروفیل عدد بیژن برای مقادیر مختلف n در $\phi = 0.05$ ، $Ec=0.1$ و $M=0$

۴- نتیجه گیری

در این مقاله تحلیل انتروپی جریان در لایه مرزی و انتقال گرمای یک سیال لزج، شامل نانو ذرات فلزی مس، روی صفحه تخت، بدون گرادیان فشار و در حال کشش غیر خطی مورد بررسی قرار گرفته است. سرعت کششی به صورت یک تابع توانی که نسبت به مبدا تغییر می‌کند، حل تشابهی روشی برای تحلیل و بررسی تغییرات ضخامت لایه مرزی حرارتی و سرعتی است که در این مقاله به آن پرداخته شده است. تاثیر میدان مغناطیسی یعنی پارامتر مغناطیسی M ، پارامتر غیرخطی کشش n و همچنین اثرات انتروپی تولیدی و عدد بی‌بعد بیژن مورد بررسی قرار گرفت. از نتایج مهم کار حاضر می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

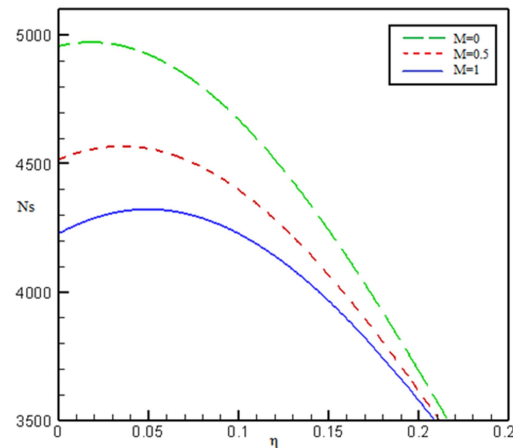
۱. بررسی عدد بیژن نشان دهنده افزایش کیفی نرخ انتقال گرما است، بنابراین عدد بیژن می‌تواند معیاری برای طراحی صحیح خنک‌کاری سیستم‌های نورد باشد.
۲. ضخامت هر دو لایه مرزی حرارتی و حرکتی با افزایش پارامتر غیر خطی کشش (n) کاهش می‌یابد که حاکی از آن است که بالابردن سرعت حرکت صفحه سبب افزایش بازگشت ناپذیری‌های لزجی و کاهش عدد بیژن و نتیجتاً کاهش خنک کاری سطح را در پی دارد.
۳. افزایش میدان مغناطیسی M سبب نازک‌تر شدن لایه مرزی سرعتی و ضخیم تر شدن لایه مرزی حرارتی شده و سبب کاهش نرخ انتروپی تولیدی و کاهش عدد بیژن می‌شود و نتیجتاً نرخ کیفی انتقال گرما را در نزدیکی دیواره کاهش می‌دهد.

۵- مراجع

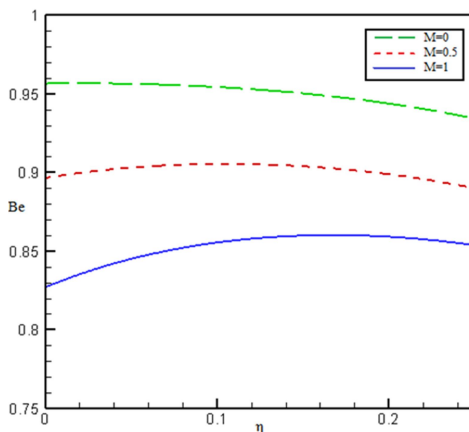
- [1] Maxwell J. C., A treatise on electricity and magnetism, 3rd ed, Oxford, 1891.
- [2] Chol S., and Eastman J. A., Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles, ASME Fed, Vol. 231, pp. 99-106, 1995.

در شکل ۶-الف با توجه به دو عامل در تولید انتروپی که شامل عامل سرعتی و عامل انتقال گرمایی است، بنظر می‌رسد که با افزایش میدان مغناطیسی انتروپی حاصل از عامل سرعتی افزایش یافته و انتروپی حاصل از عامل انتقال گرمایی کاهش یافته است و در کل انتقال گرما عامل غالب بوده است که در نتیجه انتروپی کل کاهش یافته است. کاهش عدد بیژن نیز تایید کننده این ادعا می‌باشند.

در شکل ۶-ب پروفیل عدد بیژن در نزدیکی دیواره نشان داده شده است که بیان می‌کند با نزدیک شدن عدد بیژن به سمت $Be=1$ ، بازگشت ناپذیری عمدتاً ناشی از انتقال گرماست. در شکل ۶-ب نشان داده می‌شود که با افزایش مقدار M عدد بیژن کاهش می‌یابد و نتیجتاً سبب کاهش نرخ کیفی خنک کاری می‌شود.



شکل ۶-الف- پروفیل انتروپی های تولیدی بی بعد برای مقادیر مختلف M در $\phi = 0.05$ و $n=0$ ، $Ec=0.1$



شکل ۶-ب- پروفیل عدد بیژن برای مقادیر مختلف M در $\phi = 0.05$ و $n=0$ ، $Ec=0.1$

شکل ۷ پروفیل عدد بیژن را بر حسب تغییرات پارامتر غیرخطی کششی n نشان می‌دهد. در این شکل مشاهده می‌شود با افزایش مقدار n در ناحیه‌ی بسیار نزدیک به دیواره عدد بیژن به علت شتاب گرفتن دیواره، افزایش می‌یابد و پس از این ناحیه‌ی بسیار محدود عدد بیژن با افزایش مقدار n به طور پیوسته کاهش می‌یابد این بدان

- [22] Mahian O., Pop I., Sahin A.Z., Oztop H.F., and Wongwises S., Irreversibility analysis of a vertical annulus using TiO₂/water nanofluid with MHD flow effects, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 64, pp. 671–679, 2013.
- [23] Govindaraju M., Vishnu-Ganesh N., Ganga B., and Abdul-Hakeem A.K., "Entropy generation analysis of magneto hydrodynamic flow of a nanofluid over a stretching sheet, *J. the Egyptian Mathematical Society*, Vol. 23, No. 2, pp. 429–434, 2014.
- [24] Lotfi A., and Lakzian E., Entropy generation analysis for film boiling: a simple model for quenching process, *The European Physical Journal Plus*, Vol. 131, No. 4, pp. 123–131, 2016.
- [25] Lotfi A., and Lakzian E., A similarity solution of laminar boiling flow of nanofluids on a superheated surface considering variable volume fraction, *Tabriz mechanical engineering*, (Article in press).
- [26] Oztop H. F., and Abu-Nada E., Numerical study of natural convection in partially heated rectangular enclosures filled with nanofluids. *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 29, No. 5, pp. 1326–1336, 2008.
- [27] Yazdi M. H., Abdullah S., Hashim I., Sopian K., and Zaharim A., Entropy Generation Analysis of the MHD Flow over Nonlinear Permeable Stretching Sheet with Partial Slip, *Recent Researches in Energy & Environment*, pp. 292–297, 2011.
- [28] Aminossadati S. M., and Ghasemi B., Natural convection cooling of a localized heat source at the bottom of a nanofluid-filled enclosure, *European Journal of Mechanics B/Fluids*, Vol. 28, No. 5, pp. 630–640, 2009.
- [29] Hamad M. A. A., and Ferdows M., Similarity solutions to viscous flow and heat transfer of nanofluid over nonlinearly stretching sheet, *Applied Mathematics and Mechanics*, Vol. 33, No. 7, pp. 923–930, 2012.
- [30] Cortell R., Viscous flow and heat transfer over a nonlinearly stretching sheet, *Applied Mathematical and Computation*, Vol. 184, No. 2, pp. 864–873, 2007.
- [31] Yazdi M.H., Abdullah S., Hashim I. and Sopian K., Reducing Entropy Generation in MHD Fluid Flow over Open Parallel Microchannels Embedded in a Micropatterned Permeable Surface, *Entropy*, Vol. 15, No.11, pp. 4822–4843, 2013.
- [32] Malvandi A., Ganji D. D., Hedayati F., and Youssefi-Rad E., An analytical study on entropy generation of nanofluids over a flat plate, *J. Alexandria Engineering Journal*, Vol. 52, No. 4, 595–604, 2013.
- [3] Eastman J. A., Choi S. U. S., Li S., Yu W., and Thompson L. J., Anomalously increased effective thermal conductivities of ethylene glycol-based nanofluids containing copper nanoparticles, *Applied physics letters*, Vol. 78, No. 6, pp. 718–720, 2001.
- [4] Lee S., Choi S. U. S., Li S., and Eastman J. A., Measuring thermal conductivity of fluids containing oxide nanoparticles, *J. Heat Transfer*, Vol. 121, pp. 280–289, 1999.
- [5] Lakzian E., Karami M., and Akbarzadeh M.H., Similarity solution of the concentration boundary layer for blasius and sakiadis flows with consideration radiation effects, *Tabriz mechanical engineering*, (Article in press).
- [6] Xuan Y., and Lin Q., Investigation on convective heat transfer and flow features of nanofluids, *J. Heat Transfer*, Vol. 125, pp. 151–155, 2003.
- [7] Pal D., and Mandal G., Mixed convection –radiation on stagnation-point flow of nano fluids over a stretching/shrinking sheet in a porous medium with heat generation and viscous dissipation, *J. Petroleum Science and Engineering*, Vol. 126, pp. 16–25, 2015.
- [8] Mirzaee M., and Lakzian E., Natural Convection of Cu-water Nanofluid near Water Density Inversion in Horizontal Annulus with Different Arrangements of Discrete Heat Source – Sink Pair, *Advanced Powder Technology*, Vol. 27, pp.1337–1346, 2016.
- [9] Pal D., and Mandal G., Influence of thermal radiation on mixed convection heat and mass transfer stagnation-point flow in nano fluids over stretching/shrinking sheet in a porous medium with chemical reaction, *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 273, pp. 644–652, 2014.
- [10] Bansal L., Magneto fluid dynamics of viscous fluids, Jaipur-india, OCLC 70267818, pp.361, 1994.
- [11] Kumaran V., Kumar A. V., and Pop I., Transition of MHD boundary layer flow past a stretching sheet, *J. Communication in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Vol. 15, pp. 300–311, 2010.
- [12] Mabood F., Khan W. A., and Ismail A. I. M., MHD boundary layer flow and heat transfer of nanofluids over a nonlinear stretching sheet: A numerical study, *J. Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 374, pp. 569–576, 2015.
- [13] Vishnu-Ganesh N., Abdul-Hakeem A.K., Jayaprakash R., and Ganga B., Analytical and numerical studies on hydromagnetic flow of water based metal nanofluids over a stretching sheet with thermal radiation effect, *J. Nanofluids*, Vol. 3, pp. 154–161, 2014.
- [14] Aliakbar V., Alizadeh –Pahlavan A., and Sadeghy K., The influence of thermal radiation on MHD flow of Maxwellian fluids above stretching sheets, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Vol. 14, No. 3, pp. 779 – 794, 2009.
- [15] Khan M.S., Alam M.M., and Ferdows M., Effects of magnetic field on radiative flow of a nano fluid past a stretching sheet, *Procedia Engineering*, Vol. 56, pp. 316–322, 2013.
- [16] Ibrahim W., and Shankar B., MHD boundary layer flow and heat transfer of a nano fluid past a permeable stretching sheet with velocity, thermal and solutal slip boundary conditions, *Computers & Fluids*, Vol.75, pp. 1–10, 2013.
- [17] Bejan A., Second-law analysis in heat transfer and thermal design, *Advances in Heat Transfer*, Vol. 15, pp. 1–58, 1982.
- [18] Bejan A., Entropy Generation Minimization, CRC Press, Boca Raton, New York, 1996.
- [19] Sohel M.R., Saidur R., Hassan N.H., Elias M.M., Khaleduzzaman S.S., and Mahbubul I.M., Analysis of entropy generation using nanofluid flow through the circular microchannel and minichannel heat sink, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 46, pp. 85–91, 2013.
- [20] Moghaddami M., Shahidi S., and Siavashi M., Entropy generation analysis of nanofluid flow in turbulent and laminar regimes, *J. Computational and Theoretical Nanoscience*, Vol. 9, No. 10, pp. 1586–1595, 2012.
- [21] Shahi M., Mahmoudi A.H., and Raouf A.H., Entropy generation due to natural convection cooling of a nanofluid, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 38, No. 7, pp. 972–983, 2011.