

تحلیل ارتعاشات آزاد صفحات مشبک هدفمند FGM در محیط‌های حرارتی

دانش آموخته کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران
 دانشجوی دکتری، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران
 استاد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران

اسماعیل میکائیلی
 محسن حیدری بنی
 جعفر اسکندری جم*

چکیده

در پژوهش حاضر دو روش تحلیلی و عددی برای مطالعه و بررسی ارتعاشات آزاد ورق‌های مشبک هدفمند در محیط‌های حرارتی بکار گرفته شده است. در روش تحلیلی، خواص ورق هدفمند به صورت تابعی از دما تعریف شده و برای در نظر گرفتن خواص ورق مشبک از ماتریس سفتی تعریف شده بر اساس نظریه وسیلیو استفاده شده است. معادلات تعادل حاکم، بر اساس نظریه تغییر شکل برشی مرتبه اول که شامل مؤلفه‌های جابجایی و دورانی می‌باشد، به دست آمده و با فرض شرایط مرزی چهار طرف گیردار به روش انرژی حل شده است. با حل مسأله مقدار ویژه، رفتار ارتعاشی سازه در محیط حرارتی (با حضور تنش حرارتی) تعیین شده است. نتایج تحلیلی و عددی با نتایج آثار گذشته مورد مقایسه و صحت‌سنجی قرار گرفته است. در زمینه ارتعاشات آزاد ورق مشبک هدفمند در محیط حرارتی مطالعات پارامتری مختلفی از جمله تغییر اندازه ریب‌ها، فاصله ریب‌ها و ... جهت پیش‌بینی رفتار سازه صورت گرفته است. نتایج نشان می‌دهند که در حالی که دما افزایش می‌یابد، فرکانس طبیعی در ورق مشبک هدفمند با کاهش عرض‌ریب‌ها و افزایش فاصله بین ریب‌ها، کاهش می‌یابد. استفاده از ورق مشبک هدفمند به عنوان هسته (تقویت‌کننده) با روپه سرامیکی باعث می‌شود تا فرکانس طبیعی تا حدود ۵۰ درصد افزایش یابد، که در محیط حرارتی با افزایش دما، کاهش فرکانس طبیعی حدود ۳ درصد می‌باشد در حالی که در ورق هدفمند این کاهش حدود ۱۱ درصد می‌باشد. همچنین نتایج نشان می‌دهند که مشبک سازی ورق هدفمند و استفاده به صورت هسته سازه ساندویچی باعث افزایش استحکام و مقاوم سازی در مقابل حرارت می‌شود. **واژه‌های کلیدی:** مواد هدفمند، سازه مشبک کامپوزیتی، ارتعاشات آزاد، محیط حرارتی.

Free Vibration analysis of Functionally Graded Lattice Plates in Thermal Environment

I. Mikaili
 M. Heydari Beni
 J. Eskandari Jam

Faculty of Materials & Manufacturing Processes, Malek-e-Ashtar University of Technology, Tehran, Iran
 Faculty of Materials & Manufacturing Processes, Malek-e-Ashtar University of Technology, Tehran, Iran
 Faculty of Materials & Manufacturing Processes, Malek-e-Ashtar University of Technology, Tehran, Iran

Abstract

In the present study, two analytical and numerical methods have been used for studying and testing of Functionally Graded Lattice plates in thermal environments. In the analytical method, the properties of the Functionally Graded plates are defined as a function of temperature, and to take account of the properties of Lattice Plates, the stiffness matrix defined by V.V. Vasiliev is used. The governing equilibrium equations are obtained based on the first order shear deformation theory, which includes displacement and rotational components, and is solved by assuming the boundary conditions that are fully clamped by the energy method. By solving the problem of a special value, the vibrational behavior of the structure in a thermal environment (with the presence of thermal stress) is determined. Analytical and numerical results have been compared and verified with the results of previous works. In the field of free vibration, a Functionally Graded Lattice plate in a thermal environment has been used to study various parameters such as changing the size of the ribs, the distance between the ribs and ... for predicting structural behavior. The results show that when the temperature rises, the normal frequency in the Functionally Graded Lattice plate decreases with the decrease of the width of the ribs and the increase in the distance between the ribs. The use of a purposeful grid plate as a ceramic core reinforcement increases the natural frequency by up to 50%, which in a thermal environment with a rise in temperature, the natural frequency drop is about 3%, while in the FGM plate, this reduction is about 11%. The results also show that the Functionally Graded Lattice plate and the use of the core of the sandwich structure increases the strength and resistance to heat.

Keywords: Functionally Graded Material (FGM), Lattice Composite Structures, Free Vibration, Thermal Environment.

شرایط واقعی کمک بسزایی می‌کند. از جمله تحلیل‌های ضروری که جهت پیش‌بینی رفتار مکانیکی سازه‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد، تحلیل ارتعاشیست. صفحات، به عنوان اجزای متداول سازه، کاربردهای مهم مهندسی به خصوص در فن‌آوری هوافضا دارند. با بهبود مواد کامپوزیتی، استفاده از صفحات کامپوزیتی گسترده‌تر شده است. به‌تازگی، صفحات FGM به ویژه در سازه‌های هوافضا مانند وسایل نقلیه آبر/صوت/مافوق صوت در محیط‌های با دمای بالا مورد توجه بیشتری قرار گرفته اند [۱].

کارا و همکاران [۲-۵]، بیلید و همکاران [۶] و مانتری [۷] رفتار

۱- مقدمه

ورق‌های مشبک کامپوزیتی که به عنوان سازه‌های سبک و مقاوم در صنایع مختلفی همچون هوا فضا، صنایع دریایی، صنعت ساختمانی و ... مورد استفاده قرار می‌گیرند، می‌توانند برای استفاده در شرایط محیط‌های حرارتی طراحی شوند. به منظور طراحی یک ورق مشبک کامپوزیتی لازم است که طراح در شرایط مرزی و محیطی خاص، رفتار مکانیکی سازه را بشناسد.

ارائه یک مدل‌سازی دقیق ریاضی به پیش‌بینی رفتار سازه‌ها در

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: jafar.eskandarijam@gmail.com

کرنش‌های عمودی و برشی مربوط به میدان‌های جابه‌جایی در رابطه (۳)، از روابط زیر بدست می‌آید:

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx}^{(0)} \\ \epsilon_{yy}^{(0)} \\ \gamma_{xy}^{(0)} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx}^{(1)} \\ \epsilon_{yy}^{(1)} \\ \gamma_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^{(0)} \\ \gamma_{xz}^{(0)} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

که اجزاء کرنش عمودی و برشی بصورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} \{\epsilon^{(0)}\} &= \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx}^{(0)} \\ \epsilon_{yy}^{(0)} \\ \gamma_{xy}^{(0)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \end{Bmatrix}, \{\epsilon^{(1)}\} \\ &= \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx}^{(1)} \\ \epsilon_{yy}^{(1)} \\ \gamma_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^{(0)} \\ \gamma_{xz}^{(0)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \phi_y + \frac{\partial w_0}{\partial y} \\ \phi_x + \frac{\partial w_0}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

ثوابت الاستیک در معادلات پایه تشکیل شده برای یک ورق (رابطه (۱)) بصورت زیر هستند [۱۰]:

$$Q_{11} = Q_{22} = \frac{E(z,T)}{1-\nu^2}, \quad Q_{12} = Q_{21} = \frac{\nu E(z,T)}{1-\nu^2} \quad (7)$$

$$Q_{44} = Q_{55} = Q_{66} = G(z) = \frac{E(z,T)}{2[1+\nu]}$$

انرژی کرنشی کل (U) ناشی از نیروی عمودی، نیروی برشی و ممان خمشی برای یک ورق را می‌توان به‌صورت زیر بیان کرد:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b [N_{xx} \epsilon_{xx}^{(0)} + N_{yy} \epsilon_{yy}^{(0)} + N_{xy} \gamma_{xy}^{(0)} + M_{xx} \epsilon_{xx}^{(1)} + M_{yy} \epsilon_{yy}^{(1)} + M_{xy} \gamma_{xy}^{(1)} + Q_x \gamma_{xz}^{(0)} + Q_y \gamma_{yz}^{(0)}] dx dy \quad (8)$$

که:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} &= \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} dz, \quad \begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} z dz, \\ \begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} &= \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} z dz \end{aligned} \quad (9)$$

با جایگذاری رابطه (۱) در رابطه (۹) نتیجه می‌شود:

$$\{N\} = [A]\{\epsilon^{(0)}\} + [B]\{\epsilon^{(1)}\} \quad (10)$$

$$\{M\} = [B]\{\epsilon^{(0)}\} + [D]\{\epsilon^{(1)}\} \quad (11)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{66} & 0 \\ 0 & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^{(0)} \\ \gamma_{xz}^{(0)} \end{Bmatrix} \quad (12)$$

اجزاء سفتی ماده را می‌توان بعنوان A_{ij} سفتی کششی، D_{ij} سفتی خمشی و B_{ij} سفتی کوپل خمشی-کششی تعریف کرد:

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij}(1, z, z^2) dz, \quad (i, j = 1, 2, 6) \quad (13)$$

رابطه انرژی کرنشی ورق‌های هدفمند به‌عنوان تابعی از اجزاء سفتی ماده و کرنش به‌صورت زیر نوشته می‌شود [۱۰]:

خطی صفحات FGM را تحت فشار استاتیکی با توجه به راستای ضخامت با استفاده از نظریه‌های برشی نو مانند تغییر شکل برشی سینوسی و نظریه‌های تغییر شکل برشی دقیق مطالعه کرده‌اند. تای و همکاران [۸] یک راه حل فرم بسته برای کماتش صفحات ضخیم FGM روی بستر الاستیک بر اساس نظریه برشی مرتبه بالا ارائه داده‌اند. مدهوکار و سینگا [۹] یک مدل المان محدود غیرخطی بر اساس نظریه تغییر شکل عمودی جهت مطالعه ارتعاشات آزاد و اجباری صفحات ساندویچی ارائه کرده‌اند. اخیراً ارتعاشات اجباری غیرخطی صفحات همسانگرد، لایه‌های کامپوزیتی و FGM در مقالات بررسی شده است. در پژوهش حاضر با توجه به نقایص موجود در تحقیقات، بررسی ورق مشبک هدفمند با نظریه مرتبه اول برشی به‌صورت تحلیلی و عددی و همچنین بررسی عددی ورق مشبک هدفمند به‌صورت سازه ساندویچی با هسته مشبک مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در انتها مراحل مدل‌سازی در نرم‌افزار اجزای محدود حل عددی ABAQUS آورده شده است. نتایج این تحقیق شامل دو بخش کلی می‌باشند:

بخش اول، شامل اعتبارسنجی نتایج عددی و تحلیلی ورق مشبک، ورق هدفمند در محیط حرارتی و همچنین ورق مشبک هدفمند می‌باشد. بخش دوم، شامل نتایج مربوط به ارتعاشات ورق مشبک هدفمند در محیط حرارتی می‌باشد. در این بخش نیز، متغیرهایی از نوع شرایط مرزی و دما و همچنین مقایسه ورق مشبک هدفمند با ورق پیوسته هدفمند بررسی و ارائه شده است. در بخش اعتبارسنجی، نتایج حاصل از پژوهش حاضر با نتایج کار واتاناکولپونگ و همکاران [۱۰] مقایسه شده است.

۲- معادلات حاکم بر صفحات مستطیل شکل

هدفمند

۲-۱- معادلات بر پایه نظریه تغییر شکل برشی مرتبه اول

نظریه تغییر شکل برشی مرتبه اول بر پایه سینماتیک دقیق جابه‌جایی‌ها و به منظور تحلیل استاتیکی تیرها و ورق‌های ایزوتروپیک و ارتوپروپیک انجام شده است. از نتایج به‌دست آمده از این تحقیق می‌توان فهمید که این نظریه می‌تواند دقت بیشتری را نسبت به نظریه کلاسیک، بویژه زمانی که اثرات برش عرضی نقش مهمی دارد، فراهم کند. زیرا سینماتیک جابه‌جایی در نظریه مرتبه اول از روابط الاستیسیته به‌جای فرضیات جابه‌جایی گرفته شده است؛ جالب است که این نظریه برای تحلیل ارتعاشات آزاد ورق‌های هدفمند در محیط حرارتی استفاده شده است [۷].

معادلات بنیادی این چنین ورق‌هایی می‌تواند به این فرم باشد:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}, \\ \begin{Bmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} Q_{44} & 0 \\ 0 & Q_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (14)$$

میدان جابه‌جایی این نظریه به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} u_{(x,y,z,t)} &= u_0(x,y,t) + z\phi_x \\ v_{(x,y,z,t)} &= v_0(x,y,t) + z\phi_y \\ w_{(x,y,z,t)} &= w_0(x,y,t) \end{aligned} \quad (15)$$

که (u_0, v_0, w_0) و (ϕ_y, ϕ_x) جابه‌جایی‌های عمومی در صفحه مرجع ورق ($z=0$) هستند. ϕ_y و ϕ_x دوران نرمال عرضی حول محورهای x و y در $z=0$ می‌باشند و t زمان است [۱۱].

از سوی دیگر انرژی جنبشی (K) که برای تحلیل ارتعاشات ورق هدفمند مورد نیاز است، به صورت زیر بیان می‌شود:

$$K = \frac{1}{2} \int_V \rho_{(z,T)} [\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2] dV \quad (22)$$

که نقطه مشتق نسب به زمان (t) می‌باشد. معادله (2) در معادله (22) جایگذاری می‌شود تا معادله انرژی جنبشی برای FSDT¹ به صورت زیر به دست آید:

$$K = \frac{1}{2} \int_0^b \int_0^a [I_0(\dot{u}_0^2 + \dot{v}_0^2 + \dot{w}_0^2) + I_1(2\dot{\phi}_x \dot{u} + 2\dot{\phi}_y \dot{v}) + I_2(\dot{\phi}_x^2 + \dot{\phi}_y^2)] dx dy \quad (23)$$

که $I_i = \int_{-h/2}^{h/2} \rho_{(z,T)} z^i dz, i = 0, 1, 2$

برای تحلیل ارتعاشات آزاد شامل اثرات حرارتی از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\Pi = U + V - K \quad (24)$$

۲-۲ روش حل

تابع انرژی کل بر اساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول برای ورق‌های هدفمند را می‌توان با استفاده از روش ریتز² حل نمود. در نتیجه، فرکانس‌های طبیعی و خیزها می‌تواند محاسبه شود. برای یک ورق هدفمند کاملاً گیردار³، شرایط مرزی به صورت زیر است:

$$u_0, v_0, w, \phi_x, \phi_y, \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \quad ; \quad at \quad x = 0, a$$

$$u_0, v_0, w, \phi_x, \phi_y, \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad ; \quad at \quad y = 0, b \quad (25)$$

توابع جابه‌جایی که شرایط کاملاً گیردار را برآورده می‌کنند به صورت زیر بیان می‌شود:

$$u_0(x,y) = e^{i\omega t} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U_{mn} \sin \alpha_m x \sin \beta_n y \quad (26)$$

$$v_0(x,y) = e^{i\omega t} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N V_{mn} \sin \alpha_m x \sin \beta_n y \quad (27)$$

$$w_0(x,y) = e^{i\omega t} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N W_{mn} (1 - \cos 2\alpha_m x) (1 - \cos 2\beta_n y) \quad (28)$$

$$\phi_x(x,y) = e^{i\omega t} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \Phi_{xmn} \sin \alpha_m x \sin \beta_n y \quad (29)$$

$$\phi_y(x,y) = e^{i\omega t} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \Phi_{ymn} \sin \alpha_m x \sin \beta_n y \quad (30)$$

که $\alpha_m = \frac{m\pi}{a}$ ، $\beta_n = \frac{n\pi}{b}$ و $U_{mn}, V_{mn}, W_{mn}, \Phi_{xmn}, \Phi_{ymn}$ ضرایب نامعین می‌باشند.

توابع جابه‌جایی در معادلات (26) تا (30) در تابع انرژی کل (Π) در رابطه (24) برای تحلیل ارتعاشات آزاد جایگذاری شده است. سپس مشتقات با توجه به روش حداقل‌سازی ضرایب نامعین استخراج گردیده‌اند. این روش منجر به یک سیستم معادلات برابر با تعداد ضرایب نامعین $U_{mn}, V_{mn}, W_{mn}, \Phi_{xmn}, \Phi_{ymn}$ می‌شود. مسئله مقدار ویژه کلی برای ارتعاشات آزاد می‌تواند به صورت زیر بیان شود:

$$\{[K] + [K_T]\}\{\Delta\} - \omega^2 [M]\{\Delta\} = 0 \quad (31)$$

¹ First Shear Deformation Theory

² Ritz Method

³ Fully clamped

$$U = \frac{1}{2} \int_0^b \int_0^a \left\{ \begin{aligned} & A_{11} \varepsilon_{xx}^{(0)2} + 2A_{12} \varepsilon_{xx}^{(0)} \varepsilon_{yy}^{(0)} + A_{22} \varepsilon_{yy}^{(0)2} \\ & + A_{66} (\gamma_{xy}^{(0)2} + \gamma_{xz}^{(0)2} + \gamma_{yz}^{(0)2}) \\ & + 2 \left\{ B_{11} \varepsilon_{xx}^{(0)} \varepsilon_{xx}^{(1)} + B_{12} (\varepsilon_{xx}^{(0)} \varepsilon_{yy}^{(1)} + \varepsilon_{yy}^{(0)} \varepsilon_{xx}^{(1)}) \right. \\ & \quad \left. + B_{22} \varepsilon_{yy}^{(0)} \varepsilon_{yy}^{(1)} + B_{66} \gamma_{xy}^{(0)} \gamma_{xy}^{(1)} \right\} \\ & + \left\{ D_{11} \varepsilon_{xx}^{(1)2} + 2D_{12} \varepsilon_{xx}^{(1)} \varepsilon_{yy}^{(1)} + D_{22} \varepsilon_{yy}^{(1)2} \right\} \\ & \quad \left. + D_{66} \gamma_{xy}^{(1)2} \right\} dx dy \end{aligned} \right. \quad (14)$$

در این مقاله فرض شده است که ورق هدفمند برای یک مدت زمان طولانی در محیطی با دمای بالا قرار دارد. بنابراین فرض می‌شود که گرما به طور یکنواخت در راستای ضخامت توزیع شده است، به طوری که افزایش دما به صورت یکنواخت در نظر گرفته می‌شود. دمای اولیه T_0 ($T_0 = 300 K$)، که حالت بدون تنش می‌باشد. سپس دما تا دمای نهایی با ΔT تغییر می‌کند. بنابراین تنش حرارتی در ورق هدفمند بوجود می‌آید و می‌توان نوشت:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx}^T \\ \sigma_{yy}^T \\ \tau_{xy}^T \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_{(z,T)} \\ \alpha_{(z,T)} \\ 0 \end{Bmatrix} \Delta T \quad (15)$$

تنش‌های حرارتی در جملات تنش‌های عمودی در نظر گرفته شده است. تنش برشی حرارتی در این ورق برای هندسه و مرز در نظر گرفته شده، نمی‌تواند اتفاق بیافتد.

$$\sigma_{xx}^T = \sigma_{yy}^T = \sigma^T = - \frac{E_{(z,T)} \alpha_{(z,T)} \Delta T}{1 - \nu}, \quad \tau_{xy}^T = 0 \quad (16)$$

انرژی پتانسیل (V) ناشی از تنش حرارتی می‌تواند به صورت زیر بیان شود [۱۲]:

$$V = \int_V [\sigma_{xx}^T d_{xx} + 2\sigma_{xy}^T d_{xy} + \sigma_{yy}^T d_{yy}] dV \quad (17)$$

و:

$$d_{ij} = u_i u_j + v_i v_j + w_i w_j \quad (i, j = x, y) \quad (18)$$

همچنین معادله انرژی پتانسیل که جملات سفتی ماده و اجزاء کرنش عمودی مربوط به تنش‌های حرارتی در آن نوشته شده باشد، می‌تواند به صورت رابطه (۱۹) نشان داده شود:

$$V = \frac{1}{2} \int_0^b \int_0^a \left[A_{11}^T (\varepsilon_{ux}^{(0)} + \varepsilon_{vx}^{(0)} + \varepsilon_{wx}^{(0)}) + B_{11}^T (\varepsilon_{ux}^{(1)} + \varepsilon_{vx}^{(1)}) + D_{11}^T (\varepsilon_{ux}^{(2)} + \varepsilon_{vx}^{(2)}) + A_{22}^T (\varepsilon_{uy}^{(0)} + \varepsilon_{vy}^{(0)} + \varepsilon_{wy}^{(0)}) + B_{22}^T (\varepsilon_{uy}^{(1)} + \varepsilon_{vy}^{(1)}) + D_{22}^T (\varepsilon_{uy}^{(2)} + \varepsilon_{vy}^{(2)}) \right] dx dy \quad (19)$$

اجزاء کرنش عمودی ناشی از تنش‌های حرارتی در معادله (۱۹) به صورت زیر ارائه شده است:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{u\xi}^{(0)} &= u_{0,\xi}^2; & \varepsilon_{v\xi}^{(0)} &= v_{0,\xi}^2; & \varepsilon_{w\xi}^{(0)} &= w_{0,\xi}^2 \\ \varepsilon_{u\xi}^{(1)} &= \frac{1}{2} (5u_{0,\xi} \phi_{x,\xi} + u_{0,\xi} w_{x,\xi}); & \varepsilon_{u\xi}^{(2)} &= \frac{1}{2} (5v_{0,\xi} \phi_{y,\xi} + v_{0,\xi} w_{y,\xi}) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{u\xi}^{(2)} &= \frac{1}{16} (25\phi_{x,\xi}^2 + 10\phi_{x,\xi} w_{x,\xi} + w_{x,\xi}^2); \\ \varepsilon_{v\xi}^{(2)} &= \frac{1}{16} (25\phi_{y,\xi}^2 + 10\phi_{y,\xi} w_{y,\xi} + w_{y,\xi}^2); \end{aligned} \quad (\xi = x, y)$$

تنش‌ها و ممان‌های حرارتی شامل جملات مرتبه اول هستند:

$$(A_{ii}^T, B_{ii}^T, D_{ii}^T) = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{ii}^T(1, z, z^2) dz, \quad (i, j = 1, 2) \quad (21)$$

n = 1	نتایج تحلیلی	۱۴/۳۵۶	۱۳/۶۸۲	۱۳/۳۶۹
	نتایج عددی	۱۲/۶۸۸	۱۲/۳۸۴	۱۱/۹۸۱
	*	۱۴/۳۰۳	۱۳/۹۱۵	۱۳/۴۶۲
n = 2	نتایج تحلیلی	۱۲/۶۲۸	۱۲/۲۷۸	۱۱/۸۷۲
	نتایج عددی	۱۱/۳۵۶	۱۱/۰۳۳	۱۰/۶۴۴
	*	۱۲/۷۶۰	۱۲/۳۹۷	۱۱/۹۵۹
SUS304	نتایج تحلیلی	۹/۹۷۱	۹/۷۲۴	۹/۲۴۶
	نتایج عددی	۹/۰۳۹	۸/۷۳۰	۸/۳۴۱
	*	۱۰/۱۴۶	۹/۸۰۹	۹/۳۷۲

مواد		$\Delta T = 300$	$\Delta T = 400$	$\Delta T = 500$
Si_3N_4	نتایج تحلیلی	۲۲/۱۵۴	۲۱/۵۹۴	۲۰/۹۳۸
	نتایج عددی	۱۹/۷۱۷	۱۹/۲۱۹	۱۸/۶۳۵
	*	۲۲/۲۷۴	۲۱/۷۰۳	۲۱/۰۹۸
n = 0.5	نتایج تحلیلی	۱۴/۷۶۹	۱۴/۲۳۴	۱۳/۵۲۴
	نتایج عددی	۱۳/۱۴۴	۱۲/۶۶۸	۱۲/۰۳۶
	*	۱۴/۹۳۹	۱۴/۳۵۱	۱۳/۳۹۶
n = 1	نتایج تحلیلی	۱۲/۸۲۳	۱۲/۲۶۳	۱۱/۴۳۶
	نتایج عددی	۱۱/۵۱۸	۱۰/۹۹۰	۱۰/۳۹۴
	*	۱۲/۹۴۱	۱۲/۳۴۸	۱۱/۶۷۹
n = 2	نتایج تحلیلی	۱۱/۳۱۲	۱۰/۷۷۳	۱۰/۰۶۳
	نتایج عددی	۱۰/۱۸۶	۹/۶۵۸	۹/۰۵۹
	*	۱۱/۴۴۵	۱۰/۸۵۲	۱۰/۱۷۹
SUS304	نتایج تحلیلی	۸/۷۵۱	۸/۱۲۴	۷/۳۵۷
	نتایج عددی	۷/۸۶۴	۷/۳۰۱	۶/۶۵۰
	*	۸/۸۳۶	۸/۲۰۳	۷/۴۷۲
* Wattanasakulpong et al.[7]				

۴- مطالعات پارامتری تحلیلی و عددی ارتعاشات آزاد

در این بخش به بررسی نتایج به دست آمده برای ورق مشبک هدفمند با شرط مرزی کاملاً گیردار پرداخته شده است؛ همچنین در این بخش اثرات محیط حرارتی بر روی ورق مشبک هدفمند و مقایسه آن با ورق هدفمند پیوسته نشان داده شده است.

۴-۱- بررسی شرایط مرزی تکیه‌گاه گیردار

مدل استفاده شده برای ورق مشبک از نوع Isogrid بوده و به چهار صورت با ضخامت یکسان مدل‌سازی شده است که در دو مدل اول، ضخامت و زاویه قرارگیری ریب‌ها یکسان بوده و فاصله ریب‌ها متفاوت می‌باشد و در دو مدل دوم ضخامت و فاصله ریب‌ها کم شده تا اثرات تراکم شبکه‌های ورق مشبک مشخص شود. همچنین مشخصات هندسی مورد استفاده برای مدل‌سازی این نوع ورق در جدول ۳ آورده شده است.

۳- اعتبارسنجی نتایج ورق هدفمند

به منظور اعتبارسنجی نتایج مربوط به سازه مشبک، در ابتدا نتایج مربوط به نظریه مرتبه اول برشی و نتایج حل عددی برای ورق هدفمند تشکیل شده از مواد $Si_3N_4/SUS304$ با پژوهش واتاناکولپونگ و همکاران [۷] مقایسه گردیده است و نتایج برای سه مود اول در جدول ۱ نشان داده شده است. نتایج فرکانس‌های ارائه شده به فرم فرکانس بی‌بعد به صورت $(\Omega = (\omega a^2/h)[\rho_b(1-v^2)/E_b]^{1/2})$ می‌باشد که E_b و ρ_b مقادیر مربوط به لایه پایینی ورق هدفمند در دمای محیط می‌باشد. ($T=300K$)

جدول ۱- فرکانس‌های بی‌بعد $(\Omega = (\omega a^2/h)[\rho_b(1-v^2)/E_b]^{1/2})$ ورق هدفمند در دمای محیط ($a=b=0.2, h=0.025$)

$Si_3N_4/SUS304$				
	مد	نتایج تحلیلی	نتایج عددی	*
n = 0.5	(۱/۱)	۸/۲۶۴	۷/۸۷۷	۸/۶۴۶
	(۱/۲)	۱۹/۶۲۴	۱۸/۴۸۰	۲۰/۰۸۰
	(۲/۲)	۲۹/۲۶۱	۲۲	۲۹/۹۰۸
n = 1	(۱/۱)	۷/۱۶۷	۶/۷۲۲	۷/۵۵۹
	(۱/۲)	۱۷/۲۳۱	۱۵/۷۵۱	۱۷/۷۰۵
	(۲/۲)	۲۶/۲۶۱	۲۳/۸۴۱	۲۶/۷۲۷
n = 2	(۱/۱)	۶/۲۴۳	۵/۸۰۶	۶/۸۲۵
	(۱/۲)	۱۵/۳۴۲	۱۳/۵۷۸	۱۵/۸۰۹
	(۲/۲)	۲۳/۲۳۴	۲۰/۵۲۲	۲۳/۸۰۶
* Wattanasakulpong et al.[7]				

همانطور که مشاهده می‌شود نتایج به دست آمده برای ورق هدفمند نسبت به مقاله مرجع [۷]، از دقت خوبی برخوردار است بطوری‌که در نتایج عددی، درصد خطا حدود ۱۰ درصد و در نتایج تحلیلی، درصد خطا حدود ۳ درصد می‌باشد که این مقدار برای شبیه‌سازی و تحلیل مقدار مناسبی است.

همچنین برای اعتبارسنجی نتایج بخش محیط حرارتی، نتایج به دست آمده را با پژوهش مربوط به واتاناکولپونگ و همکاران برای تغییر پارامتر دما از $\Delta T = 0$ تا $\Delta T = 500 K$ مقایسه کرده و در جدول ۲، فرکانس‌های بی‌بعد $(\Omega = (\omega a^2/h)[\rho_b(1-v^2)/E_b]^{1/2})$ ورق هدفمند در دمای محیط ($a=b=1, h=0.1$) نمایش داده شده است.

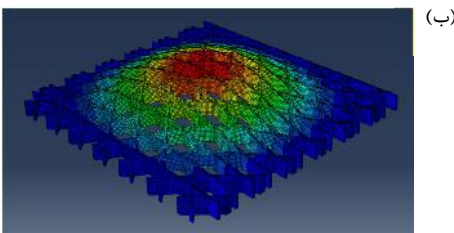
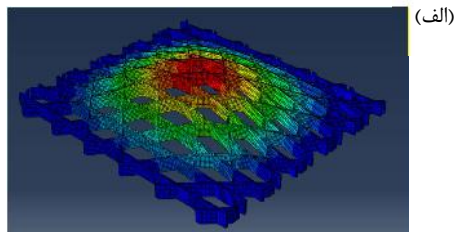
جدول ۲- فرکانس‌های بی‌بعد $(\Omega = (\omega a^2/h)[\rho_b(1-v^2)/E_b]^{1/2})$ ورق هدفمند در دمای محیط ($a=b=1, h=0.1$)

مواد		$\Delta T = 0$	$\Delta T = 100$	$\Delta T = 200$
Si_3N_4	نتایج تحلیلی	۲۳/۷۳۴	۲۳/۲۷۸	۲۲/۶۸۴
	نتایج عددی	۲۱/۱۲۳	۲۰/۷۱۷	۲۰/۱۸۹
	*	۲۳/۸۶۹	۲۳/۳۴۹	۲۲/۸۲۰
n = 0.5	نتایج تحلیلی	۱۶/۲۶۷	۱۵/۸۲۷	۱۵/۳۲۴
	نتایج عددی	۱۴/۴۷۸	۱۴/۰۸۶	۱۳/۶۳۸
	*	۱۶/۳۵۸	۱۵/۹۳۸	۱۵/۴۶۷

جدول ۴- فرکانس‌های بی‌بعد $(\Omega = (\omega a^2/h)[\rho_b(1-v^2)/E_b]^{1/2})$

مدل‌سازی نوع اول برای $n=1$ با شرط مرزی گیردار

مد	نوع اول (الف)		نوع اول (ب)	
	تحلیلی	عددی	تحلیلی	عددی
(۱,۱)	۶/۸۶۵	۶/۱۲۹	۷/۳۹۳	۶/۶۰۱
(۲,۱)	۱۲/۳۷۲	۱۱/۰۴۶	۱۳/۵۹۷	۱۲/۱۴۰
(۱,۲)	۱۴/۶۹۳	۱۳/۱۱۹	۱۵/۶۷۰	۱۳/۹۸۲
(۲,۲)	۱۹/۷۶۹	۱۷/۶۵۱	۲۱/۳۵۳	۱۹/۰۶۵



شکل ۳- مدل‌سازی نوع دوم برای $n=1$ با شرط مرزی گیردار

جدول ۵- فرکانس‌های بی‌بعد $(\Omega = (\omega a^2/h)[\rho_b(1-v^2)/E_b]^{1/2})$

مدل‌سازی نوع دوم برای $n=1$ با شرط مرزی گیردار

مد	نوع دوم (الف)		نوع دوم (ب)	
	تحلیلی	عددی	تحلیلی	عددی
(۱,۱)	۶/۲۱۱	۵/۵۹۵	۶/۲۱۱	۵/۵۹۵
(۲,۱)	۱۰/۷۸۷	۹/۷۱۸	۱۰/۷۸۷	۹/۷۱۸
(۱,۲)	۱۳/۶۸۷	۱۲/۳۳۱	۱۳/۶۸۷	۱۲/۳۳۱
(۲,۲)	۱۷/۶۱۷	۱۵/۸۷۱	۱۷/۶۱۷	۱۵/۸۷۱

همانطور که از نتایج مشاهده می‌شود، اثرات ریب‌ها روی فرکانس طبیعی ورق مشبک به صورت مستقیم می‌باشد، به این معنا که هرچه ضخامت ریب‌ها افزایش و فاصله بین آن‌ها کاهش یابد، فرکانس‌های ورق مشبک افزایش می‌یابد.

۴-۲- بررسی اثرات دمایی بر روی فرکانس طبیعی سازه

به منظور تحلیل ارتعاشی یک ورق هدفمند مشبک کاملاً گیردار در محیط حرارتی (ترموالاستیک)، نتایج عددی فرکانس‌های اساسی ورق‌های هدفمند ساخته شده از $Si_3N_4/SUS304$ با مقادیر مختلف شاخص کسر حجمی، با تغییر پارامتر دما از $\Delta T = 0$ تا $\Delta T = 500 K$ بررسی شده و در جدول ۶ آورده شده است. نوع ورق مشبک انتخابی برای در نظر گرفتن اثرات دما، ورق مشبک نوع ۲ می‌باشد. برای این نوع حل و نتایج به دست آمده، خواص مواد، وابسته به دما فرض شده و

جدول ۳- پارامترهای هندسی ورق مشبک [m]

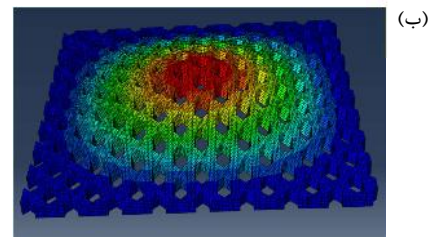
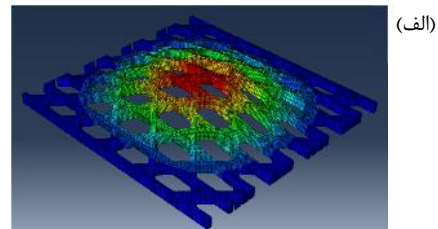
مدل	H	φ	$b_h = b_c = b$	a_h	$a_c = a_h/2 \sin \varphi$
۱	۰/۰۳	۴۵°	۰/۰۱	۰/۰۷۰۷	۰/۰۵
۲	۰/۰۳	۴۵°	۰/۰۱	۰/۰۴	۰/۰۲۸۲۸
۳	۰/۰۳	۴۵°	۰/۰۰۵	۰/۰۶	۰/۰۴۲۴۲
۴	۰/۰۳	۴۵°	۰/۰۰۵	۰/۰۵	۰/۰۳۵۳۵

بعد از انجام مدل‌سازی (شکل ۱)، نتایج به دست آمده از تحلیل تئوری و عددی ورق مشبک هدفمند در هر دو مدل ارائه شده در جداول ۴ و ۵ و اشکال ۲ و ۳ نشان داده شده است.



شکل ۱- نمای مدل‌سازی شده از ورق مشبک

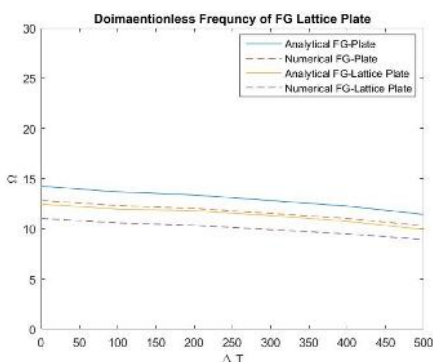
(الف) و (ب) مدل‌سازی نوع اول (ج) و (د) مدل‌سازی نوع دوم



شکل ۲- مدل‌سازی نوع اول برای $n=1$ با شرط مرزی گیردار

	نتایج عددی	۸/۳۸۳	۸/۰۴۱	۷/۳۰۱
SUS304	نتایج تحلیلی	۶/۱۵۱	۵/۶۲۷	۴/۹۷۰
	نتایج عددی	۵/۵۳۶	۵/۰۶۴	۴/۴۷۳

همانطور که از نتایج مشاهده می‌شود هرچه دما افزایش و اختلاف دما زیاد شود، فرکانس طبیعی ورق مشبک هدفمند کاهش می‌یابد. کاهش فرکانس طبیعی ورق مشبک هدفمند در مقایسه با ورق پیوسته هدفمند همانطور که در شکل ۵ مشاهده می‌شود با توجه به کاهش کمتر شیب، کمتر بوده است.



شکل ۵- فرکانس‌های بی‌بعد $(\Omega = (\omega a^2/h)[\rho_b(1-v^2)/E_b]^{1/2})$ برای حل تحلیلی ورق مشبک هدفمند نوع ۲ $(a=b=1, h=0.1, n=1)$

۳-۴- مقایسه ورق مشبک و ورق پیوسته

یکی از دلایل استفاده از سازه‌های مشبک سبک‌تر بودن نسبت به سازه‌های پیوسته بوده که در این سازه‌ها وزن اهمیت ویژه‌ای دارد. در این بخش به مقایسه نتایج متناظر برای ورق‌های هدفمند پیوسته و مشبک پرداخته شده است که در محیط‌های حرارتی و محیط اتاق بررسی شده‌اند. قابل توجه است که فرکانس‌های ورق در حالت مشبک نسبت به حالت پیوسته کاهش می‌یابد که این اتفاق به دلیل کاهش ماتریس جرم ورق مشبک می‌باشد. همچنین مشاهده می‌شود که با افزایش دما، فرکانس طبیعی ورق مشبک نسبت به ورق پیوسته، با کاهش کمتری روبه‌رو می‌شود که این از اثرات مشبک‌سازی ورق‌ها می‌باشد.

۴-۴- مطالعه عددی ورق ساندویچی با هسته هدفمند

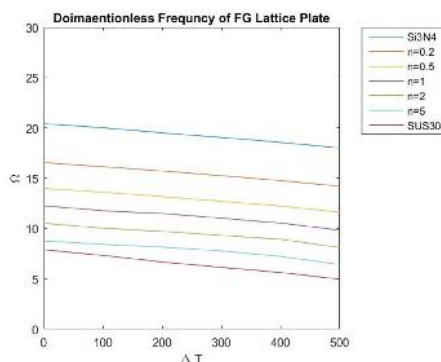
مشبک

به منظور استفاده و در نظر گرفتن کاربردی ورق‌های مشبک هدفمند، آن‌ها را به صورت سازه ساندویچی در نظر گرفته ایم. دلیل در نظر گرفتن اینگونه سازه‌ها، این است که این سازه‌ها علی‌رغم وزن کمتری که نسبت به سازه‌های پیوسته دارند، دارای سفتی و استحکام بالاتری می‌باشند. در این بخش یک سازه ساندویچی به صورت یک هسته هدفمند و یک رویه در نظر گرفته شده است. جنس این ورق از نوع $Si_3N_4/SUS304$ بوده و به صورت تابعی از خواص سرامیک به خواص فلز تغییر می‌کند. نتایج عددی مربوط به این سازه به دو صورت

با استفاده از رابطه زیر برای دماهای مختلف مقادیری به دست آمده است:

$$P(T) = P_0(P_{-1}T^1 + 1 + P_1T + P_2T^2 + P_3T^3) \quad (32)$$

اثرات دماهای مختلف بر روی ورق مشبک هدفمند (برای حل تحلیلی) نیز در شکل ۴ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود اثرات دما باعث می‌شود تا استحکام ورق کاهش یابد و در نتیجه با افزایش اختلاف دما، فرکانس طبیعی ورق مشبک هدفمند روندی نزولی داشته است.



شکل ۴- فرکانس‌های بی‌بعد $(\Omega = (\omega a^2/h)[\rho_b(1-v^2)/E_b]^{1/2})$ برای حل تحلیلی ورق مشبک هدفمند نوع ۲ $(a=b=0.5, h=0.025)$

جدول ۶- فرکانس‌های بی‌بعد $(\Omega = (\omega a^2/h)[\rho_b(1-v^2)/E_b]^{1/2})$ ورق مشبک هدفمند نوع ۲ در دماهای مختلف $(a=b=0.5, h=0.025)$

مواد		$\Delta T = 0$	$\Delta T = 100$	$T = 200$
Si_3N_4	نتایج تحلیلی	۲۰/۴۱۱	۲۰/۰۱۹	۱۹/۵۰۸
	نتایج عددی	۱۸/۳۷۰	۱۸/۰۱۷	۱۷/۵۵۷
$n = 0.5$	نتایج تحلیلی	۱۳/۹۹۰	۱۳/۶۱۱	۱۳/۱۷۹
	نتایج عددی	۱۲/۵۹۱	۱۲/۲۵۰	۱۱/۸۶۱
$n = 1$	نتایج تحلیلی	۱۲/۲۶۰	۱۱/۷۶۷	۱۱/۴۹۷
	نتایج عددی	۱۱/۰۳۴	۱۰/۵۹۰	۱۰/۳۴۷
$n = 2$	نتایج تحلیلی	۱۰/۵۲۱	۱۰/۰۳۱	۹/۷۲۶
	نتایج عددی	۹/۴۶۹	۹/۰۲۸	۸/۷۵۳
SUS304	نتایج تحلیلی	۷/۸۹۱	۷/۳۲۷	۶/۶۷۴
	نتایج عددی	۷/۱۰۲	۶/۵۹۴	۶/۰۰۷

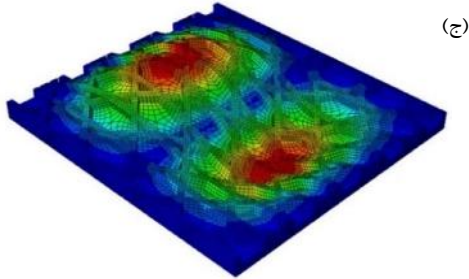
مواد		$\Delta T = 300$	$\Delta T = 400$	$\Delta T = 500$
Si_3N_4	نتایج تحلیلی	۱۹/۰۵۲	۱۸/۵۷۱	۱۸/۰۰۷
	نتایج عددی	۱۷/۱۴۷	۱۶/۷۱۴	۱۶/۲۰۶
$n = 0.5$	نتایج تحلیلی	۱۲/۷۰۱	۱۲/۲۴۱	۱۱/۶۳۱
	نتایج عددی	۱۱/۴۳۱	۱۱/۰۱۷	۱۰/۴۶۸
$n = 1$	نتایج تحلیلی	۱۱/۰۲۸	۱۰/۵۴۶	۹/۸۳۵
	نتایج عددی	۹/۹۲۵	۹/۴۹۱	۸/۸۵۲
$n = 2$	نتایج تحلیلی	۹/۳۱۴	۸/۹۳۴	۸/۱۱۲

بیان می‌شود، بطوری‌که در یکی توزیع خواص در سازه ساندویچی به صورت تابعی هدفمند بوده (یعنی خواص رویه تا هسته از خواص سرامیک به فلز تغییر می‌کند) و در مدل دیگر رویه سرامیکی بوده و هسته مشبک هدفمند با تغییر خواص می‌باشد (در این حالت درصد بیشتری از سازه را خواص سرامیک تشکیل می‌دهد).

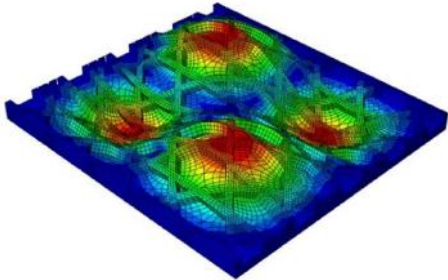
۴-۵- بررسی شرایط مرزی تکیه‌گاه گیردار

برای حالت ورق با تکیه‌گاه چهار طرف گیردار، مدل‌سازی با همان ابعاد ورق مشبک بوده با این تفاوت که به اندازه نصف ضخامت را رویه و نصف دیگر آن را هسته مشبک تشکیل داده است. مودهای فرکانسی ورق ساندویچی با هسته مشبک از نوع مشبک نوع اول الف در شکل ۶ آورده شده است. در این شکل فرکانس چهار مود اول ورق ساندویچی بر حسب هرتز (Hz) آورده شده است؛ همانطور که مشاهده می‌شود، این نوع ورق در مقایسه با حالت مشبک بدون رویه دارای فرکانس‌های بالاتر بوده و در نتیجه استحکام بالاتری دارد.

برای مشاهده اختلاف فرکانس‌های به دست آمده با ورق مشبک و ورق پیوسته، فرکانس‌های بی‌بعد برای هر سه نوع ورق در جدول‌های ۷ و ۸ و شکل‌های ۷ و ۸ ارائه شده، بطوری‌که ورق ساندویچی با ورق مشبک و ورق پیوسته به صورت جداگانه مقایسه شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، زمانی که از ورق ساندویچی استفاده شده، با وجود کاهش وزن نسبت به ورق پیوسته، فرکانس‌های آن افزایش یافته است؛ پس در نتیجه سفتی ورق روندی صعودی را طی کرده است.



(ج)

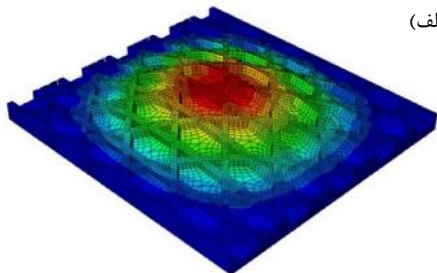


(د)

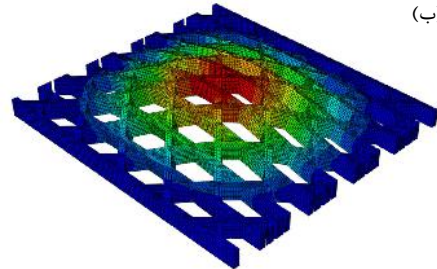
شکل ۶- چهار مود اول ورق ساندویچی با مودهای

$$\omega_{(1,1)} = 1680.1 \text{ Hz (الف)} \quad \omega_{(1,2)} = 3291 \text{ Hz (ب)}$$

$$\omega_{(2,1)} = 3388.3 \text{ Hz (ج)} \quad \omega_{(2,2)} = 4845.4 \text{ Hz (د)}$$



(الف)



(ب)

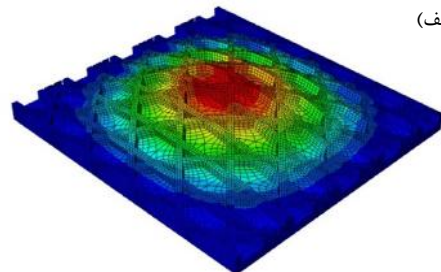
شکل ۷- فرکانس‌های بی‌بعد برای n=1 با شرط مرزی گیردار (الف) ورق ساندویچی (ب) ورق مشبک

جدول ۷- فرکانس‌های بی‌بعد

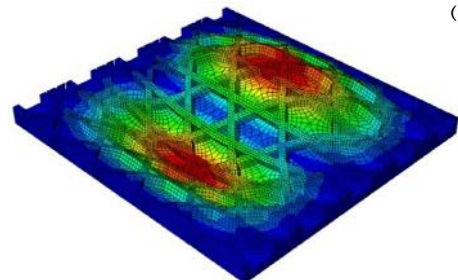
$$\Omega = (\omega a^2 / h) [\rho_b (1 - \nu^2) / E_b]^{1/2}$$

هدفمند برای n=1 با شرط مرزی گیردار

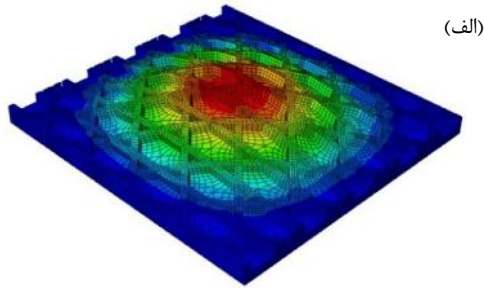
مود	ورق ساندویچی	ورق مشبک
(۱,۱)	۱۲/۵۳۳	۶/۱۲۹
(۲,۱)	۳۴/۵۵۱	۱۱/۰۴۶
(۱,۲)	۲۵/۲۷۷	۱۳/۱۱۹
(۲,۲)	۳۶/۱۴۶	۱۷/۶۵۱



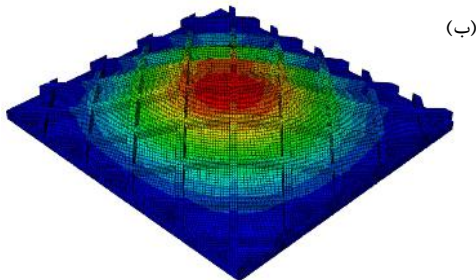
(الف)



(ب)



(الف)



(ب)

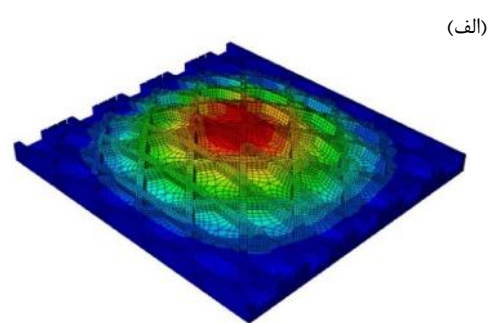
شکل ۹- فرکانس‌های بی‌بعد برای $n=1$ با شرط مرزی گیردار (الف) ورق ساندویچی با ریب (ب) ورق ساندویچی بدون ریب

جدول ۹- فرکانس‌های بی‌بعد

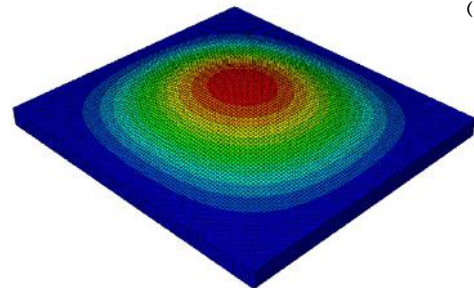
$\Omega = (\omega a^2/h)[\rho_b(1-v^2)/E_b]^{1/2}$ ورق ساندویچی هدفمند با

ریب و بدون ریب برای $n=1$ با شرط مرزی گیردار

ورق ساندویچی بدون ریب	ورق ساندویچی با ریب	مود
۱۱/۶۰۷	۱۲/۵۳۳	(۱,۱)
۲۲/۰۰۵	۲۴/۵۵۱	(۲,۱)
۲۴/۰۲۶	۲۵/۲۷۷	(۱,۲)
۳۴/۱۲۷	۳۶/۱۴۶	(۲,۲)



(الف)



(ب)

شکل ۸- فرکانس‌های بی‌بعد برای $n=1$ با شرط مرزی گیردار (الف) ورق ساندویچی (ب) ورق پیوسته

جدول ۸- فرکانس‌های بی‌بعد

$\Omega = (\omega a^2/h)[\rho_b(1-v^2)/E_b]^{1/2}$ ورق ساندویچی و ورق

پیوسته هدفمند برای $n=1$ با شرط مرزی گیردار

ورق پیوسته	ورق ساندویچی	مود
۹/۲۱۱	۱۲/۵۳۳	(۱,۱)
۱۷/۳۴۴	۲۴/۵۵۱	(۲,۱)
۱۹/۰۷۳	۲۵/۲۷۷	(۱,۲)
۲۶/۱۷۶	۳۶/۱۴۶	(۲,۲)

۴-۶- بررسی اثرات دمایی بر روی فرکانس طبیعی ورق

ساندویچی هدفمند با هسته مشبک

به منظور بررسی اثرات دمایی بر روی ارتعاشات آزاد ورق ساندویچی همانند بخش اثرات دما بر روی ورق مشبک، ارتعاش آزاد یک ورق ساندویچی هدفمند با هسته مشبک کاملاً گیردار در محیط حرارتی (ترموالاستیک) بررسی شده است. ورق‌های ساندویچی هدفمند با هسته مشبک، با مقادیر مختلف شاخص کسر حجمی از مواد $Si_3N_4/SUS304$ ساخته شده اند و نتایج عددی فرکانس‌های اساسی این ورق‌ها با تغییر پارامتر دما از $\Delta T = 0$ تا $\Delta T = 500 K$ در جدول ۱۰ آورده شده است. برای این نوع حل و نتایج به‌دست آمده، خواص مواد وابسته به دما فرض شده و با استفاده از رابطه (۳۲) برای دماهای مختلف مقادیری به‌دست آمده است.

با نظر به این‌که سرامیک به‌صورت رویه بوده و در مقابل گرما مقاومت بالایی دارد، می‌توان گفت که اثر حرارت بر روی ورق ساندویچی هدفمند کاهش یافته است.

با توجه به نتایج به‌دست آمده، مشاهده می‌شود که فرکانس ورق ساندویچی هدفمند نسبت به فرکانس‌های ورق مشبک هدفمند و ورق پیوسته هدفمند به ترتیب حدود ۵۱ و ۲۶ درصد افزایش داشته و در نتیجه سفتی ورق افزایش یافته است. به منظور بررسی اثرات ریب‌های افقی، ورق ساندویچی با هسته مشبک بدون ریب‌های افقی، با حالت وجود ریب‌های افقی مقایسه شده است و نتایج مربوط به فرکانس‌های بی‌بعد این دو نوع ورق ساندویچی در جدول و شکل ۹ آورده شده است. همانطور که از نتایج به‌دست آمده قابل مشاهده است، می‌توان دریافت که ریب‌های افقی با اثرات مثبت باعث می‌شوند تا سفتی ورق ساندویچی افزایش یابد. این اختلاف فرکانس موجود در اثر وجود ریب‌های افقی حدود ۷ درصد می‌باشد.

دقیق‌تری نسبت به مشبک‌سازی مواد هدفمند داشته باشیم. این بررسی نتایج کاربردی مهمی را به‌دست می‌دهد تا طراحی بهتری در صنایع مختلف دیگر داشته باشیم. بطور کلی می‌توان نتیجه گرفت:

- نتایج به‌دست آمده برای ورق هدفمند نسبت به مقاله مرجع [۷]، از دقت خوبی برخوردار است بطوری‌که در نتایج عددی، درصد خطا حدود ۱۰ درصد و در نتایج تحلیلی، درصد خطا حدود ۳ درصد می‌باشد که این مقدار برای شبیه‌سازی و تحلیل مقدار مناسبی است.
- اثرات ریب‌ها روی فرکانس طبیعی ورق مشبک به‌صورت مستقیم می‌باشد، به این معنا که هرچه ضخامت ریب‌ها افزایش و فاصله بین آن‌ها کاهش یابد، فرکانس‌های ورق مشبک افزایش می‌یابد.
- فرکانس‌های ورق در حالت مشبک نسبت به حالت پیوسته کاهش می‌یابد که این اتفاق به دلیل کاهش ماتریس جرم ورق مشبک می‌باشد. همچنین مشاهده می‌شود که با افزایش دما، فرکانس طبیعی ورق مشبک نسبت به ورق پیوسته، با کاهش کمتری روبه‌رو می‌شود که این از اثرات مشبک‌سازی ورق‌ها می‌باشد.
- ورق ساندویچی هدفمند با هسته مشبک که رویه آن از سرامیک تشکیل شده باشد، فرکانس بالایی در مقایسه با ورق پیوسته هدفمند دارد و همچنین در محیط‌های حرارتی که اختلاف دما بالا باشد، فرکانس نسبت به ورق پیوسته کاهش کمتری را دارا می‌باشد.

۶- نمادها

ρ	چگالی (Kg/m^3)
E	مدول یانگ (Mpa)
ν	ضریب پواسون
α	ضریب انبساط گرمایی

۷- مراجع

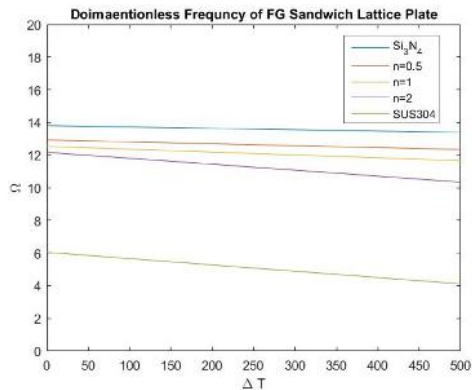
- [1] Parandvar H. and Farid M., Large amplitude vibration of FGM plates in thermal environment subjected to simultaneously static pressure and harmonic force using multimodal FEM, *Compos. Struct.*, Vol. 141, pp. 163–171, 2016.
- [2] Neves A. M. A., Ferreira A. J. M., Carrera E., Cinefra M., Roque C. M. C., Jorge R. M. N. and Soares. C. M. M., Static, free vibration and buckling analysis of isotropic and sandwich functionally graded plates using a quasi-3D higher-order shear deformation theory and a meshless technique, *Compos. Part B Eng.*, Vol. 44, No. 1, pp. 657–674, 2013.
- [3] Carrera E., Brischetto S., Cinefra M. and Soave M., Effects of thickness stretching in functionally graded plates and shells, *Compos. Part B Eng.*, Vol. 42, No. 2, pp. 123–133, 2011.
- [4] Carrera E., Brischetto S. and Robaldo A., Variable Kinematic Model for the Analysis of Functionally Graded Material Plates, *AIAA J.*, Vol. 46, No. 1, pp. 194–203, 2008.
- [5] Neves A. M. A., Ferreira A. J. M., Carrera E., Roque C. M. C., Cinefra M., Jorge R. M. N, and Soares C. M. M., A quasi-3D sinusoidal shear deformation theory for the static and free vibration analysis of functionally graded plates, *Compos. Part B Eng.*, Vol. 43, No. 2, pp. 711–725, 2012.

جدول ۱۰- فرکانس‌های بی‌بعد ($\Omega = (\omega a^2/h)[\rho_b(1-\nu^2)/E_b]^{1/2}$)

ورق ساندویچی هدفمند با هسته مشبک در دماهای مختلف

($a = b = 0.5, h = 0.03$)

مواد	Si_3N_4	$n = 0.5$	$n = 1$	$n = 2$	SUS304
$\Delta T = 0$	۱۳/۷۹۹	۱۲/۹۲۲	۱۲/۵۳۳	۱۲/۱۶۶	۶/۰۴۴
$\Delta T = 100$	۱۳/۷۱۶	۱۲/۸۰۶	۱۲/۳۵۸	۱۱/۸۰۱	۵/۶۵۷
$\Delta T = 200$	۱۳/۶۳۳	۱۲/۶۹۰	۱۲/۱۸۲	۱۱/۴۳۶	۵/۲۷۱
$\Delta T = 300$	۱۳/۵۵۱	۱۲/۵۷۳	۱۲/۰۰۷	۱۱/۰۷۱	۴/۸۸۴
$\Delta T = 400$	۱۳/۴۶۸	۱۲/۴۵۷	۱۱/۸۳۱	۱۰/۷۰۶	۴/۴۹۷
$\Delta T = 500$	۱۳/۳۸۵	۱۲/۳۴۱	۱۱/۶۵۶	۱۰/۳۴۱	۴/۱۱۰



شکل ۱۰- فرکانس‌های بی‌بعد ($\Omega = (\omega a^2/h)[\rho_b(1-\nu^2)/E_b]^{1/2}$) ورق ساندویچی هدفمند با هسته مشبک برای شاخص کسر حجمی‌های مختلف

($a = b = 0.5, h = 0.03, n = 1$)

همانطور که از نتایج به‌دست آمده قابل مشاهده است با افزایش گرما و کاهش درصد سرامیک موجود در ورق ساندویچی، فرکانس طبیعی ورق کاهش یافته و از سوی دیگر هر چه میزان فلز موجود در ورق افزایش پیدا می‌کند، فرکانس طبیعی با کاهش بیشتری همراه بوده است. این کاهش در مقدار فرکانس طبیعی، ناشی از کاهش مدول الاستیسیته و در نتیجه کاهش سفتی ورق می‌باشد.

۵- نتیجه‌گیری

مواد هدفمند به دلیل استفاده فراوان در بخش‌های مرتبط با دمای بالا و نیاز به استحکام بالا در آن بخش‌ها، مواد کاربردی می‌باشند. با توجه به وزن بالای مواد هدفمند و استفاده آن‌ها در بعضی بخش‌ها، راندمان سازه کاهش یافته که با مشبک‌سازی این مورد بر طرف شده و استحکام سازه افزایش پیدا می‌کند. وزن مواد هدفمند پایین بوده و با این وزن پایین در برابر اختلاف دمای بالا هم مقاومت خوبی از خود نشان می‌دهد. در نتیجه استفاده از این مواد به‌صورت مشبک کاربردهای بسیاری داشته که از این کاربردها می‌توان به استفاده به‌عنوان هسته سازه ساندویچی، لایه محافظ در دماغه فضاپیما و هواپیما و ... اشاره کرد. پس می‌توان نتیجه گرفت که مشبک‌سازی مواد هدفمند مزایای بسیاری را شامل می‌شود.

بررسی اثرات استاتیکی و دینامیکی بر روی صفحات مشبک ساخته شده از مواد هدفمند با بررسی تغییرات دمایی کمک می‌کند تا دید

- [6] Belabed Z., Ahmed Houari M. S., A. Tounsi., S. R. Mahmoud, and O. Anwar Bég., An efficient and simple higher order shear and normal deformation theory for functionally graded material (FGM) plates, *Compos. Part B Eng*, Vol. 60, No. 2014, pp. 274–283, 2014.
- [7] Mantari J. L. and Guedes Soares C., A novel higher-order shear deformation theory with stretching effect for functionally graded plates, *Compos. Part B Eng*, Vol. 45, No. 1, pp. 268–281, 2013.
- [8] Thai H. and Kim S., Closed-form solution for buckling analysis of thick functionally graded plates on elastic foundation, *Int. J. Mech. Sci*, Vol. 75, pp. 34–44, 2013.
- [9] Madhukar S., and Singha M. K., Geometrically nonlinear finite element analysis of sandwich plates using normal deformation theory, *Compos. Struct*, Vol. 97, No. 2013, pp. 84–90, 2013.
- [10] Wattanasakulpong N., Prusty G. B. and Kelly D. W., Free and forced vibration analysis using improved third-order shear deformation theory for functionally graded plates under high temperature loading, *J. Sandw. Struct. Mater*, Vol. 15, No. 5, pp. 583–606, 2013.
- [11] Reddy J. N., Analysis of functionally graded plates, *Int. J. Numer. Meth. Engng*, Vol. 47, No. June 1999, pp. 663–684, 2000.
- [12] Kim Y.-W., Temperature dependent vibration analysis of functionally graded rectangular plates, *J. Sound Vib*, Vol. 284, No. 3–5, pp. 531–549, 2005.