

## مقایسه تجربی و عددی معادلات ساختاری در رفتار فلز مس در نرخ کرنش متوسط با استفاده از فرایند کشش سیم

اشکان محمود اقدمی  
دانشجوی دکتری، گروه مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران  
دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

بهنام داودی\*

### چکیده

این مقاله به بررسی میزان صحت پیش بینی رفتار مواد با استفاده از دو معادله ساختاری جانسون- کوک و زرلی- آرمسترانگ در فرایند کشش سیم مسی پرداخته است. نیروهای کشش در فرایند کشش سیم در شرایط مختلفی از سرعت کشش و درصد کاهش توسط نیروسنج متصل به دستگاه کشش سیم اندازه گیری شدند. شبیه سازی المان محدود فرایند کشش سیم مطابق با شرایط تجربی با استفاده از معادلات جانسون- کوک و زرلی- آرمسترانگ انجام شد. کد معادلات ساختاری مذکور در زبان فورترن در قالب زیر برنامه VUHARD نوشته شده و در مسیر حل نرم افزار قرار داده شد. از نیروی کشش سیم اندازه گیری شده در آزمایش‌های تجربی به عنوان معیاری برای صحت سنجی نتایج حاصل از شبیه‌سازی استفاده شده است. با مقایسه نیروها مشاهده گردید که نتایج حاصل از معادله زرلی- آرمسترانگ نسبت به معادله جانسون- کوک نتایج نزدیک‌تری به نتایج تجربی دارد و در برخی موارد نیروهای کشش به دست آمده از شبیه‌سازی دقیقاً منطبق بر نتایج تجربی هستند و این نشان دهنده دقت بالای مدل شبیه سازی ارائه شده و معادلات به کار گرفته شده است. **واژه‌های کلیدی:** رفتار دینامیکی، معادله اساسی، جانسون-کوک، زرلی-آرمسترانگ، کشش سیم.

## Experimental and Numerical Comparison of Constitutive Equations Describing Cooper Behavior in Moderate Strain Rate Using Wire Drawing Process

A. Mahmoud Aghdami

Department of Manufacturing Engineering, Faculty of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran

B. Davoodi

School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

### Abstract

In this article the prediction accuracy of Johnson-Cook and Zerilli- Armstrong constitutive equations in describing materials behavior in copper wire drawing process moderate were investigated. Wire drawing force was measured in different combinations of drawing speed and areal reductions using a load cell connected to the drawing die. Simulation of wire drawing process according to experimental test were done using Johnson-Cook and Zerilli- Armstrong constitutive equations. A VUHARD subroutine was developed to introduce the constitutive equations to finite element code. Drawing force was considered as a parameter to compare the simulation results with experimental ones. Results showed that simulation with Zerilli- Armstrong equation have better correlation with experimental results than Johnson- Cook equation and in some circumstances it completely fits on experimental results. This shows the great accuracy of simulation and constitutive models.

**Keywords:** Dynamic behavior, Constitutive equation, Johnson-cook, Zerilli-Armstrong, Wire drawing.

ویسکوپلاستیک<sup>۱</sup> فلزات از معادله‌های ساختاری استفاده می‌گردد. این معادله‌ها رابطه بین تنش سیلان با متغیرهایی نظیر کرنش، نرخ کرنش و دما را توصیف می‌کنند.

$$\sigma_{yield} = f(\epsilon, \dot{\epsilon}, T, history) \quad (1)$$

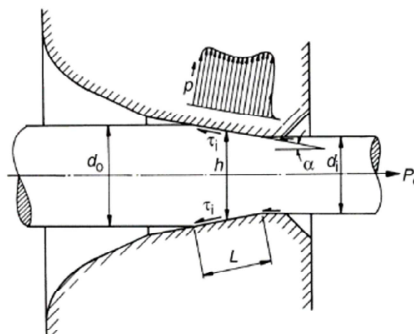
### ۱- مقدمه

کشش سیم یکی از رایج‌ترین فرایندها برای تولید مواد مختلف با شکل‌های متفاوت از قبیل: سیم‌جوش، میخ پرچ، سیم و ... می‌باشد [۱] در این فرایند سطح مقطع سیم با عبور از قالب‌های مخروطی شکل و اعمال نیروی فشاری کاهش می‌یابد (شکل ۱).

پیش بینی جریان ماده در طول فرایند به‌منظور بهینه نمودن توزیع کرنش و همچنین ساخت نمونه با خواص مکانیکی مطلوب از موارد مهم و قابل توجه است. به منظور مطالعه رفتار مواد در تغییر شکل‌های با نرخ‌کرنش مختلف و همچنین تشریح دقیق رفتار ترمو-

<sup>1</sup>Thermo-Viscoplastic

\* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: bdavoodi@tabrizu.ac.ir



شکل ۱- طرحواره فرآیند کشش سیم [۱]

سینتیک لغزش توسعه یافته‌اند. در مقایسه با مدل‌های پدیدارشناختی دارای تعداد ثوابت بیشتری هستند، بنابراین کاربرد این معادله‌ها پرهزینه است. در مقابل، رفتار ماده را با صحت بالا پیش بینی می‌کنند و در محدوده گسترده‌ای از شرایط بارگذاری کاربرد دارند. یکی از معادلات اولیه و اصلی در این گروه، مدل زرلی- آرمسترانگ<sup>۵</sup> ZA می‌باشد [۱۱]. در این مدل تنش سیلان مواد بر اساس ساختار شبکه کریستالی از یکدیگر تفکیک شده‌اند. در مدل بی پی<sup>۶</sup> [۱۲]، تنش سیلان ماده به دو بخش گرمایی<sup>۷</sup> و غیر گرمایی<sup>۸</sup> تقسیم شد. بخش گرمایی تنش سیلان مربوط به نابه‌جایی‌هایی است که با افزایش دما می‌توان بر آنها غلبه کرد و بخش غیر گرمایی مربوط به اندازه دانه می‌باشد که گرما تأثیری در مقدار این تنش ندارد. همین رویکرد در مدل ان ال<sup>۹</sup> [۱۳] نیز بکار گرفته شده است. مدل وی ای<sup>۱۰</sup> [۱۴] نیز از دو بخش حرارتی و غیر گرمایی تشکیل شده که بخش غیر گرمایی آن مقداری ثابت است ولی بخش گرمایی آن دارای ضرایبی است که نشان دهنده میزان نابه‌جایی با افزایش میزان کرنش پلاستیک است.

دو عامل تعیین‌کننده بسیار سخت برای انتخاب بین هر دو گروه، سادگی در تعیین ثوابت و صحت در توصیف رفتار ماده است. مطالعات دیگری نیز به مقایسه و بررسی صحت معادلات ارائه شده در هر دو گروه از معادلات پرداخته‌اند. به طور مثال هانگ<sup>۱۱</sup> [۱۵] مدل‌های جانسون- کوک و آرنیوس<sup>۱۲</sup> را در تغییر شکل گرم فولاد بررسی کرده‌اند. در این بررسی، نتایج حاصل از معادله جانسون- کوک تطابق چندانی با نتایج تجربی نداشته و تنها در نقطه مرجع نتایج معادله جانسون- کوک به یافته‌های تجربی نزدیک‌تر بوده است. در حالی که معادله آرنیوس نتایج نزدیک‌تری ارائه داده است. تحقیق مشابهی نیز توسط تانیمورا<sup>۱۳</sup> [۱۶] انجام گرفته است. در این مقاله مروری نشان داده شده که در برخی از موارد معادلات معروف و مرسوم مانند جانسون- کوک، زرلی- آرمسترانگ از نتایج تجربی دور می‌شوند. بونورا<sup>۱۴</sup> و همکاران [۱۷] مدل‌های جانسون- کوک و ام آر کی<sup>۱۵</sup> را در آزمون اکستروژن کشش دینامیکی مس بررسی کردند. در این تحقیق مشاهده شد که با استفاده از مدل ام آر کی که بر اساس ریز ساختار ماده توسعه داده شده است رفتار دینامیک فلز مس را می‌توان با دقت بسیار بالایی مدل‌سازی کرد. هی<sup>۱۶</sup> و همکارانش [۱۸] از معادلات جانسون- کوک، جانسون- کوک بهبود یافته و آرنیوس برای شبیه سازی پرس گرم فولاد 20CrMo استفاده کردند که نتایج به دست

امروزه چندین نوع معادله‌ی ساختاری توسعه یافته‌اند که عمدتاً شامل دو گروه می‌شوند:

### مدل‌های پدیدارشناختی<sup>۱</sup>: در این مدل‌ها تنش سیلان ماده بر

اساس مشاهدات تجربی تعریف می‌شود که شامل توابع ریاضی با عدم پیش زمینه فیزیکی برای تطبیق با مشاهدات تجربی می‌باشد. مدل‌های پدیدارشناختی توسط تعداد ثوابت کم ماده و آسانی کالیبراسیون توصیف می‌گردند. با این حال از مشخصه‌های این مدل‌ها، زمینه‌های کاربردی محدود و انعطاف‌پذیری پایین می‌باشد. یکی از معروف‌ترین و پرکاربردترین مدل‌های ساختاری در این گروه، معادله جانسون- کوک [۲] می‌باشد. مطالعات چندی برای تکمیل و یا رفع نواقص این مدل انجام شده است. برای مثال مهم‌ترین ایراد وارده بر معادله جانسون- کوک مجزا بودن پارامترهای مربوط به کرنش سختی، نرخ کرنش و گرما نرمی در این مدل می‌باشد [۳ و ۴]. لین<sup>۲</sup> [۵] با افزایش تعداد ضرایب معادله جانسون- کوک و برقراری ارتباط ریاضی بین عبارات مربوط به نرخ کرنش و دما سعی کرد این نقیصه را تا حدودی برطرف کند. تان<sup>۳</sup> [۶] تغییراتی را در نمای عبارات مربوط به کرنش سختی اعمال کرد و آن را تابعی از نرخ کرنش قرار داد. یکی دیگر از مدل‌های نسبتاً جدید در این گروه از معادلات ساختاری، مدل خان<sup>۴</sup> [۷] می‌باشد. این مدل مانند مدل جانسون- کوک دارای ضرایب کم می‌باشد. در این مدل سعی شده است تا یکی دیگر از نقایص معادله جانسون- کوک برطرف شود. نرخ کرنش سختی در معادله جانسون- کوک رابطه مستقیمی با نرخ کرنش دارد. یعنی با افزایش نرخ کرنش، نرخ کرنش سختی نیز با تابع ضرب افزایش می‌یابد. در حالی که در برخی از مواد مانند تانتالیم این اثر برعکس بوده و با افزایش نرخ کرنش، نرخ کرنش سختی کاهش می‌یابد [۸]. خان در اولین تغییر معادله خود نرخ کرنش مرجع را به معادله اضافه کرد [۹]. سپس با اضافه کردن ضرایب مربوط به اندازه دانه سعی کرد مدل خود را بهبود بخشد [۱۰].

مدل‌های براساس ریزساختار: این مدل‌ها بر اساس جنبه فیزیکی رفتار مواد است، بطوری‌که اغلب براساس نظریه ترمودینامیک و

<sup>5</sup> Zerilli- Armstrong

<sup>6</sup> Bonder Parton

<sup>7</sup> Thermal

<sup>8</sup> A thermal

<sup>9</sup> Nemat- Naser Li

<sup>10</sup> Voyiadjis, Abed

<sup>11</sup> Hang

<sup>12</sup> Arrehehjus

<sup>13</sup> Tanimura

<sup>14</sup> Bonora

<sup>15</sup> MRK

<sup>16</sup> He

<sup>1</sup> Phenomenological

<sup>2</sup> Lin

<sup>3</sup> Tan

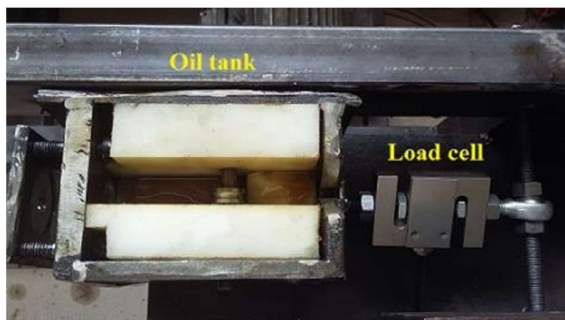
<sup>4</sup> Khan

این دستگاه دارای الکتروموتور سه فاز ۲/۲ کیلووات بوده که توسط یک عدد تسمه و یک جفت پولی چهار سرعته نیرو را از الکتروموتور به جعبه دنده انتقال می‌دهد. خروجی جعبه دنده توسط چرخ زنجیر به درام کشش سیم متصل شده است و درام با چرخش خود سیم را از داخل قالب کشیده و به دور خود می‌پیچد. محیط درام پیچش ۱ متر می‌باشد. دستگاه مجهز به اینورتر می‌باشد که می‌توان سرعت دوران الکتروموتور و سرعت کشش را به صورت پیوسته تغییر داد. قالب‌های مورد استفاده از جنس تنگستن کارباید با زاویه مخروطی قالب ۹ درجه می‌باشد که در شکل ۳ نشان داده شده است.



شکل ۳- قالب‌های کشش سیم

برای اندازه گیری مقدار نیرو حین فرایند کشش، قالب به طور کامل از دستگاه مجزا شده و از یک طرف به نیرو سنج با برند ZEMIC کلاس C3 متصل شده است. نحوه اتصال نیرو سنج به محفظه روغن و قالب در شکل ۴ نشان داده شده است.



شکل ۴- نحوه اتصال نیرو سنج به محفظه روغن و قالب

برای اینکه تمام نیروهای وارده به قالب از طریق نیروسنج حس گردند، قالب بایستی در تمام جهات آزادانه حرکت کند و فقط در راستای کشش سیم توسط نیرو سنج مهار شود. اتصال نیرو سنج به دستگاه به صورت تکیه‌گاه لولایی در نظر گرفته شده است که در صورت انحراف قالب حین فرایند، نیرو سنج نیز همراه قالب منحرف شده و در هر حال در راستای کشش سیم قرار گیرد. ارتفاع قالب و همچنین غلطک‌های زیر قالب طوری قرار داده شده‌اند که سیم همیشه در حالت افقی قرار گیرد و حین کشش نیرویی در جهت عمودی به قالب وارد نشود و قالب از غلطک‌ها جدا نشده و یا به آنها فشرده نشود. فلز استفاده شده در این تحقیق، آلیاژ مس C10100 می‌باشد که

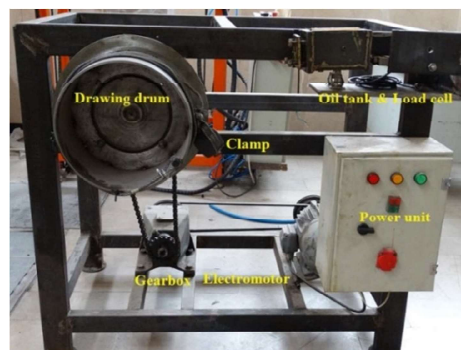
آمده نشان داده است که در این فولاد آلیاژی نیز معادله جانسون-کوک قادر به پیش بینی دقیق رفتار ماده نیست. هو<sup>۱</sup> [۱۹] چندین معادله ساختاری برای بررسی رفتار فلز مس خالص مورد بررسی قرار داد. او به این نتیجه دست یافت که برای به دست آوردن نتایج دقیق از معادلات ساختاری، باید معادلات را بر اساس نقاط ضعف و قوتشان در فرایندهای مختلف استفاده کرد.

مدل جانسون-کوک و زلی-آرمسترانگ در تشریح جریان و رفتار کرنش سختی ماده در نرخ‌های کرنش پایین و دمای نزدیک به محیط عملکرد خوبی دارند [۲۰]. بنابراین، برای پوشش دادن هر دو گروه معادله‌های تجربی و فیزیکی و همچنین با ملاحظه‌ی محدوده بارگذاری در فرایند کشش سیم (دمای محیط و نرخ کرنش پایین‌تر از  $10^4 s^{-1}$ ) این دو مدل برای پیش‌بینی جریان فلز مسی در این فرایند انتخاب شده‌اند.

در مقاله حاضر فرایند کشش سیم فلز مس در نرخ کرنش‌های متوسط [۲۱] و درصد کاهش مختلف مقاطع انجام و نیروی کشش در هر آزمایش توسط نیروسنج در طول فرایند کشش اندازه‌گیری و ثبت شد. فرایند کشش سیم با همان شرایط انجام شده در آزمایش‌های تجربی در نرم افزار المان محدود شبیه سازی شد. در شبیه سازی‌ها از معادلات ساختاری جانسون-کوک، زلی-آرمسترانگ و خان برای بیان رفتار ماده استفاده شده و ضرایب این معادلات برای فلز مس از منابع موجود استخراج شدند. برای معرفی این معادلات به نرم افزار از کد نویسی ویوهارد<sup>۲</sup> استفاده و برای هر معادله ساختاری کد مخصوص به آن توسعه داده شده است. در نهایت نیروهای کشش به دست آمده از آزمایش‌های تجربی و شبیه سازی با هر معادله ساختاری با یکدیگر مقایسه شده و میزان انحراف آنها با نتایج تجربی محاسبه شده است. از مقایسه نتایج، معادله ساختاری که نتایج نزدیک‌تری نسبت به یافته‌های تجربی داشته باشد مشخص شده و دلایل نزدیکی و دوری نتایج مورد بررسی قرار گرفته است.

## ۲- مواد و روش تحقیق

دستگاه کشش مورد استفاده در این تحقیق، در شکل ۲ نشان داده شده است.



شکل ۲- دستگاه کشش سیم

<sup>1</sup> Xu

<sup>2</sup> VUHARD

بدون بُعد است که در آن  $\dot{\epsilon}_0$  نرخ کرنش مرجع می‌باشد و معمولاً برابر با  $1s^{-1}$  در نظر گرفته می‌شود. همچنین  $T^*$  نرم شوندگی حرارتی ماده است و از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

در این رابطه  $T$  دمای ماده،  $T_r$  دمای مرجع و  $T_m$  دمای نقطه ذوب ماده است.

$$T^* = \frac{T - T_r}{T_m - T_r} \quad (4)$$

دینامیک نابجایی<sup>۱</sup> در معادله‌های بنیادی از سال 1960 به‌کار گرفته شد. زرلی و آرمسترانگ [۱۱] یک معادله بنیادی با استفاده از تحلیل فعالسازی گرمایی ارائه دادند. آن‌ها دریافتند فلزات با ساختار کریستالی متفاوت، دارای مکانیزم نابجایی متفاوت هستند. برای فلزات مکعبی با اتم در مرکز سطوح<sup>۲</sup>، نابجایی‌ها باید از بیشه موانع<sup>۳</sup> عبور کنند و ناحیه فعالسازی گرمایی با کرنش پلاستیک به‌دلیل افزایش در چگالی نابجایی کاهش می‌یابد. در صورتی که، برای فلزات مکعبی با اتم در مرکز (BCC)، نابجایی‌ها باید بر موانع پیرلز-نابارو<sup>۴</sup> غلبه کنند (یعنی تنش داخلی پیرلز)، پس ناحیه فعالسازی گرمایی به کرنش وابسته نیست. بنابراین، تنش تسلیم فلزات FCC عمدتاً توسط کرنش سختی، ولی در فلزات BCC اساساً توسط نرخ کرنش سختی و نرم شوندگی گرمایی تعیین می‌شود.

با توجه به این ملاحظات، زرلی و آرمسترانگ دو معادله بنیادی متفاوت برای فلزات با ساختار FCC و BCC بر اساس حرکت نابجایی‌ها ارائه دادند. ادعا بر این است که مدل زرلی-آرمسترانگ می‌تواند رفتار فلزات با ساختار کریستالی شش ضلعی منظم (HCP) را نیز تشریح کند. زیرا بخشی از HCP ویژگی‌های ساختاری FCC و BCC را دارا می‌باشد. برای فلزات FCC، مدل ZA به‌صورت رابطه‌ی زیر بیان می‌شود:

$$\sigma = C_1 + C_2 \epsilon^{1/2} \exp -C_3 T + C_4 T \ln \dot{\epsilon} \quad (5)$$

و برای فلزات با ساختار BCC، مدل ZA به‌صورت رابطه‌ی زیر خواهد بود:

$$\sigma = C_1 + C_2 \exp -C_3 T + C_4 T \ln \dot{\epsilon} + C_5 \epsilon^n \quad (6)$$

که  $C_1 = \Delta \sigma_G + k \ell^{-1/2}$  بوده که  $\Delta \sigma_G$  نشان دهنده تنش سیلان ماده بر اساس چگالی اولیه نابه‌جایی‌ها می‌باشد.  $k$  شدت تنش ریزساختار و  $\ell$  میانگین اندازه قطر دانه است. در این معادله  $C_1$ ،  $C_2$ ،  $C_3$ ،  $C_4$  و  $C_5$  ضرایب ثابت هستند [۲۲].

### ۳-۲- شبیه‌سازی اجزاء محدود

برای شبیه‌سازی تغییرشکل نمونه در فرآیند کشش، از کُد تجاری اجزاء محدود ABAQUS استفاده شد. جهت کاهش زمان حل و افزایش دقت، سیم و قالب به صورت دوبعدی و در حالت متقارن محوری<sup>۵</sup> تعریف شدند. برای محاسبه ضریب اصطکاک از رابطه آویزور و

کاربرد فراوانی در صنایع سیم و کابل دارد. آنالیز شیمیایی سیم‌های مسی در جدول ۱ نشان داده شده است.

جدول ۱- آنالیز شیمیایی سیم مسی

عنصر	Cu	P	Si	Sb	S	Ti	V
درصد	99.99	0.003	0.001	0.001	0.001	<0.002	0.012

برای از بین بردن آثار کار سرد قبلی، کلیه سیم‌ها در کوره‌ای با دمایی  $600^\circ C$  به مدت یک ساعت آنیل شدند [۱]. تمامی سیم‌ها قبل از ورود به قالب برای تغییر شکل پلاستیک، در محفظه تعبیه شده روانکار به‌خوبی با روغن CM201 آغشته می‌شوند. آزمایش‌های کشش سیم مسی با قطر اولیه  $3/52 \text{ mm}$  از طریق عبور از قالب‌های با قطر خروجی و همچنین سرعت‌های کشش متفاوت انجام شد که در جدول ۲ شرایط آزمایش‌های کشش نشان داده شده است. مقدار نرخ کرنش در فرایند کشش سیم از رابطه (۲) قابل محاسبه خواهد بود [۱]:

$$\dot{\epsilon} = \frac{2 \ln d_0 / d_1}{l/v} \quad (2)$$

که در این رابطه  $d_0$  قطر سیم ورودی به قالب،  $d_1$  قطر سیم خروجی از قالب،  $l$  طول تماس سیم با قالب و  $v$  سرعت کشش سیم می‌باشد.

جدول ۲- شرایط کشش سیم‌های مسی در دستگاه کشش سیم

شماره آزمون	قطر سیم ورودی (mm)	قطر سیم خروجی (mm)	سرعت کشش (mm/s)	نرخ کرنش ( $s^{-1}$ )	درصد تغییر شکل (%)
۱	۳/۳	۳/۳	۲۰۰	۳۷	۱۲
۲				۷۵	
۳				۱۱۲	
۴				۱۸۰	
۵	۳/۱	۳/۱	۲۰۰	۳۸	۲۲/۴
۶				۷۷	
۷					

### ۳-۲- مدل‌سازی فرایند کشش سیم

#### ۳-۱- معادلات حاکم

این مدل توسط جانسون و کوک در سال ۱۹۸۳ ارائه شد. از میان مدل‌های تجربی توسعه یافته بر مبنای نظریه پدیدارشناختی، مدل جانسون-کوک به دلیل سادگی و توانایی پیش‌بینی با دقت بالای تنش سیلان در بسیاری از موقعیت‌های عملی، کاربرد زیادی پیدا کرده و تنش سیلان را به عنوان یک تابع از کرنش، نرخ کرنش و دما تعریف نموده است. در این مدل، تنش سیلان وان مایسز با رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$\sigma = A + B \epsilon^n \quad 1 + C \ln \dot{\epsilon}^* \quad 1 - T^* m \quad (3)$$

که  $A$  تنش تسلیم شبه-استاتیکی در دما و نرخ کرنش مرجع،  $B$  ضریب کرنش سختی،  $n$  نمای کرنش سختی،  $C$  و  $m$  به ترتیب ثوابت ماده‌اند که متناظر با ضریب نرخ کرنش سختی و نمای نرم شوندگی گرمایی هستند.  $\epsilon^* = \epsilon / \dot{\epsilon}_0$  کرنش پلاستیک موثر و  $\dot{\epsilon}^*$  نرخ کرنش

<sup>1</sup>Dislocation

<sup>2</sup>FCC

<sup>3</sup>Dislocation jungle

<sup>4</sup>Peierls-Nabarro

<sup>5</sup>Axisymmetric

به منظور معرفی معادله‌های بنیادی به این نرم‌افزار از زیربرنامه<sup>۳</sup> استفاده شد. برای تعریف رفتار پلاستیسیته مواد از زیربرنامه‌های کُد یوهارد<sup>۴</sup> برای حالت استاندارد و کُد یوهارد<sup>۵</sup> برای حالت صریح استفاده می‌شود [۲۷]. در این زیربرنامه تنش تسلیم به‌عنوان تابعی از کرنش پلاستیک مؤثر، نرخ کرنش پلاستیک مؤثر و دما تعریف شده و ثوابت ماده برای معادله توسط کاربر به زیربرنامه ارسال می‌گردد. زیربرنامه در هر نمو<sup>۶</sup> اطلاعات مربوط به کمیت‌های نامبرده را دریافت و سپس با انجام تجزیه و تحلیل تنش تسلیم را محاسبه می‌کند. بنابراین، مدل‌های جانسون- کوک و زرلی-آرمسترانگ در زبان فرترن<sup>۷</sup> پیاده-ساز شده و برای شبیه‌سازی فرآیند کشش در محیط کُد اجزاء محدود ABAQUS فراخوانی گردید. خواص مکانیکی و حرارتی آلیاژ مس در جدول ۳، همچنین ثوابت معادله‌های جانسون-کوک و زرلی-آرمسترانگ در جدول ۴ و ۵ نشان داده شده است.

جدول ۳- خواص مکانیکی و گرمایی سیم مس [۲۸]

۱۱۵	مدول یانگ GPa
۰/۳۱	ضریب پواسون
۳۸۵	گرمای ویژه J/Kg
۳۸۳	رسانایی گرمایی 1/K
۵×۱۰ <sup>-۵</sup>	ضریب انبساط گرمایی 1/K
۲۹۸	دمای مرجع K
۱۳۵۶	دمای ذوب K
۸۹۶۰	چگالی Kg/m <sup>۳</sup>

جدول ۴- ضرایب معادله جانسون کوک برای مس [۲]

۹۰ MPa	A
۲۹۲ MPa	B
۰/۳۱	n
۰/۰۲۵	C
۱/۰۹	m

جدول ۵- ضرایب معادله زرلی آرمسترانگ برای مس [۲۱]

۶۵ MPa	C1
۸۹۰ MPa	C2
۰/۰۰۲۸K <sup>-۱</sup>	C3
۰/۰۰۱۱۵K <sup>-۱</sup>	C4

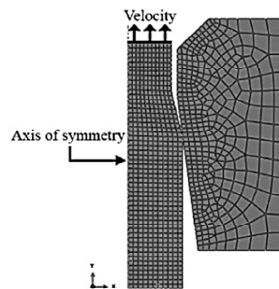
نمونه‌ای از کانتورهای تنش وون مایسز بدست آمده از شبیه‌سازی کشش سیم توسط معادله‌های جانسون-کوک و زرلی- آرمسترانگ

اوانس [۲۳ و ۲۴] طبق رابطه (۷) استفاده شده است.

$$\mu = \frac{2}{\left(1 - \frac{\sigma_{xb}}{\sigma_0} - \ln \frac{R_0}{R_f}\right) \ln \frac{R_0}{R_f} + \frac{1}{\sqrt{3}} \left(1 - \frac{\alpha \cos \alpha}{\sin \alpha}\right)}$$

$$f \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \left[1 - \cos \alpha \sqrt{1 - \frac{11}{12} \sin^2 \alpha}\right] + \frac{1}{\sqrt{11.12}} \ln \frac{1 + \sqrt{\frac{11}{12}}}{\sqrt{\frac{11}{12} \cos \alpha} + \sqrt{1 - \frac{11}{12} \sin^2 \alpha}} \quad (7)$$

در این رابطه  $\alpha$  نیم زاویه قالب،  $\sigma_{xb}$  تنش پستی<sup>۱</sup> وارد بر سیم،  $\sigma_0$  تنش سیلان سیم،  $R_0$  قطر سیم ورودی و  $R_f$  قطر سیم خروجی از قالب می‌باشد. طبق این رابطه ضریب اصطکاک برای سیم مسی با قطر ورودی ۳/۵۲ mm و قطر خروجی ۳/۳ mm و ۳/۱ mm به ترتیب برابر با ۰/۱۴ و ۰/۰۹ خواهد بود. در شبیه سازی از نوع رفتار تماس پنالتی برای تمامی شبیه‌سازی‌ها استفاده شده است. با توجه به اینکه دمای سیم در طول فرآیند چندان افزایش نمی‌یابد [۲۵ و ۲۶]. فرض می‌شود ضریب اصطکاک در طول فرآیند ثابت بماند. در آزمایش تجربی انتهای سیم توسط گیره‌های مهار شده و با سرعت ثابتی کشیده می‌شود. در شبیه سازی نیز به لبه سیم در راستای محور سیم سرعت ثابت اعمال شد. با توجه به ماهیت فرآیند کشش سیم از تحلیل جابجایی-دما به‌صورت صریح<sup>۲</sup> استفاده شد. دمای اولیه سیم و قالب برای تمامی نمونه‌ها ۲۹۸ K انتخاب شد که در طول فرآیند تغییر می‌یابد. در تحلیل مسایل ترمومکانیکی باید از المانی استفاده شود که با تغییر مکان، درجه آزادی دما را نیز داشته باشد تا بتوان در طول فرآیند تغییر شکل و دما را بررسی نمود. بنابراین، برای مش‌بندی سیم و قالب از المان تغییرمکان-دما CPE4RT استفاده شد. با توجه به تأثیر اندازه مش بر نتایج، چندین مش‌بندی مختلف انجام و اندازه مشی انتخاب شد که نتایج همگرا تولید نماید. مدل اجزاء محدود سیم و قالب مش‌بندی شده با شرایط مرزی استفاده شده در شکل ۵ نشان داده شده است.

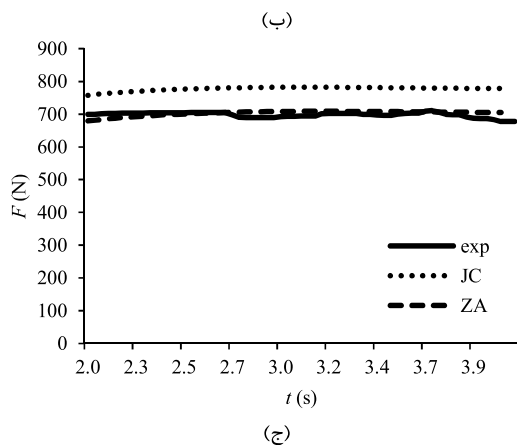
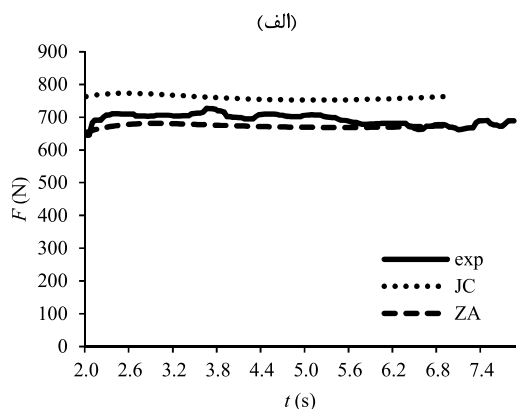
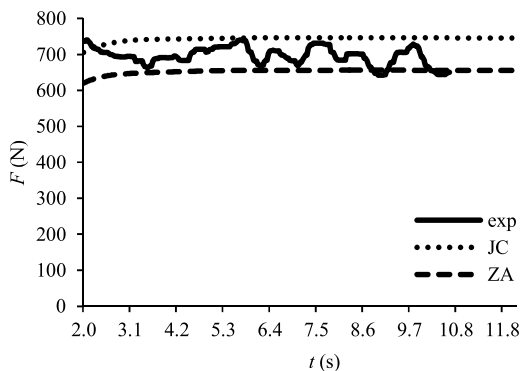


شکل ۵- مدل مش‌بندی اجزاء محدود سیم و قالب با شرایط مرزی

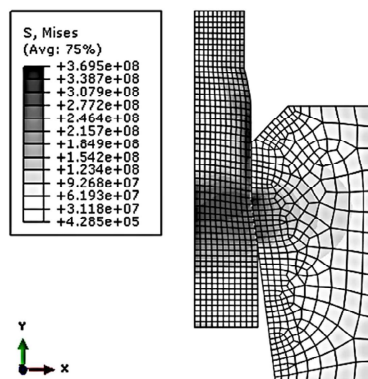
<sup>3</sup>Subroutine  
<sup>4</sup>UHARD  
<sup>5</sup>VUHARD  
<sup>6</sup>Increment  
<sup>7</sup>Fortran

<sup>1</sup> Back tension  
<sup>2</sup>Explicit

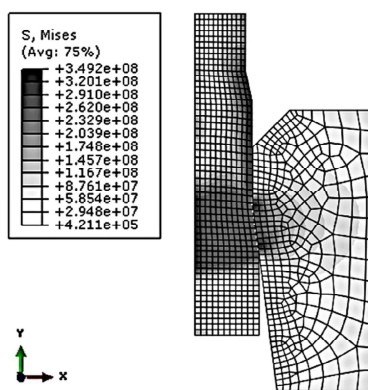
زلزلی- آرمسترانگ را نشان می‌دهد. این‌تور دستگاه طوری تنظیم شد که بعد از ۲ ثانیه سرعت کشش سیم به سرعت نهایی برسد. همین شتاب در شبیه سازی نیز لحاظ گردید. بنابراین نیروی کشش بعد از ۲ ثانیه به حالت پایا رسیده و نمودارها نیز بعد از طی این زمان رسم شده اند.



مربوط به آزمون شماره ۱ ذکر شده در جدول ۲، در شکل‌های ۶ و ۷ نشان داده شده است.



شکل ۶- کانتور تنش شبیه‌سازی توسط مدل JC، (آزمایش ۱)



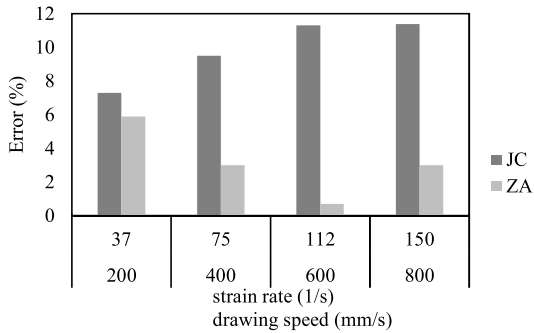
شکل ۷- کانتور تنش شبیه‌سازی توسط مدل ZA (آزمایش ۱)

#### ۴- نتایج و بحث

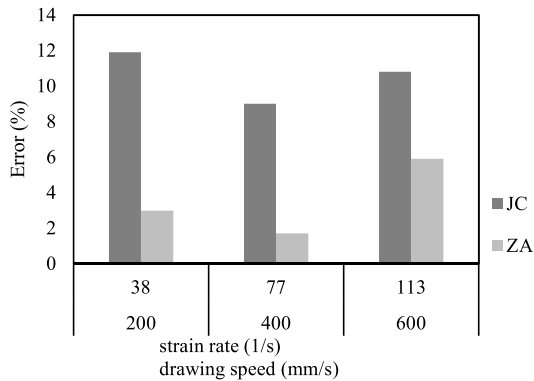
هدف اصلی از این مقاله بررسی میزان نزدیکی نتایج تجربی با پیش بینی حاصل از معادلات بنیادی جانسون- کوک و زلزلی- آرمسترانگ می‌باشد. معادله جانسون- کوک مربوط به گروه معادلات پدیدار شناختی می‌باشد که بر اساس مشاهدات تجربی توسعه یافته است که به دلیل راحتی در تعیین ضرایب در اغلب مسائل کاربردی و نرم افزارهای المان محدود بکار برده می‌شود. در مقابل معادله زلزلی- آرمسترانگ بر اساس ریز ساختار ماده بنا شده است ولی به دلیل بیشتر بودن و سختی تعیین ضرایب به ندرت و در مسائل حساس از این معادله استفاده می‌شود. ولی آنچه مهم است دقت این معادلات در پیش بینی رفتار ماده است.

از نیروی کشش به عنوان معیاری برای بررسی رفتار ماده در نرخ کرنش‌های مختلف استفاده شده است. نیروی کشش در آزمایش‌های تجربی اشاره شده در جدول ۲ از طریق نیروسنج متصل به قالب اندازه گرفته شده و به صورت نمودار نیرو- زمان رسم شده است. نیروی کشش بار دیگر از طریق شبیه سازی المان محدود محاسبه و استخراج شده است با این تفاوت که یک بار از معادله جانسون- کوک و بار دیگر از معادله زلزلی- آرمسترانگ برای بیان رفتار پلاستیک ماده استفاده شده است. شکل ۸ مقدار نیروی کشش به دست آمده از آزمایش‌های تجربی، شبیه‌سازی با معادله جانسون- کوک و شبیه‌سازی با معادله

همانطور که از نمودارها دیده می‌شود نمودارهای حاصل از بکار گیری معادله زرلی- آرمسترانگ در تمام شرایط آزمایش تطابق بهتری با نمودارهای تجربی داشته و نتایج بهتری نسبت به معادله جانسون- کوک ارائه کرده است. در شکل‌های ۹ و ۱۰ میزان خطا بین میانگین نتایج تجربی با میانگین نتایج شبیه‌سازی به هنگام استفاده از معادلات جانسون- کوک و زرلی- آرمسترانگ نشان داده شده است.

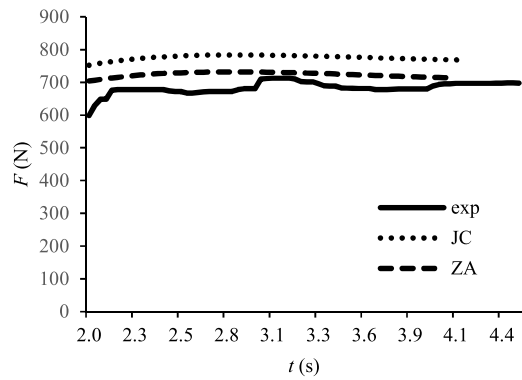


شکل ۹- خطای بین نیروهای کشش حاصل از شبیه سازی با معادلات جانسون- کوک و زرلی- آرمسترانگ و نتایج تجربی با درصد کاهش ۱۲٪

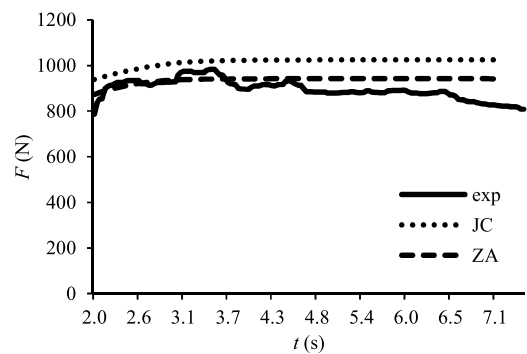


شکل ۱۰- خطای بین نیروهای کشش حاصل از شبیه سازی با معادلات جانسون- کوک و زرلی- آرمسترانگ و نتایج تجربی با درصد کاهش ۲۲.۴٪

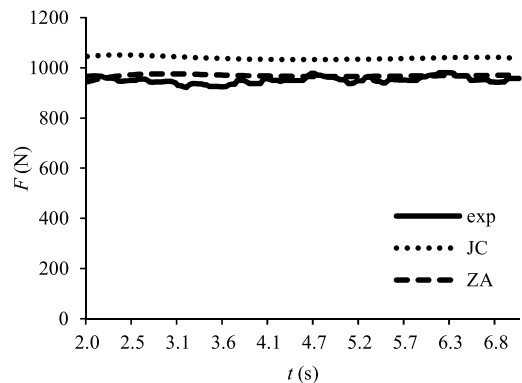
در شکل ۱۱ و ۱۲ میانگین نیروهای کشش در فرایند کشش سیم مسی با کاهش سطح مقطع ۱۲٪ و ۲۲/۴٪ در نرخ کرنش های مختلف نشان داد شده است.



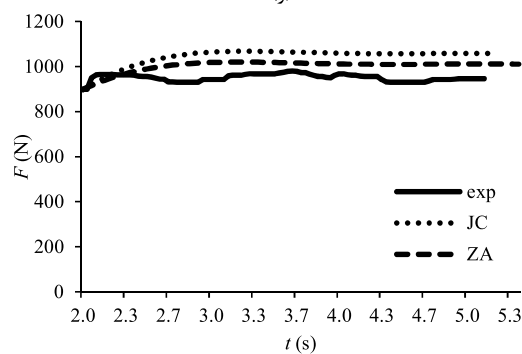
(د)



(ه)



(ز)



(ز)

شکل ۸- منحنی‌های نیروی کشش و زمان آزمایش‌های تجربی و شبیه‌سازی‌های کشش سیم با معادلات ساختاری جانسون- کوک و زرلی- آرمسترانگ و شماره آزمون الف) ۱، ب) ۲، ج) ۳، د) ۴، ه) ۵، ر) ۶ و ز) ۷ بیان شده در جدول ۲.

افزایش پیدا نکرد. می‌توان نتیجه گرفت معادله زرلی- آرمسترانگ نسبت به معادله جانسون- کوک در محدوده وسیع‌تری از نرخ کرنش معتبر و قابل استفاده می‌باشد.

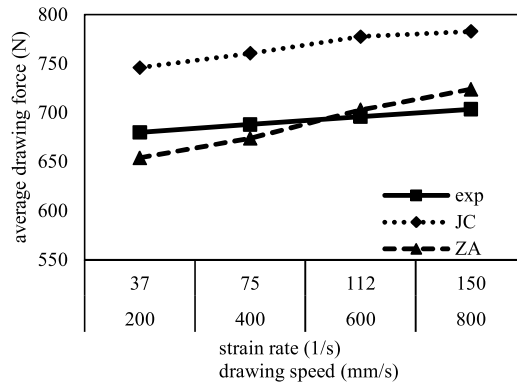
ایراد اصلی وارد بر معادله جانسون- کوک مجزا بودن عبارات مربوط به کرنش سختی، نرخ کرنش سختی و دما می‌باشد. به عبارت دیگر اثر هر سه پارامتر روی تنش سیلان مواد به صورت مجزا و به صورت تابع ضرب در نظر گرفته شده است در حالی که در بسیاری از مواد اثر متقابل بر یکدیگر دارند. در معادله جانسون- کوک ساختار فیزیکی، اندازه دانه و سوابق کارسختی تأثیری در تنش سیلان ماده به وجود نمی‌آورد و نرخ کار سختی یا همان  $d\sigma/d\epsilon$  رابطه مستقیمی با نرخ کرنش دارد و با افزایش نرخ کرنش افزایش می‌یابد در حالی که در بیشتر فلزات این گونه نیست و با افزایش نرخ کرنش، نرخ کرنش سختی ثابت بوده و در برخی فلزات کاهش نیز می‌یابد [۷ و ۸]. در معادله زرلی- آرمسترانگ این نواقص تا حدودی بر طرف شده است و ارتباط بین پارامترهای مربوط به کرنش سختی، نرخ کرنش و دما به صورت توابع نمایی و لگاریتمی بیان شده است.

نتیجه دیگری که در این تحقیق به دست آمد و انتظار می‌رفت این بود که با افزایش سرعت کشش، نرخ کرنش افزایش یافته و این امر باعث افزایش تنش سیلان فلز گردید. با افزایش تنش سیلان نیروی کشش لازم برای تغییر شکل فلز افزایش می‌یابد. با توجه به شکل ۱۲ مشاهده می‌شود که با افزایش سه برابری سرعت کشش، نیروی کشش به میزان ۷٪ افزایش یافته است. این پدیده توسط هر دو معادله ساختاری به خوبی پیش بینی شده است.

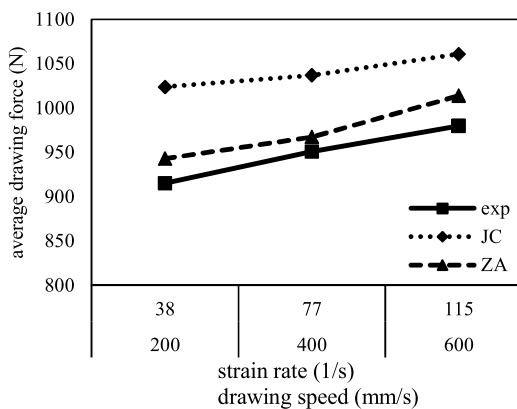
### ۵- نتیجه‌گیری

برای بررسی رفتار فلز مس در نرخ کرنش متوسط از معادلات جانسون- کوک و زرلی- آرمسترانگ و روش کشش سیم استفاده شده است. نتایج حاصل از هر دو معادله نزدیکی خوبی با نتایج تجربی نشان دادند. معادله زرلی- آرمسترانگ در بدترین شرایط حدود ۶٪ و در بهترین حالت کمتر از ۱٪ با نتایج تجربی اختلاف داشت. این اختلاف در معادله جانسون- کوک در بهترین حالت ۶٪ و در بدترین حالت حدود ۱۲٪ بود. این اختلاف بین نتایج حاصل از معادله جانسون- کوک و زرلی- آرمسترانگ به نواحی استفاده شده در معادلات بستگی دارد. نکته مهم دیگر نحوه انتخاب ضرایب مدل جانسون- کوک می‌باشد. زیرا این ضرایب ممکن است به ازای نرخ کرنش‌های مختلف تغییر یابند. به عبارت دیگر از یک سری ضرایب ثابت در این مدل نمی‌توان برای طیف گسترده‌ای از نرخ کرنش استفاده نمود. آزمایش‌های کشش سیم نشان داد هرچه از نرخ کرنشی که در آن ضرایب معادله جانسون- کوک به دست آمده‌اند فاصله گرفته شود، میزان خطای معادله افزایش خواهد یافت. این پدیده به هنگام استفاده از معادله زرلی- آرمسترانگ مشاهده نگردید و خطای این مدل در شرایط مختلف نرخ کرنش در فرایند کشش سیم مسی در محدوده ۱٪ تا ۶٪ متغیر بود.

نکته حائز اهمیت دیگر افزایش نیروی کشش با افزایش سرعت کشش و نرخ کرنش سیم می‌باشد. به طوری که با افزایش سه برابری سرعت کشش از ۰/۲ m/s به ۰/۶ m/s نیروی کشش به میزان ۷٪ افزایش یافت.



شکل ۱۱- میانگین نیروی کشش سیم مسی در نرخ کرنش‌های مختلف با کاهش قطر ۱۲٪



شکل ۱۲- میانگین نیروی کشش سیم مسی در نرخ کرنش‌های مختلف با کاهش قطر ۲۲.۴٪

ضرایب معادلات جانسون- کوک و زرلی- آرمسترانگ بکار گرفته شده در این تحقیق، در محدوده نرخ کرنش شبه استاتیکی محاسبه شده‌اند [۲۱]. با توجه به نمودارهای شکل‌های ۹ و ۱۰ دیده می‌شود که با افزایش نرخ کرنش در فرایند کشش سیم و دور شدن از شرایط شبه استاتیکی، میزان خطا در مدل جانسون- کوک افزایش یافته است. به عبارت دیگر استفاده از مدل جانسون- کوک با ضرایبی که از طریق یک فرایند شبه استاتیکی به دست آمده‌اند، در فرایند کشش سیم که دارای نرخ کرنش بالاتری است، همراه با خطا بوده و این خطا با بیشتر شدن نرخ کرنش افزایش خواهد یافت. این پدیده را می‌توان به عنوان نقطه ضعف دیگری برای مدل جانسون- کوک در نظر گرفت زیرا در پیش بینی رفتار ماده در نرخ کرنش بالاتر از نرخ کرنشی که ضرایب در آن محاسبه شده‌اند ایجاد خطا می‌کند. به همین دلیل است که در معادلات جانسون- کوک بهینه شده، ضرایب C، n و m تابعی از نرخ کرنش در نظر گرفته شده‌اند [۵ و ۶] تا با تغییر نرخ کرنش ضرایب نیز تغییر یابند. در حالی که این اتفاق به هنگام استفاده از معادله زرلی- آرمسترانگ با توجه به شکل‌های ۹ و ۱۰ مشاهده نگردید. یعنی با وجود اینکه ضرایب معادله زرلی- آرمسترانگ نیز همانند معادله جانسون- کوک در محدوده نرخ کرنش شبه استاتیکی محاسبه شده بودند، ولی با افزایش نرخ کرنش خطای بین نتایج تجربی و شبیه سازی



```

C User subroutine vuhard
  subroutine vuhard (
C Read only -
  * nblock,
  * nElement, nIntPt, nLayer, nSecPt,
  * lAnneal, stepTime, totalTime, dt,
  cmname,
  * nstatev, nfieldv, nprops,
  * props, tempOld, tempNew, fieldOld,
  fieldNew,
  * stateOld,
  * eqps, eqpsRate,
C Write only -
  * yield, dyieldDtemp, dyieldDeqps,
  stateNew)
C
  include 'vaba_param.inc'
C
  dimension
  * props(nprops),
  * tempOld(nblock),
  * fieldOld(nblock,nfieldv),
  * stateOld(nblock,nstatev),
  * tempNew(nblock),
  * fieldNew(nblock,nfieldv),
  * eqps(nblock),
  * eqpsRate(nblock),
  * yield(nblock),
  * dyieldDtemp(nblock),
  * dyieldDeqps(nblock,2),
  * stateNew(nblock,nstatev), jElem(nblock)
C
  parameter ( zero = 0.d0, eqpsFail = 0.25d0 )
  parameter ( one = 1.0d0, small=1.0e-5)
  character*80 cmname

```

```

C Plastic Properties
  A = 90000000
  B = 292000000
  D = 0.31
  C = 0.025
  e0 = 1

  do 100 k = 1,nblock
    strain = eqps(k)
    strainrate = eqpsRate(k)
    temp = tempNew(k)

    if (strain .LE. small) then
      strain = small
    end if

    if (strainrate .LE. small) then
      strainrate = small
    end if

    Yield(k) = (A + (B * (strain ** D)))
    * (1 + C * log (strainrate/e0))
    dyieldDeqps(k,1) = (strain ** (D-1)
    * B * D
    * (1 + C * log (strainrate/e0))
    dyieldDeqps(k,2) = (A + (B * (strai
    D ))) *
    * (C/(strainrate))

  100 end do
C
  return
  end

```

Extrusion Test of OFHC Copper. *Dynamic behavior of material*, Vol. 1, No. 2, pp. 136-152, 2015.

- [18] An He, Ganlin Xie, Hailong Zhang, Xitao Wang. A comparative study on Johnson–Cook, modified Johnson–Cook and Arrhenius-type constitutive models to predict the high temperature flow stress in 20CrMo alloy steel. *Materials and Design*, Vol 52, pp. 677–685, 2013.
- [19] Zejian Xu, Fenglei Huang. Comparison of constitutive models for FCC metals over wide temperature and strain rate ranges with application to pure copper. *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 79, pp.65-74, 2015.
- [20] Preston D.L., Tonks D.L., Wallace D. C.. Model of plastic deformation for extreme loading conditions. *Applied Physics*, Vol. 93, pp. 211, 2003.
- [21] ASM Metals Handbook- Mechanical Testing and Evaluation, ASME International 2000.
- [22] Armstrong R., Zerilli F., Dislocation mechanics based constitutive relations for material dynamics calculations. *Journal of Applied Physics*, Vol. 61, pp.529-534, 1987.
- [23] evans W., avitzur B., Measurement of Friction in Drawing, Extrusion, and Rolling, *Transactions of the ASME*, January, pp 72-80, 1968.
- [24] Avitzur B., Analysis of Wire Drawing and Extrusion, Through Conical Dies of Large Cone Angle, *Journal of Engineering for Industry*, Vol. 85, No. 1, pp. 89-95, 1963.
- [25] G. Vega, A. Haddi, A. Imad. Investigation of process parameters effect on the copper-wire drawing. *Materials and Design*, Vol. 30, pp. 3308-3312, 2009.
- [26] Domiaty A. E., Kassab S. Z., Temperature rise in wire-drawing, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 83, pp. 72–83, 1998.
- [27] ABAQUS User Subroutines Reference Manual, Explicit Subroutine, VUHARD. *Version 6.10*.
- [28] <http://www.matweb.com>
- [1] Wright R. N., Wire Technology: Process engineering and metallurgy. ELSEVIER Inc, 2001.
- [2] Johnson G.R., W.H. Cook, A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures. *7th int. Symposium on Ballistic, Hague*, pp. 541-547, 1983.
- [3] Vural M., Caro J., Experimental analysis and constitutive modeling for the newly developed 2139-T8 alloy, *Materials Science and Engineering A*, vol. 5, No. 20, pp. 56–65, 2009.
- [4] Chen G., Ren Ch., Ke Z., Li J., Yang X., Modeling of flow behavior for 7050 T7451 aluminum alloy considering microstructural evolution over a wide range of strain rates, *Mechanics of Materials*, Vol. 95, pp. 146–157, 2016.
- [5] Y.C. Lin, X. Chen, G. Liu, A modified Johnson–Cook model for tensile behaviors of typical high-strength alloy steel. *Materials Science and Engineering A*, Vol. 527, pp. 6980–6986, 2010.
- [6] Tan J. Q., Zhan M., Liu Sh., Huang T., Guo J., Yang H., A modified Johnson-cook model for tensile flow behaviors of 7050-T7451 aluminum alloy at High strain rates, *Materials Science & Engineering A*, Vol. 631, pp. 214-219, 2015.
- [7] Khan A. S., Suh Y. S., Kazmi R., Quasi-static and dynamic loading responses and constitutive modeling of titanium alloys. *International Journal of Plastics*, Vol. 20, No. 22, pp. 33-48, 2004.
- [8] Khan A. S., Huang S.. Experimental and theoretical study of mechanical behavior of 1100 aluminum in the strain rate range  $10^2$ - $10^4$ . *International Journal of Plasticity*, Vol. 8, pp. 397–424, 1992.
- [9] Liang R., Khan A. S., A critical review of experimental results and constitutive models for BCC and FCC metals over a wide range of strain rates and temperatures. *International Journal of Plasticity*, Vol. 15, pp. 963-980, 1999.
- [10] Khan A. S., Zhang H. Y., Takacs L., Mechanical response and modeling of fully compacted nano crystalline iron and copper. *International Journal of Plasticity*, Vol. 16, No.14, pp. 59–76, 2000.
- [11] Armstrong R., Zerilli F., Dislocation mechanics based analysis of material dynamics behavior. *Journal de Physique Colloques*, Vol. 49, pp.529-534, 1988.
- [12] Klepaczko J. R., Rusinek A., Rodríguez-Martínez J. A., cherski P. e., Arias A., Modelling of thermo-viscoplastic behavior of DH-36 and Weldox 460-E structural steels at wide ranges of strain rates and temperatures, comparison of constitutive relations for impact problems. *Mechanics of Materials*, Vol. 41, pp. 599-621, 2009.
- [13] Nemat-Nasser S., Li Y., Flow stress of FCC polycrystals with application to OFHC Cu. *Acta Material*, Vol. 46, No. 2, pp. 65-77, 1998.
- [14] Voyiadjis G. ZAbed., F. H., Microstructural based models for bcc and fcc metals with temperature and strain rate dependency. *Mechanics of Materials*, Vol. 37, No. 3, pp. 55-78, 2005.
- [15] Hong-Ying L., Yang-Hua L., Wang X., Jiao-Jiao L., Wu Y., A comparative study on modified Johnson Cook, modified Zerilli–Armstrong and Arrhenius-type constitutive models to predict the hot deformation behavior in 28CrMnMoV steel. *Materials and Design*, Vol. 49, pp. 493–501, 2013.
- [16] Tanimura S., Tsuda T., Abec A., Hayashi H., Jones N., Comparison of rate-dependent constitutive models with experimental data. *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 69, pp. 104-113, 2014.
- [17] Bonora N., Testa G., Ruggiero A., Iannitti G., Mortazavi N., Numerical Simulation of Dynamic Tensile