

بررسی عددی ناپایای عبور جریان لایه‌ای از روی یک استوانه‌ی مثلثی چرخان در جریان آزاد

رضا زاغیان*

دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران

وحید نصر اصفهانی

دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

محسن ثقفیان

دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران

چکیده

نوسان و یا چرخش استوانه باعث ایجاد تغییراتی در جریان و شکل گردابه‌های اطراف آن نسبت به حالت ساکن می‌شود. در این پژوهش به بررسی عددی عبور جریان آزاد در حالت لایه‌ای از روی یک استوانه‌ی چرخان با سطح مقطع مثلثی پرداخته شده است. شبیه‌سازی عددی با اعمال شبکه‌بندی دینامیک در اطراف استوانه و برای اعداد رینولدز ۵۰، ۱۰۰، ۱۵۰ و ۲۰۰ در چهار نرخ چرخش بی‌بعد ۰، ۱، ۲ و ۳ انجام شده، و الگوی تشکیل گردابه‌ها در اطراف استوانه‌ی مثلثی چرخان بررسی شده است. بررسی ضرایب متوسط برآ، پسا و گشتاور استوانه چرخان مثلثی نشان می‌دهد که مشابه با استوانه‌ی چرخان دایره‌ای با افزایش نرخ چرخش و عدد رینولدز مقادیر ضرایب برآ و پسا کاهش، اما ضریب گشتاور افزایش می‌یابد، که وابستگی مقادیر این ضرایب به نرخ چرخش، بسیار بیشتر از عدد رینولدز بوده، به طوری که تأثیر افزایش آهنگ چرخش از ۱ به ۳ بر این ضرایب حداقل ۴۰ درصد بیشتر از تأثیر سه برابر کردن عدد رینولدز است. **واژه‌های کلیدی:** استوانه چرخان، استوانه مثلثی، جریان لایه‌ای، حل عددی، جریان آزاد.

Numerical Investigation of Two-Dimensional Unsteady Laminar Flow over Rotating Triangular Cylinder in Free Stream

R. Zaghian

Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran

V. Nasr Esfahani

Department of Aerospace Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran

M. Saghafian

Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran

Abstract

Oscillation or rotation rates change flow behavior and wake patterns over and around cylinders. In this study, laminar fluid flow over a rotational cylinder with triangular cross section is studied numerically. Because of rotating geometry, dynamic mesh is used for the numerical solution and simulations are done for 50,100,150,200 Reynolds numbers and 1, 2 and 3 rotation rates and effects of rotation rate and Reynolds numbers on wake and flow patterns are investigated. Investigating average Lift, drag and moment coefficients express that increasing in Reynolds number and rotation rate lead to lower lift and drag coefficients, while moment coefficient has a gradual growth similar to the circular cylinder case. However, the dependency on the Reynolds number is higher in a way that by increasing the rotation rate from 1 to 3 the change in the coefficients is at least 40 percent more than changes of coefficients due to tripling the Reynolds number.

Keywords: Rotating cylinder, Triangular cylinder, Laminar flow, Numerical solution, Free stream.

۱- مقدمه

پژوهش‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرد. شاید به‌عنوان ساده‌ترین و عینی‌ترین کاربرد بتوان به تابلوهای تبلیغاتی چرخان در شهر که به‌صورت استوانه‌های مثلثی و مستطیلی تحت تأثیر جریان آزاد قرار دارند اشاره کرد. در پژوهش‌های انجام شده در این زمینه غالباً یا به بررسی جریان عبوری از روی استوانه و یا نحوه‌ی انتقال گرما در اطراف استوانه‌ها پرداخته شده است.

بیشتر کارهای انجام شده در این زمینه بر روی استوانه‌ی با سطح مقطع دایره انجام شده است. از جمله آن‌ها می‌توان به کارهای انجام شده بر روی استوانه‌های نوسانی اشاره کرد. برای نمونه نوبری و همکاران بر روی اثرات نوسانات چرخشی و عرضی استوانه بر الگوی جریان و فرکانس گردابه‌ها در اعداد رینولدز پایین پرداختند [۱،۲]. بدر و همکاران به بررسی عددی ناپایای عبور جریان از روی استوانه‌ی در حال چرخش در سه رینولدز ۵۰، ۱۰۰ و ۲۰۰ پرداختند. آن‌ها عمده تمرکز خود را بر روی الگوی جریان پشت استوانه در لحظات ابتدایی شروع به چرخش قرار دادند [۳]. اینگهام و همکاران نیز به بررسی اثر چرخش استوانه‌ی دوار

از گذشته‌های دور بررسی عبور جریان از روی استوانه‌ها همواره از موضوعات مورد علاقه در مکانیک سیالات بوده است. اطلاع از نحوه‌ی تشکیل گردابه‌ها، ضرایب پسا^۱ و برآ^۲ و تأثیر شکل سطح مقطع استوانه در پارامترهای هدف مورد نظر، از مهم‌ترین اهداف بررسی جریان عبوری از استوانه‌ها است.

این استوانه‌ها در زمینه‌های مختلف مهندسی نظیر مهندسی عمران و سازه‌های ساحلی، طراحی مبادله‌کن‌های گرمایی، میله‌های سوخت راکتورهای هسته‌ای و بسیاری از صنایع دیگر کاربرد دارند. بدیهی است که این استوانه‌ها همواره در صنایع به‌صورت ثابت استفاده نمی‌شوند و ممکن است بنا به‌ضرورت طراحی به‌صورت متحرک استفاده شوند. حرکت نوسانی و چرخشی برای استوانه‌ها دو نوع حرکت معمول است که به دلیل کاربرد زیاد در صنایع بیش از سایر حرکت‌ها در

^۱ Drag coefficient

^۲ Lift coefficient

بررسی انتقال گرمای اجباری بر روی استوانه‌ای مثلثی بدون حرکت در پژوهش‌های انجام‌شده توسط سیرکانت، فرهادی و پرهاشنا نیز انجام‌شده است [۱۶، ۱۷، ۱۸]. فروکویی و همکاران نیز استوانه‌ای مثلثی را در دو وضعیت مقابل جریان قرار دادند. حالت اول زمانی که زاویه رأس مثلث در مقابل جریان قرار گیرد و حالت دوم در زمانی است که قاعده‌ی مثلث در مقابل جریان قرار گیرد. آن‌ها روند تشکیل گردابه‌ها را در هر دو حالت را در بازه‌ی عدد رینولدز ۳۰ تا ۱۵۰ هم به‌صورت پایا و هم ناپایا موردبررسی قرار دادند [۱۹]. همان‌طور که پیش‌ازاین توضیح داده شد، در تمامی کارهای انجام‌شده استوانه‌ای مثلثی به‌صورت ثابت در نظر گرفته‌شده است. سیرگرام به بررسی جریان اطراف یک استوانه‌ای مثلثی نوسانی هم به‌صورت عددی و هم تجربی پرداخت. او آزمایش تجربی خود را برای رینولدز ۷۵۰۰ انجام داد و با آزمایش سرعت‌سنجی تصویری - ذرات^۲ به آشکارسازی جریان پرداخت. او آشکارسازی خود را با شبیه‌سازی عددی مقایسه کرد ولی تنها تمرکز خود را بر روی شکل جریان ایجادشده گذاشت و به ضرایب پسا، برآ و سایر پارامترها توجهی نداشت [۲۰].

در این پژوهش به بررسی جریان لایه‌ای عبوری از روی یک استوانه-ی چرخان با سطح مقطع مثلث متساوی اضلاع پرداخته‌شده است. شبیه‌سازی عددی برای چهار عدد رینولدز ۵۰، ۱۰۰، ۱۵۰، ۲۰۰ و همچنین در هر حالت برای چهار نرخ چرخش ۰، ۱، ۲، ۳ انجام‌شده است. نرخ چرخش (α) و عدد رینولدز (Re) برای استوانه‌ی مثلثی به‌صورت روابط (۱) و (۲) تعریف‌شده‌اند.

$$\alpha = \frac{b\omega}{U_{\infty}} \quad (1)$$

که در رابطه‌ی (۱) b طول ضلع مثلث متساوی اضلاع، ω سرعت زاویه‌ای و U_{∞} سرعت جریان آزاد، پارامترهای تعیین‌کننده‌ی نرخ چرخش هستند.

$$Re = \frac{\rho U_{\infty} b}{\mu} \quad (2)$$

در رابطه‌ی (۲)، ρ چگالی و μ معرف لزجت سیال است که برای مقادیر آن‌ها خواص هوای $25^{\circ}C$ در نظر گرفته‌شده است.

۲- بیان مسئله

همان‌طور که توضیح داده شد هدف بررسی عددی دوبعدی جریان عبوری از روی یک استوانه با سطح مقطع مثلثی است. مطابق شکل ۱ استوانه‌ی مثلثی در یک جریان آزاد با سرعت یکنواخت U_{∞} و دمای ثابت T_{∞} قرار گرفته است. مرز سمت چپ برای ورود جریان و مرز سمت راست خروجی در نظر گرفته‌شده است. جهت حرکت استوانه در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت در نظر گرفته‌شده است. همچنین شرایط مرزی دیواره‌های بالا و پایین برای اعمال وضعیت جریان آزاد مطابق شکل ۱ لغزش آزاد در نظر گرفته‌شده‌اند. در جدول ۱ می‌توان شرایط ثابت در نظر گرفته‌شده برای حل عددی که شامل ابعاد هندسی مشخص‌شده در شکل ۱ و خواص در نظر گرفته‌شده برای سیال است را، مشاهده کرد. از آنجایی که حل موردنظر ناپایا بوده و تابع زمان است،

بر پدیده‌ی ریزش گردابه‌ها پرداختند. آن‌ها بررسی خود را برای رینولدزهای کمتر از ۴۷ و نرخ چرخش‌های کمتر از ۳ انجام دادند. پژوهش آن‌ها نشان داد که چرخش استوانه از پدیده‌ی ریزش گردابه‌ها جلوگیری می‌کند و جدایش جریان در لایه‌مرزی را به تعویق می‌اندازد [۴]. آن‌ها همین مسئله را برای رینولدزهای بالاتر ۵۰ و ۱۰۰ در بازه‌ی نرخ چرخش بین صفر و یک موردبررسی قرار دادند [۵]. مشابه همین پژوهش برای بازه‌ی اعداد رینولدز بین ۴۷ تا ۲۰۰ و در یک نرخ چرخش ثابت توسط کانگ و همکاران انجام‌شده است [۶]. همچنین شارما و همکاران با مطرح کردن چرخش استوانه به‌عنوان کاهش‌دهنده‌ی پسا و میزان انتقال گرما به بررسی الگوی جریان و نحوه‌ی انتقال گرما در شرایط اجباری و در رینولدزهای بین ۲۰ تا ۱۶۰ و نرخ چرخش‌های بین ۰ تا ۶ پرداختند [۷]. شمدل و همکاران نیز به‌صورت تجربی با روش‌های PIV و HWA بر روی خنثی کردن پدیده‌ی ریزش گردابه‌ها در استوانه‌ی در حال چرخش پرداختند. آن‌ها مطالعات خود را در رینولدز ثابت ۹۰۰۰ و نرخ چرخش‌های بین ۰ تا ۲/۷ انجام دادند. آن‌ها نشان دادند با افزایش نرخ چرخش سرعت جابه‌جایی گردابه‌ها افزایش می‌یابد [۸]. به‌علاوه جریان لایه‌ای، شبیه‌سازی جریان در اطراف استوانه‌ی دوار در رینولدزهای بالا (جریان مغشوش) نیز انجام‌شده است که پژوهش انجام‌شده بر روی نیروی برآ و پسا در این شرایط توسط دسای از بهترین آن‌ها می‌باشد [۹]. علاوه بر جریان نیوتونی تأثیر عبور جریان غیر نیوتونی لایه‌ای از روی استوانه‌ی دوار هم توسط سجودی و همکاران مورد مطالعه قرار گرفته است. آن‌ها نشان دادند که با افزایش عدد رینولدز ضریب پسا و نرخ انتقال گرما افزایش می‌یابد [۱۰]. اما به‌مرورزمان به دلیل کاربردهای متنوع کار بر روی استوانه‌های با سطح مقطع غیر دایره‌ای گسترش یافت. برای مثال سطح مقطع مربع از پرکاربردترین‌ها آن‌ها است که به‌صورت دوبعدی در پژوهش‌های انجام‌شده توسط اوکجاما و شارما موردبررسی قرار گرفته‌اند [۱۱، ۱۲]. از مهم‌ترین پژوهش‌های انجام‌شده بر روی این هندسه در جریان آزاد و در اعداد رینولدز پایین می‌توان به کار انجام‌شده توسط چنگ و همکاران اشاره کرد. آن‌ها نشان دادند که جدایش جریان در پشت استوانه و ریزش گردابه‌ها^۱ تابع نرخ برش و عدد رینولدز است. بررسی آن‌ها نشان داد که در رینولدزهای بیشتر از ۵۰ با افزایش نرخ برش گردابه‌های تشکیل‌شده در پشت استوانه به سمت لبه‌ی پایینی رفته و ناحیه‌ی مثلثی شکلی را ایجاد می‌کنند [۱۳].

اما جریان حول استوانه با سطح مقطع مثلثی در پژوهش‌های کمی موردبررسی قرار گرفته‌اند که در هیچ یک از آن‌ها استوانه دارای چرخش نبوده است. دلالت و همکاران به بررسی عبور جریان آزاد از روی یک استوانه‌ی مثلثی پرداختند. آن‌ها بررسی خود را برای بازه‌ی رینولدز ۱۰ تا ۴۰ و ۵۰ تا ۲۵۰ انجام دادند و به مقایسه‌ی تغییرات ضرایب برآ و پسا و عدد استروهل پرداختند. بررسی آن‌ها نشان داد که روند تشکیل گردابه در پشت استوانه‌ی مثلثی دقیقاً مشابه با استوانه با سطح مقطع مربع است [۱۴]. البته دلالت و همکاران در پژوهش جداگانه‌ی عبور جریان لایه‌ای روی یک استوانه‌ی مثلثی محصور در کانال را و انتقال گرمای اجباری ایجادشده بر روی آن را موردبررسی قرار دادند [۱۵].

² particle image velocimetry (PIV)

¹ vortex shedding

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (8)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (9)$$

همان‌طور که پیش‌ازاین توضیح داده شد برای شرایط مرزی موجود در چهار طرف دامنه‌ی حل هم به‌این‌ترتیب عمل شده که در مرز موردنظر برای ورودی، روابط (۱۰) اعمال خواهد شد.

$$u = U_{\infty}, v = 0, \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (10)$$

در مرز خروجی هم روابط (۱۱) به‌عنوان شرایط مرزی در نظر گرفته می‌شوند.

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + U_c \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0, \theta = u, v, p = 0 \quad (11)$$

که در این رابطه U_c با توجه به‌سرعت جریان یکنواخت ورودی و میانگین سرعت در خروجی برابر یک است. برای دو دیواره‌ی بالا و پایین که مرزهای دور از جسم بوده و دارای شرط مرزی لغزش آزاد هستند، که به‌صورت روابط (۱۲) اعمال می‌شود.

$$\frac{\partial \theta}{\partial y} = 0, v = 0, \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (12)$$

درنهایت آخرین شرط مرزی مربوط به خود استوانه است که به‌عنوان مرزهای صلب در نظر گرفته می‌شود و به‌صورت رابطه‌ی (۱۳) تعریف می‌شود.

$$u = v = 0, \nabla P \cdot n = 0 \quad (13)$$

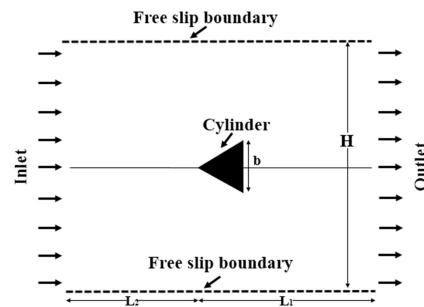
که در این رابطه n بردار یکه عمود بر سطوح است. درنهایت پس از انجام شبکه‌بندی معادلات یادشده، به روش حجم کنترل بر روی ناحیه‌ی موردنظر حل می‌شوند. در این روش ناحیه‌ی موردنظر به زیر ناحیه‌های کوچکی که حجم کنترل نام دارد تقسیم می‌شوند و معادلات پیوستگی و مومنتم در شکل بقای آن برای هر حجم کنترل حل می‌شوند. لازم به ذکر است که برای حل عدد مسئله از نرم افزار CFX استفاده شده است. همچنین کیفیت مناسب شبکه‌بندی تأثیر بسزایی در دقت نتایج خواهد داشت.

۲-۲- شبکه‌بندی

از آنجایی‌که استوانه در حال چرخش است در صورت ثابت بودن شبکه در اطراف استوانه شبکه‌بندی با کوچک‌ترین چرخش از بین رفته و المان‌های منفی ایجاد می‌کنند. برای جلوگیری از این مشکل با ایجاد زیر دامنه‌ای با شبکه‌بندی دینامیک در اطراف استوانه، حرکت این ناحیه از دامنه کل، مستقل تعریف می‌شود. به همین منظور، ناحیه‌ای دایره‌ای شکل به‌عنوان زیردامنه^۱، با شعاع ۱m در اطراف مثلث در نظر گرفته شده که به دلیل اهمیت این ناحیه شبکه‌بندی این ناحیه ریزتر از سایر نقاط بوده تا حجم محاسبات هم کاهش یابد. دایره بودن زیردامنه این مزیت را به آن می‌دهد که با اعمال حرکت چرخشی بر روی مرز مشترک آن با دامنه اصلی، تأثیری از المان‌های اطراف نگیرد و از طرف دیگر کاملاً منطبق بر مرز دامنه اصلی شود.

برای بدون بعد کردن زمان از رابطه‌ی (۳) استفاده شده است که در آن t^* معرف زمان بدون بعد است.

$$t^* = \frac{t U_{\infty}}{b} \quad (3)$$



شکل ۱- طرح‌واره دامنه حل مسئله و پارامترهای ثابت

جدول ۱- پارامترهای ثابت در مسئله

پارامتر	مقدار
L_1	۱۸
$\frac{L_2}{b}$	۱۲
$\frac{H}{b}$	۲۲
$\frac{b}{b}$	۱(m)

همچنین از آنجایی‌که هدف نهایی استخراج ضرایب پسا (C_D) ، برآ (C_L) و ضریب گشتاور (C_T) است، روابط آن‌ها به‌صورت زیر بیان می‌شوند.

$$C_D = \frac{F_x}{\frac{1}{2} \times \rho \times U_{\infty}^2 \times b \times d} \quad (4)$$

$$C_L = \frac{F_y}{\frac{1}{2} \times \rho \times U_{\infty}^2 \times b \times d} \quad (5)$$

$$C_T = \frac{T_z}{\frac{1}{2} \times \rho \times U_{\infty}^2 \times b^2 \times d} \quad (6)$$

که در روابط (۴) تا (۶) پارامترهای F_x ، F_y و T_z به ترتیب بیانگر نیروی وارد بر استوانه در جهت x، نیروی وارد بر استوانه در جهت y و گشتاور وارد بر استوانه در جهت z است.

۳- روش عددی

۱-۳- معادلات حاکم

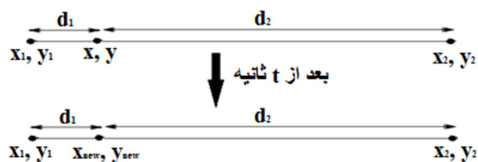
با توجه به اینکه جریان دوبعدی، لایه‌ای، تراکم ناپذیر و به‌صورت ناپایا حل می‌شود، معادلات حاکم بر مسئله شامل معادلات پیوستگی و مومنتم خواهد بود که به‌صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (7)$$

که در این رابطه u و v به ترتیب مؤلفه‌های سرعت در راستای x و y هستند. همچنین معادله‌ی مومنتم در دو راستای x و y با در نظر گرفتن p به‌عنوان فشار دلخواه هر نقطه به‌صورت روابط (۸) و (۹) تعریف می‌شوند.

¹ subdomain

برای تعیین موقعیت جدید نقاط روی اضلاع مثلث، ابتدا معادله خط در هر لحظه محاسبه شده و سپس با استفاده از موقعیت نقاط و نحوه توزیع آن‌ها بر روی اضلاع مثلث در لحظه قبل، نقاط بر روی اضلاع مثلث در لحظه جدید با همان ترتیب توزیع می‌شوند. جهت تعیین نحوه توزیع نقاط در هر لحظه باید از توزیع نقاط در لحظه قبل از آن کمک گرفت. با داشتن x و y هر نقطه به همراه x و y رئوس مثلث، می‌توان در هر لحظه، فاصله هر نقطه رو اضلاع را از دو رأس تعیین کرد. این فواصل، d_1 و d_2 ، در طول زمان باید ثابت بمانند و توزیع نقاط در لحظه بعد، با استفاده از همین فواصل ثابت تعیین می‌شود. این فواصل به‌طور طرح‌واره در شکل ۴ نشان داده شده‌اند و از رابطه (۱۵) قابل محاسبه هستند.



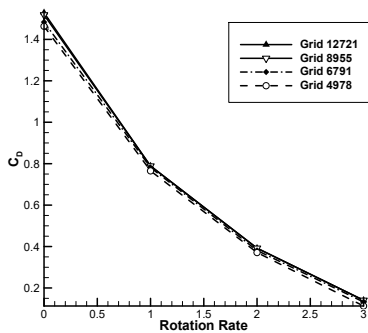
شکل ۴- شناسایی موقعیت نقاط جدید با چرخش در زمان

$$d_1 = \sqrt{(x_{new} - x_1)^2 + m_{12}^2(x_{new} - x_1)^2} \quad (15)$$

که در این رابطه m_{12} شیب ضلع موردنظر بوده و d_2 هم به همین ترتیب به دست می‌آید. درنهایت با توجه به مطالب گفته شده، می‌توان از دو معادله فاصله نقطه تا رئوس و معادله خط در لحظه بعد، موقعیت جدید نقاط X و Y را از طریق رابطه‌ی (۱۶) محاسبه کرد.

$$\begin{cases} x_{new} = \frac{d_1}{\sqrt{1 + m_{12}^2}} + x_1 \\ y_{new} = \frac{m_{12}d_1}{\sqrt{1 + m_{12}^2}} + y_1 \end{cases} \quad (16)$$

درنهایت با اعمال روش‌های یادشده شبکه‌بندی دینامیک اطراف استوانه انجام شده و پس از بررسی استقلال از شبکه مطابق شکل ۵ تعداد شبکه‌ی حل بر روی ۸۹۵۵ شبکه ثابت شده است.

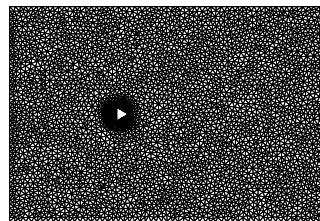


شکل ۵- نمودار استقلال از شبکه برای ضریب پسا بر روی شبکه‌بندی انجام شده در رینولدز ۵۰

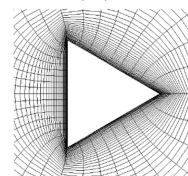
۴- نتایج

۴-۱- بررسی جریان اطراف استوانه

از آنجایی که حل پایایی استوانه‌ی مثلثی به‌عنوان حل اولیه برای حل‌های ناپایا در نظر گرفته شده است، و در پژوهش‌های پیشین هم



(الف)



ب

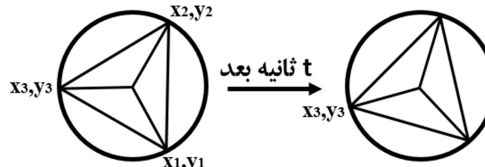
شکل ۲- (الف) شبکه‌بندی انجام شده اطراف مثلث (ب) شبکه‌بندی لایه‌مرزی در اطراف دیواره‌های استوانه

با اعمال حرکت چرخشی برابر با سرعت زاویه‌ای استوانه در مرز مشترک زیردامنه با دامنه اصلی، کل زیردامنه به همراه مثلث می‌چرخد و تغییر مش در اطراف مثلث به‌صورت صلب اتفاق می‌افتد. البته به این منظور، باید مرز مشترک زیردامنه و ناحیه بیرونی را به‌صورت فصل مشترک^۱ در نظر گرفت و چرخش را فقط به مرز زیردامنه اعمال کرد تا در خارج زیردامنه، تغییری در مش ایجاد نشود.

لازم به ذکر است که جهت انجام شبکه بندی از نرم افزار تجاری Pointwise استفاده شده است. زمانی که شبیه‌سازی با حرکت شبکه در نواحی خاص همراه باشد، معادله جابجایی مش در آن نواحی در آغاز هر گام زمانی حل شده و مختصات مش به‌روزرسانی می‌شود. نکته‌ای که باید مدنظر قرار گیرد این است که جابه‌جایی مطرح شده بر روی نودهای شبکه (نه حجم کنترل‌ها) انجام می‌شود، لذا تعریف صحیح شرایط مرزی بین دو ناحیه ساکن و متحرک اهمیت زیادی دارد. به‌این ترتیب برای تعیین مکان جدید نودها در زمان چرخش استوانه از روش محاسبه‌ی شیب هر مثلث استفاده شده است. با چرخش مثلث تحت سرعت زاویه‌ای ω مطابق شکل (۳)، مکان نقاط واقع بر اضلاع آن تغییر می‌کند و مختصات رئوس آن از طریق رابطه‌ی (۱۴) قابل محاسبه است.

$$\begin{cases} x_i = R_0 \cos(\beta_i + \omega t) \\ y_i = R_0 \sin(\beta_i + \omega t) \end{cases} \quad i=1, 2, 3 \quad (14)$$

که در این رابطه R_0 شعاع دایره‌ی محاط بر مثلث بوده و β زاویه‌ی اولیه‌ی رأس مثلث است.



شکل ۳- نحوه چرخش المان‌های موجود بر روی استوانه با زمان

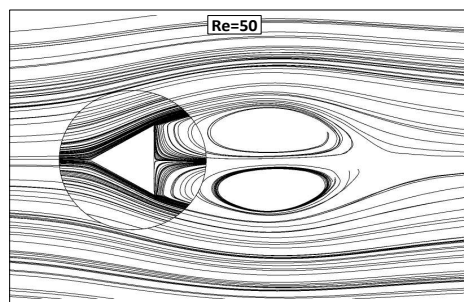
¹ Interface

رینولدز در نرخ چرخش‌های متفاوت خطوط جریان در نزدیکی گردابه‌ها کمی متراکم‌تر می‌شود که نشان‌دهنده‌ی سرعت بالاتر جریان است و اندازه‌ی گردابه‌ها با افزایش عدد رینولدز در این بازه به مقدار بسیار کمی بیشتر می‌شود به طوری که می‌توان اذعان کرد که در این بازه عدد رینولدز تأثیر چندانی بر جریان اطراف استوانه ندارد. مطابق شکل ۸ این مسئله برای حالتی که استوانه در وضعیت ثابت قرار دارد نیز صادق است، که دقیقاً این نتیجه برای استوانه‌ی مثلثی ثابت در پژوهش انجام شده توسط کومار نیز مشاهده شده است [۱۴].

در شکل ۹ اثر تغییر نرخ چرخش در یک رینولدز ثابت برای نرخ چرخش ۱ در یک دور چرخش استوانه مورد بررسی قرار گرفته است. در واقع شکل‌های ۹ قسمت a تا f بیانگر وضعیت جریان پس از ۶۰ درجه چرخش استوانه در جهت پادساعت‌گرد هستند. قبل از توضیح جزئیات مربوط به شکل جریان لازم به ذکر است که اگر به شکل‌های ۹ قسمت a، c و c، توجه شود، قابل مشاهده است که به ازای هر ۱۲۰ درجه چرخش استوانه دوباره شکل هندسی استوانه به وضعیت اولیه برمی‌گردد و در نتیجه خطوط جریان اطراف استوانه به صورت تقریبی تکرار می‌شود. در ابتدای هر دور (نقطه شروع در نظر گرفته شده در شکل ۹ قسمت a) دو گردابه در پشت استوانه تشکیل شده که یکی از آن‌ها ساعت‌گرد بوده و از سطح استوانه جدا شده و در حال پخش در جریان است و دیگری با چرخش پادساعت‌گرد در حال رشد کردن است و در ادامه به سمت ریزش کردن^۱ می‌رود. پس از اندکی چرخش استوانه (حدوداً ۲۰ درجه چرخش پادساعت‌گرد استوانه) و دور شدن این دو گردابه از استوانه، گردابه‌ای در رأس بالایی استوانه تشکیل می‌شود که در نهایت این گردابه در گردابه‌ی قبلی که دچار ریزش شده ادغام شده و از استوانه فاصله می‌گیرد. پس از این مرحله و با چرخش استوانه (حدوداً ۸۸ درجه چرخش پادساعت‌گرد استوانه) از رأس پایینی این بار گردابه‌ی پادساعت‌گرد جدیدی تشکیل می‌شود که در گردابه‌ی رأس پایینی ادغام می‌شود و به این ترتیب مجدداً پس از ۱۲۰ درجه چرخش شرایط به وضعیت صفر برمی‌گردد و دوباره دو گردابه‌ی ساعت‌گرد و پادساعت‌گرد در پشت استوانه وجود دارند. این روند تشکیل و ادغام گردابه‌ها در رأس‌های بالا و پایین به صورت تکراری در نرخ چرخش‌های پایین انجام می‌شود.

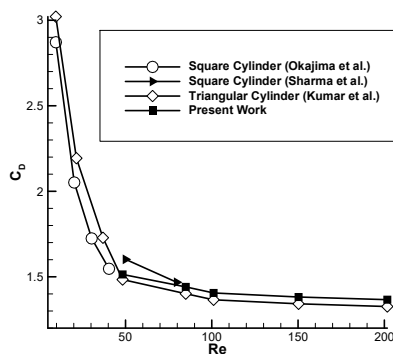
در شکل ۱۰ روند تشکیل گردابه‌ها در اطراف استوانه در یک رینولدز ثابت برای نرخ چرخش ۳ ترسیم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود مانند حالت قبل در هر ۱۲۰ درجه چرخش استوانه الگوی جریان تقریباً تکرار می‌شود. در این نرخ چرخش شاهد رشد گردابه‌ای در رأس بالایی خواهیم بود که این گردابه از استوانه جدا می‌شود ولی به علت اینرسی اطراف استوانه در نرخ چرخش‌های بالا، در جریان نزدیک استوانه محو می‌شود. (دو گردابه‌ی پایین دست جریان هم، همان گردابه‌های موجود در پشت استوانه در حالت ساکن است.) بنابراین در این حالت تنها یک گردابه‌ی ساعت‌گرد در رأس بالایی رشد کرده و در نزدیکی استوانه و در خلاف جهت جریان آزاد پخش می‌شود، در حالی که در نرخ چرخش ۱، دو گردابه تشکیل شده (یکی در رأس بالایی و یکی در رأس پایینی) و در جهت جریان پخش می‌شوند. بدیهی است که مطابق آنچه شمدل نیز در مورد استوانه‌ی دایره‌ای [۸] مشاهده کرد، با افزایش نرخ چرخش سرعت جابه‌جایی گردابه‌ها نیز بیشتر خواهد شد.

مورد بررسی قرار گرفته است ابتدا به بیان وضعیت الگوی جریان اطراف استوانه در این حالت می‌پردازیم. مطابق شکل ۶ در حالت پایا شاهد تشکیل دو گردابه‌ی متقارن در پشت استوانه خواهیم بود. در حقیقت جریان آزاد عبوری از روی استوانه به دو بخش تقسیم می‌شود که قسمتی از آن از روی گردابه‌ی بالایی و قسمتی از آن از زیر گردابه‌ی پایینی عبور می‌کند. طبیعتاً عدد رینولدز جریان در ابعاد و شکل گردابه‌های تشکیل شده تأثیر به سزایی خواهد گذاشت. در حالت استوانه‌ی ثابت در این محدوده از عدد رینولدز مطابق شکل ۶ دو گردابه‌ی تقریباً متقارن در پشت جسم تشکیل خواهد شد که این مسئله در بررسی‌های انجام شده در مراجع [۱۴] و [۱۹] هم کاملاً قابل مشاهده است. در واقع در این حالت اینرسی جریان نزدیک گردابه بر گرادیان فشار معکوس غلبه کرده و جدایش جریان روی سطح استوانه رخ نمی‌دهد.



شکل ۶- الگوی حالت پایای جریان در اطراف استوانه

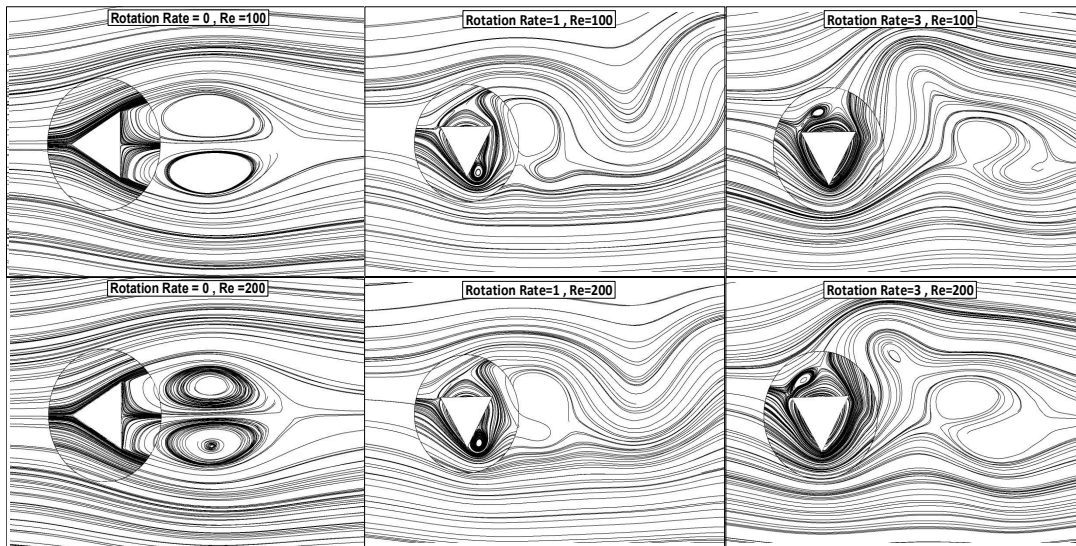
برای صحت سنجی وضعیت پایا در شکل ۷ ضریب پسا با پژوهش انجام شده توسط کومار [۱۴] بر روی استوانه‌ی مثلثی ثابت مقایسه شده است. علاوه بر این از آنجایی که در این مرجع از نزدیکی ضریب پسا استوانه‌ی مربعی و مثلث مساوی اضلاع یاد شده دو نمونه از نتایج ضریب پسا برای استوانه‌ی مربعی هم آورده شده است.



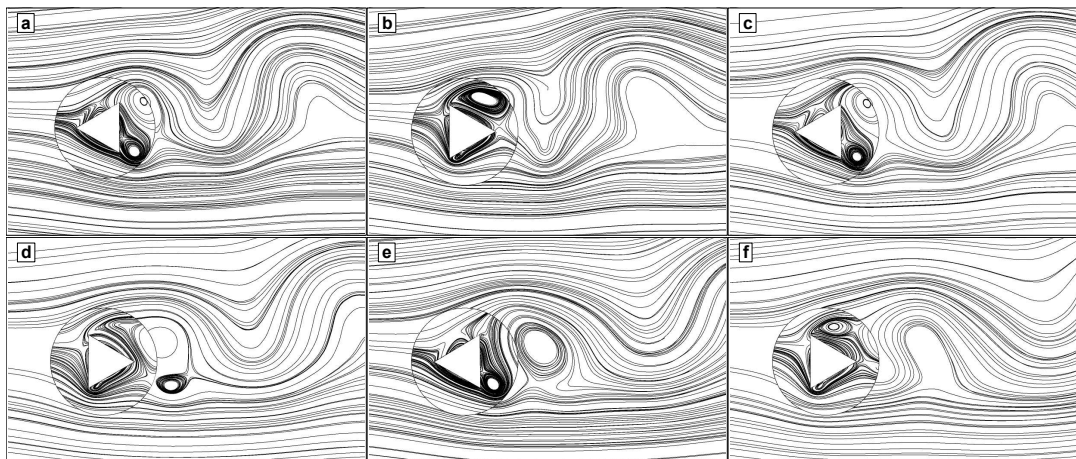
شکل ۷- ضریب پسا در این پژوهش و پژوهش‌های پیشین در حالت استوانه مثلثی ثابت [۱۴] و مربعی [۱۱، ۱۲]

اما در وضعیتی که استوانه دارای چرخش باشد باید جریان اطراف استوانه با زمان به صورت ناپایا مورد بررسی قرار گیرد. در شکل ۸ به بررسی اثر تغییر عدد رینولدز بر جریان پرداخته شده است. مطابق شکل ۸ که در آن مقایسه بین دو عدد رینولدز ۱۰۰ و ۲۰۰ برای ۳ نرخ چرخش ۰.۱ و ۱ و ۳ انجام شده است، می‌توان دریافت که با افزایش عدد

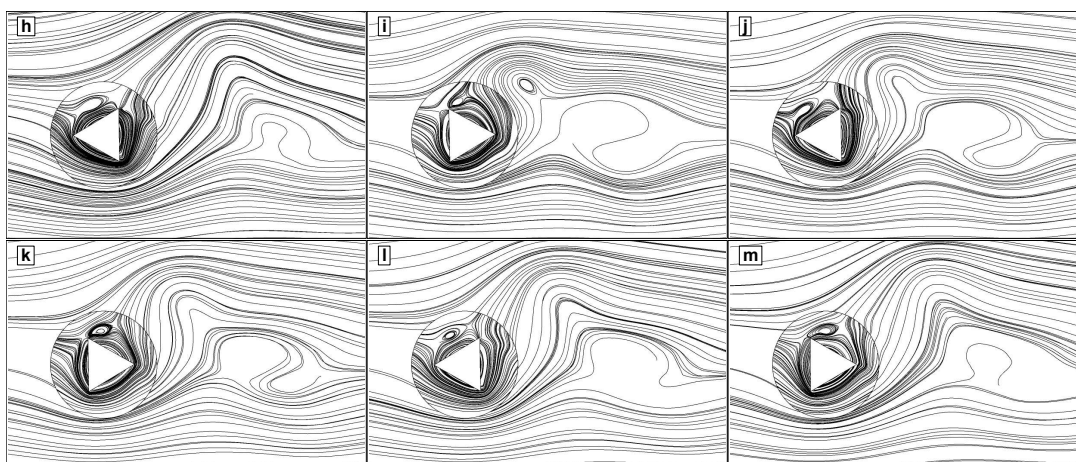
¹ shedding



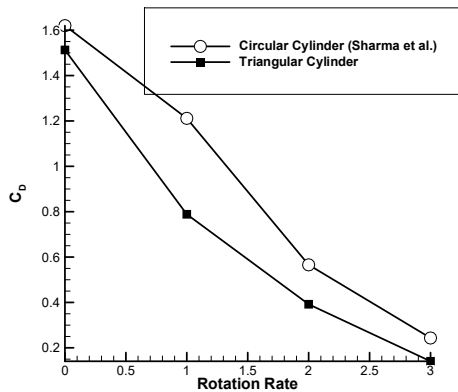
شکل ۸- اثر تغییر عدد رینولدز در نرخ چرخش ثابت بر جریان اطراف استوانه



شکل ۹- خطوط جریان اطراف استوانه‌ی در حال چرخش با زمان $\alpha=1$ ، $Re=200$ (هرشکل معادل ۶۰ درجه چرخش پادساعت‌گرد)

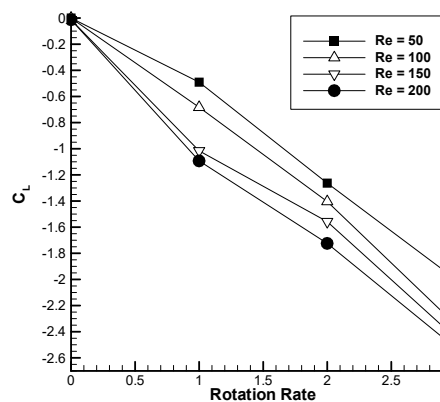


شکل ۱۰- خطوط جریان اطراف استوانه‌ی در حال چرخش با زمان $\alpha=3$ ، $Re=200$ (هرشکل معادل ۶۰ درجه چرخش پادساعت‌گرد)



شکل ۱۲- ضریب پسا میانیگین استوانه دایره‌ای [۷] و مثلثی چرخان در عدد رینولدز ۵۰

بررسی تغییر فشار در نزدیکی استوانه نشان می‌دهد که در پایین استوانه سرعت جریان حداکثر و فشار مقدار حداقل را دارد، در حالی که در قسمت بالا عکس این حالت رخ می‌دهد. بنابراین فشار در نیمه بالایی استوانه بیشتر از فشار در نیمه پایینی آن بوده و منجر به نیروی برآ در جهت منفی می‌شود. همان‌طور که در شکل ۱۳ مشاهده می‌شود، با افزایش نرخ چرخش مقدار نیروی برآ کمتر (منفی‌تر) می‌شود. این پدیده ناشی از افزایش سرعت جریان در نیمه پایینی (که باعث کاهش بیشتر فشار منفی در نیمه پایینی می‌شود) و همچنین افزایش فشار مثبت در نیمه بالایی استوانه است. تغییر عدد رینولدز هم در یک نرخ چرخش ثابت تأثیر بیشتری بر روی مقدار ضریب برآ نسبت به ضریب پسا دارد و قابل مشاهده است که افزایش عدد رینولدز مقادیر ضریب برآ را کاهش می‌دهد.



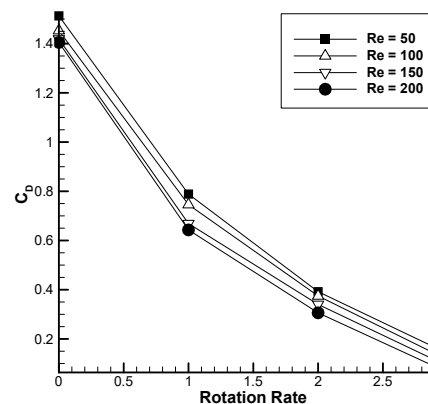
شکل ۱۳- تأثیر نرخ چرخش و عدد رینولدز بر ضریب برآ میانیگین

مقایسه تغییرات نرخ چرخش با ضریب برآ در استوانه‌ی چرخان مثلثی و استوانه‌ی چرخان دایره‌ای روند تغییرات یکسانی را نشان می‌دهد، اما از نظر کمی کاهش ضریب برآ در استوانه‌ی دایره‌ای [۷] بیشتر

۲-۴- ضرایب برآ و پسا و گشتاور میانگین

ضرایب برآ، پسا و گشتاور باید به صورت میانگین پس از گذشت دوره‌های اولیه‌ی چرخش بررسی شوند تا بتوان اثر تغییر در نرخ چرخش و عدد رینولدز را در آن مورد مقایسه قرار داد. البته شایان ذکر است که در بررسی لحظه‌به‌لحظه‌ی در دوره‌های اول و دوم به علت وجود گردابه‌های حالت ساکن نمی‌توان مقادیر را چندان معتبر دانست اما تقریباً از دور سوم به بعد نوسانات مشابه در یک دور چرخش استوانه قابل مشاهده است. در شکل ۱۱ ضرایب پسای میانگین مربوط به دور چهارم چرخش استوانه است که در آن دیگر شرایط نوسانی اولیه وجود ندارد، برای نرخ چرخش‌ها و اعداد رینولدز مختلف مورد مقایسه قرار گرفته است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با افزایش عدد رینولدز مقادیر ضرایب پسا کاهش می‌یابد چراکه با افزایش سرعت جریان و در نتیجه افزایش مقدار عدد رینولدز جریان، جدایش در پشت مثلث کاهش پیدا کرده و منجر به اختلاف فشار کمتری در جلو و پشت استوانه مثلثی می‌شود. علاوه بر این افزایش نرخ چرخش با ایجاد فشار بالاتر در قسمت پشت استوانه‌ی مثلثی منجر به کاهش اختلاف فشار در دو طرف آن می‌شود و در نتیجه باعث کاهش ضریب پسا اطراف استوانه می‌شود.

مطابق شکل ۱۲ مقایسه‌ی ضریب پسا در یک رینولدز ثابت بین استوانه‌ی مثلثی و استوانه‌ی دایره‌ای [۱۲] نشان می‌دهد که در نرخ چرخش‌های یکسان غالباً ضریب پسای استوانه‌ی مثلثی کمتر از استوانه‌ی دایره‌ای چرخان است.



شکل ۱۱- تأثیر نرخ چرخش و عدد رینولدز بر ضریب پسای میانگین

ثابت تغییرات بسیار کمی در تراکم خطوط جریان و ابعاد گردابه‌ها ایجاد می‌شود، به طوری که می‌توان در این بازه افزایش عدد رینولدز بر شکل جریان را بدون تأثیر دانست. علاوه بر این در یک رینولدز ثابت افزایش نرخ چرخش باعث تغییر در تعداد گردابه‌های تشکیل شده و نحوه‌ی پخش آن‌ها می‌شود به طوری که در نرخ چرخش ۱ دو گردابه در رأس بالایی و پایینی مثلث و در نرخ چرخش ۳ فقط یک گردابه در اطراف استوانه تشکیل می‌شود و می‌توان استدلال کرد که الگوی جریان در نزدیکی استوانه برای نرخ چرخش‌های کوچک بیشتر تحت تأثیر نیروهای لزجت است اما در نرخ چرخش‌های بزرگ جریان بیشتر تحت تأثیر اینرسی است. بررسی ضریب پسا و برآ نشان می‌دهد که با افزایش نرخ چرخش و افزایش عدد رینولدز مقادیر این دو ضریب کاهش می‌یابد. در حقیقت کاربرد این استوانه در مواردی که نیاز به کاهش ضریب برآ و پسا باشد، به خوبی قابل مشاهده است و البته تأثیر نرخ چرخش بر کاهش این ضرایب بسیار بیشتر از عدد رینولدز است. همچنین مقایسه‌ی این ضرایب با مقادیر استوانه‌ی دایره‌ای نشان می‌دهد که علی‌رغم روند یکسان تغییرات کاهش ضرایب با نرخ چرخش و عدد رینولدز، مقدار ضریب پسا در این بازه از عدد رینولدز در استوانه‌ی مثلثی غالباً کمتر از استوانه‌ی دایره‌ای و مقدار ضریب برآ بیشتر از استوانه‌ی دایره‌ای است. علاوه بر این بررسی تغییرات ضریب گشتاور نشان می‌دهد که این ضریب با افزایش نرخ چرخش افزایش می‌یابد ولی تغییرات عدد رینولدز تأثیر چشمگیری در مقادیر آن ندارد.

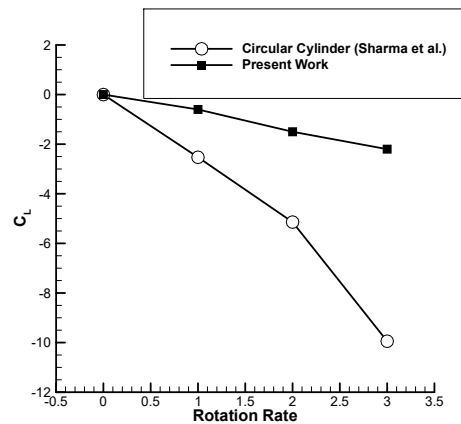
۵- نمادها

b	طول ضلع مثلث متساوی اضلاع (m)
C_D	ضریب پسا
C_L	ضرایب برآ
C_T	ضریب گشتاور
F_x	نیرو در راستای x (N)
F_y	نیرو در راستای y (N)
T_z	گشتاور در راستای z (Nm^{-1})
t	زمان (s)
t^*	زمان بدون بعد
u	مؤلفه افقی سرعت (ms^{-1})
v	مؤلفه عمودی سرعت (ms^{-1})
α	نرخ چرخش
ω	سرعت زاویه‌ای
ρ	چگالی (kgm^{-3})
μ	لزجت (kgm^{-1})
Re	عدد رینولدز

۷- مراجع

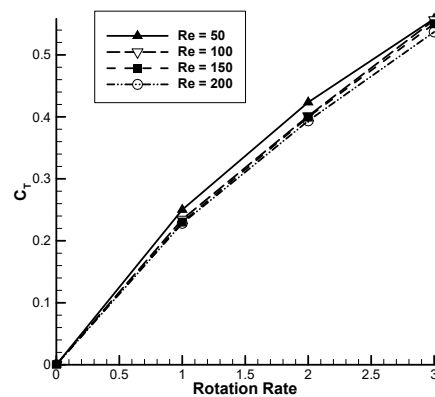
- [1] Nobari M. R. H., Naderan H., A Numerical Study of Flow Past A Cylinder with Cross Flow and Inline Oscillation. *Comput Fluids*, Vol. 35, No. 4, pp. 393-422, 2006.
- [2] Nobari M. R. H., Ghazanfarian J., A Numerical Investigation of Fluid Flow Over A Rotating Cylinder with Cross Flow Oscillation. *Computers & Fluids*, Vol. 38, No. 10, pp. 2026-2036, 2009.

از استوانه‌ی مثلثی است. برای نمونه در شکل ۱۴ برای عدد رینولدز ۵۰ ضریب برآ برای هر دو استوانه در ۴ نرخ چرخش رسم شده است.



شکل ۱۴- ضریب برآ میانگین استوانه دایره‌ای [۷] و مثلثی چرخان در عدد رینولدز ۵۰

بررسی تغییرات ضریب گشتاور با نرخ چرخش مطابق انتظار نشان می‌دهد که با افزایش نرخ چرخش ضریب گشتاور به علت افزایش اینرسی افزایش می‌یابد، اما همان‌طور که در شکل ۱۵ قابل مشاهده است، تغییرات عدد رینولدز تأثیر بسیار کمی در ضریب گشتاور دارد. به طور کلی وابستگی مقادیر همه‌ی ضرایب برآ، پسا و گشتاور به نرخ چرخش، بسیار بیشتر از عدد رینولدز بوده، به طوری که تأثیر افزایش نرخ چرخش از ۱ به ۳ بر این ضرایب حداقل ۴۰ درصد بیشتر از تأثیر سه برابر کردن عدد رینولدز است.



شکل ۱۵- تأثیر نرخ چرخش و عدد رینولدز بر ضریب گشتاور میانگین

۵- نتیجه گیری

در پژوهش حاضر بررسی عددی دوبعدی عبور جریان لایه‌ای از روی یک استوانه‌ی مثلثی در حال چرخش و تأثیر عدد رینولدز و نرخ چرخش استوانه بر آن مورد بررسی قرار گرفته است. بررسی الگوی شکل‌گیری جریان نشان می‌دهد که با افزایش عدد رینولدز در یک نرخ چرخش

- [3] Badr H. M., Dennis S. C. R., Young P. J. S., Steady and Unsteady Flow Past A Rotating Circular Cylinder at Low Reynolds Numbers. *Comput Fluids*, Vol. 17, No. 4, pp. 579-609, 1989.
- [4] Ingham D. B., Tang T., A Numerical Investigation Into the Steady Flow Past A Rotating Circular Cylinder at Low and Intermediate Reynolds Numbers. *J. Comput Phys*, Vol. 87, No. 1, pp. 91-107, 1990.
- [5] Tang T., Ingham D. B., On Steady Flow Past A Rotating Circular Cylinder at Reynolds Numbers 60 and 100. *Comput Fluids*, Vol. 19, No. 2, pp. 217-30, 1991.
- [6] Kang S., Choi H., Lee S., Laminar Flow Past a Rotating circular Cylinder. *Phys Fluids*, Vol. 11, No. 11, pp. 12-21, 1999.
- [7] Paramane S. B., Sharma A., Numerical Investigation of Heat and Fluid Flow Across A Rotating Circular Cylinder Maintained at Constant Temperature in 2-D Laminar Flow Regime. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 52, No. 13, pp. 3205-3216, 2009.
- [8] Doll S. S., Kopp G. A., Martinuzzi R. J., The Suppression of Periodic Vortex Shedding from a Rotating Circular Cylinder. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 96, No. 6, pp. 1164-1184, 2008.
- [9] Desai S. S., *CFD Simulation of Flow Past A Rotating Circular Cylinder with An End Plate*, PhD Thesis., California State University, 2013.
- [10] Sojoudi A., Talati k. F., Neyshapouri R., Numerical Investigation of Non-Newtonian laminar Flow Over Rotating Cylinder. *Journal of Mechanical Eng.*, Vol. 41, No. 2, pp. 53-58, 2011.
- [11] Okajima A., Numerical Simulation of Flow around Rectangular Cylinders. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 33, No. 1, pp. 33-171, 1990.
- [12] Sharma A., Eswaran V., Heat and Fluid Flow Across a Square Cylinder in the Two-Dimensional Laminar Flow Regime. *Numerical Heat Transfer*, Vol. 45, No. 3, pp. 247-269, 2004.
- [13] Cheng M., Whyte D. S., Lou J., Numerical Simulation of Flow Around a Square Cylinder in Uniform-Shear Flow. *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 23, No. 2, pp. 207-226, 2007.
- [14] Kumar D. A., Dalal A., Numerical Simulation of Unconfined Flow Past a Triangular Cylinder. *Int. J. Num. Meth. Fluids*, Vol. 52, No. 7, pp. 801-821, 2006.
- [15] Kumar D. A., Dalal A., Numerical Study of Laminar Forced Convection Fluid Flow and Heat Transfer from a Triangular Cylinder Placed in A Channel. *J. Heat Transfer*, Vol. 129, No. 5, pp. 646-656, 2007.
- [16] Srikanth S., Dhiman A. K., Bijjam S., Confined Flow and Heat Transfer Across A Triangular Cylinder in A Channel. *Int. J. Therm. Sci.*, Vol. 49, No. 11, pp. 2191-2200, 2010.
- [17] Farhadi M., Sedighi K., Korayem A. M., Effect of Wall Proximity on Forced Convection in A Plane Channel with A Built-in Triangular Cylinder. *Int. J Thermal Sci.*, Vol. 49, No. 6, pp. 1-9, 2010.
- [18] Prhashanna A., Akhilesh K., Sahu R. P., Flow of Power-Law Fluids Past An Equilateral Triangular Cylinder: Momentum and Heat Transfer Characteristics. *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 50, No. 10, pp. 2027-2041, 2011.
- [19] Faruquee Z., Olatunji T. V., Steady and Unsteady Laminar Flow Past An Equilateral Triangular Cylinder for Two Different Orientations. *Proceedings of 5th joint ASME/JSME fluids engineering conference*, San Diego, USA, 2007.
- [20] Srigrarom S., Koh A. K., Flow Field of Self-Excited Rotationally Oscillating Equilateral Triangular Cylinder. *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 24, No. 5, pp. 750-755, 2008.