

## بهینه‌سازی توپولوژی سازه‌ها بر اساس قابلیت اطمینان برای سازه‌های دارای بار چندگانه

حامد محمدزاده

کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

محمدحسین ابوالبشری\*

استاد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

هسته پژوهشی مهندسی تولید ناب، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

### چکیده

بهینه‌سازی توپولوژی بر اساس قابلیت اطمینان (RBTO) برای به دست آوردن توپولوژی بهینه با در نظر گرفتن عدم قطعیت، در متغیرهای طراحی استفاده می‌شود. بیشتر سازه‌های واقعی در معرض بارهای مختلف در زمان‌های مختلف قرار می‌گیرند و به‌عنوان سازه‌های دارای بار چندگانه شناخته می‌شوند. بهینه‌سازی توپولوژی سازه‌های دارای بار چندگانه، می‌تواند با در نظر گرفتن بارها به‌طور هم‌زمان و یا در زمان‌های مختلف و استفاده از ضرایب وزنی صورت گیرد. در این مقاله الگوریتمی برای پیاده‌سازی RBTO جهت به دست آوردن توپولوژی بهینه سازه‌های دارای بار چندگانه پیشنهاد می‌شود. توپولوژی حاصل از اعمال بارها به‌طور هم‌زمان با توپولوژی حاصل از اعمال بارها در زمان‌های مختلف (استفاده از ضرایب وزنی)، در سازه‌های دارای بار چندگانه و همچنین توپولوژی حاصل از RBTO و بهینه‌سازی توپولوژی قطعی (DTO) مقایسه می‌شود. نتایج نشان می‌دهد، توپولوژی حاصل از استفاده ضرایب وزنی نسبت به زمانی که یکی از بارها به‌تندی به سازه وارد می‌شود، بسیار پایدارتر است.

واژه‌های کلیدی: بهینه‌سازی توپولوژی، قابلیت اطمینان، عدم قطعیت، سازه‌های دارای بار چندگانه.

### Reliability based topology optimization for structures with multiple load cases

H. Mohammadzadeh

Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

M. H. Abolbashari

Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

Lean Production Engineering Research Center, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

### Abstract

Reliability-based topology optimization (RBTO) is used to obtain an optimal topology satisfying given constraints, as well as to consider uncertainties in design variables. Most real structures are subjected to different load at different time. This is referred to as multiple load cases. Topology optimization for multiple load cases can consider loads applied at the same time or at different times (by using weight factors). This article presents an approach for RBTO using multiple load cases. The optimal topology obtained by two method in multiple load cases is compared and also the topology obtained by RBTO compared to that obtained by deterministic topology optimization (DTO). The results show that optimal topology obtained through weight factors is more stable than another method when only one load is applied.

**Keywords:** Topology optimization, Reliability, Uncertainty, structures with multiple load cases.

سازه‌ها و استفاده از ضرایب وزنی برای بارها در بهینه‌سازی توپولوژی سازه‌های دارای بار چندگانه استفاده کردند [۳]. لی و همکاران سازه‌های دارای بار چندگانه را به‌صورت یک مسئله بهینه‌سازی چند هدفه حجم-نرمی فرمول‌بندی و هم‌چنین از ضرایب وزنی برای بارها استفاده کردند [۴].

روش‌های ذکر شده در بالا تنها برای بهینه‌سازی توپولوژی قطعی قابل‌اجرا هستند. یکی از اولین تلاش‌های صورت گرفته در زمینه به‌کارگیری متغیرهای تصادفی در بهینه‌سازی توپولوژی توسط کارمندا و همکاران [۵] ارائه شد. الگوریتم پیشنهادی برای بهینه‌سازی توپولوژی بر اساس قابلیت اطمینان با استفاده از روش ریزساختارهای ایزوتروپیک جامد با جریمه اعمال شد. کیم و همکاران [۶] این کار را گسترش و بهینه‌سازی توپولوژی بر اساس قابلیت اطمینان را با بهینه‌سازی تکاملی سازه‌ها انجام دادند. برای به حداقل رساندن هزینه‌های محاسباتی در این روش، یو و همکاران [۷] استفاده از روش سطح پاسخ برای ارزیابی از قابلیت اطمینان و پیشنهاد کردند. کاناکاسابای و دینگرا [۸] برای افزایش کارایی محاسبات استفاده از تقریب مرتبه دو بسط سری تیلور در نقطه میانگین برای محاسبه معیار

### ۱- مقدمه

طراحی واقعی شامل شرایط عدم قطعیت مانند خواص مواد، بار و ابعاد است؛ و بهینه‌سازی توپولوژی قطعی بدون در نظر گرفتن این عدم قطعیت به دست می‌آید؛ اما در بهینه‌سازی توپولوژی بر اساس قابلیت اعتماد، هرکدام از این پارامترهای عدم قطعیت به‌عنوان متغیر تصادفی انتخاب و قیود قابلیت اعتماد به‌صورت توابع احتمالاتی، به‌منظور حاصل شدن سازه‌ای قابل‌اعتمادتر، در فرمول‌بندی مسئله بهینه‌سازی توپولوژی وارد می‌شوند.

یکی از روش‌های معمول مورد استفاده برای بهینه‌سازی توپولوژی، بهینه‌سازی تکاملی سازه‌ها است که توسط شی و استیون [۱] ارائه شده است. در این روش هرگاه المانی حذف شود دیگر امکان اضافه شدن آن به سازه وجود ندارد زیرا این روش بر اساس مفهوم حذف تدریجی مواد ناکارآمد از طرح اولیه است. این روش برای بهبود بهره‌وری محاسباتی توسط یانگ و همکاران [۲] به‌عنوان بهینه‌سازی ساختاری دو جهتی تکاملی بهبود یافت تا به‌طور هم‌زمان قادر به‌اضافه و حذف عناصر از دامنه طراحی باشد. هانگ و شی از روش بهینه‌سازی دو جهتی تکاملی

\* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: abolbash@um.ac.ir

تخمینی از احتمال شکست است می‌باشد و از طریق انتقال متغیرهای تصادفی از فضای تصادفی اصلی  $X$  به فضای نرمال استاندارد  $U$  انجام می‌گیرد.

در تقریب FORM احتمال شکست به صورت معادله (۳) محاسبه می‌شود [۱۲].

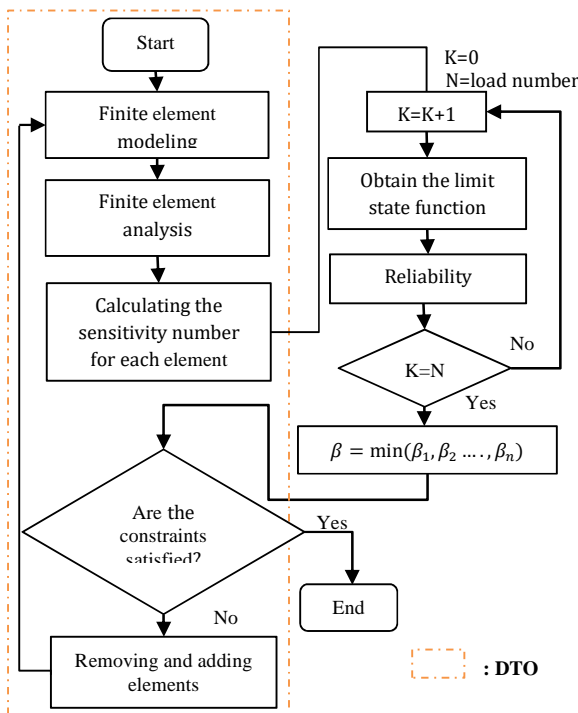
$$P_f \approx \Phi(-\beta) \quad (3)$$

که  $\Phi(\cdot)$  تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد است. معیار اطمینان  $\beta$  از معادله (۴) به دست می‌آید [۱۲].

$$\beta = \text{Min} \sqrt{u^T u} \quad (4)$$

$$\text{S.t } g(u) = 0$$

فلوچارت الگوریتم پیشنهادی بهینه‌سازی توپولوژی بر اساس قابلیت اطمینان برای سازه‌ها دارای بار چندگانه در شکل ۱ نشان داده شده است. برای افزایش بازده محاسبات تخمین اطمینان با فرایند بهینه‌سازی توپولوژی کوپل شده است. به گونه‌ای که پس از محاسبه ضرایب حساسیت المان‌ها، هر بار به تنهایی به سازه اعمال و شاخص اطمینان برای هر بار محاسبه می‌شود. کوچک‌ترین مقدار شاخص اطمینان به عنوان شاخص اطمینان سازه انتخاب می‌شود و تا زمانی که قیود احتمالاتی ارضا شود حذف و اضافه المان‌ها انجام می‌گیرد.



شکل ۱- فلوچارت DTO و RBTO بر اساس روش BESO برای سازه‌های دارای بار چندگانه

#### ۴- مثال‌های عددی

برای صحت‌سنجی کد نوشته‌شده برای روش BESO و حل اجزا محدود، مثال اول از مرجع [۳] که در حالت DTO است استفاده می‌شود.

اطمینان و محمدرزاده و ابوالبشری [۹] استفاده از الگوریتم ازدحام ذرات با استفاده از روش اندازه‌گیری عملکرد را پیشنهاد دادند.

در این مقاله الگوریتمی برای پیاده‌سازی بهینه‌سازی توپولوژی بر اساس قابلیت اطمینان در سازه‌های دارای بار چندگانه پیشنهاد می‌شود و در آن از معمول‌ترین روش‌های آنالیز قابلیت اطمینان، قابلیت اطمینان مرتبه اول برای محاسبه قیدهای احتمالی استفاده، برای تقریب تابع حالت حدی از روش پاسخ سطح استاندارد تکراری استفاده می‌شود. آنالیز اجزا محدود با استفاده از Ansys انجام می‌شود و محاسبات قابلیت اطمینان متصل شده به بهینه‌سازی دو جهتی تکاملی سازه‌ها در MATLAB صورت می‌گیرد.

#### ۲- روش بهینه‌سازی دو جهتی تکاملی سازه‌ها

بهینه‌سازی توپولوژی اغلب در جهت جستجو برای سازه‌ای سخت‌تر است. در BESO یک سازه با حذف و اضافه کردن المان‌ها بهینه می‌شود. بدین معنی که خود المان به‌عنوان متغیر طراحی عمل می‌کند. بیشینه سختی سازه را می‌توان به صورت کمینه‌سازی کمی به‌عنوان نرمی نیز مطرح کرد. به‌طور معمول از کار انجام‌شده توسط نیروی خارجی یا به عبارتی انرژی کرنشی کل سازه به‌عنوان نرمی یاد می‌شود. وقتی یک المان از سازه حذف می‌شود، تغییر میزان نرمی یا انرژی کرنشی کلی با انرژی کرنشی خود المان برابر است. این تغییر به‌عنوان ضریب حساسیت تعریف می‌شود؛ بنابراین ضریب حساسیت برای نرمی میانگین می‌تواند به صورت معادله (۱) بیان شود [۲].

$$\alpha_i^e = \frac{1}{2} u_i^T K_i u_i \quad (1)$$

که  $u_i$  بردار تغییر مکان و  $K_i$  ماتریس سختی المان  $i$ -ام است. معادله (۱) نشان می‌دهد که افزایش نرمی میانگین، در نتیجه حذف المان، با انرژی کرنشی خود المان مساوی است. برای به حداقل رساندن نرمی میانگین از طریق حذف عناصر، واضح است که مؤثرترین راه از بین بردن عناصری است که دارای پایین‌ترین ارزش‌های  $\alpha_i$  هستند، به‌طوری‌که افزایش در نرمی میانگین به حداقل برسد. در این مقاله برای حل مشکل وابستگی از مش از طرح فیلتر بهبود یافته معرفی شده توسط هانگ و شی [۱۰] استفاده می‌شود.

#### ۳- بهینه‌سازی توپولوژی بر اساس قابلیت اطمینان

در [۱۱] بهینه‌سازی طراحی بر اساس قابلیت اطمینان مانند معادله (۲) با قیدهای احتمالی برای در نظر گرفتن عدم قطعیت در متغیرهای تصادفی رابطه سازی می‌شود.

$$\text{Minimize } F(d) \quad (2)$$

$$\text{Subjected to } P[g(d, X) \leq 0] \leq P_f$$

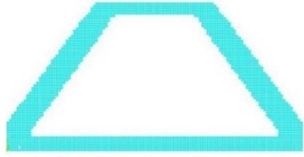
که  $g(d, X) > 0$  دامنه ایمن،  $g(d, X) < 0$  دامنه شکست و  $g(d, X) = 0$  تابع حالت حدی،  $d$  متغیرهای قطعی و  $X$  متغیرهای تصادفی و  $P_f$  احتمال شکست هدف است. قیود احتمالی نشان می‌دهند که احتمال شکست سیستم باید کوچک‌تر یا مساوی احتمال شکست هدف باشد.

در این مقاله قابلیت اطمینان مرتبه اول برای محاسبه احتمال شکست استفاده می‌شود. این روش بر اساس مفهوم معیار اطمینان که

(الف)



(ب)



شکل ۳- توپولوژی قطعی بهینه برای اعمال دو بار در یک زمان (الف) مرجع [۳] (ب) تحقیق حاضر



شکل ۴- تغییر شکل توپولوژی بهینه در اثر اعمال بار 1

شکل ۵ توپولوژی بهینه را زمانی که دو بار در زمان‌های مختلف وارد می‌شوند، نشان می‌دهد و کاملاً با توپولوژی به دست آمده در مرجع [۳] مطابقت می‌کند. در این مثال با توجه به تأثیر یکسان بارها ضرایب وزنی  $w_1 = w_2 = 0.5$  انتخاب می‌شوند. با توجه به سازه مثلثی به دست آمده در این حالت زمانی که تنها یک بار وارد شود، ساختار نسبت به حالت قبل بسیار پایدارتر است؛ بنابراین روش اعمال بارها در زمان مختلف و استفاده از ضرایب وزنی در ادامه مقاله مورد استفاده قرار می‌گیرد.

(الف)



(ب)



شکل ۵- توپولوژی قطعی بهینه برای اعمال دو بار در زمان مختلف و استفاده از ضرایب وزنی (الف) مرجع [۳]

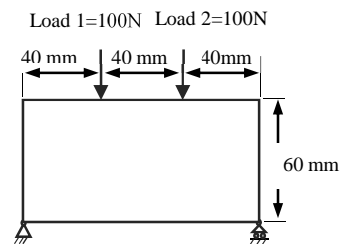
#### ۴-۱-۱- مثال ۱

صفحه‌ای به طول ۱۲۰ mm، ارتفاع ۶۰ mm و ضخامت ۱ mm با دو تکیه‌گاه ساده در دو انتها در نظر گرفته شده است. نیروی متمرکز ۱۰۰ N به فاصله ۴۰ mm از یک لبه و بار دیگر در همین فاصله از لبه دیگر وارد می‌شود. دامنه طراحی نشان داده شده در شکل ۲ به  $200 \times 60 \times 120$  المان تنش صفحه‌ای تقسیم شده است. مدول یانگ  $200 \text{ GPa}$  و ضریب پواسان ۰.۳ فرض شده است. روش BESO با  $ER=2\%$ ،  $AR_{max}=5\%$  و  $r_{min}=3 \text{ mm}$  استفاده می‌شود. تابع حالت حدی تفاوت بین تغییر مکان مجاز و تغییر مکان واقعی تعریف می‌شود. DTO به شکل معادله (۵) بیان می‌شود.

$$\text{Minimize } V \quad (5)$$

$$\text{Subject to: } g = \delta_{all} - \delta \geq 0$$

$V$  حجم،  $\delta$  تغییر مکان واقعی و  $\delta_{all}$  تغییر مکان مجاز و برابر با ۰.۱ mm فرض می‌شود.



شکل ۲- دامنه طراحی مثال ۱

#### ۴-۱-۱-۱- الف- اعمال دو بار به طور هم‌زمان

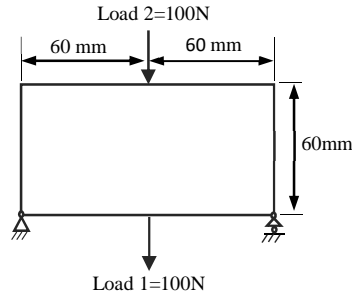
شکل ۳ توپولوژی بهینه را زمانی که دو بار ۱۰۰ N به طور هم‌زمان وارد شوند، نشان می‌دهد و کاملاً با توپولوژی به دست آمده در مرجع [۳] مطابقت می‌کند. همان‌طور که در شکل ۴ نشان داده شده این توپولوژی زمانی که بار 1 به تنهایی وارد شود، از پایداری خوبی برخوردار نیست.

#### ۴-۱-۱-۱- ب- اعمال بار در زمان‌های مختلف

گسترش روش BESO به سازه‌های با بار چندگانه به سادگی قابل انجام است. به عنوان مثال مسئله بهینه‌سازی می‌تواند به صورت حداقل رساندن میانگین نرمی سازه با در نظر گرفتن ضریب وزنی برای هر بار، رابطه سازی شود؛ بنابراین ضریب نرمی برای سازه‌ها دارای بار چندگانه به صورت معادله (۶) بیان می‌شود [۳].

$$\alpha_i^e = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^M w_k (u_i^T K_i u_i)_k \quad (6)$$

$M$  تعداد کل بارها،  $w_k$  ضریب وزنی  $k$ -امین بار و  $\sum_{k=1}^M w_k = 1$  است.



شکل ۷- دامنه طراحی مثال ۲

#### ۴-۲-۱- بهینه‌سازی توپولوژی قطعی

به شکل معادله (۸) بیان می‌شود.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize : } V \\ & \text{Subject to: } g = \delta_{all} - \delta \geq 0 \end{aligned} \quad (8)$$

که در آن  $V$  حجم و  $\delta$  تغییر مکان واقعی و  $\delta_{all}$  تغییر مکان مجاز و برابر  $0.01 \text{ mm}$  فرض می‌شود.

شکل ۸ توپولوژی بهینه را برای ضرایب وزنی متفاوت نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش ضریب وزنی بار بحرانی‌تر تا میزان  $0.7$  می‌توان تا  $1\%$  کاهش بیشتر در حجم را مشاهده کرد و با افزایش بیشتر ضریب وزنی افزایش حجم مشاهده می‌شود. بنابراین ضریب  $0.7$  به عنوان ضریب مناسب انتخاب می‌شود. در جدول ۲ می‌توان نتایج مربوط به شکل ۸ را مشاهده کرد.

#### ۴-۲-۲- بهینه‌سازی توپولوژی بر اساس قابلیت اطمینان

مدول یانگ و مقدار بار به عنوان متغیرهای تصادفی با انحراف استاندارد  $8\%$  مقدار میانگین و  $3 = \beta_{target}$  فرض می‌شود. RBTO به شکل معادله (۹) بیان می‌شود.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize : } V \\ & \text{Subject to: } \beta \geq \beta_{target} \end{aligned} \quad (9)$$

شکل ۹ توپولوژی بهینه را برای ضرایب وزنی متفاوت نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش ضریب وزنی بار بحرانی‌تر تا میزان  $0.7$  می‌توان تا  $2\%$  کاهش بیشتر را در حجم مشاهده کرد و با افزایش بیشتر ضریب وزنی افزایش حجم مشاهده می‌شود. بنابراین ضریب  $0.7$  به عنوان ضریب مناسب انتخاب می‌شود. در جدول ۳ می‌توان نتایج مربوط به شکل ۹ را مشاهده کرد.

جدول ۲- نتایج عملکرد DTO برای ضرایب وزنی مختلف

تغییر مکان (mm)	حجم نهایی (%)	ضرایب وزنی
0.01	33.9	$w_1 = 0.5, w_2 = 0.5$
0.01	33.2	$w_1 = 0.6, w_2 = 0.4$
0.01	32.8	$w_1 = 0.7, w_2 = 0.3$
0.01	33.2	$w_1 = 0.8, w_2 = 0.2$

#### ۴-۱-۲- بهینه‌سازی توپولوژی بر اساس قابلیت اطمینان

مدول یانگ و مقدار بار به عنوان متغیرهای تصادفی با انحراف استاندارد  $8\%$  مقدار میانگین و  $3 = \beta_{target}$  فرض می‌شود. RBTO به شکل معادله (۷) بیان می‌شود.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize : } V \\ & \text{Subject to: } \beta \geq \beta_{target} \end{aligned} \quad (7)$$

بر اساس الگوریتم پیشنهادی ابتدا هر بار به تنهایی به سازه اعمال می‌شود و برای ترکیب‌های مختلف متغیرهای تصادفی، تغییر مکان را با استفاده از Ansys به دست آورده و از روش پاسخ سطح استاندارد، تابع حالت حدی تخمین زده می‌شود. همچنین روش پاسخ سطح استاندارد تکراری برای افزایش دقت تقریب تابع حالت حدی استفاده می‌شود؛ و پس از محاسبات معیار اطمینان هر بار، کمینه آن به عنوان معیار اطمینان سازه انتخاب می‌شود.

شکل ۶ توپولوژی بهینه بر اساس قابلیت اطمینان و جدول ۱ نتایج بهینه‌سازی بر اساس قابلیت اطمینان و بهینه‌سازی قطعی را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود زمانی که قابلیت اطمینان، وارد مسئله طراحی می‌شود، به علت کاهش فضای قابل قبول ناشی از توزیع متغیرهای عدم قطعیت، حجم سازه بیشتر است.



شکل ۶- توپولوژی بهینه برای اعمال بارها در زمان مختلف و استفاده از ضرایب وزنی بر اساس قابلیت اطمینان

جدول ۱- نتایج DTO و RBTO

روش تحلیل	حجم نهایی (%)	تغییر مکان (mm)	معیار اطمینان
DTO	30	0.01	--
RBTO	47	0.007	2.97

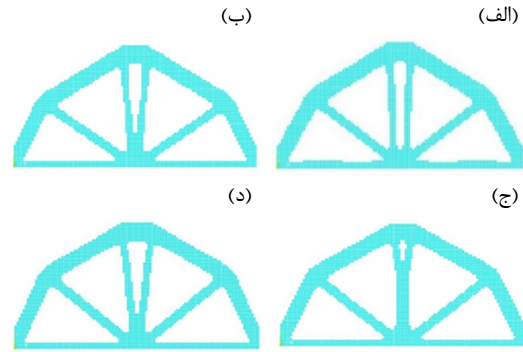
#### ۴-۲- مثال ۲

صفحه‌ای به طول  $120 \text{ mm}$ ، ارتفاع  $60 \text{ mm}$  و ضخامت  $1 \text{ mm}$  با دو تکیه‌گاه ساده در دو انتها صفحه است. نیروی متمرکز  $100 \text{ N}$  به وسط و پایین صفحه و بار دیگر به وسط و بالا صفحه وارد می‌شود. دامنه طراحی نشان داد شده در شکل ۷ به  $60 \times 120$  المان تنش صفحه‌ای تقسیم شده است. مدول یانگ  $200 \text{ MPa}$  و ضریب پواسان  $0.3$  فرض شده است. روش BESO با  $ER=1\%$ ،  $r_{mn} = 3 \text{ mm}$  و  $AR_{max} = 5\%$  استفاده می‌شود. تابع حالت حدی تفاوت بین تغییر مکان مجاز و تغییر مکان واقعی تعریف می‌شود.

۲. حجم نهایی توپولوژی به دست آمده از RBTO برای برقراری قابلیت اطمینان به علت کاهش فضای قابل قبول ناشی از توزیع متغیرهای عدم قطعیت کمی بیشتر از DTO است.
۳. با استفاده از ضرایب وزنی مناسب می‌توان در حجم نهایی کاهش‌ی در حدود ۲٪ در RBTO و همچنین DTO داشت.

### ۶- مراجع

- [1] Xie Y. M., Steven G. P., A simple evolutionary procedure for structural optimization, *Computers & Structures*, Vol. 49, No. 5, pp. 885-896, 1993 .
- [2] Yang X. Y., Xie Y. M., G. P. Steven, Querin O. M., Bidirectional Evolutionary Method for Stiffness Optimization, *AIAA Journal*, Vol. 37, No. 11, pp. 1483-1488, 1999 .
- [3] Huang X., Xie Y. M., *BESO for Extended Topology Optimization Problems*, in *Evolutionary Topology Optimization of Continuum Structures*, Eds., pp. 65-120, John Wiley & Sons, United Kingdom, 2010.
- [4] Hao Li, Liang Gao & Peigen Li., Topology optimization of structures under multiple loading cases with a new compliance-volume product, *Engineering Optimization*, Vol. 46, No. 6, pp. 725-744, 2014.
- [5] Kharmanda G., Olhoff N., Mohamed A., Lemaire M., Reliability-based topology optimization, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 26, No. 5, pp. 295-307, 2004 .
- [6] Kim S. R., Lee W. G., Park J. Y., Yu J. S., Han S. Y., Reliability-based topology optimization using reliability index approach, *Proceeding of SPIE, The International Society for Optical Engineering*, Vol. 7375, paper 73752W, pp.1-6, 2009.
- [7] Yoo K. S., Eom Y. S., Park J. Y., Im M. G., Han S. Y., Reliability-based topology optimization using successive standard response surface method, *Finite Element in Analysis And Design*, Vol. 47, No. 7, pp. 843-849, 2011 .
- [8] Kanakasabai P. and Dhingra A. K., An efficient approach for reliability-based topology optimization, *Engineering Optimization*, Vol. 48, No. 1, pp. 1-15, 2016.
- [9] Mohammadzadeh H., Abolbashari M. H., Reliability-based topology optimization of continuous structure using particle swarm algorithm, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 7, pp. 265-272, 2017. (in Persian)
- [10] Huang X., Xie Y. M., Convergent and mesh-independent solutions for the bi-directional evolutionary structural optimization method, *Finite Element in Analysis And Design*, Vol. 4, No. 14, pp. 1039-1049, 2007.
- [11] Lee J. O., Yang Y. S., Ruy W. S., A comparative study on reliability-index and target-performance-based probabilistic structural design optimization, *Computers & Structures*, Vol. 80, No. 3-4, pp. 257-269, 2002 .
- [12] Du X., *First Order and Second Reliability Methods*, in: *Probabilistic Engineering Design*, Chapter 7, pp. 1-33, Missouri, United States, 2005.



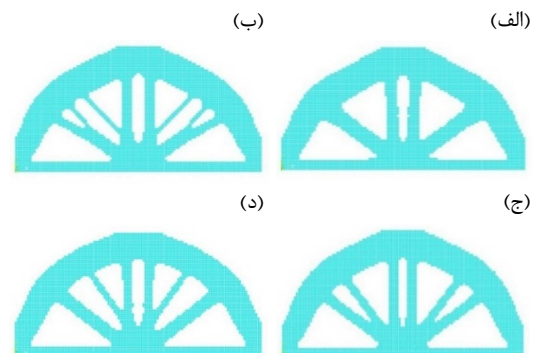
شکل ۸- توپولوژی بهینه DTO با ضرایب وزنی مختلف

(الف)  $w_1 = 0.5, w_2 = 0.5$ , (ب)  $w_1 = 0.6, w_2 = 0.4$

(ج)  $w_1 = 0.7, w_2 = 0.5$ , (د)  $w_1 = 0.8, w_2 = 0.2$

جدول ۳ نتایج عملکرد RBTO برای ضرایب وزنی مختلف

معیار اطمینان	تغییر مکان $10^{-6}(m)$	حجم نهایی (%)	ضرایب وزنی
3.01	7.05	53.5	$w_1 = 0.5, w_2 = 0.5$
3.03	7.03	52.4	$w_1 = 0.6, w_2 = 0.4$
3.03	7.03	51.9	$w_1 = 0.7, w_2 = 0.3$
3	7.06	52.4	$w_1 = 0.8, w_2 = 0.2$



شکل ۹- توپولوژی بهینه RBTO با ضرایب وزنی مختلف

(الف)  $w_1 = 0.5, w_2 = 0.5$ , (ب)  $w_1 = 0.6, w_2 = 0.4$

(ج)  $w_1 = 0.7, w_2 = 0.5$ , (د)  $w_1 = 0.8, w_2 = 0.2$

### ۵- نتیجه گیری

در این مقاله، RBTO و DTO بر اساس BESO در سازه‌های دارای بار چندگانه برای به دست آوردن توپولوژی بهینه مورد استفاده قرار گرفت. به‌طور کلی از این مطالعه می‌توان نتایج زیر را استنتاج کرد.

۱. زمانی که تنها یک بار به تنهایی به سازه وارد شود توپولوژی به دست آمده از اعمال بارها در زمان مختلف و استفاده از ضرایب وزنی، بسیار پایدارتر از توپولوژی به دست آمده از اعمال بارها به‌طور هم‌زمان است.