

شبیه سازی عددی دینامیک حباب روی صفحات مورب به روش ترکیبی صید و ردیابی جبهه در گرانش کم

بهمن اسدی*

استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی گلپایگان، گلپایگان، ایران

علی اصغر فروغی فر

مریی، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی گلپایگان، گلپایگان، ایران

چکیده

در این مقاله، روش ترکیبی صید و ردیابی جبهه برای شبیه سازی جریان دو فاز، حرکت حباب درون سیال ساکن استفاده شده است. این روش، برخوردی نو در صید مرزهای سیال روی شبکه ثابت اولبری و استفاده از مفهوم تک میدانی می باشد. روش حاضر بر مبنای نوشتن یک دسته معادلات حاکم برای کل ناحیه محاسباتی و برخورد با فازهای مختلف، مشابه یک سیال (میدان) با خواص فیزیکی متفاوت پایه گذاری شده است. در معادلات حاکم جملات مرزی به صورت جملات چشمه مناسب به معادلات اضافه می شود. معادلات ناویر- استوکس گذرا با استفاده از روش احجام محدود روی شبکه ای ثابت و با سازمان برای کل میدان و شبکه بی سازمان المان محدود در مرزهای بین دو فاز حل شده و مرز بین دو فاز (جبهه) توسط نقاط علامت گذاری شده متصل به هم به طور صریح ردیابی می شوند. از برنامه رایانه ای نوشته شده برای شبیه سازی عددی حرکت حباب در یک مایع لزج در شرایط گرانش متفاوت به ویژه شرایط حدی گرانش صفر استفاده شده است. تغییر کشش سطحی ناشی از گرادیان انحنای حباب (مویبستگی سیالی) در نقاط مختلف باعث شروع حرکت حتی با عدم وجود نیروی شناوری در گرانش صفر می باشد. شناخت این حرکت در بررسی مسایل دینامیک حباب، به ویژه در جوشش استخری هسته ای در گرانش صفر حائز اهمیت است. در این راستا، نتایج شبیه سازی بدست آمده و برای شرایط متفاوت مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته و نقش مویبستگی سیالی به عنوان عامل حرکت حباب در غیاب نیروی شناوری در نتایج بدست آمده بررسی شده است. نتایج شبیه سازی روی صفحه مورب نشان می دهد که رفتار حباب با توجه به یک زاویه بحرانی از حالت لغزشی روی دیوار به حالت جداشدن از دیوار و در نهایت با افزایش زاویه حالت خیز نوسانی خواهد داشت که همخوانی با نتایج تجربی را دارا می باشد.

واژه های کلیدی: صفحه مورب، صید و ردیابی جبهه، دینامیک حباب، گرانش کم.

The Numerical Simulation of Bubble Dynamic on Inclined Plates with Hybrid Front Tracking Method under Microgravity Condition

B. Asadi

Department of Mechanical Engineering, Golpayegan University of Technology, Golpayegan, Iran.

A. A. Foroughifar

Department of Mechanical Engineering, Golpayegan University of Technology, Golpayegan, Iran.

Abstract

In this paper, the hybrid front tracing method is used to simulate the rising of a single bubble in a quiescent liquid. This method is a new approach to capture of fluid interfaces in the constant grid and using a one field concept. A one field approximation is used, where one set of governing equations are only solved in the entire domain and different phases are treated as one fluid with variable physical properties. The interfacial effects are accounted for by adding appropriate source terms to the governing equations. The related unsteady incompressible full Navier-Stokes equations were solved using a conventional finite volume method with a structured staggered grid. The interface was tracked explicitly in to connected marker points via hybrid front capturing and tracking method. A computer program was developed for numerical simulation of bubble movement in a viscous liquid in different gravity conditions, especially zero gravity conditions have been used. In addition to general studies of microgravity effects, the initiation of hydrodynamic Marangoni convection solely due to the variations of interface curvature (surface tension force) and thus generation of shearing forces at the interfaces was also studied. Recognizing this movement in the study of bubble dynamics problems, especially in the nucleate pool boiling in zero gravity is important. In this regard, the simulation results were obtained for different conditions and the role of the hydrodynamic Marangoni convection on bubble movement in the absence of buoyancy force was investigated in the obtained results. The simulation results on the inclined plate show that bubble behavior in according to a critical angle from sliding on the wall to departure from wall and finally fluctuate departure have a good agreement with experimental results.

۱- مقدمه

دو سیال نفوذ ناپذیر تولید می شود. این در حالی است که در مسائل جریانهای همدما به علت عدم وجود گرادیان دما تغییر کشش سطحی ناشی از گرادیان دما وجود ندارد ولی جمله چشمه شامل کشش سطحی در معادلات ناویر- استوکس تک میدانی، تابع انحنای پروفیل حباب نیز می باشد. بنابراین چنین به نظر می رسد که تغییر کشش انحنای پروفیل حباب می تواند نقشی مشابه تغییر کشش سطحی در مارونگونی حرارتی داشته باشد. به عبارت دیگر، تغییر انحنای پروفیل حباب (مویبستگی سیالی) می تواند باعث شروع حرکت حتی در غیاب

تغییر کشش سطحی ناشی از گرادیان دما می تواند عامل شروع حرکت حتی در غیاب نیروی شناوری باشد. این مفهوم در ابتدا توسط پیرسون (Pearson) نشان داده شده است. این جایجایی ناشی از نیروهای برشی در لایه سطحی که به علت گرادیان تنش سطحی تولید می شود، موسوم به جایجایی مارونگونی (Marangoni Convection) می باشد. جایجایی مارونگونی حرارتی پایدار به علت گرادیان دما در امتداد مرز

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیک: asadi@gut.ac.ir

اثرات گرانش شود. این اثر را می توان به علت تشابه با مارونگونی ناشی از گرادیان دما، مارونگونی سیالی نامید. برای اثبات فرضیه حاضر، مساله بنیادی حرکت یک حباب درون یک مایع ساکن در شرایط گرانش کم در نظر گرفته می شود. با استفاده از روش صید و ردیابی جبهه، مساله حرکت حباب به روش عددی شبه سازی می شود. در این شبه سازی، مسیر حرکت حباب و عامل حرکت حباب در راستای بررسی صحت فرضیه مارونگونی سیالی مورد تجزیه و تحلیل قرار می گیرد. شایان ذکر است که جابجایی مارونگونی نقش حیاتی در رشد کریستال تحت گرانش کم جهت استفاده در صنایع الکترونیک دارد. درک صحیح جابجایی مارونگونی و شرایطی که در آن جابجایی آغاز می شود برای سازندگانی که با حالت مایع (مذاب) مواد سرو کار دارند بسیار حایز اهمیت است. بیشتر پژوهشهای علمی و صنعتی در شرایط گرانش کم به طور مستقیم روی فرایندهای مواد متمرکز شده و این در حالی است که پژوهشهای بنیادی در این زمینه در سیالات و انتقال گرما انگشت شمار می باشد. در مسائل مطرح در سیالات و انتقال گرما شناخت مکانیزمها تولید و حرکت حباب (دینامیک حباب) به عنوان پایه مطالعات می باشد. در این راستا مساله حرکت حباب در سیال ساکن در شرایط گرانش کم به عنوان مساله بنیادی در مقاله حاضر انتخاب شده است.

۲- معادلات حاکم و روش عددی

در روش ترکیبی صید و ردیابی جبهه، یک دسته معادلات بقایی برای سراسر ناحیه محاسباتی نوشته شده و با فازهای مختلف مشابه یک سیال با خواص فیزیکی متفاوت برخورد می شود. با این تفاوت که جملات چشمه، برای در نظر گرفتن اثرات مرزی به دسته معادلات اضافه می شود [۳ و ۴]. سیال غیر قابل تراکم فرض می شود. معادلات ناور استوکس به روش متداول حجم محدود روی یک شبکه ثابت با سازمان حل می شود و مرز مشترک یا جبهه، به طور صریح به وسیله نقاط متصل نشان گذار، ردیابی می شوند. جملات چشمه مرزی از قبیل کشش سطحی روی جبهه محاسبه شده و به شبکه ثابت منتقل می شوند. انتقال خواص سیال از جمله چگالی، به وسیله پیروی از حرکت جبهه، صورت گرفته است. شبکه ثابت و متحرک استفاده شده در این روش، در شکل (۲) دیده می شود. در الگوریتم حل جریان چند فازی به روش ترکیبی صید و ردیابی جبهه، بایستی معادله ناور-استوکس تابع زمان را در شبکه ثابت حل کرد. در این راستا، الزامات زیر در محاسبات بایستی در نظر گرفته شود:

- چگونگی اعمال تغییرات چگالی و لزجت ناشی از جابجایی فاز
- چگونگی محاسبه کشش سطحی
- چگونگی تغییر میدان سرعت با زمان
- چگونگی جابجایی مرز بین دو سیال
- چگونگی حل میدان فشار

در الزامات فوق، چگونگی اعمال تغییرات چگالی و لزجت ناشی از جابجایی فاز و چگونگی محاسبه کشش سطحی، کلید تشخیص روشهای عددی از یکدیگر می باشد. در روش VOF از یک تابع نشان گذار، برای علامت گذاری مناطق اشغال شده توسط هر فاز استفاده می شود. در حالی که، در روش ترکیبی صید و ردیابی جبهه، مرز فازها، به طور صریح توسط نقاط نشان گذاری شده متصل به هم، که تشکیل یک جبهه را می دهند، ردیابی می شود. با دانستن موقعیت جبهه، می توان تغییرات چگالی یا خواص مادی دیگر را اعمال نموده، کشش سطحی را محاسبه نمود. بدین ترتیب با بکار بردن مفهوم جبهه در روش ترکیبی، می توان تغییرات چگالی و خواص مادی دیگر و کشش سطحی را محاسبه نمود. ولی، بایستی توجه داشت مفهوم جبهه، پیچیدگیهایی نیز به همراه دارد. از آن جمله:

- چگونگی نمایش جبهه
- چگونگی انتقال اطلاعات بین جبهه و شبکه ثابت
- چگونگی جابجایی جبهه نسبت به زمان
- چگونگی تضمین ابقا دقت جبهه با تغییر شکل جبهه

با تغییر شکل جبهه، نقاطی به آرایش جبهه اضافه می شود و یا از آن کم می شود. به عبارت دیگر، باز آرایش در جبهه با تغییر شکل جبهه

اثرات گرانش شود. این اثر را می توان به علت تشابه با مارونگونی ناشی از گرادیان دما، مارونگونی سیالی نامید. برای اثبات فرضیه حاضر، مساله بنیادی حرکت یک حباب درون یک مایع ساکن در شرایط گرانش کم در نظر گرفته می شود. با استفاده از روش صید و ردیابی جبهه، مساله حرکت حباب به روش عددی شبه سازی می شود. در این شبه سازی، مسیر حرکت حباب و عامل حرکت حباب در راستای بررسی صحت فرضیه مارونگونی سیالی مورد تجزیه و تحلیل قرار می گیرد. شایان ذکر است که جابجایی مارونگونی نقش حیاتی در رشد کریستال تحت گرانش کم جهت استفاده در صنایع الکترونیک دارد. درک صحیح جابجایی مارونگونی و شرایطی که در آن جابجایی آغاز می شود برای سازندگانی که با حالت مایع (مذاب) مواد سرو کار دارند بسیار حایز اهمیت است. بیشتر پژوهشهای علمی و صنعتی در شرایط گرانش کم به طور مستقیم روی فرایندهای مواد متمرکز شده و این در حالی است که پژوهشهای بنیادی در این زمینه در سیالات و انتقال گرما انگشت شمار می باشد. در مسائل مطرح در سیالات و انتقال گرما شناخت مکانیزمها تولید و حرکت حباب (دینامیک حباب) به عنوان پایه مطالعات می باشد. در این راستا مساله حرکت حباب در سیال ساکن در شرایط گرانش کم به عنوان مساله بنیادی در مقاله حاضر انتخاب شده است.

رفتار یک حباب درون یک استخری از مایع وابسته به خواص فیزیکی مایع اطراف (چگالی، ویسکوزیته سینماتیکی و کشش سطحی) می باشد. حرکت حباب در شرایط متداول ناشی از نیروی شناوری می باشد که وابسته به شتاب گرانش (g) و حجم حباب، با تعریف شعاع معادل حباب (r_{eq}) به صورت رابطه (۱)، پارامترهای بی بعد فیزیکی مهم حاکم بر رفتار حرکت حباب به صورت رابطه (۲)، می باشد:

$$r_{eq} = \left(\frac{3V}{4\pi} \right)^{1/3} \quad (1)$$

$$\text{Re} = \frac{2U_{\tau} r_{eq}}{\nu} \quad \text{Eo} = \frac{4\rho r_{eq}^2 g}{\sigma} \quad \text{Mo} = \frac{g\nu^4 \rho^3}{\sigma^3}$$

$$\text{Fr} = \frac{U_{\tau}^2}{2gr_{eq}} \quad \text{We} = \frac{2\rho U_{\tau}^2 r_{eq}}{\sigma} \quad (2)$$

پارامتر بی بعد مورتون (Mo)، تنها شامل خواص فیزیکی سیال می باشد. با توجه به این نکته سیالات را می توان در سه بخش، سیالات با عدد مورتون بالا ($Mo > 10^{-2}$)، سیالات با عدد مورتون پائین ($Mo < 10^{-6}$) و متوسط، طبقه بندی کرد. پارامتر بی بعد باند (Eo)، نمایانگر تاثیر حجم حباب در مسائل مطرح در دینامیک حباب می باشد. در رابطه (۲)، U_{τ} ، سرعت حدی (ترمینال) حباب تابعی از شعاع معادل حباب، شتاب گرانش، چگالی، لزجت سینماتیکی و کشش سطحی می باشد. در کاربردهای عملی رفتار حباب در سیالات با عدد مورتون پائین و عدد رینولدز بالا (بین ۲۰۰ تا ۹۰۰) حایز اهمیت است. در محدوده عدد رینولدز پائینتر حبابها دارای شکل تقریبی کروی می باشند و در حال حرکت به سمت بالا، در یک مسیر مستقیم حرکت می کنند و در محدوده عدد رینولدز بالاتر دارای شکل بیضوی پهن شده و

روی مرز متحرک (جبهه) می باشد. همچنین معادله بقای جرم به صورت زیر نوشته می شود:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho u = 0. \quad (6)$$

از آنجایی که سیالات، معمولاً غیر قابل تراکم می باشند. چگالی ثابت باقی می ماند.

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0. \quad (7)$$

بنابراین معادله بقای جرم (7)، به صورت زیر تبدیل می شود:

$$\nabla \cdot u = 0. \quad (8)$$

معمولاً لزجت در هر سیال ثابت فرض می شود و می توان معادله (9)، به صورت زیر نوشت [5]:

$$\frac{D\mu}{Dt} = 0. \quad (9)$$

معادله (5)، در مقاله حاضر با استفاده از روش صریح تصویر (Projection) روی شبکه ثابت حل شده است. شایان ذکر است که جمله چشمه شامل کشش سطحی با انتقال اطلاعات از نقاط روی مرز متحرک به شبکه ثابت با استفاده از تابع پسکین (Peskin) محاسبه می شود [6 و 7]. برای ردیابی مرز مشترک بین فازها، با در نظر گرفتن دیدگاه لاگرانژی از فرض یکسان بودن سرعت مرز متحرک با سرعت سیال استفاده می شود [8]. این فرض به صورت زیر قابل بیان است:

$$\frac{dx_j}{dt} \cdot n = V \cdot n \quad (10)$$

۳- ناحیه محاسباتی و شرایط مرزی

با توجه به کاربرد روش تک میدانی در مقاله حاضر، شرط در مرز مشترک بایستی روی کل میدان اعمال شود. شرط مرزی مورد نظر در مقاله حاضر، شرط مرزی دیوار صلب و شرط مرزی تناوبی (Periodic) می باشد. در شرط مرزی تناوبی، می توان مساله را به مساله واقعی حضور تعداد زیاد حباب نزدیک کرد. دامنه محاسباتی مورد بحث، یک ناحیه مستطیلی می باشد که یک حباب در ابتدا ساکن درون سیال ساکن قرار گرفته است. عمده تمرکز مقاله حاضر بر روی شرایط هیدرودینامیک حرکت حباب در شرایط گرانش کم (مارونگونی سیالی) می باشد. علاوه بر اعداد بی بعد ذکر شده در قبل، نسبت چگالی دو فاز و نسبت لزجت دو فاز بسیار حائز اهمیت است.

۴- گسسته سازی معادلات

در این مقاله حل عددی معادلات کامل ناویر-استوکس به وسیله یک روش استاندارد تفاضل محدود به نام روش تصویری صورت می گیرد. تمام مشتق گیرهای مکانی از مرتبه دو می باشد و تمام انتگرالگیرهای زمانی با استفاده از روش پیش بینی و تصحیح مرتبه دو انجام می شود. از آنجا که چگالی کمیته متغیر است، معادله فشار از سایر معادلات جدانشدنی است. این معادله از یک روش تکراری فوق تخفیفی حل می شود. روش تصویری، روشی صریح می باشد که

انجام می شود. در شکل ۳ نمونه ای از باز آرایش در جبهه دو بعدی آمده است. به وسیله باز آرایش می توان دقت مورد نظر را ایجاد کرد. نکته حائز اهمیت، در روش ترکیبی صید و ردیابی در انتقال اطلاعات از جبهه به شبکه ثابت این است که، در حین انتقال کمیت از جبهه به شبکه ثابت، بقای کمیت حفظ شود. با وجود چنین پیچیدگیهایی، روش ترکیبی صید و ردیابی جبهه با اعمال مدل تک میدانی، روش کارا در انطباق با نتایج تحلیلی و تجربی نشان داده است.

درک صحیح معادلات پیوستگی و مومنتوم با در نظر گرفتن روش کارای تک میدانی، کلید اعمال صحیح شرایط در مرز مشترک دو فاز می باشد. در مدل تک میدانی، یک دسته معادلات برای هر دو فاز مایع و بخار استفاده می شود و شرایط مرزی به صورت جمله چشمه به معادلات افزوده می شود. به عبارت دیگر، نمایش جریان همزمان سیالات مخلوط نشدنی متفاوت، با یک دسته قوانین بقایی نیازمند مشخص کردن خواص مرزی از قبیل کشش سطحی به وسیله اضافه کردن جملات مرزی مناسب به معادلات حاکم می باشد. از آنجایی که این جملات، در مرز بین سیالات متفاوت متمرکز شده اند. آنها با استفاده از توابع δ ، نمایش داده می شوند و موقعی که معادلات گسسته سازی می شوند. توابع δ بایستی به روشهای مناسب تقریب زده شوند. از آنجایی که خواص مواد و میدان جریان، عموماً در امتداد مرز مشترک دارای ناپیوستگی می باشد. تعریف تابع پله ای (Heaviside) که در یک فاز مقدار یک و در فاز دیگر مقدار صفر، دارا می باشد برای نمایش خواص دو فاز متفاوت حائز اهمیت است. در این راستا، مرز مشترک به وسیله گرادینان تابع δ ، مشخص می شود و به صورت معادله (3)، بیان می شود:

$$H(x, y, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - x') \delta(y - y') da' \quad (3)$$

چگالی (یا خواص دیگر) مواد می تواند بر حسب چگالیهای ثابت روی هر طرف مرز مشترک و تابع پله ای به صورت معادله (4)، نوشته می شود.

$$\rho(x, y, t) = \rho_l H(x, y, t) + \rho_o (1 - H(x, y, t)) \quad (4)$$

معادلات حرکت سیال توسط معادلات ناویر استوکس مشخص می شوند. هنگامی که لزجت متغیر می باشد، تنسور نرخ کلی تغییر شکل نیز در معادلات ناویر استوکس ظاهر می شود. شکل بقایی (Conservative Form) معادله کلی ناویر استوکس به صورت (5)، است:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \nabla \cdot \rho u u = -\nabla P + \rho f + \mu \nabla^2 u + \int \sigma k \bar{n} \delta''(x - x') ds' \quad (5)$$

اگر چه چگالی و لزجت، توابع با تغییرات ناپیوسته می باشند معادله فوق برای سراسر میدان جریان برقرار است. در این معادله u میدان سرعت، P فشار و f نیروی جسمی می باشد. نیروهای سطحی در مرز مشترک با یکدیگر جمع می شوند. δ^β ، تابع δ دو یا سه بعدی می باشد. بعد مربوط به δ ، به وسیله β برابر ۲ یا ۳ مشخص می شود. K انحنای مرز می باشد. n بردار نرمال واحد بر مرز می باشد. x' نقطه ای است که معادله روی شبکه ثابت حل می شود و x' نقطه ای

سپس، معادله (۱۸) را برای فشار و در پایان معادله (۱۹) را برای یافتن V^{n+1} حل کرد.

$$V^{n+1} = V^* - \Delta t \frac{\nabla P^{n+1}}{\rho^{n+1}} \quad (۱۹)$$

۵- مطالعه حساسیت برنامه رایانه ای به شبکه

محاسباتی

در انجام یک تحلیل عددی باید مطمئن شد که شبکه مورد استفاده به اندازه کافی ریز است تا بتواند تمام مشخصات مورد نیاز را به طور واضح و کامل نشان دهد. از طرف دیگر، لازم است این ریز کردن فقط تا میزانی که لازم است صورت گیرد. در غیر این صورت، زمان و حجم محاسبه افزایش می یابد بدون آنکه فایده ای در بر داشته باشد.

برای حباب تحت شرایط گرانش کم، عدم وابستگی حل به شبکه مورد بررسی قرار گرفته است. بدین ترتیب که مساله برای شبکه های 98×66 ، 146×98 و 194×130 حل شده است. نتایج در شکل ۴ خلاصه شده است. در شکل دیده می شود که برای شبکه درشت 98×66 ، شکل حباب دچار اعوجاج شده است و این در حالی است که برای شبکه های ریزتر شکل مرز دو سیال تقریباً یکسان می باشد. بنابراین شبکه 146×98 برای لحاظ کردن زمان محاسباتی منطقی برای حل عددی انتخاب شده است.

۶- نتایج

با استفاده از روش تک میدانی در به کار بردن یک دسته معادلات در کل ناحیه محاسباتی و استفاده از روش ترکیبی صید و ردیابی جبهه در مرز مشترک دو فاز، برنامه رایانه برای حل جریان در اطراف یک حباب در استخری از مایع لزج به ویژه در حالت حرکت حباب درون کانال قائم با دیواره های قائم صلب و دیواره های افقی با شرط تناوبی نوشته شده است. موارد مورد مطالعه در مقاله حاضر در جدول شماره (۲) آمده است. موارد طوری انتخاب شده است که در راستای حرکت حباب در شرایط گرانش کم باشد. در مورد (۱)، حرکت حباب در شرایط گرانش صفر می باشد. بنابراین، عدد بی بعد باند صفر می باشد و بر اساس شکل و جدول خلاصه تجربیات در زمینه حرکت حباب چنین به نظر می رسد که حباب با توجه به محدوده عدد رینولدز می تواند دارای شکل دایروی و شکل بیضوی باشد و در حرکت به سمت بالا، از مسیر مستقیم- الخط تبعیت می کند. نتیجه شبیه سازی در شکل ۵ نمایانگر انتقال شکلی حباب از حالت دایروی در زمان صفر به حالت بیضوی در زمانهای دیگر می باشد. همچنین حباب از یک مسیر مستقیم الخط تبعیت می کند. در مورد (۱)، گرانش صفر می باشد. بنابراین، نیروی شناوری صفر بوده و عامل حرکت نمی تواند نیروی شناوری باشد. با دقت در شکل تک میدانی معادله ناویر استوکس عامل حرکت جمله چشمه زیر می باشد:

$$lift = \int \sigma k' n' \delta'' (x - x') ds' \quad (۲۰)$$

عوامل موثر در این جمله چشمه، کشش سطحی روی مرز مشترک و انحنای مرز می باشد. بنابراین، می توان نتیجه گرفت که تغییر انحنای

عموماً برای حل مسائل جریانهای غیرقابل تراکم بکار می رود. این روش در اصل از مرتبه یک می باشد اما قابلیت تعمیم به مراتب بالاتر را نیز دارا می باشد. معادلات ناویر-استوکس مورد بحث را می توان به صورت معادله (۱۱) بازنویسی کرد:

$$\frac{\partial(\rho V)}{\partial t} = -\nabla P + E(V) \quad (۱۱)$$

که در آن $E(V)$ بدین صورت تعریف می شود:

$$E(V) = -(\nabla \cdot \rho V)V + \rho g + \nabla \cdot (\mu \nabla V) + \sigma kn \delta(x - x^f)$$

باید توجه داشت در معادله (۱۲) مستقیماً از لزجت مشتق گیری نمی شود ولی تغییرات تنشهای لزج که منجر به گرادیان لزجت می شود، در صورت بسط جملات محاسبه می شود. جملات لزج را می توان به شکل دیگری نیز مورد بررسی قرار داد. زیرا فرمول بندی استفاده شده، همان فرمول بندی روش حجم محدود است که در آنجا نیز تنشهای لزج روی یک طرف مرز از مقادیر تنشهای لزج طرف دیگر کسر می شود. با گسسته سازی معادله فوق تبدیل به معادله (۱۳) می گردد.

$$\frac{\rho^{n+1} V^{n+1} - \rho^n V^n}{\Delta t} = -\nabla P + E(V) \quad (۱۳)$$

در روش تصویری مورد استفاده، معادله فوق به دو معادله زیر تبدیل می شود:

$$\frac{\rho^{n+1} V^* - \rho^n V^n}{\Delta t} = E(V) \quad (۱۴)$$

(۱۵)

$$\frac{\rho^{n+1} V^{n+1} - \rho^n V^*}{\Delta t} = -\nabla P$$

که در آن V^* سرعت تصویری نام دارد. شرط تراکم ناپذیری را نیز می توان مطابق معادله (۸) نوشت.

$$\nabla \cdot V^{n+1} = 0. \quad (۱۶)$$

اکنون با تقسیم معادله (۱۳) بر ρ^{n+1} و گرفتن دیورژانس از آن، معادله پواسن برای فشار به صورت معادله (۱۷) تبدیل می شود.

$$\frac{\nabla \cdot V^{n+1} - \nabla \cdot V^*}{\Delta t} = -\nabla \left(\frac{\nabla P^{n+1}}{\rho^{n+1}} \right)$$

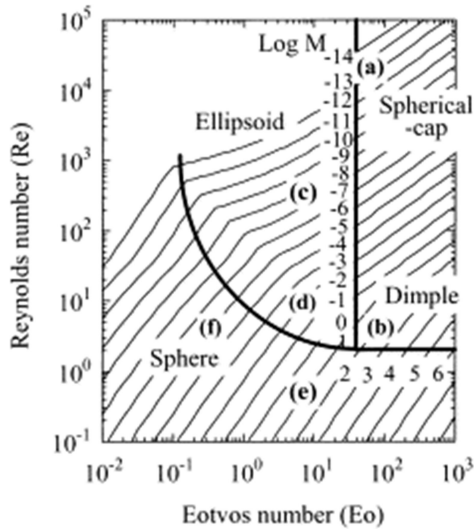
از معادله تراکم ناپذیری (۱۶) می توان دریافت که جمله نخست در معادله (۱۷) برابر صفر می شود. پس معادله (۱۷) به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$\nabla \left(\frac{\nabla P^{n+1}}{\rho^{n+1}} \right) = \frac{\nabla \cdot V^*}{\Delta t} \quad (۱۸)$$

معادله (۱۸) معادله پواسن برای فشار است. بنابراین، می توان ابتدا

معادله (۱۴) را برای یافتن V^* حل کرده (با فرض اینکه ρ^{n+1} از پیش با استفاده از روش ردیابی مرز متحرک بدست آمده است).

در شکل ۹، نتایج مورد (۱) به ازای زمانهای بیشتری آمده است. نکته حائز اهمیت در این شکل این است که حباب در زمان ثانیه دوم، حرکت رو به پایین داشته است. علت این امر را می توان در تغییر علامت نیروی لیفت ناشی از تغییر انحنا (مارونگونی سیالی) دانست. به عبارت دیگر در این حالت، حباب دارای لیفت منفی بوده و در نتیجه حباب به سمت پایین حرکت می کند.



شکل ۱- تاثیر پارامترهای بی بعد روی شکل حباب [۲].

تغییر کشش سطحی می تواند باعث شروع حرکت، حتی در غیاب اثرات گرانش شود. در مقاله حاضر، به علت یکسان بودن دمای دو فاز کشش سطحی ثابت می باشد. بنابراین، تنها عامل حرکت می تواند تغییر انحنای پروفیل حباب باشد. در شکل ۵ این امر به خوبی دیده می شود. در شکل ۶، نتیجه شبیه سازی مساله برای مورد (۲) جدول (۲)، نشان داده شده است. در این حالت به علت وجود گرانش، نیروی شناوری و نیروی مارونگونی سیالی ناشی از تغییر انحنا باعث حرکت حباب می شود. نیروی برآ ناشی از این دو نیرو به صورت زیر بیان می شود:

$$lift = \rho f + \int \sigma k' n' \delta^n (x - x') ds' \quad (21)$$

بنابراین، در مورد (۲) میزان حرکت حباب بیشتر از حرکت حالت گرانش صفر مورد (۱) است. این امر به وضوح در شکل ۶ دیده می شود. در مورد (۳)، شرایط گرانش صفر با کشش سطحی بیشتر نسبت به مورد (۱)، انتخاب شده است. همانگونه که در شکل ۷ دیده می شود حباب در زمانهای مختلف دارای حرکت به سمت بالای بیشتری نسبت به شکل ۵ است. در این شکل نیز عامل حرکت در غیاب اثرات گرانش یا به عبارتی نیروی شناوری، همانگونه که در فرضیه مقاله آمده است، مارونگونی سیالی ناشی از تغییر انحنای حباب می باشد. در شکل ۸، نتایج شبیه سازی برای مورد (۴) جدول ۲، که کشش سطحی و گرانش هر دو صفر می باشد، آمده است. با توجه به رابطه (۱۲) نیروی لیفت صفر بوده و حباب با گذشت زمان ناپیوستگی دارای حرکت باشد. صحت این امر را در شکل ۸ می توان دید که مکان و شکل اولیه حباب با گذر زمان (صفر، نیم و یک ثانیه) ثابت می باشد. همچنین در این شکل مورد (۱)، (۳) و (۴) در زمان یک ثانیه با یکدیگر مقایسه شده است. که با توجه به عدم حضور گرانش، کشش سطحی بیشتر به منزله افزایش نیروی لیفت به سمت بالا می باشد و همانگونه که در شکل ۸ دیده می شود به ازای کشش سطحی بیشتر، حباب دارای حرکت بیشتری به سمت بالا می باشد.

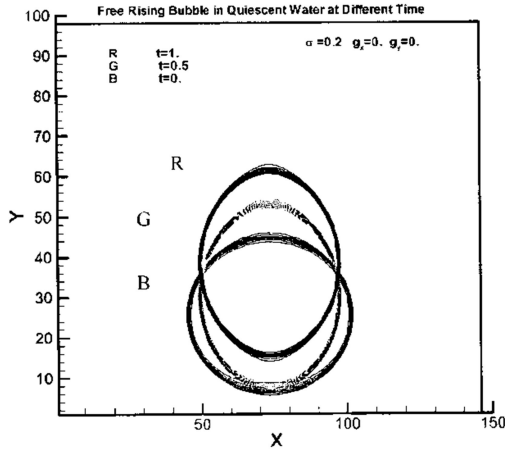
جدول ۱ - خلاصه نتایج تجربی در مورد شکل حباب در شرایط گرانش زمین [۱].

	شکلهای مشاهده شده و شروع ناپایداری شکلی		
	کروی	بیضوی	ناپایدار
Aybers & Tapucu (1969)	$r_{eq} < 0.42 \text{ nm}$	$r_{eq} < 1.00 \text{ nm}$	$r_{eq} > 1.00 \text{ nm}$ $We > 3.7$
Haberman & morton (1954)	$Re < 400$	$400 < Re < 5000$	
Miksis et al. (1981)			$We > 3.23$
Ryskin & leal (1984)		مایعات ناخالص	$Re > 200$
		مایعات خالص	$We > 3 - 4$
Duineveld (1994, 1995)			$We > 4.2$ $r_{eq} > 1.34 \text{ nm}$
Benjamin (1987)			$We > 3.271$

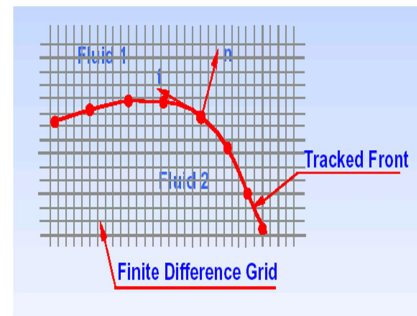
جدول ۲ - شرایط در نظر گرفته شده در شبیه سازی عددی مقاله

حاضر

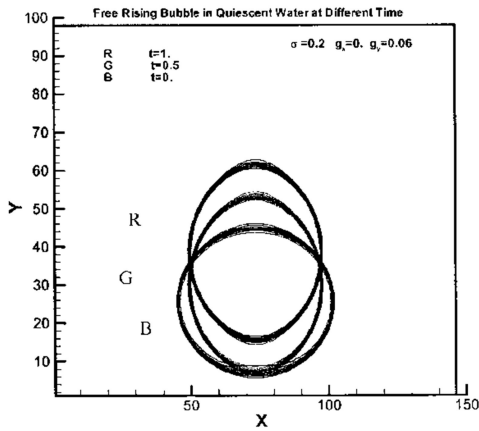
شرایط	گرانش در جهت قائم	کشش سطحی	نسبت ویسکوزیته	نسبت چگالی	شرط مرزی دیوارهای افقی	شرط مرزی دیوارهای عمودی	عدد باند Eo	عدد رینولدز Re
1	0	0.2	1	0.5	دیوار صلب	پریودیک	0	800
2	0.06	0.2	1	0.5	دیوار صلب	پریودیک	0.048	800
3	0	0.5	1	0.5	دیوار صلب	پریودیک	0	2000
4	0	0	1	0.5	دیوار صلب	پریودیک	0	800



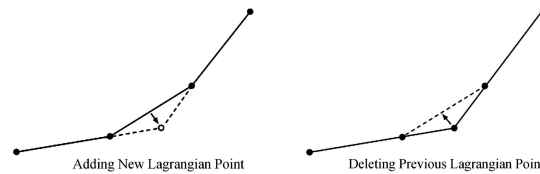
شکل ۵- شبیه سازی حرکت حباب در مورد (۱) جدول (۲) در زمانهای مختلف



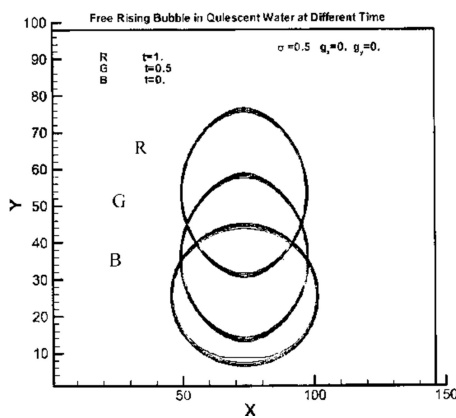
شکل ۲- شبکه ثابت و متحرک در روش ترکیبی صید و ردیابی جبهه [۴۰۳].



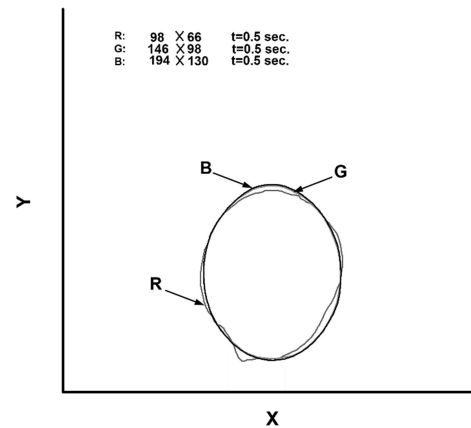
شکل ۶- شبیه سازی حرکت حباب در مورد (۲) جدول (۲) در زمانهای مختلف



شکل ۳- باز آرایش شبکه متحرک [۴۰۳]

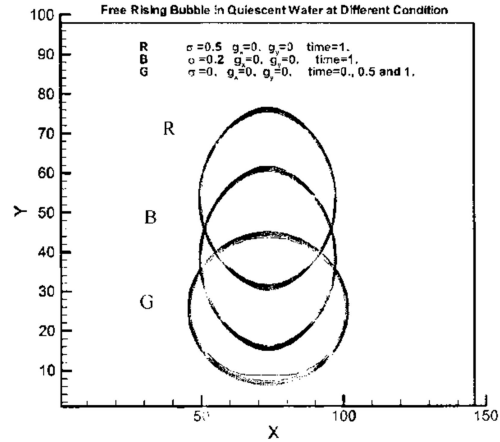
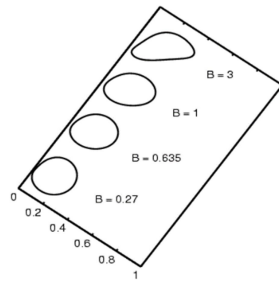
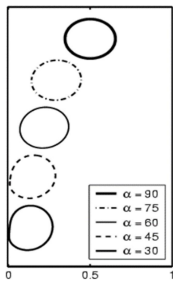


شکل ۷- شبیه سازی حرکت حباب در مورد (۳) جدول (۲) در زمانهای مختلف



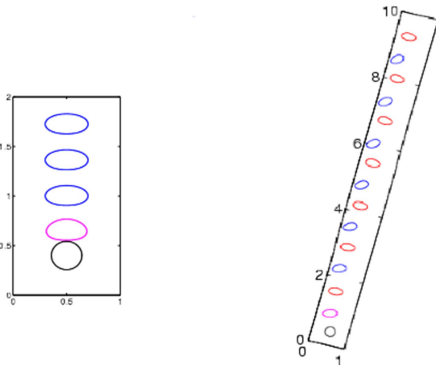
شکل ۴- مطالعه عدم وابستگی حل به شبکه

پاره ای از نتایج حاصل شده در شکلهای تحت شرایط اعداد بی بعد مختلف زیر آمده است:

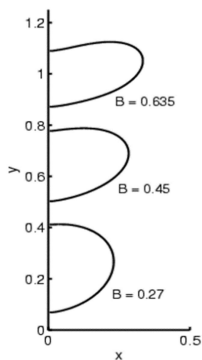


شکل ۸- شبیه سازی حرکت حباب در مورد (۴) جدول (۲) در زمانهای مختلف و مقایسه مقدار مارونگونی سیالی در زمانهای مختلف

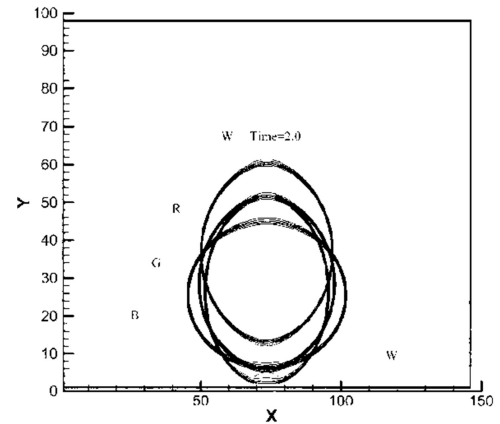
شکل ۱۱- اثر زاویه در عدد باند ثابت روی فاصله حباب از دیوار (سمت راست) و اثر باند در زاویه ثابت (سمت چپ)



شکل ۱۲- اثر زاویه در عدد باند و رینولدز ثابت روی خیزش حباب

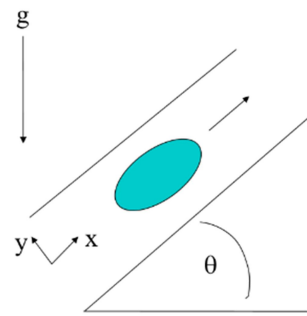


شکل ۱۳- اثر زاویه در عدد باند و رینولدز ثابت روی خیزش حباب و جدایش از دیوار

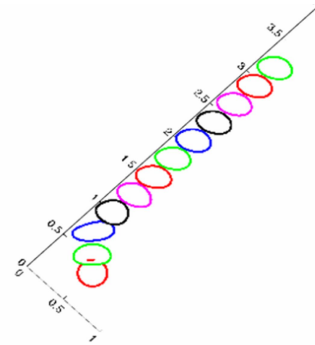


شکل ۹- شبیه سازی حرکت حباب در مورد (۵) جدول (۲) در زمانهای مختلف و نمایش لیفت منفی

هندسره مورد بحث در مورد دینامیک حباب در روی صفحه مورب به طور خلاصه به صورت زیر می باشد:



شکل ۱۰- هندسه مساله مورد بررسی



شکل ۱۴- اثر عدد باند در عدد رینولدز ثابت روی شکل پایا حباب

کلی و بدون محدود شدن به حالت خاص، تشریح نمود. در تحقیق حاضر عدد باند و رینولدز و زاویه صفحه مورب در بررسی پدیده های مختلف حایز اهمیت است.

۲- از روش حل تک میدانی در حل معادلات ناویر استوکس به کمک روش ردیابی مرز حباب و تکنیک چند شبکه ای برای حل معادله فشار جهت شبیه سازی کمک گرفته شده است.

۳- نتایج شبیه سازی نشان می دهد که فاصله از دیوار در زاویه ثابت ۴۵ درجه با کاهش عدد باند کاهش می یابد و همچنین با افزایش زاویه و با ثابت نگه داشتن عدد باند میزان تغییر شکل حباب افزایش می یابد.

۴- در رینولدز ۱۰۰۰ و باند یک حالت زاویه ۹۰ حالت خیز در روی خط مستقیم و حالت زاویه ۷۵ درجه حرکت خیز نوسانی را پیش بینی می نماید که با نتایج تساو همخوانی رفتاری را نشان می دهد.

۵- در زاویه ۴۵ درجه صفحه مورب همانند نتایج تساو حباب حالت لغزشی روی دیوار را نشان می دهد.

۶- در گرانش کم مکانیزم غالب مارونگونی است

۸- سپاسگزاری

از حمایت مالی معاونت پژوهشی دانشکده فنی و مهندسی گلپایگان در انجام این تحقیق تشکر و قدردانی می گردد.

۹- مراجع

- [1] Vries A. W., Path and Wake of a Rising Bubble, PhD These, Twent University, 2001.
- [2] Wedlock D. J., Controlled Particle, Droplet and Bubble Formation (Colloid and Surface Engineering), 1994.
- [3] Tryggvason G., Scardovelli R., and Zaleski S., Direct Numerical Simulations of Gas-Liquid Multiphase Flows, Cambridge University Press, Cambridge, England, 2011.
- [4] Esmaeeli A., Tryggvason G., Direct Numerical Simulation of Bubbly Flows, J. Of Fluid Mech. Flows. Vol.377, pp. 313-345, 2001.
- [5] Shin S., Juric D., Simulation of droplet impact on a solid surface using the level contour reconstruction method, Journal of Mechanical Science and Technology Vol23 pp. 2434-2443, 2009.
- [6] Peskin C. S., J. of Comput. Phys., Phys, Vol 25, p220, 1977.
- [7] Muradoglu M., Tryggvason G., Simulations of Soluble Sufactants in 3D multiphase flow, J. of Comput. Phys., Vol. 274, pp. 737-757, 2014.
- [8] Juric D., Tryggvason G., Computations of Boiling Flows, Int. J. Of Multiphase Flow, Vol. 24, NO.3, pp. 387-410, 1998.
- [9] Jauhari, R., Gray, M.R., Masliyah, J.H. "Gas-Solid Mass Transfer in a Rotary Drum", Canadian Journal of Chemical Engineering, Vol. 72, pp. 840-847, 1994.
- [10] Tsao H.-K. and Koch D., Observations of High Reynolds Number Bubbles Interacting with a Rigid Wall, J. Phys. of Fluids, Vol. 9, No. 1, pp. 44-56, 1997.

نتایج تجربی ماسلیه^۱ شان می دهد که تغییر شکل حباب با افزایش زاویه صفحه مورب بیشتر خواهد بود و این در حالی است که با افزایش زاویه صفحه سرعت خیزش و فاصله حباب از دیواره کاهش می یابد [۸].

نتایج شبیه سازی در شکل (۱۰) نشان می دهد که فاصله از دیوار در زاویه ثابت ۴۵ درجه با کاهش عدد باند کاهش می یابد و همچنین با افزایش زاویه و با ثابت نگه داشتن عدد باند میزان تغییر شکل حباب افزایش می یابد. شایان ذکر است که نتایج در عدد رینولدز ۱۰۰۰ حاصل شده است. نتایج تجربی تساو^۲ نشان می دهد که زاویه صفحه نسبت به افق بیشتر از ۵۵ درجه باشد حباب در کانال شناوری می یابد و در زاویه بزرگتر به طور متناوب نوسان خواهند داشت و در زاویه کوچکتر حباب روی صفحه می لغزد و از صفحه جدا خواهد شد [۹]. شکل (۱۲) در رینولدز ۱۰۰۰ و باند یک برای حالت زاویه ۹۰ حالت خیز در روی خط مستقیم و حالت زاویه ۷۵ درجه حرکت خیز نوسانی را پیش بینی می نماید که با نتایج تساو همخوانی رفتاری را نشان می دهد. در شکل (۱۳) که مربوط به زاویه ۴۵ درجه می باشد همانند نتایج تساو حباب حالت لغزشی روی دیوار را نشان می دهد. همانگونه که در قسمت مقدمه اشاره شد با افزایش عدد باند حباب تغییر شکل بیشتری از خود نشان می دهد این امر در شکل (۱۴) در رینولدز ۴۰۰۰ برای زاویه ۹۰ درجه مشاهده شده است.

۷- نتیجه گیری

با توجه به بررسی عددی و شبیه سازی انجام شده در شرایط اعداد بی بعد مختلف می توان به نکات زیر اشاره کرد:

- ۱- با اعداد بی بعد، درک محقق را در باره پدیده های جریان سیال عمیقتر می سازد. اعداد بی بعد توانایی تعمیم نتایج عددی یا تجربی را دارا می باشد. این تعمیم چندین نتیجه در بر دارد، از جمله این که، می توان پدیده ها را به طور

¹ Masliyah

² Tsao