

تأثیر لایه هدفمند ارتوتروپیک میانی بر میدان تنش تماسی

یداله علی‌نیا*

مصطفی اسدپور

استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه حکیم سبزواری، سبزوار، ایران

دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه حکیم سبزواری، سبزوار، ایران

چکیده

در این پژوهش مسأله تماس لغزشی بین یک استوانه صلب و یک سیستم پوشش/ بستر مطالعه می‌شود. سیستم مذکور شامل یک پوشش سخت در سطح تماس، یک میان لایه هدفمند و یک بستر همگن می‌باشد. در اینجا فرض می‌شود که میان لایه هدفمند دارای رفتار ارتوتروپی است. با فرض اینکه مدول الاستیسیته لایه هدفمند در راستای ضخامت آن به صورت نمایی تغییر می‌کند مسأله مذکور در نرم افزار تجاری ABAQUS شبیه‌سازی می‌شود. تأثیر پارامترهای ارتوتروپی و ناهمگنی لایه هدفمند بر روی میدان تنش داخلی سیستم و توزیع تنش‌ها روی فصل مشترک لایه‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرد. بر اساس نتایج بدست آمده، با معماری مناسب خواص ارتوتروپی و ناهمگنی میان لایه هدفمند می‌توان سطح تنش‌های بیشینه سیستم را کنترل کرد. برای یک میان لایه با سفتی بالاتر در راستای سطح تماس نسبت به جهت عمود بر آن، حداکثر تنش فون‌میسز در بستر تا ۷٪ کاهش می‌یابد. علاوه بر این، با افزایش ضخامت لایه هدفمند نسبت به پوشش سخت مقاومت اتصال لایه‌ها به طور چشمگیری بهبود می‌یابد.

واژه‌های کلیدی: مکانیک تماس، لایه هدفمند ارتوتروپیک، روش اجزاء محدود، میدان تنش داخلی

The Effect of Orthotropic Graded Inter-Layer on the Contact Stress Field

Y. Alinia
M. Asadpor

Department of Mechanical Engineering, Hakim Sabzevari University, Sabzevar, Iran

Department of Mechanical Engineering, Hakim Sabzevari University, Sabzevar, Iran

Abstract

In this study, the sliding contact problem between a rigid cylindrical punch and a hard coating/ graded interlayer/ substrate system is considered. It is assumed that the hard coating and the substrate are both homogeneous- isotropic media. On the other hand, the interlayer exhibits the material orthotropy and even variable mechanical properties through the thickness by an exponential variation. The commercial finite element software ABAQUS is utilized to simulate the mentioned contact problem. The numerical solution is provided under the plane strain condition. A comprehensive sensitivity analysis is performed to explore the effect of the material orthotropy and the non-homogeneity parameters on the interior stress field as well as the interface stress distribution. The results indicate that the orthotropic graded interlayer can alter the stress field by appropriate adjustment of the material parameters. For an interlayer with a higher stiffness parallel to the contact surface with respect to the perpendicular direction, the maximum Von-Mises stress within the substrate can decreased a factor of 7%. Moreover, the bonding strength over the interfaces can be enhanced by increasing the thickness of the graded interlayer.

Keywords: Contact Mechanics; Orthotropic FGM layer; Finite Element Method; Internal stress field

که خواص ترمومکانیکی آنها از نقطه‌ای به نقطه دیگر به تدریج تغییر می‌کند. تغییرات پیوسته و تدریجی خواص ماده هدفمند در امتداد ضخامت، از تغییرات ناگهانی تنش و تغییر شکل در سطح تماس دو ماده مرکب جلوگیری می‌کند [۱-۲]. به همین دلیل مواد هدفمند جایگاه ویژه‌ای در مهندسی پزشکی پیدا کرده‌اند همانند کاشت دندان مصنوعی، ترمیم استخوان‌ها و ساخت اندام‌های مصنوعی. کاربرد مواد هدفمند در پروتز به این صورت است که خواص مکانیکی آن از ماده اصلی که دارای استحکام مکانیکی بالا است، با نرخی مناسب و کنترل شده به ماده‌ای با سازگاری زیستی می‌رسد [۳]. کینگلی و همکاران [۴] طی پژوهشی نشان دادند که مواد هدفمند می‌تواند به عنوان یک ارتقاء خوب جایگزین مواد ایمپلنت معمولی مانند تیتانیوم باشد. قابلیت کاربرد مواد هدفمند در طراحی مواد ترمیم دندان، توسط رهبر و سوبویجو [۵] بررسی شد. در مساله مذکور، شرایط تماس دندان به دندان با استفاده از روش اجزای محدود شبیه شده است. نتایج نشان می‌دهد که حداکثر تمرکز تنش در لایه سرامیکی (میانای دندان) با یک لایه‌چینی مناسب در لایه هدفمند به طور قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد. اثر معماری لایه هدفمند بر روی تغییر شکل تماسی مواد چند لایه مورد استفاده در ترمیم دندان توسط سوبویجو و همکاران [۶]

۱- مقدمه

تنش‌های تماسی در محدوده وسیعی از مسائل مهندسی همانند تماس چرخ با ریل، بادامک‌های سوپاپ خودروها، دنده‌های درگیر چرخ دنده‌ها و یاتاقان‌های غلتشی بروز می‌کنند بنابراین محاسبه تنش‌های تماسی نقش مهمی در طراحی قطعات مهندسی دارد. سطح تماس ممکن است شامل ترکیب پیچیده‌ای از نواحی لغزش^۱ و نواحی چسبندگی^۲ باشد. در نواحی لغزشی، ذرات متناظر دو جسم درگیر نسبت به هم جابجایی مماسی دارند و این جابجایی تنها به وسیله نیروهای اصطکاکی بین دو سطح محدود می‌شود. در نواحی چسبندگی، آسیب‌های سطحی اتفاق نمی‌افتند اما در نواحی لغزش، حرکت نسبی ذرات باعث آزاد شدن انرژی حرارتی، سایش و کاهش استحکام سطحی می‌شود.

مواد هدفمند^۳ به دسته‌ای از کامپوزیت‌های ناهمگن اطلاق می‌شود

^۱ Slip zones

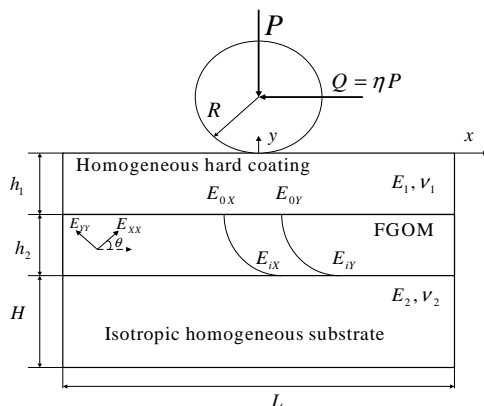
^۲ Stick zones

^۳ Functionally graded materials (FGMS)

پوشش هدفمند و نسبت مدول الاستیسیته پوشش هدفمند تأثیر بسزایی بر رفتار تماس دارند.

اگرچه مواد هدفمند در اغلب پژوهش‌های گذشته به صورت ایزوتروپیک مدل‌سازی شده‌اند ولیکن ریز ساختار^۲ این مواد به گونه‌ای است که رفتار ارتوتروپیی از خود نشان می‌دهند. رفتار ارتوتروپیی مواد هدفمند ناشی از روش ساخت آن‌ها است. به عنوان مثال مواد ساخته شده به روش اسپری پلاسما^۳ دارای ریز ساختار لایه‌ای^۴ و صفحات شکست^۵ موازی با سطح آزاد می‌باشند [۱۵-۱۶]. همچنین مواد ساخته شده به روش لایه نشانی تبخیری با باریکه الکترونی^۶ دارای ریز ساختار ستونی^۷ با صفحات شکست عمود بر سطح آزاد هستند [۱۸-۱۷]. علاوه بر این، بر اساس مطالعات انجام گرفته مواد طبیعی همانند دندان و استخوان دارای ساختار هدفمند با رفتار ارتوتروپیی می‌باشند [۲۰-۱۹-۲۲].

با توجه به مطالب فوق، در این مقاله یک سیستم ترمیم دندان با در نظر گرفتن یک پوشش سخت بر روی سطح تماس (به عنوان مینا^۸) و یک میان لایه هدفمند ارتوتروپیک (به عنوان اتصال عاجی مینایی^۹) مورد بررسی قرار می‌گیرد. هدف اصلی این تحقیق آرایه قابلیت میان لایه هدفمند در کنترل سطح تنش‌های به وجود آمده در سیستم و مقایسه نتایج حاصل با مدل ایزوتروپیک مسأله می‌باشد.



شکل ۱- طرحواره مسأله تماس مورد بررسی

۲- تعریف مسأله

در این پژوهش مسأله تماس لغزشی بین یک استوانه صلب و یک سیستم الاستیک همانند شکل ۱ به کمک نرم افزار ABAQUS مدل‌سازی می‌شود. همانطور که در شکل ۱ دیده می‌شود سیستم الاستیک شامل یک لایه سرامیکی سخت بر روی سطح تماس (با ضخامت h_1),

بررسی شد. ماده چند لایه مذکور از یک لایه سرامیکی به عنوان تاج، یک لایه میانی هدفمند به عنوان چسب و یک زیر لایه به عنوان عاج دندان تشکیل شده است. در نهایت روش اجزا محدود برای بررسی تأثیر ضخامت لایه‌ها و تغییرات خواص لایه هدفمند بر روی تنش‌های تماسی استفاده شده است. جلالی و همکاران [۷] به کمک نرم افزار اجزاء محدود توزیع تنش به وجود آمده در دندان ترمیم شده با مواد هدفمند را استخراج کردند. نتایج نشان می‌دهد تغییرات تدریجی خواص مکانیکی مواد هدفمند از هیدروکسی آپاتیت به تیتانیوم به طور قابل ملاحظه‌ای تمرکز تنش در ایمپلنت را کاهش می‌دهد.

مسأله‌ی تماس الاستیک بین یک پانچ صلب و یک نیم فضای ارتوتروپیک توسط اشرفی و همکاران [۸] مطالعه گردید. آنها هر دو روش تحلیلی و اجزای محدود را به منظور تعیین فشار تماسی استفاده کرده‌اند. مسأله‌ی تماس سایشی بین دو جسم الاستیک دارای پوشش‌های مدرج توسط لی‌یو و همکاران [۹] بررسی شد. با فرض اینکه تنش برشی در ناحیه‌ی تماس محدود به قانون اصطکاک کلمب است، مسأله مذکور، با استفاده از روش تبدیل هنکل، به معادلات انتگرالی تکین کوشی تبدیل می‌شود. نتایج تحقیق آنها نشان می‌دهد که تغییر تدریجی و مناسب مدول برشی در پوشش مدرج می‌تواند تنش‌های تماسی را به میزان قابل توجهی متأثر سازد. لی‌یو و همکاران [۱۰] تماس لغزشی ترموالاستیک مواد هدفمند با فرض تغییرات دلخواه خواص ترموالاستیکی را بررسی کردند. در تحقیق مذکور از مدل چند لایه‌ای همگن برای تخمین خصوصیات مواد هدفمند استفاده شده است. آن‌ها تأثیر لایه هدفمند، عدد پکلت^۱ و ضریب اصطکاک را بر روی توزیع تنش‌ها و افزایش دمای روی سطح مطالعه کردند.

مسأله‌ی تماس لغزشی دو بعدی بین یک جسم صلب و یک نیم-فضای ارتوتروپیک توسط گولر [۱۱] بررسی شد. مسأله‌ی اخیر با استفاده از روش انتگرال فوریه فرمول‌بندی شده است که در نهایت به یک جفت معادله‌ی انتگرالی تکین کوشی نوع دوم منتهی می‌گردد. معادلات انتگرالی مذکور با استفاده از چند جمله‌ای‌های ژاکوبی حل می‌شوند. او تأثیر پارامترهای ارتوتروپیی ماده و ضریب اصطکاک را بر روی توزیع تنش‌های سطح تماس بررسی کرد. نتایج نشان می‌دهد که پارامترهای ارتوتروپیی و ضریب اصطکاک تأثیر قابل توجهی بر توزیع تنش‌های روی سطح دارد. علی‌نیا و همکاران [۱۲] مسأله‌ی تماس بین یک سیلندر صلب و یک پوشش هدفمند را مورد بررسی قرار دادند. آنها به بررسی تأثیر خصوصیات مواد هدفمند و ضریب اصطکاک بر روی توزیع تنش‌های حاصل از تماس پرداخته‌اند.

تماس لغزشی بین یک فرورونده استوانه‌ای و یک محیط ارتوتروپیک هدفمند توسط گولر و همکاران [۱۳] مطالعه شد. آنها هر دو روش تحلیلی و عددی را برای به دست آوردن تنش‌های تماسی استفاده کرده‌اند. داگ و ارسلان [۱۴] تماس لغزشی بین یک فرورونده صلب و یک پوشش هدفمند ارتوتروپیک را بررسی کردند. جواب تحلیلی مسأله با استفاده از تکنیک انتگرال فوریه استخراج می‌شود. همچنین روش اجزاء محدود برای مدلسازی مسأله مذکور به کار رفته است. نتایج آن‌ها حاکی از آن است که ضریب اصطکاک، ضخامت

^۲ Micro-structure

^۳ Plasma spray

^۴ Lamellar structure

^۵ Cleavage plane

^۶ Electron beam physical vapor deposition (EB-PVD)

^۷ Columnar structure

^۸ Enamel

^۹ Dentino-Enamel Junction (DEJ)

^۱ Peclet number

ندارد.

ابعاد هندسی مسأله در جدول ۱ آمده است. از آنجا که ابعاد نیم‌فضا بسیار بزرگ است بنابراین مقادیر جابجایی در نقاط دور دست مسأله به صفر خواهند رسید. بر این مبنا، جابجایی خط زیرین نیم‌فضا در تمام جهات محدود می‌شود.

جدول ۱- ابعاد هندسی مسأله مورد بررسی

h_1 (mm)	h_2 (mm)	H (mm)	L (mm)	R (mm)
۵	۵	۱۰۰۰	۲۰۰۰	۱۰۰

همانطور که قبلاً اشاره شد، پوشش سخت و نیم‌فضا هر دو همگن و ایزوتروپیک در نظر گرفته می‌شود. خواص مکانیکی پوشش و نیم‌فضا در جدول ۲ آمده است. لازم به ذکر است که مشخصات مکانیکی پوشش متناظر با آلومینا^۴ و نیم‌فضا متناظر با عاج دندان یا ماده ترمیم کننده دندان^۵ است.

جدول ۲- خواص مکانیکی مسأله مورد بررسی

مکان	E (Gpa)	ν
پوشش سخت	۱۱۶/۳۶	۰/۳
بستر	۲۰	۰/۳

همچنین مشخصات مکانیکی لایه هدفمند ارتوتروپیک به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود [۱۶]:

$$E_X = 116.36 \text{ Gpa}, E_Y = 90.43 \text{ Gpa}, \mu_{XY} = 38.21 \text{ Gpa} \quad (۴)$$

$$\nu_{XY} = 0.28, \nu_{XZ} = 0.27, \nu_{ZX} = 0.21, \nu_{ZY} = 0.14 \quad (۵)$$

علاوه بر این، روابط زیر بین ثوابت الاستیک یک ماده ارتوتروپیک برقرار است:

$$\frac{\nu_{XY}}{E_X} = \frac{\nu_{XZ}}{E_Y}, \frac{\nu_{XZ}}{E_X} = \frac{\nu_{ZX}}{E_Z}, \frac{\nu_{YZ}}{E_Y} = \frac{\nu_{YZ}}{E_Z} \quad (۶)$$

لازم به ذکر است که مشخصات مکانیکی میان لایه هدفمند متناظر با اتصال عاجی مینایی که ترکیبی از آلومینا و زیرکونیوم^۶ می‌باشد.

یکی از اصلی‌ترین مراحل مدل‌سازی در روش اجزاء محدود نحوه شبکه‌بندی^۷ و اختصاص دادن المان‌ها به سطح جسم است. در این پژوهش مسأله مورد نظر تحت شرایط کرنش صفحه‌ای مدل‌سازی می‌شود و برای شبکه‌بندی آن از المان‌های CPE8R (کرنش صفحه‌ای و چهار وجهی غیر خطی^۸) و CPE3 (کرنش صفحه‌ای و سطحی مثلثی^۹) استفاده شده است.

همانطور که در شکل ۲ دیده می‌شود با دور شدن از مرکز ناحیه تماس، شبکه‌بندی درشت‌تر خواهد بود به نحوی که تمرکز المان‌ها در نقاط دور دست خیلی کمتر خواهد بود. در مقابل تمرکز المان‌ها در اطراف ناحیه تماس بسیار بیشتر خواهد بود به طوری که همگرایی جواب تضمین شود.

یک میان لایه هدفمند ارتوتروپیک^۱ (با ضخامت h_2) و یک بستر همگن (با ابعاد $L \times H$) است. در واقع نقش لایه سرامیکی تحمل‌گرایان‌های شدید ناشی از تماس و مقاومت در برابر سایش می‌باشد. از آنجا که اختلاف بین خواص مکانیکی پوشش سرامیکی و بستر الاستیک منجر به تولید تنش‌های بزرگ در فصل مشترک آنها خواهد شد بنابراین لایه هدفمند میانی به منظور حذف این اختلاف و افزایش مقاومت اتصال در فصل مشترک استفاده می‌شود.

یک زیر روال بر اساس زبان برنامه نویسی MATLAB وظیفه مدل‌سازی پوشش هدفمند را بر عهده دارد. بدین منظور پوشش هدفمند با تعدادی زیر لایه شبیه‌سازی^۲ می‌شود. این لایه‌ها هر کدام خواص مکانیکی و فیزیکی خاص خود را دارند. مجموع این لایه‌ها با یکدیگر کل ضخامت پوشش هدفمند را تشکیل می‌دهند و ویژگی‌های آنرا اجرا می‌کنند. در قدم اول پوشش هدفمند با یک زیر لایه مدل‌سازی می‌شود و به تدریج تعداد زیر لایه‌ها افزایش می‌یابد تا همگرایی لازم حاصل شود. تغییر خواص مکانیکی لایه هدفمند در راستای ضخامت بر اساس یک تابع مشخص تعریف می‌شود. این تابع می‌تواند به فرم نمایی، توانی، خطی، ثابت و غیره باشد. تابع مذکور توزیع خواص مکانیکی را در هر زیر لایه تعیین می‌کند.

در این پژوهش تغییرات خواص مکانیکی لایه هدفمند در راستای ضخامت نمایی فرض می‌شود بنابراین تغییرات مدول الاستیسیته لایه هدفمند به صورت زیر خواهد بود:

$$E_{XX}(y) = E_{0X} e^{\gamma(y+h_1)}, -(h_1 - h_2) < y < -h_1 \quad (۱)$$

$$E_{YY}(y) = E_{0Y} e^{\gamma(y+h_1)}, -(h_1 - h_2) < y < -h_1 \quad (۲)$$

در اینجا γ معرف پارامتر ناهمگنی ماده است که تغییرات مدول الاستیسیته را در راستای ضخامت ماده هدفمند کنترل می‌کند. همچنین ثوابت E_{0X} و E_{0Y} معرف مقدار مدول الاستیسیته لایه هدفمند در فصل مشترک آن با پوشش سخت می‌باشد.

بر اساس روابط اخیر، نسبت سفتی (Γ) برای لایه هدفمند به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Gamma = \frac{E_{iX}}{E_{0X}} = \frac{E_{iY}}{E_{0Y}} \quad (۳)$$

که در اینجا ثوابت E_{iX} و E_{iY} معرف مقدار مدول الاستیسیته لایه هدفمند در فصل مشترک آن‌ها با بستر می‌باشند. در واقع نسبت سفتی معرف تغییرات مدول الاستیسیته در راستای ضخامت لایه هدفمند است. لازم به ذکر است که محورهای X و Y معرف جهت‌های اصلی اورتوتروپی لایه هدفمند هستند.

۳- مدل‌سازی مسأله در نرم افزار ABAQUS

در اینجا فرض می‌شود استوانه صلب است و بارهای خارجی P و Q بر مرکز آن وارد می‌آیند (شکل ۱). همچنین به منظور شبیه‌سازی شرایط تماس لغزشی فرض می‌شود استوانه با سرعت ثابت در راستای محور X حرکت می‌کند و مرکز آن به عنوان نقطه مرجع^۳ چرخش

^۴ Alumina

^۵ 3M ESPE Z100

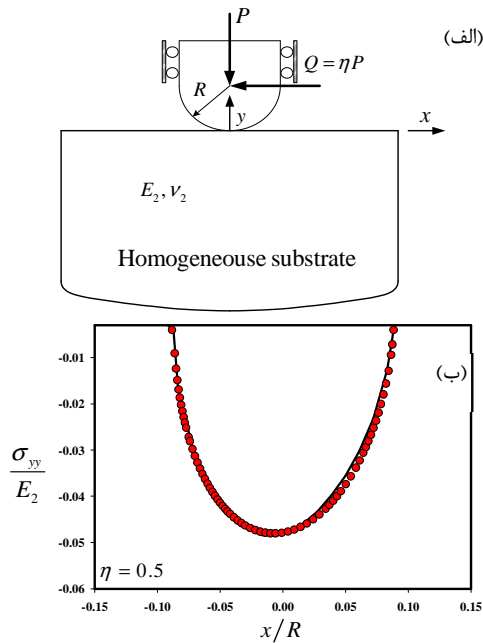
^۶ Zirconia

^۷ Meshing

^۱ Functionally graded orthotropic inter-layer (FGOM)

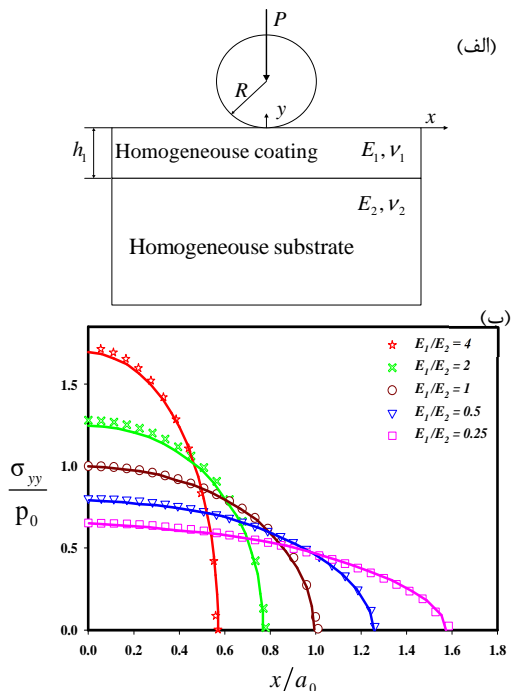
^۲ Multi sub-layers

^۳ Reference point

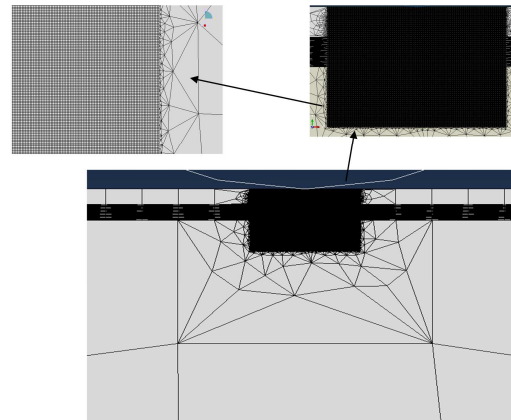


شکل ۳- الف- طرحواره تماس لغزشی برای یک نیم‌فضای همگن، ب- توزیع تنش قائم بر روی سطح تماس. نمادها مربوط به پژوهش هیلز و همکاران [۲۳] و خط کامل مربوط به روش اجزای محدود می‌باشد. ($P = 33.1308\text{KN}$, $E_2 = 50\text{ Gpa}$, $\nu = 0.3$, $R=100\text{mm}$, $\eta = 0$)

الف) $x=0$ ب) $x=1$



شکل ۴- الف- طرحواره مسأله تماس برای یک سیستم پوشش / بستر همگن ب) توزیع فشار تماسی به ازای مقادیر مختلف نسبت مدول الاستیسیته (نمادها مربوط به پژوهش کینگ و سالیوان [۲۴] و خطوط مربوط به روش اجزای محدود می‌باشند؛ $\eta = 0$, $R=100\text{mm}$, $h_1 = .5\text{mm}$, $E_2 = 70\text{ Gpa}$, $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$, $P = 33.1308\text{KN}$)



شکل ۲- شبکه بندی مسأله مورد بررسی

۴- اعتبار سنجی نتایج

به منظور اعتبار سنجی مدل سازی انجام گرفته، نتایج حاصل از این تحقیق در حالت‌های خاص با نتایج سایر پژوهش‌ها مقایسه می‌گردد. در پژوهش انجام شده توسط هیلز و همکاران [۲۳]، تماس لغزشی بین یک استوانه و یک بستر ایزوتروپیک به صورت تحلیلی بررسی شده است (شکل ۳ الف). برای یکسان‌سازی نتایج تحقیق حاضر با پژوهش مذکور، خواص مکانیکی کل سیستم به صورت یکسان و مشابه بستر ایزوتروپیک در نظر گرفته می‌شود. شکل ۳ نتایج متناظر با حالت مذکور را نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود نتایج تحقیق حاضر با نتایج مرجع [۲۳] انطباق خوبی دارند.

کینگ و سالیوان [۲۴] تماس بین یک فرورونده استوانه‌ای و یک سیستم پوشش/ بستر ایزوتروپیک همگن را بررسی کردند (شکل ۴ الف). توزیع فشار تماسی به ازای یک بار ثابت برای مقادیر مختلف نسبت مدول الاستیسیته پوشش به بستر در شکل ۴ آمده است. در اینجا هم انطباق خوبی بین نتایج تحقیق حاضر و مرجع [۲۴] دیده می‌شود.

علاوه بر این، مسأله تماس لغزشی بین یک استوانه صلب و یک پوشش هدفمند توسط علی‌نیا و همکاران [۱۲] بررسی شده است (شکل ۵ الف). مسأله مذکور توسط مدل اجزای محدود پژوهش حاضر شبیه‌سازی می‌گردد. نتایج بدست آمده از پژوهش اخیر و مرجع [۱۲] برای مسأله مورد بحث در شکل ۵ ب- ج آمده است. در اینجا نیز انطباق مناسبی بین نتایج دو پژوهش ملاحظه می‌گردد. لازم به ذکر است که مقدار ضریب اصطکاک برابر $\eta = 0.5$ می‌باشد.

۵-۱- تأثیر نسبت مدول الاستیسیته لایه هدفمند

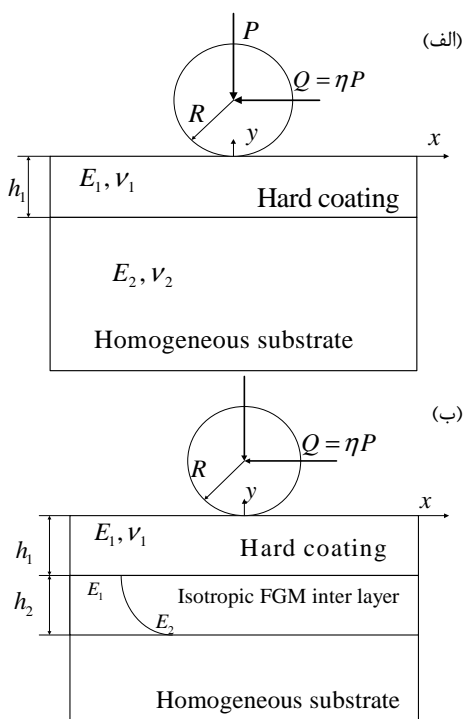
ارتوتروپیک بر روی بیشینه تنش های سیستم

شکل ۷ تأثیر نسبت مدول یانگ پوشش هدفمند ارتوتروپیک را بر بیشینه تنش های به وجود آمده در بستر نمایش می دهد. همان طور که ملاحظه می گردد با افزایش نسبت مدول الاستیسیته بیشینه تنش فون میسز و ترسکا در بستر همگن تا ۷٪ کاهش می یابد. علاوه بر این، درصد تغییرات بیشینه تنش های فون میسز و ترسکا متناظر با مسأله اخیر در مقایسه با مدل های ۱ و ۲ به ترتیب در جداول ۳ و ۴ آمده است. بدین منظور از روابط زیر برای محاسبه درصد تغییرات استفاده می شود:

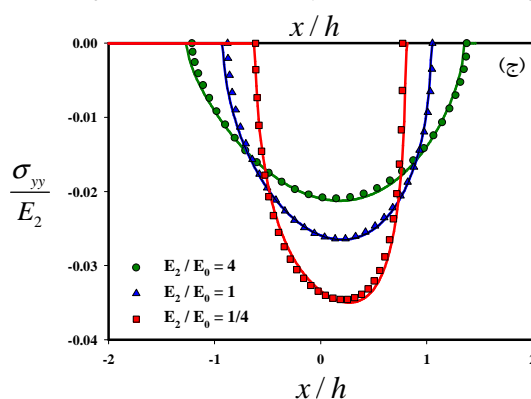
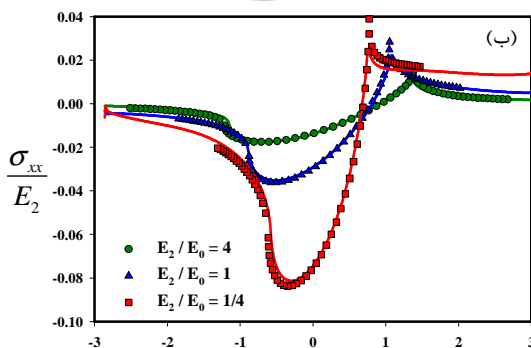
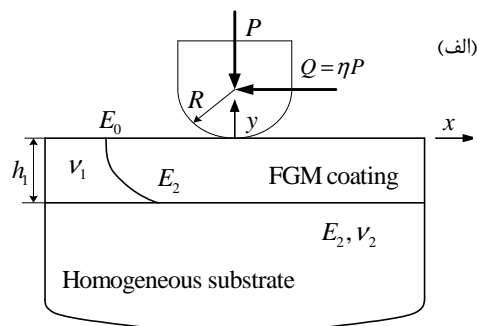
$$\sigma_{Von}^{Diff} = \frac{\sigma_{Von}^{model(1-2)} - \sigma_{Von}^{current\ problem}}{\sigma_{Von}^{model(1-2)}} \times 100 \quad (7)$$

$$\sigma_{Tr}^{Diff} = \frac{\sigma_{Tr}^{model(1-2)} - \sigma_{Tr}^{current\ problem}}{\sigma_{Tr}^{model(1-2)}} \times 100 \quad (8)$$

با توجه به جدول ۳، به طور کلی سیستم مسأله مورد نظر وضعیت مطلوب تری نسبت به مدل ۱ دارد به نحوی که حداکثر تنش فون میسز در بستر تا ۳۰٪ نسبت به مدل ۱ کاهش می یابد. به طور مشابه جدول ۴ درصد تغییرات بیشینه تنش های فون میسز و ترسکا متناظر با مسأله مورد نظر را نسبت به مدل ۲ ارایه می کند. همانطور که ملاحظه می شود برای پوشش هدفمند ارتوتروپیک با نسبت مدول الاستیسیته $\frac{E_x}{E_y} = 3$ حداکثر تنش فون میسز و ترسکا در بستر تا ۷٪ کمتر از مقدار متناظر برای مدل ۲ است.



شکل ۶- الف- مدل ۱ متشکل از یک پوشش همگن ایزوتروپ و یک بستر همگن ایزوتروپ می باشد ب- مدل ۲ متشکل از یک پوشش همگن ایزوتروپ یک میان لایه هدفمند ایزوتروپیک و یک بستر همگن ایزوتروپ است.



شکل ۵- الف- طرحواره مسأله مورد بررسی ب- توزیع تنش داخل صفحه روی سطح ج- توزیع تنش عمودی روی سطح (خطوط به روش اجزای محدود و نمادها به پژوهش علی نیا و همکاران [۱۲] اشاره دارند؛ $v_1 = h_1 = 5\text{mm}, \eta = 0.5, P = 10\text{KN}, R = 100\text{mm}, \eta = 0.5$ ($E_2 = 50\text{Gpa}, v_2 = 0.3$)

۵- تحلیل حساسیت مسأله

در این بخش تأثیر پارامترهای ارتوتروپی و ناهمگنی لایه هدفمند بر توزیع تنش های به وجود آمده در مسأله مورد نظر مطالعه می شود. به منظور درک بهتر تأثیر لایه هدفمند ارتوتروپیک بر میدان تنش داخلی سیستم می توان نتایج حاصل از مسأله اخیر را با نتایج مدل های نشان داده شده در شکل ۶ مقایسه کرد. همانطور که ملاحظه می شود مدل ۱ متشکل از یک پوشش همگن و یک بستر ایزوتروپیک می باشد در حالی که مدل ۲ متشکل از یک پوشش همگن، یک لایه میانی هدفمند ایزوتروپ و یک بستر ایزوتروپیک است.

نتایج حاکی از آن است که افزایش نسبت ضخامت باعث کاهش چشمگیر مقدار تنش‌های فون میسر و ترسکا می‌شود.

جدول ۴- درصد تغییرات بیشینه تنش‌های به وجود آمده در مسأله مورد نظر نسبت به مدل ۲ ($P = 10\text{KN}, R=100\text{mm}, \theta = 0$)
 $(E_{0X} = E_1 = 116.36 \text{ Gpa}, E_2 = 20 \text{ Gpa}, \nu = 0.3, h_2/h_1 = 1)$.

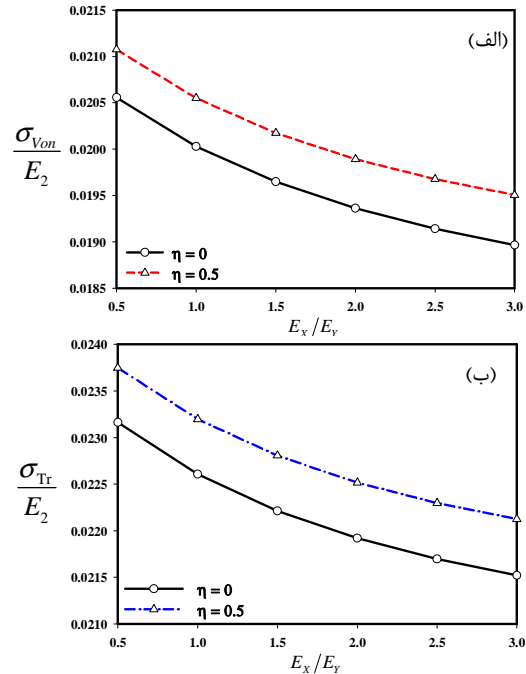
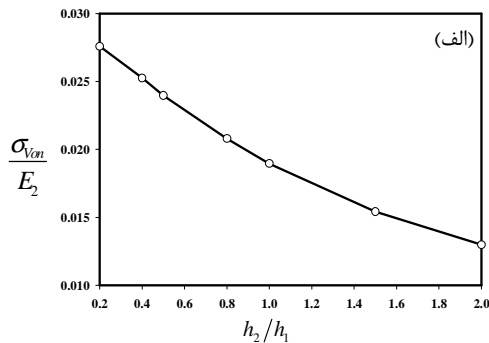
تنش	پوشش سخت		پوشش هدفمند		بستر		$\frac{E_X}{E_Y}$
	η	η	η	η	η	η	
فون-میسز	۰/۵	۱/۶۲	۰/۵	-۱۱/۱	۰/۵	-۹/۱۳	۰/۵
	۱	-۱/۹	-۰/۶۵	-۸/۲۱	۲/۷	-۶/۵۱	۰/۲۴
	۳	-۱۳	-۴/۳۴	-۴/۲۴	۷/۸۶	-۳/۴۷	۲/۷۲
ترسکا	۰/۵	۱/۲۵	۰/۵۳	-۵/۶۷	۰/۶۹	-۴/۲۴	۰/۷۸
	۱	-۱/۴	-۰/۷	-۴/۸۱	۳/۰۷	-۳/۶۵	۳/۰۸
	۳	-۹/۸	-۴/۶	-۴/۷۲	۷/۷۳	-۴/۳۵	۷/۵۶

۳-۵- تأثیر زاویه جهت‌های اصلی ارتوتروپی بر بیشینه

تنش‌های به وجود آمده در سیستم

تأثیر زاویه جهت‌های اصلی ارتوتروپی بر بیشینه تنش‌های به وجود آمده در بستر در شکل ۹ دیده می‌شود. به طور کلی، با انحراف زاویه جهت‌های اصلی از مقدار اولیه $\theta = 0^\circ$ رفتار تنش‌های فون میسر و ترسکا در بخش‌های مختلف سیستم متفاوت خواهد بود به نحوی که به ازای $\theta = 90^\circ$ تنش‌ها در بستر به حداکثر می‌رسند. در مقابل به ازای $\theta = 90^\circ$ تنش‌ها در پوشش سخت و میان لایه به حداقل خود می‌رسند.

علاوه بر این، درصد تغییرات بیشینه تنش‌های به وجود آمده در سیستم به ازای مقادیر مختلف θ نسبت به حالت $\theta = 0^\circ$ در جدول ۶ آمده است. اگرچه به ازای $\theta = 90^\circ$ حداکثر تنش فون میسر در پوشش و میان لایه هدفمند تا ۴٪ کاهش می‌یابد ولیکن عکس این موضوع برای بیشینه تنش‌های به وجود آمده در بستر صادق است. بر مبنای نتایج به دست آمده تغییر زاویه جهت‌های اصلی ارتوتروپی نسبت به مقدار $\theta = 0^\circ$ توصیه نمی‌گردد.



شکل ۷- تغییرات بیشینه تنش‌های الف- فون میسر ب- ترسکا در بستر به ازای مقادیر مختلف نسبت مدول الاستیسیته ($\theta = E_2 = 0, \nu = 0.3, h_2/h_1 = 1, P = 10\text{KN}, R=100\text{mm}, 0 (E_{0X} = E_1 = 116.36 \text{ Gpa}, 20 \text{ Gpa}$

جدول ۳- درصد تغییرات بیشینه تنش‌های به وجود آمده در مسأله مورد نظر نسبت به مدل ۱ ($P = 10\text{KN}, R=100\text{mm}, \theta = 0$)
 $(E_{0X} = E_1 = 116.36 \text{ Gpa}, E_2 = 20 \text{ Gpa}, \nu = 0.3, h_2/h_1 = 1)$.

تنش	پوشش سخت		بستر		$\frac{E_X}{E_Y}$
	$\eta = 0$	$\eta = 0.5$	$\eta = 0$	$\eta = 0$	
فون میسر	۰/۵	۲۶/۰۶	-۰/۸۸	۳۱/۵۸	۰/۵
	۱	۲۳/۳۵	-۰/۲۸	۳۳/۲۸	۱
	۳	۱۴/۷۲	-۳/۹۵	۳۶/۸۶	۳۶/۶۷
ترسکا	۰/۵	۲۸/۱۸	-۰/۴۸	۳۱/۱۶	۰/۵
	۱	۲۶/۱۸	-۰/۷۶	۳۲/۸۱	۳۲/۷۹
	۳	۲۰/۱۱	-۴/۶۸	۳۶/۰۴	۳۵/۹

۲-۵- تأثیر ضخامت لایه هدفمند ارتوتروپیک بر بیشینه

تنش‌های به وجود آمده در سیستم

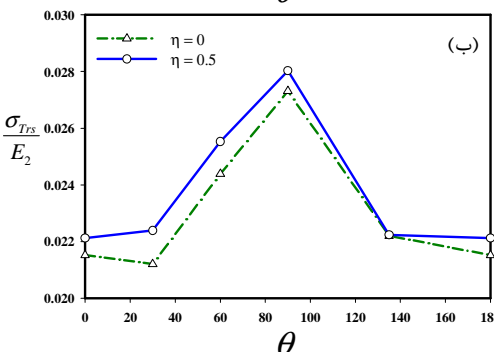
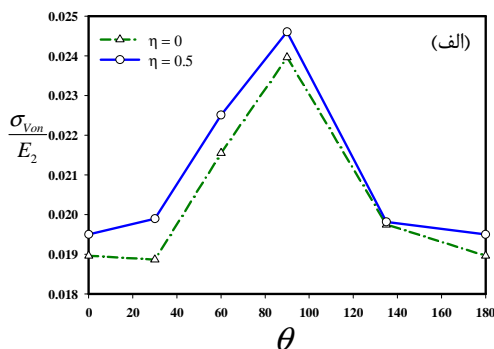
شکل ۸ تأثیر ضخامت لایه هدفمند ارتوتروپیک بر بیشینه تنش‌های بستر را نشان می‌دهد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود با افزایش نسبت h_2/h_1 بیشینه تنش‌های فون میسر و ترسکا در بستر کاهش می‌یابد. جدول ۵ درصد تغییرات بیشینه تنش‌های به وجود آمده در سیستم را نسبت ضخامت $h_2/h_1 = 1$ نشان می‌دهد بدین منظور از روابط زیر استفاده می‌شود:

$$\sigma_{Von}^{Diff} = \frac{\sigma_{Von}^{h_2/h_1} - \sigma_{Von}^{h_2/h_1=1}}{\sigma_{Von}^{h_2/h_1}} \times 100 \quad (9)$$

$$\sigma_{Tr}^{Diff} = \frac{\sigma_{Tr}^{h_2/h_1} - \sigma_{Tr}^{h_2/h_1=1}}{\sigma_{Tr}^{h_2/h_1}} \times 100 \quad (10)$$

۶- تأثیر معماری و خواص لایه هدفمند بر روی رفتار تنش‌های فصل مشترک

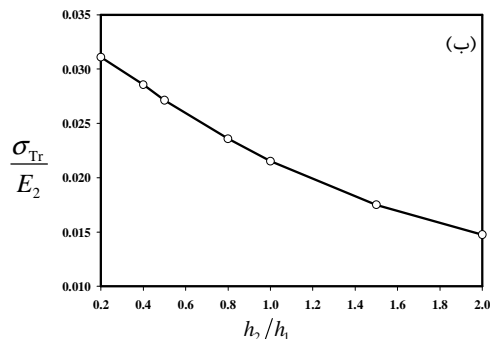
در این بخش تغییرات تنش‌های به وجود آمده بر روی فصل مشترک لایه هدفمند با پوشش سخت یا بستر همگن بررسی می‌شود. بدین منظور توزیع تنش داخل صفحه بر روی فصل مشترک‌ها به ازای مقادیر مختلف نسبت مدول الاستیسیته، ضخامت، زاویه جهت‌های اصلی ارتوتروپی و نسبت سفتی لایه هدفمند ارایه می‌شود.



شکل ۸- بیشینه تنش‌های الف- فون میسز ب- ترسکا در بستر به ازای مقادیر مختلف زاویه جهت‌های اصلی ارتوتروپی لایه هدفمند $E_2 = 20 \text{ GPa}, \nu = 0.3, \frac{h_2}{h_1} = 1, \frac{E_x}{E_y} = 3, R=100\text{mm}, P = 10\text{KN}$ ($E_{0x} = E_1 = 116.36 \text{ GPa}$)

جدول ۶- درصد تغییرات بیشینه تنش‌های به وجود آمده در سیستم با تغییر زاویه جهت‌های اصلی ارتوتروپی نسبت به حالت ($P = 10\text{KN}$) $\nu = 0.3, \frac{h_2}{h_1} = 1, \frac{E_x}{E_y} = 3, R=100\text{mm}, \square = 0^\circ$ ($E_{0x} = E_1 = 116.36 \text{ GPa}, E_2 = 20 \text{ GPa}$)

تنش	θ(deg)	پوشش سخت		پوشش هدفمند		بستر	
		η	η	η	η	η	η
فون میسز	۳۰	۲/۰۲	۱/۶۲	-۸/۹۵	-۲/۰۲	۰/۱۵	۰
	۶۰	۶/۷۵	۳/۷۹	-۳/۴	-۱۳/۷	-۱۵/۴	-۲۶/۴
	۹۰	۸/۶۳	۴/۰۷	۳/۵۶	۴/۱۵	-۲۶/۴	-۲۶/۱
	۱۳۵	۴/۴۳	۰/۸۸	-۱۰	-۱۱/۲	-۴/۱۴	-۱/۶۲
ترسکا	۳۰	۱/۵۲	۱/۸۶	-۱۱	۱/۴۵	-۱/۲	-۱/۲
	۶۰	۵/۲۹	۴/۱۳	-۲/۱	۱/۰۴	-۱۳/۳	-۱۵/۳
	۹۰	۶/۸۵	۴/۲۷	۶/۴۳	۶/۴۱	-۲۶/۹	-۲۶/۶
	۱۳۵	۳/۴۲	۰/۷۵	-۹/۷	-۱۱/۶۷	-۳/۱۶	-۰/۱۵



شکل ۸- بیشینه تنش‌های الف- فون میسز ب- ترسکا در بستر به ازای مقادیر مختلف ضخامت لایه هدفمند ارتوتروپیک ($R=100\text{mm}, \eta = 0.5$) $E_2 = 20 \text{ GPa}, \nu = 0.3, h_1 = 5\text{mm}, \frac{E_x}{E_y} = 3, P = 10\text{KN}$ ($E_{0x} = E_1 = 116.36 \text{ GPa}$)

جدول ۵- درصد تغییرات بیشینه تنش‌های به وجود آمده در بستر به ازای مقادیر مختلف نسبت ضخامت لایه هدفمند ارتوتروپیک ($\nu = 0.3, h_1 = 5\text{mm}, \frac{E_x}{E_y} = 3, P = 10\text{KN}, R=100\text{mm}, \eta = 0.5$) ($E_{0x} = E_1 = 116.36 \text{ GPa}, E_2 = 20 \text{ GPa}$)

تنش	$\frac{h_2}{h_1}$	پوشش سخت	پوشش هدفمند	بستر
فون میسز	۰/۵	-۵/۵۷	۲۴/۷۵	-۲۶/۳۸
	۱/۵	۴/۱۷	۴۵/۴۳	۱۸/۷۱
	۲	۷/۴۳	۴۷/۱	۳۱/۵۱
ترسکا	۰/۵	-۳/۲۷	-۲۵/۹۳	-۲۶/۰۸
	۱/۵	۲/۷۹	۹/۴	۱۸/۶۵
	۲	۵/۱۴	۱۲/۸۲	۳۱/۴۴

۵-۴- مطالعه تأثیر نسبت سفتی بر تنش‌های به وجود آمده در سیستم

به منظور مطالعه تأثیر نسبت سفتی لایه هدفمند بر توزیع تنش‌های مسئله مورد نظر دو سیستم همانند شکل ۱۰ در نظر گرفته می‌شود. لازم به ذکر است که در فصل مشترک سیستم ۱ (شکل ۱۰ الف) مدول الاستیسیته پوشش سخت و لایه هدفمند یکسان می‌باشد در حالی که برای سیستم ۲ (شکل ۱۰ ب) مدول الاستیسیته لایه هدفمند و بستر در فصل مشترک یکسان می‌باشد. درصد تغییرات بیشینه تنش فون میسز و ترسکا به ازای مقادیر مختلف نسبت سفتی متناظر با سیستم‌های ۱ و ۲ در جدول ۷ آمده است. بدین منظور روابط زیر استفاده می‌شوند:

$$\sigma_{Von}^{Diff} = \frac{\sigma_{Von}^{\Gamma=0.1} - \sigma_{Von}^{\Gamma=0.1}}{\sigma_{Von}^{\Gamma=0.1}} \times 100 \quad (11)$$

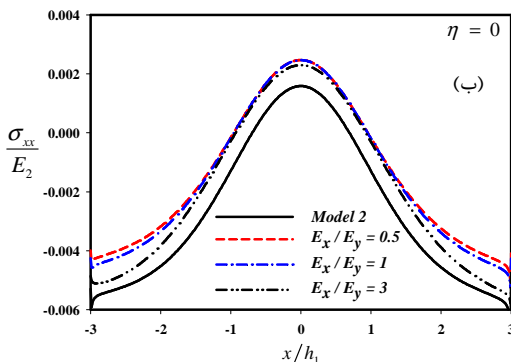
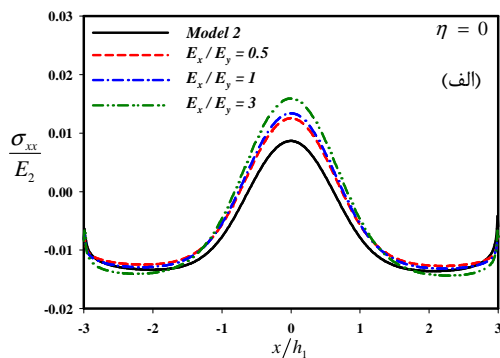
$$\sigma_{Tr}^{Diff} = \frac{\sigma_{Tr}^{\Gamma=0.1} - \sigma_{Tr}^{\Gamma=0.1}}{\sigma_{Tr}^{\Gamma=0.1}} \times 100 \quad (12)$$

همانطور که ملاحظه می‌شود سیستم ۱ نسبت به سیستم ۲ عملکرد مطلوب‌تر خواهد داشت به نحوی که بیشینه تنش فون میسز در بستر حدود ۱۰٪ کاهش می‌یابد. علاوه بر این نتایج بدست آمده حاکی از آن است که افزایش نسبت سفتی برای سیستم ۱ موجب کاهش بیشینه تنش‌های به وجود آمده در مسئله خواهد شد در حالی که عکس این مطلب برای سیستم ۲ صادق است.

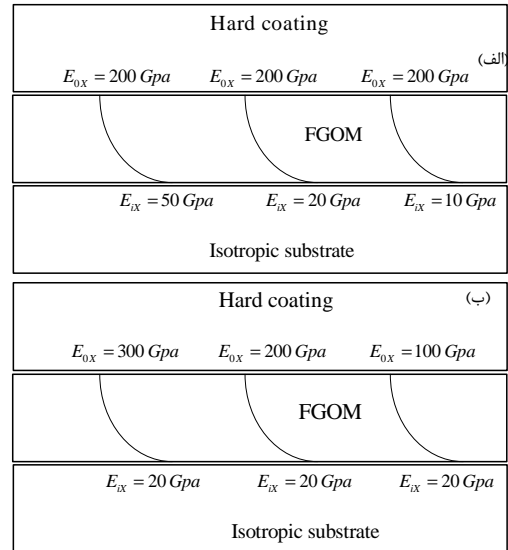
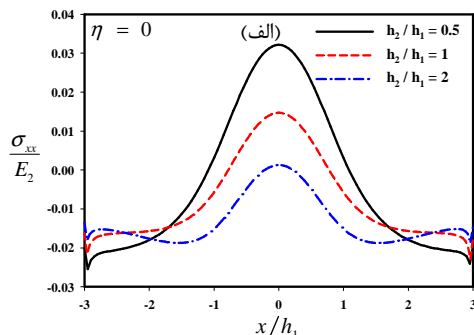
از آن است که با افزایش ضخامت لایه هدفمند مقدار تنش داخل صفحه در هر دو فصل مشترک کاهش می‌یابد.

۳-۶- تأثیر نسبت سفتی بر توزیع تنش‌های روی فصل مشترک

تأثیر نسبت سفتی بر توزیع تنش داخل صفحه بر روی فصل مشترک‌های سیستم ۱ و ۲ در شکل ۱۳ آمده است. همانطور که ملاحظه می‌شود برای سیستم ۱ در فصل مشترک پوشش سخت و لایه هدفمند با افزایش نسبت سفتی مقدار تنش داخل صفحه کاهش می‌یابد در حالی که در فصل مشترک لایه هدفمند و بستر عکس این مطلب رخ می‌دهد. همچنین در سیستم ۲ با کاهش نسبت سفتی تنش داخل صفحه کاهش می‌یابد.



شکل ۱۱- توزیع تنش داخل صفحه بر روی فصل مشترک لایه هدفمند با (الف) پوشش سخت و (ب) بستر همگن به ازای مقادیر مختلف مدول الاستیسیته ($\nu = 0.3, P = 10\text{KN}, \frac{h_2}{h_1} = 1, R=100\text{mm}$)
($E_{0X} = E_1 = 116.36 \text{ Gpa}, E_2 = 20 \text{ Gpa}$.)



شکل ۱۰- الف- طرحواره سیستم ۱ ب- طرحواره سیستم ۲

۱-۶- تأثیر نسبت مدول الاستیسیته لایه هدفمند بر توزیع تنش‌های روی فصل مشترک

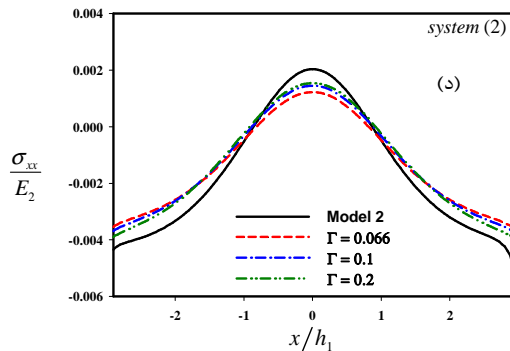
توزیع تنش داخل صفحه بر روی فصل مشترک‌های سیستم به ازای مقادیر مختلف نسبت مدول الاستیسیته در شکل ۱۱ آمده است. شکل ۱۱ الف مربوط به فصل مشترک پوشش سخت و لایه هدفمند می‌باشد و شکل ۱۱ ب متناظر با فصل مشترک لایه هدفمند و بستر می‌باشد. همانطور که ملاحظه می‌شود تنش به وجود آمده در مسأله مورد نظر بزرگتر از مقدار متناظر برای مدل ۲ است. با این حال، با کاهش نسبت مدول الاستیسیته می‌توان مقدار این تنش را کاهش داد.

جدول ۷- درصد تغییرات بیشینه تنش‌های به وجود آمده در مسأله به ازای مقادیر مختلف نسبت سفتی ($\nu = 0.3, R = 100\text{mm}, P = 10\text{KN}$)
($\frac{h_2}{h_1} = 1, E_1 = 100\text{Gpa}, E_2 = 20\text{Gpa}, \frac{E_x}{E_y} = 3$.)

تنش	sys	Γ	پوشش سخت		پوشش هدفمند		بستر
			η	η	η	η	
فون-میسز	۱	۰/۰۵	۰	۰/۵	۰	۰	۰/۵
			۲	-۳/۷	-۳/۷	۲/۷۴	۲/۷۴
	۲	۰/۲	۲/۱	۰/۸۹	۲/۹۶	۲/۹۳	۱۰/۸
			-۱۲	-۳/۴	۹/۷۱	۹/۴۷	-۳/۲
ترسکا	۱	۰/۰۵	۶/۶	۲/۰۳	-۱/۵	-۱/۱	۳/۶۳
			-۱	-۱/۲	-۳/۶	-۳/۶	۲/۹۳
			۱/۵	۰/۹۶	۲/۹۲	۲/۸۹	۱۲/۱
	۲	۰/۲	-۸/۳	-۳/۶	۹/۷۱	-۳/۲	-۳/۲
			۴/۶	۲/۱۵	-۱	۳/۶۷	۳/۷۲
			۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۰۶

۲-۶- تأثیر ضخامت پوشش هدفمند بر توزیع تنش‌های روی فصل مشترک

شکل ۱۲ توزیع تنش داخل صفحه بر روی فصل مشترک لایه هدفمند به ازای مقادیر مختلف ضخامت را نشان می‌دهد. نتایج حاکی



شکل ۱۳- توزیع تنش داخل صفحه بر روی فصل مشترک لایه هدفمند با الف و ج- پوشش سخت و ب و د- بستر همگن به ازای مقادیر مختلف نسبت سفتی ($\eta = 0.5$, $P = 10\text{KN}$, $R=100\text{mm}$, $\frac{E_x}{E_y} = 3$, $\nu = 0.3$, $E_1 = 116.36 \text{ GPa}$, $E_2 = 20 \text{ GPa}$, $\nu = 0.3$).

۷- نتیجه گیری

در این تحقیق مسأله تماس لغزشی بین یک استوانه صلب و یک سیستم الاستیک متشکل از یک پوشش سخت، یک میان لایه هدفمند ارتوتروپیک و یک بستر همگن مورد بررسی قرار گرفت. بدین منظور مسأله مورد بحث در نرم افزار ABAQUS شبیه سازی گردید. در ادامه تأثیر پارامترهای ارتوتروپی، ناهمگنی و ضخامت لایه هدفمند بر روی میدان تنش داخلی سیستم مطالعه شد. بر اساس نتایج استخراج شده می توان نکات زیر را مطرح کرد:

افزایش مدول الاستیسیته لایه هدفمند به موازات سطح تماس نسبت به راستای عمود بر سطح تماس می تواند تنش های بیشینه به وجود آمده در بستر را کاهش دهد.

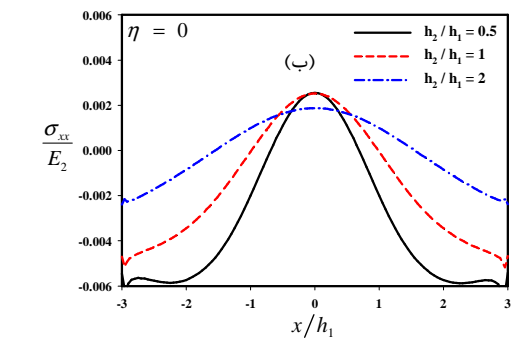
افزایش ضخامت لایه هدفمند نسبت به ضخامت پوشش سخت به طور چشمگیری سطح تنش های به وجود آمده در سیستم را کاهش می دهد.

تغییر زاویه جهت های اصلی ارتوتروپی نسبت به راستای سطح تماس منجر به کاهش عملکرد مطلوب لایه هدفمند خواهد شد به نحوی که بیشینه تنش های به وجود آمده در سیستم افزایش قابل ملاحظه ای دارد.

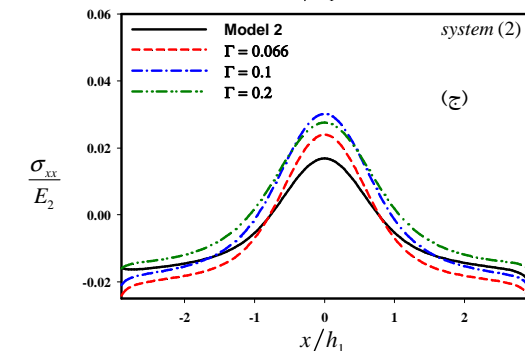
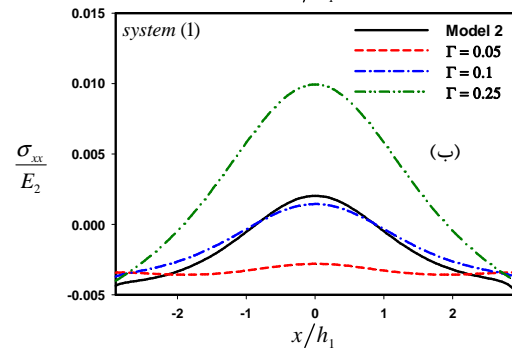
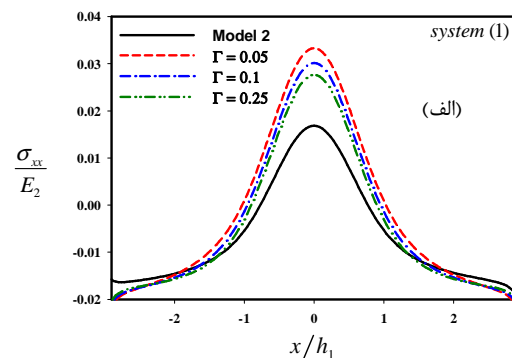
با افزایش ضخامت لایه هدفمند میزان تنش داخل صفحه بر روی فصل مشترک های سیستم کاهش می یابد که این مسأله می تواند مقاومت اتصال لایه ها را بهبود بخشد.

۸- مراجع

- [1] Andakshideh A., Tahani M., Maleki S., and Aghdam M. M., Linear and Non-linear Analysis of functionally Graded plates using generalized differential quadrature method. In *2nd ECCOMAS Thematic Conference on the Mechanical Response of composites*. Imperial College London, UK, 2009.
- [2] Maleki S., *Static Analysis of Functionally Graded cylindrical panel with the GDQ method*, PhD Thesis, Amirkabir University of Technology, 2006.
- [3] Tahani M., and Anbarsouz M., Effect of Functionally Graded Materials on maximum stress at Bone Implant interface in dental implants. In *15th Iranian Conference of Biomedical Engineering*, Mashhad, Iran, 2009.



شکل ۱۲- توزیع تنش داخل صفحه بر روی فصل مشترک لایه هدفمند با الف) پوشش سخت و ب) بستر همگن به ازای مقادیر مختلف ضخامت لایه هدفمند ($\nu = 0.3$, $P = 10\text{KN}$, $\frac{E_x}{E_y} = 3$, $R=100\text{mm}$, $E_0x = E_1 = 116.36 \text{ GPa}$, $E_2 = 20 \text{ GPa}$).



- isotropic material models used for FE analyses. *Medical Engineering & Physics*, Vol. 30, No.7, pp. 924-930, 2008.
- [21] Yang H., Ma X., and Guo T., Some factors that affect the comparison between isotropic and orthotropic inhomogeneous finite element material models of femur. *Medical Engineering & Physics*, Vol. 32, No.6, pp. 553-560, 2010.
- [22] San Antonio T., Ciaccia M., Müller-Karger C., and Casanova E., Orientation of orthotropic material properties in a femur FE model: A method based on the principal stresses directions. *Medical Engineering & Physics*, Vol. 34, No. 7, pp. 914-919, 2012.
- [23] Hills D. A., Nowell D., Sackfield A., *Mechanics of Elastic Contacts*. Butterworth-Heinemann, London, 1993.
- [24] King R. B., and O'sullivan T. C., Sliding contact stresses in a two-dimensional layered elastic half-space. *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 23, No.5, pp. 581-597, 1986.
- [4] Li Q., Lin D., Li W., Zhou S. H., and Swain M., Design optimization of functionally graded dental implant for bone remodeling. *Composites Part B: Engineering*, Vol. 40, No.7, pp. 668-675, 2009.
- [5] Rahbar N., and Soboyejo W. O., Design of functionally graded dental multilayers. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, Vol. 34, No.11, pp. 887-897, 2011.
- [6] Soboyejo W., Du J., Niu X., and Rahbar N., Bio-inspired dental multilayers Effects of layer architecture on the contact-induced deformation. *Acta biomaterialia*, Vol. 9, No.2, pp. 5273-5279, 2013.
- [7] Jalali S. K., Yarmohammadi R., and Avci A., Finite element stress analysis of functionally graded dental implant of a premolar tooth. *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 30, No.11, pp. 4919-4923, 2016.
- [8] Ashrafi H., Mahzoon M., and Shariyat M., A new mathematical modeling of contact treatment between an orthotropic material and a rigid indenter. *Iranian Journal of Materials Science & Engineering*, Vol. 9, No.1, pp. 29-41, 2012.
- [9] Liu T. J., Wang Y. S., and Xing Y. M., Fretting contact of two elastic solids with graded coatings under torsion. *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 49, No.10, pp. 1283-1293, 2012.
- [10] Liu J., Ke L. L., Wang Y. S., Yang J., and Alam F., Thermoelastic frictional contact of functionally graded materials with arbitrarily varying properties. *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 63, No.1, pp. 86-98, 2012.
- [11] Guler M. A., Closed-form solution of the two-dimensional sliding frictional contact problem for an orthotropic medium. *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 87, pp. 72-88, 2014.
- [12] Alinia Y., Beheshti A., Guler M. A., El-Borgi S., and Polycarpou A. A., Sliding contact analysis of functionally graded coating/substrate system. *Mechanics of Materials*, Vol. 94, pp. 142-155, 2016.
- [13] Guler M. A., Kucuksucu A., Yilmaz K. B., and Yildirim B., On the analytical and finite element solution of plane contact problem of a rigid cylindrical punch sliding over a functionally graded orthotropic medium. *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 120, pp. 12-29, 2017.
- [14] Arslan O., and Dag S., Contact mechanics problem between an orthotropic graded coating and a rigid punch of an arbitrary profile. *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 135, pp. 541-554, 2018.
- [15] Sampath S., Herman H., Shimoda N., and Saito T., Thermal spray processing of FGMs. *MRS bulletin*, Vol. 20, No.1, pp. 27-31, 1995.
- [16] Kaysser W. A., and Ilschner B., FGM research activities in Europe. *Mrs Bulletin*, Vol. 20, No.1, pp. 22-26, 1995.
- [17] Schulz U., and Schmücker M., Microstructure of ZrO₂ thermal barrier coatings applied by EB-PVD. *Materials Science and Engineering: A*, Vol. 276, No.1-2, pp. 1-8, 2000.
- [18] Sevostianov I., and Kachanov M., Plasma-sprayed ceramic coatings: anisotropic elastic and conductive properties in relation to the microstructure; cross-property correlations, *Materials Science and Engineering: A*, Vol. 297, No.1, pp. 235-243, 2001.
- [19] Taylor W. R., Roland E., Ploeg H., Hertig D., Klabunde R., Warner M., Hobatho M. C., Rakotomanana L., and Clift S. E., Determination of orthotropic bone elastic constants using FEA and modal analysis. *Journal of Biomechanics*, Vol. 35, No.6, pp. 767-773, 2002.
- [20] Baca V., Horak Z., Mikulenka P., Dzapac V., Comparison of an inhomogeneous orthotropic and