

## بررسی عددی اثر پارامترهای هندسی بر میزان تخلخل بستر سیالی مایع - جامد با استفاده روش شبکه بولتزمن و نمایه هموار

احسان مهربانی گوهری\*  
عطاالله سلطانی گوهرریزی

استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران  
استاد، گروه مهندسی شیمی، دانشگاه شهید باهنر، کرمان، ایران

### چکیده

در این تحقیق ابتدا بستر سیالی مایع جامد با استفاده از روش ترکیبی شبکه بولتزمن و نمایه هموار شبیه سازی و در ادامه با تغییر پارامترهای هندسی، شامل قطر ذرات جامد، عرض و ارتفاع اولیه بستر و همچنین نحوه قرارگیری اولیه ذرات جامد غیر همسان، اثر آنها بر تخلخل بستر بررسی شده است. روش مطالعه دوفازی اویلری-لاگرانژی بوده که برای حل فاز جامد معادله حرکت نیوتن، فاز سیال روش شبکه بولتزمن و برقراری شرط عدم لغزش در سطح مشترک ذرات جامد و سیال از روش نمایه هموار استفاده شده است. مقایسه نتایج حل عددی با نتایج تجربی برای حداقل سرعت سیالیت و تخلخل دقت قابل قبولی را نشان می دهد. علاوه بر این نتایج نشان داد افزایش قطر ذرات جامد و عرض بستر، افزایش تخلخل و افزایش ارتفاع اولیه بستر کاهش تخلخل بستر را به همراه دارد. در نهایت بررسی اثر نحوه قرارگیری اولیه ذرات جامد غیر همسان نشان داد در حالتیکه ذرات با قطر کمتر بر روی ذرات با قطر بیشتر قرار دارند بیشترین و در حالتیکه ذرات به صورت مخلوط در هم قرار گرفته اند کمترین تخلخل بستر وجود دارد.

واژه های کلیدی: بستر سیالی، تخلخل بستر، ذرات جامد غیر همسان، روش شبکه بولتزمن، روش نمایه هموار.

## Numerical investigation of the effect of geometrical parameters on porosity of a liquid solid fluidized bed using combined lattice Boltzmann and smoothed profile methods

Ehsan Mehrabi Gohari  
Ataallah Soltani Goharrizi

Department of Mechanical Engineering, Payam noor University, Tehran, Iran  
Department of Chemical Engineering, University of Shaid Bahonar, Kerman, Iran

### Abstract

In this study, the liquid-solid fluidized bed was simulated using a combination of Lattice Boltzmann and smoothed profile method and then by changing the geometrical parameters contains of, particles diameter, width of the bed, initial bed height and the placement of the particles in non-uniform particles bed, their effects on porosity are studied. The hydrodynamic model of the flow is based on the LBM and SPM is adopted to enforce the no-slip boundary condition at the liquid-solid interface. The kinematics and trajectory of the discrete particles are evaluated by Newton's law of motion. Comparison of numerical and empirical results for porosity at different velocities showed acceptable accuracy. Also, Simulations indicate that an increase in width of the bed and particles diameter increased porosity and an increase in initial bed height decreased the porosity of the bed. Finally, the effect of placement of particles in none uniform fluidized bed showed the highest porosity accurse where particles with a small diameter stay on particles with a large diameter, also where the particles are mixed together the lowest porosity was accrued.

**Keywords:** fluidized bed, porosity, polydisperse, lattice Boltzmann method, Smoothed Profile Method.

بلند شدن می کنند و فاصله بین ذرات جامد و در نتیجه تخلخل بستر افزایش می یابد و اصطلاحاً بستر سیالی می شود. سرعت ورودی در این لحظه حداقل سرعت سیالیت نامیده می شود. تعادل نیروها در بستر سیالی شده تعیین می کند که افت فشار سیال در امتداد بستر ذرات جامد برابر با وزن ظاهری ذرات جامد بر واحد سطح بستر سیالی می باشد با افزایش سرعت ورودی به دلیل کاربردهای زیاد و متنوع بسترهای سیالی شده (بدلیل افزایش سطح تماس ذرات جامد و سیال در بسترهای سیالی و در نتیجه افزایش سطح تبادل گرما و...) و همچنین پیچیده بودن رفتار جریانهای سیال-جامد در این سیستمها، مدلسازی و شبیه سازی آنها اهمیت قابل توجهی دارد. اساسی ترین مشکل در مدلسازی هیدرودینامیک یک بستر سیالی شده مایع-جامد، حرکت دو فاز در فصل مشترک ناشناخته و متغیر آنها و همچنین اثر متقابل دو فاز روی همدیگر می باشد [۱]. پیچیدگی های ریاضی معادلات غیرخطی و اثرات متقابل فازها روی هم و همچنین مرزهای فاز متحرک، حل عددی در این سیستم ها را با مشکلات عمده ای

### ۱- مقدمه

سیال سازی نوعی عملیات واحد است که از طریق آن بستری از ذرات جامد که روی یک صفحه توزیع کننده سیال قرار گرفته اند، با دادن سیالی (گاز یا مایع یا گاز-مایع) در سرعتی بالاتر از سرعت بحرانی معین رفتاری مشابه مایع به خود می گیرند. بسترهای سیالی شده در بسیاری از صنایع مانند داروسازی، مواد غذایی، پتروشیمی، شیمیایی و فیلتراسیون و تصفیه آب به کار گرفته شده اند در این سیستم ها که از مجموعه ذرات جامد و به همراه سیال پایه تشکیل شده اند. وقتی سرعت ورودی سیال کم باشد به طور که ذرات جامد در بستر به حرکت در نیایند ناحیه ای متخلخل در ابتدای بستر خواهیم داشت متشکل از ذرات جامد و سیال در این حالت اصطلاحاً بستر در حالت ثابت قرار دارد اما با افزایش سرعت، زمانی که سرعت ورودی به اندازه ای برسد که در نتیجه آن نیروی پسا بین ذرات جامد و سیال برابر وزن ظاهری ذرات جامد شود در این لحظه ذرات جامد شروع به

\* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: e.mehrabi@pnu.ac.ir

مشترک ذرات جامد و سیال، ذرات با استفاده از یک نیروی حجمی هموار مشخص در معادلات ناویر- استوکس نمایش داده می شوند. در سال ۲۰۱۴ هو ژانگ و همکارانش با ترکیب روش المان محدود با روش شبکه بولتزمن و روش مرزشناور، کارایی این روش ترکیبی را با مدل سازی ته نشینی ذرات داخل یک محفظه بسته مورد بررسی قرار دادند [۱۳]. تیرد و مولر در سال ۲۰۱۳ از ترکیب روش المان محدود با روش شبکه بولتزمن برای شبیه سازی بستر سیالی گاز- جامد استفاده نمودند و و دقت روش معرفی شده را با مقایسه نتایج بدست آمده برای افت فشار با نتایج بدست آمده از معادله ارگان مورد بررسی قرار دادند [۱۴]. یانگ و همکاران در سال ۲۰۱۸ جریان سیال همراه با ذرات جامد را با در نظر گرفتن اثر انتقال گرما مورد بررسی قرار داده و اثر ضریب انبساط گرمایی را بر روی رفتار دینامیکی ذرات جامد مورد بررسی قرار دادند. [۱۵]. غریبی و همکاران در سال ۲۰۱۸ جریان سیال در محیط متخلخل همراه با ذرات جامد را به روش ترکیبی شبکه بولتزمن و نمایه هموار مدل کرده و اثر پارامترهای مختلف شامل اندازه و شکل ذرات جامد و تخلخل بستر را مورد بررسی قرار داده و نشان دادند که روش ترکیبی مورد استفاده از دقت قابل قبولی برخوردار می باشد [۱۶]. مهربانی و همکاران در سیال ۲۰۱۷، بستر سیالی معکوس را به روش شبکه بولتزمن و نمایه هموار شبیه سازی کرده و اثر قطر ذرات بر تخلخل بستر معکوس را مورد بررسی قرار داده و نشان دادند که افزایش قطر ذرات کاهش تخلخل بستر را به همراه دارد [۱۷]. اسکادرا گیوارا در سال ۲۰۱۰ اثر ارتفاع بستر بر رفتار هیدرودینامیکی بستر سیال را مورد مطالعه قرار داد نتایج نشان داد که تغییر ارتفاع بستر تاثیر ناچیزی بر حداقل سرعت سیالیت دارد [۱۸]. در این پژوهش، بستر سیالی مایع جامد با استفاده از ترکیب روش شبکه بولتزمن و روش نمایه هموار شبیه سازی و با تغییر پارامترهای هندسی بستر شامل قطر ذرات، عرض بستر (توزیع کننده)، ارتفاع اولیه بستر (تعداد ذرات) و در نهایت نحوه قرارگیری اولیه ذرات در بستر با ذرات جامد غیر همسان اثر این پارامترها بر تخلخل بستر مورد بررسی قرار گرفته است. روش مطالعه دوفازی اوپلری - لاگرانژی با رژیم جریان لایه ای بوده که برای حل فاز جامد معادله حرکت نیوتن (لاگرانژی) و برای فاز سیال روش شبکه بولتزمن (اوپلری) استفاده می شود همچنین برای برقراری شرط عدم لغزش در سطح مشترک بین ذرات جامد و سیال از روش نمایه هموار کمک گرفته شده است. نوآوری این تحقیق کاربرد روش عددی ترکیبی SPM-LBM در بررسی اثر پارامترهای هندسی بسترهای سیالی مایع - جامد و همچنین بررسی اثر نحوه قرارگیری اولیه ذرات جامد غیر همسان بر عملکرد آنها می باشد.

## ۲- هندسه مورد مطالعه

در این تحقیق به منظور بررسی اثر پارامترهای هندسی بر تخلخل بستر، بستر سیالی مایع جامد با ۱۰ هندسه متفاوت شبیه سازی شده است که تعداد و قطر ذرات جامد، ابعاد بستر و نحوه قرارگیری اولیه ذرات جامد در بستر، در مدل های مختلف شبیه سازی شده متفاوت می باشد. شکل ۱ طرحواره ای از بستر سیالی مورد مطالعه را نشان می دهد همچنین جزئیات ابعاد بستر (طول و عرض کانال)، تعداد، قطر ذرات جامد و موقعیت اولیه قرار گیری ذرات جامد در بستر در جدول ۱

روبرو می سازد [۲]. حسینی و مصلحی با استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی بستر سیالی حبابی گاز جامد را شبیه سازی کرده و انتقال گرما از دیواره های آن را مورد مطالعه قرار دادند [۳]. یحیی زاده و همکاران بستر سیال فرآیند کراکینگ کاتالیستی را با استفاده از روش عددی شبیه سازی کرده و دقت روش معرفی شده را برای مدل سازی بستر سیالی را با مقایسه نتایج با نتایج آزمایشگاهی مورد بررسی قرار دادند [۴]. در دو دهه اخیر، روش شبکه بولتزمن توجه زیادی را به عنوان یک روش جایگزین در شبیه سازی جریان سیال با فیزیک و هندسه پیچیده معطوف خود ساخته است [۵، ۶]. لد [۷، ۸] در اوایل دهه نود میلادی، برای اولین بار روش شبکه بولتزمن را برای شبیه سازی جریان های دارای ذرات جامد به کار برد. او نشان داد با ترکیب معادلات حرکت نیوتن و اوپلر برای ذرات جامد با روش شبکه بولتزمن برای سیال، حرکت ذرات جامد قرار گرفته در سیال می تواند به طور موثر و دقیق شبیه سازی شود. کریمی پور و همکاران [۹] از روش شبکه بولتزمن برای شبیه سازی جابجایی توام در یک میکرو کانال استفاده کرده و نشان دادند که روش شبکه بولتزمن از دقت خوبی برخوردار می باشد. مهمترین موضوع در استفاده از روش شبکه بولتزمن در شبیه سازی ذرات پراکنده شده در یک سیال، برقراری شرط مرزی عدم لغزش در فصل مشترک ذرات جامد و سیال می باشد. در روش شبکه بولتزمن به جای کمیت های ماکروسکوپی مانند سرعت و چگالی، توابع توزیع، مجهول اولیه و اصلی مسأله هستند. لذا، لازم است این شرط مرزی بر حسب توابع توزیع بیان شود. ساده ترین و پر استفاده ترین روش برای اعمال این شرط مرزی، روش کمانه کردن استاندارد می باشد [۷]. مهمترین عیب این روش هنگامی که برای شبیه سازی شکل های پیچیده به کار می رود نمایش پله مانند سطوح این ذرات است که باعث ایجاد نوساناتی در نیروی اعمالی محاسبه شده روی ذره می شود. تلاشهای زیادی در جهت بهبود اعمال شرط مرزی عدم لغزش در روش شبکه بولتزمن انجام شده که به طور کلی به دو دسته تقسیم می شوند: اولین دسته به روشهای کمانه کردن میانمایی شده معروف هستند و هنگامی که کار می روند که مرز ذره جامد دقیقاً در وسط خط رابط بین گره سیال و نزدیکترین گره جامد به مرز قرار ندارد [۱۰]. به تمام روشهای کمانه کردن اعم از استاندارد و میانمایی شده روشهای بر مبنای رابطی می گویند [۶]. در دسته دوم که به روش های بر مبنای گره معروف هستند، رفتار بین ذرات جامد و سیال اطراف آنها با استفاده از ترکیب روش مرزهای شناور و روش شبکه بولتزمن شبیه سازی می شود [۱۱]. در روش مرزهای شناور، علاوه بر شبکه اوپلری در روش شبکه بولتزمن از شبکه لاگرانژی برای ردیابی سطح ذرات نیز استفاده می شود. به نقاط روی شبکه لاگرانژی اجازه داده می شود که آزادانه همراه با سرعت سیال محلی حرکت کنند. در این روش، از یک نیروی حجمی برای معرفی حضور جسم جامد به سیال استفاده می شود که این نیرو در روشهای سنتی به معادلات ناویر- استوکس و در روش شبکه بولتزمن به معادله گسسته شده بولتزمن اضافه می شود. جهت غلبه بر انجام محاسبات نسبتاً پیچیده برای نیروی حجمی در روش مرزهای شناور، روش دیگری بر مبنای همان روش مرزهای شناور در سال ۲۰۰۵ توسط ناکایاما و یاماموتو [۱۲]، موسوم به روش نمایه هموار پیشنهاد شد. این روش از یک شبکه اوپلری ثابت برای سیال میزبان استفاده می کند. در این روش، به جای استفاده از شرط مرزی در سطح

فضا زمان و مومنتوم گسسته شده است. معادله بولتزمن یک معادله آماری از حرکت و برخورد ذرات می باشد که در واقع خصوصیات ملکول ها را بیان می کند. در اینجا برای توصیف ذرات از یک متغیر اسکالر نامنفی به نام تابع توزیع ذرات

$$f(x,y,z,v_x,v_y,v_z,t)=f(X,V,T) \quad (1)$$

استفاده می شود که در فضای فازی تعریف شده و نشان دهنده تعداد ذراتی است که زمان  $t$  در مکان  $x$  با سرعت  $v$  در حال حرکتند. سرعت ذرات در این روش متغیرهای بولین نبوده بلکه اعداد حقیقی می باشد. رابطه (۲) شکل گسسته معادله جنبشی توزیع ذرات بولتزمن را نشان می دهد.

$$\frac{\partial(nf)}{\partial t} + c_x \frac{\partial(nf)}{\partial x} + F_x \frac{\partial(nf)}{\partial c_x} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{4\pi} n^2 (f^* f_1^* - f f_1) c_x \sigma d\Omega dc_1 \quad (2)$$

جمله سمت راست این معادله، جمله برخورد نام دارد. شکل انتگرالی این جمله باعث پیچیدگی حل معادله بولتزمن می شود. از آنجایی که یک سیستم همیشه تلاش می کند تحت تاثیر برخوردها به تعادل دست یابد (فرآیند آرامشی)، در نتیجه، فرآیند برخورد باید به سیستم اجازه دهد که به تابع توزیع تعادلی آرامش یابد. با توجه به اینکه دینامیک سیال به طور کلی تحت تاثیر فیزیک میکروسکوپی نمی باشد، هر عملگر برخوردی که در بر گیرنده خواص کلی لازم باشد می تواند جایگزین عملگر پیچیده برخورد شود. ساده ترین عملگر برخورد توسط باتناگار، گروس و کروک [۱۹] ارایه و برای حل معادله بولتزمن به صورت گسترده استفاده شده است. در این تقریب فرض می شود که توابع توزیع ذرات همواره نزدیک به حالت توابع توزیع تعادلی (توزیع ماکسول- بولتزمن) باقی می ماند. مدل BGK، یک عملگر برخورد به صورت رابطه (۳) در نظر می گیرد.

$$\left[ \frac{\partial(nf)}{\partial t} \right]_{coll} = \frac{n(f^{eq} - f)}{\lambda} \quad (3)$$

$f^{eq}$  تابع توزیع تعادلی و  $\lambda$  زمان آرامش می باشد. عملگر برخورد BGK با انتخاب صحیح تابع توزیع تعادلی، بقای جرم، مومنتوم و انرژی را برقرار می کند. با این جایگذاری، معادله بولتزمن به شکل رابطه (۴) نوشته می شود:

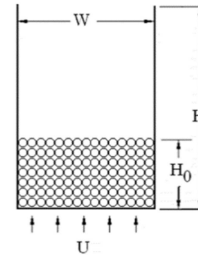
$$\frac{\partial(nf)}{\partial t} + c_x \frac{\partial(nf)}{\partial x} + F_x \frac{\partial(nf)}{\partial c_x} = -\frac{n(f - f^{eq})}{\lambda} \quad (4)$$

در نهایت، گسسته سازی فضای فازی و زمان در معادله بولتزمن باعث می شود که به معادله اصلی روش شبکه بولتزمن با تقریب BGK به صورت رابطه (۵) برسیم.

$$f_{\alpha}(x_i + c_{\alpha} \delta t, t + \delta t) = f_{\alpha}(x_i, t) - \frac{1}{\tau} [f_{\alpha}(x_i, t) - f_{\alpha}^{eq}(x_i, t)] \quad (5)$$

که در این معادله  $\delta t$  گام زمانی و  $x_i$  مختصات نقاط شبکه می باشد. گام اول در استفاده از شبکه بولتزمن برای شبیه سازی، معرفی یک مدل شبکه مناسب می باشد مدل های متفاوتی تاکنون برای شبیه سازی دوبعدی و سه بعدی توسط دانشمندان ارایه شده است که در این پژوهش گسسته سازی معادله با استفاده از مدل D2Q9، که معروف ترین مدل در محاسبات دو بعدی می باشد، انجام گرفته است [۲۰]. شکل ۲، مدل D2Q9 را که بیانگر یک شبکه دو بعدی با ۹ مولفه سرعت به صورت رابطه (۶) می باشد را نشان می دهد.

ارایه شده است. لازم به ذکر است که در همه بسترهای سیالی شبیه سازی شده سیال میزبان، آب با چگالی و لزجت با مقادیر ثابت به ترتیب  $1000 \text{ Kg/m}^3$  و  $0.01 \text{ Pa.s}$  و ذرات جامد با چگالی ثابت  $1250 \text{ kg/m}^3$  در نظر گرفته شده اند. تغییر نسبت چگالی سیال و ذرات جامد به مقدار زیادی روی تخلخل بستر و سرعت حداقل سیالیت تاثیر گذار می باشد که علت آن را می توان در تاثیر مستقیم چگالی بر نیروی وزن ذرات جامد، درحالی که نیروی پسا ثابت است جستجو کرد [۱۷]



شکل ۱- هندسه بستر سیالی مورد مطالعه

جدول ۱- جزئیات تعداد و نحوه آرایش ذرات جامد و ابعاد هندسی بستر سیالی در هندسه های مختلف

شماره هندسه	ابعاد بستر mm×mm	تعداد ذرات	قطر ذرات اولیه mm	فاصله بین ذرات با یکدیگر و دیوارها mm
۱	۵۰×۲۰/۳	۴۰۳	۰/۶	D <sub>p1</sub> /۱۲
۲	۵۰×۲۰/۳	۲۰۹	۰/۶	D <sub>p1</sub> /۱۲
۳	۵۰×۲۰/۳	۴۹۶	۰/۶	D <sub>p1</sub> /۱۲
۴	۵۰×۲۰/۳	۴۰۳	۰/۴	D <sub>p1</sub> /۱۲
۵	۵۰×۲۰/۳	۴۰۳	۰/۸	D <sub>p1</sub> /۴
۶	۵۰×۱۵/۱	۴۰۳	۰/۶	D <sub>p1</sub> /۱۲
۷	۵۰×۲۵/۱	۴۰۳	۰/۶	D <sub>p1</sub> /۱۲
۸	۴۰×۲۰/۲	۲۰۹	۰/۸ و ۰/۶	D <sub>p1</sub> /۱۲
۹	۴۰×۲۰/۲	۲۰۹	۰/۸ و ۰/۶	D <sub>p1</sub> /۱۲
۱۰	۴۰×۲۰/۲	۲۰۹	۰/۸ و ۰/۶	۷/۶ D <sub>p1</sub> D <sub>p1</sub> /۱۲

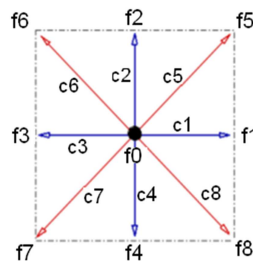
### ۳- شرایط مرزی حاکم بر مساله

در مساله مورد مطالعه، شرط مرزی بین ذرات جامد با سیال و شرط مرزی بین سیال و دیواره جامد شرط عدم لغزش می باشد که به ترتیب با استفاده از روش مرز شناور (روش نمایه هموار) و روش شبکه بولتزمن (شرط مرزی کمانه کردن) مدل سازی می شود همچنین شرط مرزی ورودی (کف محفظه) با استفاده از شرط مرزی زو-هی سرعتی و شرط مرزی خروجی با توجه به صفر بودن گرادیان سرعت، با شرط مرزی خروجی در روش شبکه بولتزمن مدل سازی می شود. لازم به ذکر است که در این تحقیق جایجایی و دوران ذرات مدل شده است.

### ۴- مدل محاسباتی

#### ۴-۱- روش شبکه بولتزمن

درحالت کلی روش شبکه بولتزمن از روش شبکه گاز بدست آمده است. این روش مرتبط با نسخه معادله انتقالی بولتزمن می باشد که در



شکل ۲- مولفه های تابع توزیع ذرات و سرعت در مدل D2Q9

$$c_\alpha = \begin{cases} (0,0) & \dots \dots \dots \alpha = 0 \\ \cos \left[ \frac{\alpha-1}{2} \pi \right], \sin \left[ \frac{\alpha-1}{2} \pi \right] & \dots \dots \dots \alpha = 1,2,3,4 \\ \sqrt{2} \left[ \cos \left[ \frac{\alpha-5}{2} + \frac{1}{4} \right] \pi, \sin \left[ \frac{\alpha-5}{2} + \frac{1}{4} \right] \pi \right] & \dots \dots \dots \alpha = 5,6,7,8 \end{cases} \quad (6)$$

در حل عددی تابع feq نیز گسسته می شود که برای مدل D2Q9 به صورت رابطه (۷) خواهد بود [۲۱].

$$f_\alpha^{eq}(x_i, t) = w_\alpha \rho [d_1 + d_2(c_\alpha \cdot u) + d_3(c_\alpha \cdot u)^2 + d_4(u \cdot u)] \quad (7)$$

در رابطه (۷) ضرایب  $d_1 = 1, d_2 = 1/c_s^2, d_3 = 1/(2c_s^4), d_4 = -1/2c_s^2$  ثابت های شبکه و  $c_s = c_\alpha/\sqrt{3}$  سرعت صوت در شبکه می باشد. همچنین

$$w_\alpha = \begin{cases} 4/9 & \dots \dots \dots \alpha = 0 \\ 1/9 & \dots \dots \dots \alpha = 1,2,3,4 \\ 1/36 & \dots \dots \dots \alpha = 5,6,7,8 \end{cases} \quad (8)$$

توابع وزنی می باشند.

در روش شبکه بولتزمن متغیرهای ماکروسکوپی چگالی و سرعت بامجموع گیری از توابع توزیع بدست می آیند.

$$\rho(x, t) = \int m f(x, c, t) dc \quad (9)$$

$$\rho(x, t) u(x, t) = \int m c f(x, c, t) dc \quad (10)$$

در این روش فشار با توجه به رابطه  $p = \rho c_s^2$  بدست می آید و لزجت سینماتیکی  $\nu = C_s^2 \delta t (\tau - 0.5)$  متناسب می باشد.

با برابر قرار دادن گروه های بدون بعد بین فضای واقعی و فضای شبیه سازی شده (روش شبکه بولتزمن) تبدیل کمیت ها بین دو فضا انجام می گیرد. مهمترین کمیت های بدون بعد مورد استفاده در این تحقیق عدد رینولدز و عدد فرود می باشند که عدد رینولدز با توجه به فیزیک مساله بسترهای سیالی و تغییر سرعت ظاهری (سرعت ورودی) بستر در محدوده بستر ثابت تا زمانی که بستر کاملاً سیالی می شود متغیر است. همچنین از عدد بدون بعد فرود برای تبدیل شتاب جاذبه از فضای واقعی به فضای شبکه بولتزمن به صورت رابطه (۱۱) استفاده می شود که با توجه به تغییر قطر ذرات جامد متغیر می باشد:

$$g_{LB} = g_{Real} \left( \frac{D_{Real}}{D_{LB}} \right)^3 \left( \frac{\nu}{\nu_{Real}} \right)^2 \quad (11)$$

#### ۲-۴- نیروی بین ذرات در فواصل بسیار نزدیک

در بسترهای سیالی گاز-جامد ذرات جامد به یکدیگر برخورد می کنند و برای شبیه سازی این برخورد باید از مدل کره نرم یا کره سخت استفاده کرد. در بسترهای سیالی مایع-جامد نیز اگر اینرسی ذرات به اندازه ای باشد که بر فشار سیال مابین ذرات جامد در فواصل نزدیک به

هم غلبه کند امکان برخورد ذرات به هم وجود دارد و برای شبیه سازی باید از مدل های کره نرم یا کره سخت استفاده کرد. اما اگر اینرسی ذرات جامد به گونه ای باشد که نتواند بر فشار سیال ما بین ذرات جامد غلبه کند در این صورت در حالت واقعی ذرات به هم برخورد نمی کنند. در این تحقیق فرض بر این است که ذرات جامد اینرسی آنها به گونه ای است که فشار سیال ما بین آنها در فواصل نزدیک بر اینرسی غلبه می کند. اما از آنجا که روش حل در این تحقیق روش حل عددی است زمانی که فاصله بین سطوح ذرات از مرتبه یک واحد شبکه باشد این احتمال وجود دارد که ذرات به داخل هم فرو روند که این بر خلاف فیزیک است. در مواردی که ذرات در یک محفظه قرار دارند باز هم امکان دارد چنین مشکلی بین ذرات و دیواره های محفظه رخ دهد. بنابراین، لازم است یک تکنیک عددی به کار گرفته شود تا از فرو رفتن ذرات جامد به داخل هم و به دیواره های محفظه جلوگیری شود. یک روش متداول برای غلبه بر این مشکل، استفاده از یک نیروی دافعه بین ذرات می باشد زمانی که فاصله بین ذرات از یک حد مجاز که به آن ناحیه ایمن می گویند کمتر شود. این نیروی دافعه کوتاه برد به صورت یک نیروی خارجی به کل نیروهایی که بر ذره اعمال می شود اضافه می گردد و مقدار آن روی ذره  $i$  ام در اثر اندرکنش با ذره  $j$  ام به صورت رابطه (۱۲) قابل محاسبه است [۲۲، ۱۲]. به طریق مشابهی می توان نیروی دافعه بین یک ذره و دیواره را با استفاده از روش انعکاسی مطابق رابطه (۱۳) نوشت.

$$F_{lub,ij}^p = \begin{cases} 0 & |R_i - R_j| > 2R_p + \xi \\ \frac{c_{ij}}{\varepsilon_p} \left[ \frac{|R_i - R_j| - 2R_p - \xi}{\xi} \right]^2 \left[ \frac{R_i - R_j}{|R_i - R_j|} \right] & |R_i - R_j| \leq 2R_p + \xi \end{cases} \quad (12)$$

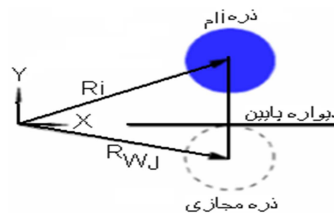
$$F_{lub,ij}^w = \begin{cases} 0 & |R_i - R_{w,j}| > 2R_p + \xi \\ \frac{c_{ij}}{\varepsilon_w} \left[ \frac{|R_i - R_{w,j}| - 2R_p - \xi}{\xi} \right]^2 \left[ \frac{R_i - R_{w,j}}{|R_i - R_{w,j}|} \right] & |R_i - R_{w,j}| \leq 2R_p + \xi \end{cases} \quad (13)$$

در معادلات (۱۲) و (۱۳)،  $c_{ij}$  یک مقیاس نیرو است که به صورت نیروی شناوری در نظر گرفته می شود  $R_i$  و  $R_j$  موقعیت مرکز جرم ذرات  $i$  ام و  $j$  ام و  $R_{w,j}$  موقعیت مرکز جرم ذره مجازی است که در سمت دیگر دیواره قرار داده می شود (شکل ۳).  $\xi$  آستانه یا ناحیه ایمن می باشد<sup>۱</sup> که در شبیه سازی های انجام شده در این تحقیق برابر یک واحد شبکه در نظر گرفته می شود. علاوه بر این،  $\varepsilon_p$  و  $\varepsilon_w$  ضرایب سختی می باشند.

<sup>1</sup>Safe Zone

$$\phi_i(x, t) = s(R_i - |x - R_i(t)|) \quad (15)$$

$$s(x) = \begin{cases} 0 & x < -\xi/2 \\ \frac{1}{2} \sin\left\{\frac{\pi x}{\xi} + 1\right\} & |x| \leq \xi/2 \\ 1 & x > \xi/2 \end{cases}$$



شکل ۳- روش انعکاسی با یک ذره مجازی برای اعمال نیروی دافعه بین یک ذره و دیوار پایین در فواصل نزدیک دیواره و ذره

در این رابطه،  $R_i$  شعاع هر ذره و  $\xi$  به ترتیب بردار موقعیت مرکز ذره و ضخامت سطح مشترک ذره  $i$  می باشند. سرعت های شبکه با بردار موقعیت  $x$  و قرار گرفته درون هر ذره جامد را می توان با استفاده از سینماتیک اجسام صلب به صورت  $\phi_i(x, t)[u_{ci}(t) + \omega_i * \{x - R_i(t)\}]$  سرعت خطی مرکز جرم و سرعت زاویه ای ذره  $i$  می باشند. به همین ترتیب می توان به کمک این رابطه و با استفاده از تابع موقعیت ذرات جامد (رابطه ۱۵)، میدان سرعت کل ذرات جامد را به صورت رابطه (۱۶) تعریف کرد.

$$\phi(x, t)u_p(x, t) = \sum_{i=1}^{N_p} \phi_i(x, t)[u_{ci}(t) + \omega_i * \{x - R_i(t)\}] \quad (16)$$

بر اساس آنچه که بیان شد، میدان سرعت در کل ناحیه حل به صورت ترکیب همواری از میدان سرعت ذرات جامد و میدان سرعت سیال به شکل رابطه (۱۷) تعریف می شود.

$$u(x, t) = \phi(x, t)u_p(x, t) + (1 - \phi(x, t))u_f(x, t) \quad (17)$$

نکات با توجه به این رابطه، مشاهده می شود که میدان سرعت کل در نواحی مربوط به ذرات جامد برابر سرعت ذرات جامد، در نواحی خارج از ذرات جامد برابر سرعت سیال و در ناحیه مشترک به طور پیوسته از سرعت ذرات جامد به سرعت سیال تغییر می کند. بنابراین گره های سیالی که بوسیله ذره جامد پوشیده شده اند (گره های سیال مجازی) باید سرعتی برابر سرعت ذره جامد داشته باشند. بدین منظور، یک نیروی حجمی به کل میدان سیال وارد می شود تا سیال مجازی داخل این ذره را وادار به برقرار کردن حرکت جسم صلب کند. این نیروی حجمی خارج از ناحیه جسم جامد صفر می باشد. در شکل ۵ طرحواره ای از یک ذره جامد قرار گرفته درون سیال و در محل سیال مجازی نشان داده شده است. نیروی بر واحد جرم اندرکنش هیدرودینامیکی جامد- سیال،  $f_H$  که روی گره های سیال مجازی قرار گرفته درون ذره جامد اعمال می شود به صورت رابطه (۱۸) می باشد. [۲۳]

$$f_H(x, t_n) = \phi(x, t_n)f_p(x, t_n) = \phi(x, t_n) \frac{(u_p(x, t_n) - u(x, t_n))}{\Delta t} \quad (18)$$

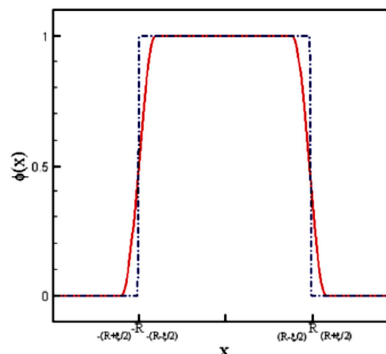
در این رابطه،  $u_p(x, t_n)$  و  $u(x, t_n)$  به ترتیب، سرعت گره هایی از شبکه با بردار موقعیت  $x$  و قرار گرفته درون ذره جامد و سرعت سیال در محل این گره ها در زمان  $t=t_n$  می باشند. علاوه بر این،  $\Delta t$  گام زمانی می باشد که برابر یک واحد شبکه در روش شبکه بولتزمن است. اساساً این رابطه بر این مبنا استوار است که می دانیم میدان سرعت کل،  $u$  در گره های قرار گرفته درون ذره جامد باید با سرعت  $u_p$  برابر باشد، لذا لازم است که این میدان با رابطه (۱۸) در محل جسم جامد اصلاح شود. همانطور که مشاهده می شود با توجه به اینکه  $\phi$  خارج از ذره جامد صفر است، این تصحیح فقط در گره های در محل ذره جامد صورت می پذیرد. به بیان دیگر، می توان نوشت که گره هایی که قبلاً مربوط به سیال واقعی با سرعت  $u$  بوده اند و حالا با حرکت ذره جامد قرار گرفتن ذره روی این گره ها به سیال مجازی تبدیل شده اند مومنومی بر اساس اختلاف این سرعت و سرعت  $u_p$  دریافت می کنند

### ۳-۴ روش نمایه هموار

روش نمایه هموار<sup>۱</sup> که در سال ۲۰۰۵ توسط ناکایاما و یاماموتو [۱۰] معرفی شد، روشی برای شبیه سازی حرکت ذرات جامد در سیال و اعمال شرط مرزی عدم لغزش در سطح مشترک سیال و جامد می باشد. در این روش، سطح هر ذره جامد نه به عنوان یک سطح با ضخامت صفر، بلکه به عنوان یک مرز با ضخامتی قابل مقایسه با واحد شبکه معرفی می شود. به عبارتی، SPM هر ذره را با یک منحنی هموار موسوم به منحنی تابع موقعیت جسم جامد  $\phi(x)$ ، نشان می دهد که این منحنی در ناحیه جامد دارای مقدار یک، در ناحیه سیال دارای مقدار صفر و به طور هموار از مقدار یک به مقدار صفر در سطح مشترک جامد و سیال تغییر می کند (شکل ۴) [۲۳ و ۱۲]. در روش نمایه هموار، کمیت های میدانی از قبیل سرعت و تابع موقعیت ذرات جامد روی تمام ناحیه محاسباتی تعریف می شوند که این ناحیه، شامل سیال و کل ذرات جامد می باشد. برای تعیین نواحی که در آنها ذرات جامد وجود دارند، تابع موقعیت ذرات جامد به صورت رابطه (۱۴) معرفی می شود.

$$\phi(x, t) = \sum_{i=1}^{N_p} \phi_i(x, t) \quad (14)$$

در این رابطه،  $\phi(x, t)$ ، تابع موقعیت ذره  $i$  می باشد و  $N_p$  تعداد ذرات جامدی است که سرتاسر ناحیه حل قرار دارند.



شکل ۴- منحنی تابع موقعیت یک ذره نمونه (خط نقطه چین)، نمایه مستطیلی (خط ممتد) برای مقایسه نشان داده شده است [۱۲]

توابع تحلیلی مختلفی از این نمایه هموار برای ذرات کروی شکل در مراجع وجود دارند. [۲۴، ۱۲] پر استفاده ترین تابع، رابطه (۱۵) می باشد.

<sup>2</sup> Smoother profile method (SPM)

در روابط (۲۳) و (۲۵)  $M_{pi}$  جرم ذره  $i$ ،  $F_{i,ext}$  نیروی خارجی اعمالی روی ذره  $i$ ،  $F_{lub,i,j}$  نیروی روانکاری بین دو ذره یا یک ذره و دیواره در فواصل بسیار نزدیک به هم می باشد. همچنین در روابط (۲۴) و (۲۶)  $T_{i,ext}$  گشتاور خارجی اعمالی به ذره و  $I_{pi}$  تانسور ممان اینرسی ذره  $i$  می باشند. در نهایت، بردار موقعیت جدید ذره با استفاده از رابطه  $UC_i = dR_i/dt$  و روش صریح اویلر به صورت رابطه (۲۷) محاسبه می شود.

$$R_i^{n+1} = R_i^n + \int_{t_n}^{t_n+\Delta t} UC_i ds \quad (27)$$

#### ۴-۵- الگوریتم حل عددی

در این مقاله از ترکیب روش شبکه بولتزمن با عملگر برخورد BGK با روش نمایه هموار جهت شبیه سازی بستر سیالی مایع - جامد استفاده شده است. الگوریتم استفاده شده جهت شبیه سازی بستر سیالی در (شکل ۶) نشان داده شده است. برنامه نوشته شده به زبان برنامه نویسی فرترن می باشد که با تعریف ابعاد کانال، تعداد گره های شبکه، تعداد ذرات جامد، خواص ذرات جامد و سیال و شرایط اولیه حاکم بر مساله شامل مقدار دهی اولیه سرعت سیال، سرعت ذرات (خطی و زاویه ای) به همراه موقعیت مرکز جرم ذرات آغاز می شود و به دنبال آن در چرخه اصلی تابع موقعیت ذرات جامد، میدان سرعت کل ذرات جامد، نیروی بر واحد جرم اندرکنش هیدرودینامیکی جامد-سیال،  $f_H$  میدان سرعت سیال و نیرو و گشتاور هیدرودینامیکی وارد به هر ذره جامد تعیین می گردد. در نهایت بروز رسانی سرعت خطی مرکز جرم و سرعت زاویه ای و موقعیت مرکز جرم ذرات انجام می شود.

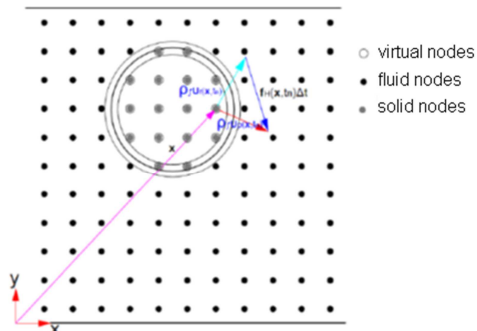
#### ۵- اعتبار سنجی نتایج

##### ۵-۱- استقلال شبکه

در این تحقیق به منظور بررسی استقلال شبکه مساله مورد مطالعه، بستر سیالی با ۳۰ ذره جامد هم اندازه با قطر ۶ mm و ابعاد بستر ۲×۴ cm به همراه سیال با لزجت و چگالی به ترتیب ۰.۰۱۰۱ و ۱۰۰۰ kg/m<sup>3</sup> و سرعت ظاهری برابر با ۰.۰۲ m/s به کمک سه شبکه ۱۰۰×۲۰۰، ۲۰۰×۲۰۰ و ۴۰۰×۲۰۰ مدل سازی شده است. در (شکل ۷) نتایج شبیه سازی با سه شبکه متفاوت ارایه شده است. همانطور که مشاهده می شود برای حالت شبکه ۶۰۰×۳۰۰ و ۴۰۰×۲۰۰ نتایج یکسان می باشد. بنابراین در این تحقیق از شبکه ۴۰۰×۲۰۰ برای مدل سازی استفاده شده است.

که نیروی ناشی از این تبادل ممنتم در رابطه (۱۸) آمده است (شکل ۵) با استفاده از قانون سوم نیوتن می توان نیروی بر واحد جرم وارده روی گره های جامد قرار گرفته درون ذره جامد را به صورت رابطه (۱۹) بدست آورد.

$$f_{ii}^H(x, t_n) = -\theta(x, t_n) f_p(x, t_n) = \theta(x, t_n) \frac{(u(x, t_n) - u_p(x, t_n))}{\Delta t} \quad (19)$$



شکل ۵- ذره جامد قرار گرفته در محل گره های سیال مجازی برای محاسبه نیروی هیدرو دینامیکی جامد- سیال

#### ۴-۴- روش ترکیبی شبکه بولتزمن و نمایه هموار

در روش SPM، تنها یک معادله در کل میدان مورد نظر حل می شود و اثر ذرات جامد روی این میدان با یک نیروی حجمی لحاظ می شود. در روش شبکه بولتزمن روشهای مختلفی برای وارد کردن نیروی حجمی به معادله تکاملی شبکه بولتزمن وجود دارد. مرسوم ترین روش، اضافه کردن یک جمله به تابع برخورد می باشد [۲۲]. بنابراین، ترکیب نمایه هموار با روش شبکه بولتزمن به صورت رابطه (۲۰) در می آید:

$$f_\alpha(x + e_\alpha \Delta t, t_n + \Delta t) = f_\alpha(x, t_n) - \frac{\Delta t}{\tau} [f_\alpha(x, t_n) - f_\alpha^{eq}(x, t_n)] + \frac{\omega_\alpha \Delta t}{c_\alpha^2} (f_H \cdot e_\alpha) \quad (20)$$

با انتگرال گیری از نیروی اعمالی بر یک گره قرار گرفته درون جسم جامد (رابطه ۱۹) روی کل حجم جسم جامد و همچنین انتگرال گیری از گشتاور حاصل از این نیرو روی کل حجم جسم جامد، می توان نیرو و گشتاور هیدرودینامیکی کل را که از طرف سیال به هر ذره جامد وارد می شوند به صورت رابطه (۲۱) بدست آورد [۲۳].

$$F_i^H = - \int_{V_{pi}} \rho \theta(x, t_n) f_p(x, t_n) dV_{pi} = \int_{V_{pi}} \rho \theta(x, t_n) (u(x, t_n) - u_p(x, t_n)) dV_{pi} \quad (21)$$

$$T_i^H = - \int (x - R_i^n) * \rho \theta(x, t_n) f_p(x, t_n) dV_{pi} = \int (x - R_i^n) * \rho \theta(x, t_n) (u - (x, t_n)) dV_{pi} \quad (22)$$

با استفاده از معادلات حرکت نیوتن-اویلر (روابط ۲۳ و ۲۴)

$$M_{pi} \frac{dU_{ci}}{dt} = F_i^H + F_{lub,ij} + F_i^{ext} \quad (23)$$

$$I_{pi} \cdot \dot{\omega}_i = T_i^H + T_i^{ext} \quad (24)$$

سرعت خطی و سرعت زاویه ای ذرات جامد به صورت روابط (۲۵)

و (۲۶) و با استفاده از روش صریح اویلر بروز رسانی می شوند.

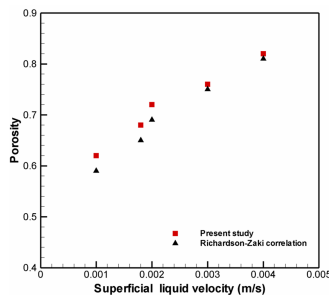
$$U_{ci}^{n+1} = U_{ci}^n + M_{pi}^{-1} \int_{t_n}^{t_n+\Delta t} (F_i^H + F_{lub,ij} + F_i^{ext}) ds \quad (25)$$

$$\omega_i^{n+1} = \omega_i^n + I_{pi}^{-1} \int_{t_n}^{t_n+\Delta t} (T_i^H + T_i^{ext}) ds \quad (26)$$

$Re_p > 500$  نیروی پسی مستقل از لزجت سیال و  $n$  برابر با مقدار ثابت  $2/4$  توسط ریچاردسون وزاکی پیشنهاد شده است. برای محدوده رینولز  $3/0 < Re_p < 500$  کان و ریچاردسون معادله (۳۱) را پیشنهاد کردند. در کار حاضر با توجه به اینکه رینولز ذرات در همین محدوده قرار دارد از معادله (۳۰) برای محاسبه ثابت  $n$  استفاده شده است [۲۶].

$$\frac{4.8-n}{n-2.4} = 0.043Ar^{0.57} \left[ 1 - 2.4 \left( \frac{D_p}{D} \right)^{0.27} \right] \quad (31)$$

در این تحقیق به منظور بررسی تخلخل بستر شبیه سازی شده به روش ترکیبی شبکه بولتزمن و نمایه هموار، بستر مدل سازی شده با هندسه شماره ۱ در سرعت های ظاهری سیال مختلف بکار گرفته شده و در هر حالت تخلخل بستر محاسبه شده است. به منظور بررسی دقت نتایج عددی، تخلخل میانگین بستر برای هر سرعت ظاهری از رابطه ریچاردسون-زاکی هم محاسبه شده و نتایج با هم مقایسه شده اند. (شکل ۸) نمودار تغییرات تخلخل میانگین بستر به صورت تابعی از سرعت ظاهری سیال را برای مدل های عددی و تجربی نشان می دهد. همانطور که مشاهده می شود در حالتی که بستر سیالی شده است با افزایش سرعت ظاهری تخلخل بستر افزایش می یابد. همچنین مقایسه نتایج حل عددی با نتایج بدست آمده از رابطه ریچاردسون-زاکی، تطابق خوبی را نشان می دهد.



شکل ۸- تغییرات تخلخل میانگین بستر به صورت تابعی از سرعت ظاهری سیال برای هر دو مدل عددی و مدل تجربی

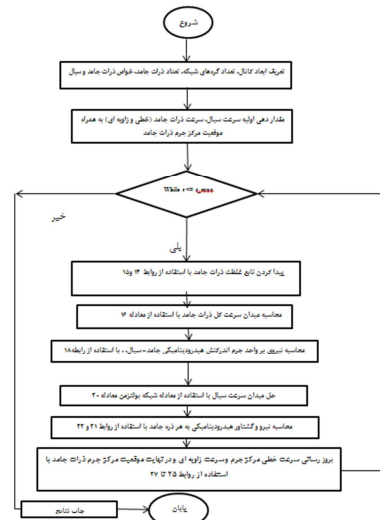
### ۵-۳- حداقل سرعت سیالیت

زمانی که سرعت ظاهری به اندازه ای باشد که در نتیجه آن نیروی پسی بین ذرات جامد و سیال برابر وزن ظاهری ذرات جامد شود در این لحظه ذرات شروع به بلند شدن کرده و فاصله بین ذرات افزایش می یابد و اصطلاحاً بستر سیالی می شود سرعت ظاهری در این لحظه حداقل سرعت سیالیت نامیده می شود. تعادل نیروها در بستر سیالی شده تعیین می کند که افت فشار سیال در امتداد بستر ذرات برابر با وزن ظاهری ذرات بر واحد سطح بستر سیالی می باشد. برای بستر سیالی با چگالی سیال  $\rho_f$ ، چگالی ذرات  $\rho_p$ ، ارتفاع  $H$  و تخلخل  $\varepsilon$ ، مقدار افت فشار از رابطه (۳۲) بدست می آید [۲۷].

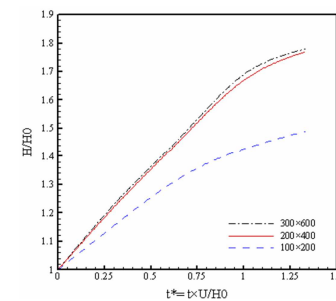
$$\Delta p = H(1 - \varepsilon)(\rho_p - \rho_f)g \quad (32)$$

از آنجا که سرعت ظاهری هر بستر ثابتی که سیالی می شود حداقل سرعت سیالیت یک بستر سیالی نامیده می شود می توان با استفاده از معادله ارگان [۲۷] و رابطه (۳۲) برای بستر سیالی رابطه ای را برای محاسبه حداقل سرعت سیالیت بدست آورد بنابراین داریم

$$(1 - \varepsilon)(\rho_p - \rho_f)g = 150 \frac{(1 - \varepsilon)^2 \mu U_{mf}}{\varepsilon^3 D_p^2} + 1.75 \frac{(1 - \varepsilon) \rho_f}{\varepsilon^3 D_p} U_{mf}^2 \quad (33)$$



شکل ۶- الگوریتم حل عددی (روش ترکیبی شبکه بولتزمن-نمایه هموار)



شکل ۷- بررسی استقلال شبکه مساله مورد مطالعه

### ۵-۲- تخلخل بستر سیالی

از جمله پارامترهای مهم و موثر در هیدرودینامیک بستر سیال، تخلخل بستر سیالی می باشد، هرچه میزان تخلخل بستر سیالی بیشتر شود سطح تماس ذرات جامد با سیال افزایش و بستر سیالی رفتار مطلوبتری با توجه به کاربرد آن (انتقال گرما و فیلتراسیون و...) از خود نشان می دهد. که بدلیل اهمیت آن تحقیقات زیادی توسط محققین انجام و روابط تجربی مختلفی ارائه شده است. در میان روابط تجربی متفاوت از جمله پر استفاده ترین آنها، رابطه ریچاردسون-زاکی است (رابطه ۲۸) که بر پایه وابستگی تخلخل به نسبت سرعت  $u/|u|$  بنا نهاده شده است.

$$U = U_T \varepsilon^n \quad (28)$$

در این رابطه  $U_T$  سرعت پایانی و  $n$  مقداری ثابت است. محاسبه سرعت پایانی در رابطه (۲۸) با استفاده از گروه بدون بعد  $CDRe_p^2$ :

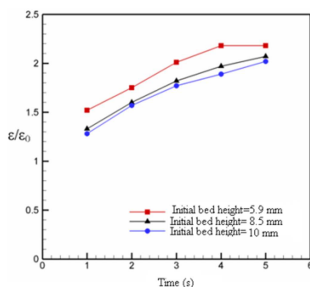
$$CDRe_p^2 = \frac{4}{3}(\rho_p - \rho_f)g \left( \frac{\rho_f D_p^3}{\mu^2} \right) = \frac{4}{3}Ar \quad (29)$$

در رابطه (۲۹)،  $Ar$  عدد بدون بعد ارشمیدس و  $CD$  ضریب پسا می باشد که از نمودار لگاریتمی پسا (InCD- InRe) محاسبه می شود [۲۵]. همچنین رینولز ذرات به صورت رابطه (۳۰) تعریف می شود:

$$Re_f = Re_p = (U_f \rho_f D_p) / \mu \quad (30)$$

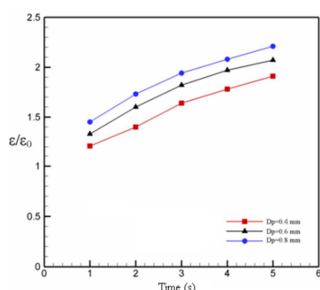
با توجه به مقدار رینولز ذرات روابط متفاوتی برای محاسبه مقدار ثابت  $n$  وجود دارد. در محدوده رینولز  $3 < Re_p < 500$  نیروی پسی مستقل از چگالی سیال، و  $n$  برابر با مقدار ثابت  $4/65$  و در محدوده رینولز

برای سه مدل، در سرعت ظاهری  $0.02 \text{ m/s}$  ارایه شده است. همانطور که مشاهده می‌شود در شرایط مشابه با افزایش ارتفاع اولیه بستر به دلیل افزایش تعداد ذرات و در نتیجه وزن بستر و ثابت بودن نیروی پسی اعمالی، تخلخل بستر کاهش می‌یابد.



شکل ۱۰- نسبت تخلخل بستر به صورت تابعی از زمان برای بسترهای سیالی نرمال مدل شده با ارتفاع اولیه متفاوت

**۲-۶- بررسی اثر اندازه ذرات بر تخلخل بستر سیالی شده**  
یکی دیگر از پارامترهای موثر در طراحی بسترهای سیالی، اندازه ذرات می‌باشد. در این پژوهش به منظور بررسی اثر اندازه از سه نوع ذره با قطرهای متفاوت جهت شبیه سازی بستر سیالی استفاده شده است که به نام هندسه ۱، هندسه ۴ و هندسه ۵ شناخته می‌شوند. قطر ذرات در هندسه ۱، ۴ و ۵ به ترتیب برابر با  $0.6 \text{ mm}$ ،  $0.4 \text{ mm}$  و  $0.1 \text{ mm}$  می‌باشد جزئیات تعداد و نحوه آرایش ذرات در هندسه های مورد نظر در جدول ۱ ارایه شده است. چگالی و لزجت سیال و همچنین چگالی ذرات در هر سه مدل یکسان و به ترتیب برابر با  $1000 \text{ kg/m}^3$ ،  $1 \text{ pa.s}$  و  $0.01 \text{ kg/m}^3$  می‌باشد. در شکل ۱۱، نمودار تغییرات تخلخل نسبی بستر سیالی به صورت تابعی از زمان برای سه مدل، در سرعت ظاهری  $0.02 \text{ m/s}$  ارایه شده است. همانطور که مشاهده می‌شود در شرایط مشابه با افزایش قطر ذرات به دلیل افزایش نیروی پسی اعمالی، تخلخل بستر افزایش می‌یابد.



شکل ۱۱- نسبت تخلخل بستر به صورت تابعی از زمان برای بسترهای سیالی نرمال مدل شده با قطر ذرات جامد متفاوت

**۳-۶- بررسی اثر عرض کانال بر تخلخل بستر سیالی شده**  
عرض بستر سیالی (توزیع کننده) نقش مهمی در حرکت ذرات جامد در بستر سیالی نرمال ایفا می‌کند. در این تحقیق به منظور بررسی نقش عرض بستر سیالی در میزان تخلخل بستر سه هندسه متفاوت با عنوان هندسه ۶، هندسه ۱ و هندسه ۷ و عرض به ترتیب  $15/1 \text{ mm}$ ،  $20/3 \text{ mm}$  و  $25/1 \text{ mm}$  در نظر گرفته شده است. جزئیات

با مرتب سازی و تغییر آرایش رابطه (۳۳) داریم:

$$(1 - \varepsilon)(\rho_p - \rho_f)g \left( \frac{\rho_f D_p^3}{\mu^2} \right) = 150 \frac{(1 - \varepsilon)^2}{\varepsilon^3} Re_{mf} + 1.75 \frac{(1 - \varepsilon)}{\varepsilon^3} Re_{mf}^2 \quad (34)$$

$$Ar = 150 \frac{(1 - \varepsilon)^2}{\varepsilon^3} Re_{mf} + 1.75 \frac{1}{\varepsilon^3} Re_{mf}^2 \quad (35)$$

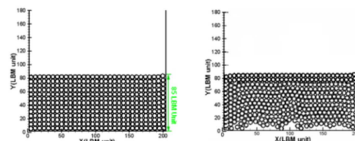
در رابطه (۳۵)،  $Ar$  عدد ارشمیدس است [۲۷] و مقدار آن برابر با

$$Ar = (\rho_p - \rho_f)g \left( \frac{\rho_f D_p^3}{\mu^2} \right) \quad (36)$$

می باشد همچنین  $Re_{mf}$  عدد رینولدز در شروع فرآیند سیالیت می باشد [۲۷] و از رابطه (۳۷) محاسبه می شود.

$$Re_{mf} = \frac{U_{mf} D_p \rho_f}{\mu} \quad (37)$$

در این پژوهش برای بستر مدل شده با هندسه ۱، به کمک رابطه (۳۶) و با توجه به تخلخل اولیه  $0.34$  بستر، عدد ارشمیدس  $529.2$  بدست می آید که با جایگذاری این مقدار در رابطه (۳۵) عدد رینولدز شروع سیالیت،  $0.318$  و سرعت شروع سیالیت  $0.005 \text{ m/s}$  بدست می آید. با توجه به در نظر گرفتن زمان آرامش  $0.65$  در شبکه بولتزنم و یکسان بودن اعداد بدون بعد در حالت واقعی و شبکه بولتزنم، سرعت ظاهری معادل سرعت شروع سیالیت در شبکه بولتزنم،  $0.0265$  بدست می آید. شکل ۹ موقعیت ذرات در بستر مدل شده را در سرعت ظاهری  $0.027$  و  $0.0265$  در واحد شبکه بولتزنم نشان می دهد همانطور که مشاهده می شود در سرعت  $0.027 \text{ LBM}$  بستر سیالی شده در حالیکه در سرعت  $0.0265 \text{ LBM}$  بستر ثابت است. به عبارت دیگر روش شبکه بولتزنم و نمایه هموار نقطه شروع سیالیت را  $0.027 \text{ LBM}$  پیش بینی می کند که نشان دهنده دقت مناسب مدل است.



شکل ۹- موقعیت ذرات جامد و ارتفاع نهایی بستر شبیه سازی شده (هندسه ۱) در سرعت های ظاهری متفاوت (الف)  $0.0265 \text{ LBM}$  (ب)  $0.027 \text{ LBM}$

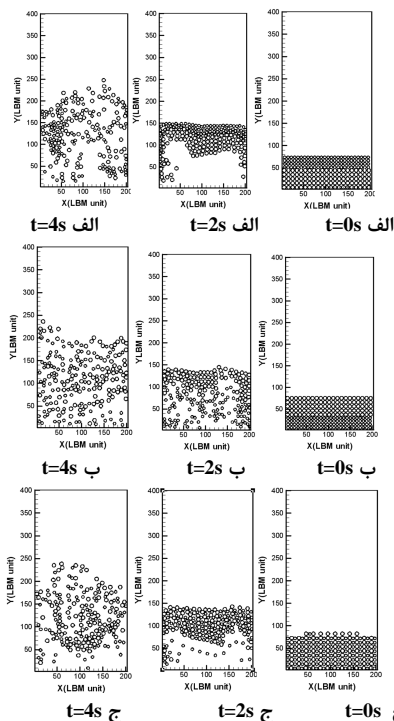
## ۶- بحث و نتیجه گیری

### ۶-۱- بررسی اثر ارتفاع اولیه بستر (تعداد ذرات جامد) بر تخلخل بستر سیالی شده

ارتفاع اولیه بستر سیالی از پارامترهای مهم در طراحی و شبیه سازی بسترهای سیالی می‌باشد. در این پژوهش به منظور بررسی نقش ارتفاع اولیه در تخلخل بستر سه هندسه متفاوت با عنوان هندسه ۱ و هندسه ۲ و هندسه ۳ و ارتفاع اولیه به ترتیب  $5/9 \text{ mm}$ ،  $8/5 \text{ mm}$  و  $10 \text{ mm}$  در نظر گرفته شده است. جزئیات تعداد و نحوه آرایش ذرات در هندسه های مورد مطالعه در جدول ۱ ارایه شده است. چگالی و لزجت سیال و همچنین چگالی ذرات در هر سه مدل یکسان و به ترتیب برابر با  $1000 \text{ kg/m}^3$ ،  $1 \text{ pa.s}$  و  $0.01 \text{ kg/m}^3$  می‌باشد. در شکل ۱۰، نمودار تغییرات تخلخل نسبی بستر سیالی به صورت تابعی از زمان



همانطور که مشاهده می شود در شرایط مشابه درحالتی که ذرات با قطر کمتر در روی ذرات با قطر بیشتر قرار دارند بیشترین و در حالت که ذرات به صورت مخلوط در هم قرار گرفته اند کمترین تخلخل بستر وجود دارد. همچنین با توجه به فرآیند سیالی شدن بسترها ( شکل ۱۴) به دلیل تفاوت در نحوه قرارگیری ذرات و در نتیجه تفاوت نیروهای اعمالی ذرات به یکدیگر فرآیند سیالی شدن و موقعیت قرارگیری ذرات در زمان های مشابه برای بسترهای مختلف مدل شده متفاوت است.

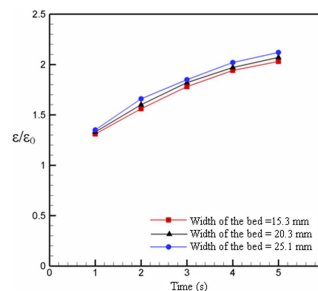


شکل ۱۴- فرآیند سیالی شدن بسترهای سیالی مدل شده با ذرات جامد غیر همسان و نحوه چینش اولیه متفاوت (الف) ذرات جامد با قطر کمتر بر روی ذرات جامد با قطر بیشتر قرار گرفته اند. (ب) ذرات جامد با قطر بیشتر بر روی ذرات جامد با قطر کمتر قرار گرفته اند. (ج) ذرات جامد با قطرهای مختلف به صورت مخلوط در هم قرار گرفته اند

### ۷- نتیجه گیری

در این پژوهش ابتدا بستر سیالی مایع جامد با استفاده از روش ترکیبی شبکه بولتزمن و نمایه هموار شبیه سازی و در ادامه با تغییر پارامترهای هندسی بستر شامل قطر ذرات، عرض بستر، ارتفاع اولیه بستر و در نهایت نحوه قرارگیری اولیه ذرات در بستر با ذرات جامد غیر همسان اثر این پارامترها بر تخلخل بستر مورد بررسی قرار گرفته است. از روش شبکه بولتزمن جهت دستیابی به میدان سرعت سیال و خواص بستر استفاده شده و برقراری شرط عدم لغزش در سطح مشترک بین ذرات جامد و سیال از روش نمایه هموار کمک گرفته شده است. مقایسه نتایج بدست آمده از حل عددی با نتایج بدست آمده از رابطه تجربی ریچاردسون-زاکی نشان دهنده دقت بالای مدل محاسباتی می باشد. علاوه بر این نتایج نشان داد افزایش قطر ذرات و عرض بستر افزایش تخلخل و افزایش ارتفاع اولیه بستر کاهش تخلخل بستر را به همراه دارد. در نهایت بررسی اثر نحوه قرارگیری اولیه ذرات جامد نشان داد که تخلخل بستر شبیه سازی شده درحالتیکه ذرات با قطر کمتر در

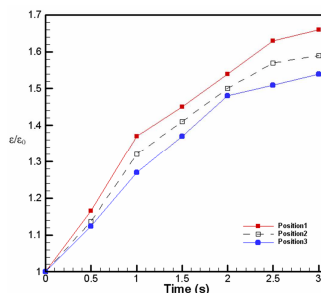
تعداد و نحوه آرایش ذرات در هندسه های مختلف مورد مطالعه در جدول ۱ ارائه شده است. چگالی و لزجت سیال و همچنین چگالی ذرات جامد در هر سه مدل یکسان و به ترتیب برابر با  $1000 \text{ kg/m}^3$ ،  $0.01 \text{ Pa.s}$  و  $1250 \text{ kg/m}^3$  می باشد. در شکل ۱۲، نمودار تغییرات تخلخل نسبی بستر سیالی نرمال به صورت تابعی از زمان برای سه مدل متفاوت، در سرعت ظاهری  $0.02 \text{ m/s}$  ارائه شده، همانطور که مشاهده می شود در شرایط مشابه با افزایش عرض بستر به دلیل افزایش انرژی ورودی به بستر، تخلخل بستر افزایش می یابد.



شکل ۱۲- نسبت تخلخل بستر به صورت تابعی از زمان برای بسترهای سیالی نرمال مدل شده با عرض بستر متفاوت

### ۶-۴- بررسی اثر نحوه قرارگیری ذرات جامد غیر همسان بر تخلخل بستر سیالی شده

به منظور بررسی اثر نحوه قرارگیری ذرات جامد غیر همسان بر میزان تخلخل بستر سیالی شده، سه بستر سیالی با ذرات با دو قطر متفاوت  $0.06$  و  $0.08$  میلی متر و سه هندسه متفاوت به نام هندسه ۸ و هندسه ۹ و هندسه ۱۰ شبیه سازی شده است که در هندسه ۸ ذرات ریز تر در بالای ذرات درشت تر و در هندسه ۹- برعکس هندسه ۸ ذرات ریزتر در زیر ذرات درشت تر و در نهایت در هندسه ۱۰ ذرات به صورت مخلوط ریز و درشت در داخل بستر قرار گرفته اند چگالی و لزجت سیال و همچنین چگالی ذرات در هر سه مدل یکسان و به ترتیب برابر با  $1000 \text{ kg/m}^3$ ،  $0.01 \text{ Pa.s}$  و  $1250 \text{ kg/m}^3$  می باشد. جزییات تعداد و نحوه آرایش ذرات جامد در هندسه های مختلف مورد مطالعه در جدول ۱ ارائه شده است در شکل ۱۳، نمودار تغییرات تخلخل نسبی بستر سیالی به صورت تابعی از زمان برای سه مدل متفاوت، در سرعت ظاهری  $0.02 \text{ m/s}$  ارائه شده است.



شکل ۱۳- نسبت تخلخل بستر به صورت تابعی از زمان برای بسترهای سیالی مدل شده با ذرات جامد غیر همسان و توزیع متفاوت

DEM modelling, *Computers & Fluids*, Vol. 94, PP. 37-48, 2014.

[14] Third J.R, and Müller C.R, Coupled LBM-DEM Simulations of Gas Fluidised Beds" in "The 14th International Conference on Fluidization – From Fundamentals to Products", Eds, ECI Symposium Series, Volume. [http://dc.engconfintl.org/fluidization\\_xiv/97](http://dc.engconfintl.org/fluidization_xiv/97), 2013.

[15] Yang H, Decai L, Xiaodong N, Shi Sh, Fully resolved simulation of particulate flows with heat transfer by smoothed profile-lattice Boltzmann method, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 126, PP 1164-1167, 2018.

[16] Gharibi F, Jafari S, Rahnama M, Khalili M, Jahanshahi Javaran E, Simulation of flow in granular porous media using combined Lattice Boltzmann Method and Smoothed Profile Method, *Computers & Fluids*, Vol. 177, PP. 1-11, 2018.

[17] Mehrabi Gohari E, Sefid M, Jahanshahi Javaran E, Numerical simulation of the hydrodynamics of an inverse liquid–solid fluidized bed using combined Lattice Boltzmann and smoothed profile methods, *Journal of Dispersion Science and Technology*, Vol. 38:10, PP. 1471-1482, DOI: 10.1080/01932691.2016.1253482, 2017.

Escudero Guevara D., *Bed height and material density effects on fluidized bed Hydrodynamics*, Master of science thesis, Iowa State University, 2010.

[18] Bhatnagar P.L, Gross E.P and Krook M, A Model for Collision Processes in Gases. I. Small Amplitude Processes in Charged and Neutral One-Component Systems, *Phys. Rev. A*, Vol. 94-3 PP. 511- 525, 1954.

[19] Succi S., *The Lattice Boltzmann Equation for Fluid Dynamics and Beyond*, Clarendon, Oxford, Chaps 1-6, 2001.

[20] Glowinski R, Pan T.W, Hesla T.I and Joseph D.D, A distributed Lagrange multiplier/fictitious domain method for particulate flows, *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 25 PP. 755–794, 1999.

[21] Mohamad A.A, Kuzmin A, A critical evaluation of force term in lattice Boltzmann method, natural convection problems, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 53 , PP. 990–996, 2010.

[22] Jafari S, Yamamoto R and Rahnama M, Lattice-Boltzmann method combined with smoothed-profile method for particulate suspensions, *Physical Rev. E* 83026702, 2011.

[23] Luo X, Maxey M.R and Karniadakis G.E, Smoothed profile method for particulate flows: Error analysis and simulations, *J. Computational Physics*, Vol. 228 PP. 1750–1769, 2009.

[24] Richardson J.F, Zaki W.N., Sedimentation and fluidization. part I. *Trans. Inst. Chem. Eng.*, Vol. 32, PP. 35-53, 1954.

[25] Khan A.R, Richardson J, F., Fluid–particle interactions and flow characteristics of fluidized beds and settling suspensions of spherical particles. *Chem. Eng. Commun.*, Vol. 78, PP. 111-130, 1989.

[26] Rhodes M., *Introduction to Particle Technology*, 2nd ed, John Wiley & Sons Ltd, Chichester, UK, 2008.

روی ذرات با قطر بیشتر قرار دارند بیشترین مقدار و در حالت که ذرات به صورت مخلوط در هم قرار گرفته اند کمترین مقدار را دارا می باشد.

### ۸- نمادها

تابع توزیع تعادلی	feq
زمان آرامش	$\lambda$
لزجت سینماتیکی (Pa.s)	$\nu$
ناحیه ایمن	$\zeta$
ضریب سختی جداره	$\epsilon_w$
ضریب سختی ذرات جامد	$\epsilon_p$
تابع موقعیت جسم جامد	$\phi(x)$
عدد ارشمیدس	Ar
ضریب پسا	CD
تخلخل	$\epsilon$

### ۹- مراجع

[1] Gilbertson M.A., Yates J.G., The motion of particles near a bubble in a gas-fluidized bed, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 323, pp. 377-385, 1996.

[2] Taghipour F., Ellis N., Wong C., Experimental and computational study of gas-solid fluidized bed hydrodynamics", *Chemical Engineering Science*, 60, pp. 6857-6867, 2005.

[۳] حسینی ح، مصلحی ا.، مطالعه انتقال حرارت از دیواره بستر حبایی گاز- جامد به ذرات جامد درون آن به کمک دینامیک سیالات محاسباتی، نشریه علمی و پژوهشی مدل سازی در مهندسی، دانشگاه سمنان، د. ۱۴ ش. ۴۶، ص ۱۲۳-۱۳۹۵، ۱۳۶۱.

[۴] یحیی زاده ساروی ف، قاسمی م، حکمت ناظمی ع، مدل سازی بستر سیال فرآیند FCC بر مبنای تغییر اندازه ذرات کلاستر در طول رایزر، نشریه علمی و پژوهشی مدل سازی در مهندسی، دانشگاه سمنان، د. ۱۰ ش. ۳۰، ص ۸۷-۹۷، ۱۳۹۱.

[5] Chen S and Doolen G.D, Lattice Boltzmann method for fluid flows, *Annu. Rev. Fluid Mech.* Vol. 30 pp. 329 – 364, 1998.

[6] Aidun C.K and Clausen J.R, Lattice Boltzmann method for complex flows, *Ann. Rev. Fluid Mech.* 42439–472, 2010.

[7] Ladd A.J.C, Numerical simulations of particulate suspensions via a discretized Boltzmann equation Part I. Theoretical foundation, *J. Fluid. Mech.* 271285–310, 1994.

[8] Ladd A.J.C, Numerical simulations of particulate suspensions via a discretized Boltzmann equation. Part II. Numerical results, *J. Fluid Mech.* 271311–339, 1994.

[۹] کریمی پورا، اکبری، طغریایی، بررسی اثر گرانش بر جایجایی توام یک میکرو جریان با استفاده از روش شبکه بولتزمن، نشریه علمی و پژوهشی مدل سازی در مهندسی، دانشگاه سمنان، د. ۱۱ ش. ۳۵، ص ۷۷-۹۴، ۱۳۹۲.

[10] Bouzidi M, Firdaouss M and Lallemand P, Momentum transfer of a Boltzmann-lattice fluid with boundaries, *Phys. Fluids* 13- 113452–3459, 2001.

[11] Feng Z and Michaelides E.E, The immersed boundary-lattice Boltzmann method for solving fluid–particles interaction problems, *J. Computational Physics* 195602–628, 2004.

[12] Nakayama Y and Yamamoto R, Simulation method to resolve hydrodynamic interactions in colloidal dispersions, *Phys. Rev. E* 71, 036707, 2005.

[13] Zhanga H, Tanb Y, Shuc SH, Niuc X, Triasa F.X, Yangd D , Lic H, Shengd Y, Numerical investigation on the role of discrete element method in combined LBM-IBM-