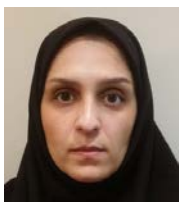


پیش‌بینی پخش شدن نانو قطرات بر روی سطح با استفاده از مدل رگرسیون غیرخطی چند متغیره

هانیه پناهی^۱، سعید اسدی^۲

۱ استادیار، گروه ریاضی و آمار، واحد لاهیجان، دانشگاه آزاد اسلامی، لاهیجان، ایران.

۲ دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران.



تاریخ دریافت:
۹۷/۰۹/۳۰

تاریخ پذیرش:
۹۷/۱۱/۱۷

چکیده

ایجاد پوشش‌هایی مقاوم و ضد خوردگی در ابعاد نانو، استفاده گسترده و روز افزونی در صنایع مختلف دارد. پوشش ایجاد شده وابسته به برخورد نانو قطره با سطح و سپس پخش شدن آن بر روی سطح است. در بسیاری از موارد سطح به صورت مورب در مقابل نازل پاشش قرار گرفته و زاویه برخورد نانو قطره با سطح به صورت مایل می‌باشد. به دلیل وجود هزینه زیاد و زمان بر بودن آزمایشات تجربی و شبیه‌سازی‌های دینامیکی، تعیین مدلی برای نشان دادن تاثیرات عوامل موثر بر پخش نانو قطره حائز اهمیت است. در این مطالعه با استفاده از مدل رگرسیون چند متغیره نسبت به پیش‌بینی پخش شدن نانو قطره اقدام گردیده است. میزان پخش شدن نانو قطره به سرعت و زاویه برخورد قطره با سطح بستگی دارد که برای این منظور پنج مدل مختلف در نظر گرفته شده است. نتایج مقایسه مدل‌های ارائه شده، نشان می‌دهد که مدل رگرسیون غیرخطی پیشنهادی، دارای بیشترین بازده و کمترین خطا بوده است و تطابق بالایی با خروجی مطلوب دارد. همچنین آنالیز باقیمانده‌ها نشان‌دهنده پذیرش نرمال بودن آن‌ها در مدل انتخابی است. علاوه بر این مشاهده شده است که همبستگی بین سرعت و میزان پخش شدن نانو قطره ۰/۹۵ است که در سطح بسیار بالایی قرار دارد.

پخش شدن نانو قطره، زاویه برخورد، سرعت برخورد، رگرسیون چندمتغیره، مدل‌های غیرخطی.

واژگان کلیدی

۱) مقدمه

پوشش‌های نانویی کاربرد وسیعی در صنایع مختلف از جمله تولید رنگ‌های مقاوم، سنتز داروهای جدید، روش‌های نوین تولید سلول‌های خورشیدی، ایجاد سطوح بسیار مقاوم در پره‌های توربین‌های حرارتی، پوشش‌های فلزی و غیرفلزی و غیره دارند. در پدیده پوشش نانویی، ابتدا نانو قطرات از یک نازل خاص، اسپری یا پاشیده شده و سپس قطرات به سطح برخورد کرده و روی آن پخش می‌شوند. کیفیت سطح ایجاد شده به چگونگی پخش‌شدن نانو قطره بر روی سطح بستگی دارد. در این پدیده، عواملی مانند سرعت برخورد قطره و زاویه برخورد قطره با سطح، بسیار موثر هستند. مطالعات اندکی در رابطه با مدل‌سازی برخورد نانو قطره به سطح انجام شده است. مارو و یانگ [۱] برخورد نانو قطره آرگون با سطح پلاتینیوم را توسط دینامیک مولکولی بررسی کردند و زوایای تماس گوناگون را در سرعت‌های مختلف برخورد به دست آوردند. صدیقی و همکاران [۲، ۳] به وسیله روش دینامیک مولکولی پخش‌شدن نانو قطره را در برخورد عمودی قطره با سطح شبیه‌سازی کرده و تغییرات زوایای تماس در حین برخورد قطره با سطح را به دست آوردند. آنها از انواع سطوح رطوبت‌پذیر، رطوبت‌ناپذیر و نیمه رطوبت‌پذیر در شبیه‌سازی خود استفاده کرده‌اند. های بائو و همکاران [۴]، فرآیند برخورد نانو قطره با سطوح آبگریز را مورد بررسی قرار داده و متوجه شدند که تاثیر سرعت برخورد، بسیار زیادتر از زاویه تماس قطره با سطح می‌باشد. اسدی [۵] برخورد عمودی نانو قطره با سطح صاف را توسط روش CFD-MK بررسی نمود. اگرچه وی از روش دینامیک مولکولی استفاده نکرده بود ولی نتایج آن تشابه خوبی با نتایج صدیقی و همکاران [۳] داشت. همچنین اسدی [۶] برخورد مایل نانو قطره با سطح را توسط دینامیک مولکولی شبیه‌سازی کرد و نشان داد که نسبت پخش‌شدن نانو قطره بر روی سطح، با افزایش زاویه برخورد، اندکی زیاد شده ولی با افزایش سرعت برخورد، شدت افزایش پیدا می‌کند. پناهی و اسدی [۷] توزیع آماری ذرات میکرو و نانو را بر روی سطح مطالعه کردند. آنها توزیع نمایی تعمیم یافته را به عنوان بهترین توزیع آماری در این پدیده معرفی کردند.

بسیاری از پژوهشگران در پدیده‌های طبیعی و مسائل تجربی، از روش مدل‌سازی رگرسیون غیرخطی چند متغیره برای تخمین یک پارامتر از روی چند متغیر دیگر استفاده کرده‌اند. اسف و همکاران [۸] با استفاده از داده‌های تجربی، کاربرد شبکه‌های عصبی و رگرسیون غیر خطی را برای پیش‌بینی مدل هدایت حرارتی نانو سیم‌های آلومینیومی، بررسی کردند. آنها نشان دادند که همبستگی پیشنهاد شده توانایی خوبی برای پیش‌بینی هدایت حرارتی نانو سیم‌ها دارد. جاروسکوا و کوچروا [۹] با استفاده از رگرسیون غیرخطی و به همراه پارامترهای تصادفی، مطالعاتی بر روی پارامترهای ترموفیزیکی انجام دادند. آنها نتایج اثر پارامترهای تصادفی مزاحم بر پارامترهای تخمینی را ارائه کردند. کیم و همکاران [۱۰] از روش مونت کارلو در مدل‌سازی رگرسیون

غیرخطی داده‌های رئولوژیک استفاده کردند. آنها تاثیرات ویسکوزیته برشی پایدار و ویسکوزیته صفر را مورد بررسی قرار دادند. کماری و همکاران [۱۱] با استفاده از رگرسیون غیرخطی استقامت حرارتی مواد را تحت گرما پیش‌بینی کردند. مالیک و همکاران [۱۲]، پارامترهای ترموشیمیایی در احتراق سوخت‌های متان و پروپان، در خروجی‌های محفظه احتراق را بررسی کرده و مدل رگرسیون غیر خطی آن را ارائه دادند.

به دلیل پر هزینه بودن آزمایشات در ابعاد نانو و یا زمان‌بر بودن شبیه‌سازی‌های دینامیک مولکولی، پیش‌بینی سریع پخش‌شدن قطره بر روی سطح، دارای اهمیت بسیاری است. بنابراین ارائه یک مدل که بتواند رابطه بین پخش‌شدن قطره با سرعت برخورد و زاویه برخورد را به راحتی و با سرعت بیان نماید، ارزشمند است. مدل‌های مختلفی برای تخمین یک متغیر بر اساس متغیرهای دیگر وجود دارد. یکی از این مدل‌ها، مدل‌های رگرسیون چند متغیره است که برای نشان‌دادن ارتباط پارامترهای بسیاری از پدیده‌ها در علوم مختلف استفاده می‌شود. با استفاده از این مدل که بر پایه ارتباط تابعی بین متغیرها است، می‌توان پیش‌بینی درستی برای تحقیقات آینده داشت.

در این تحقیق برای اولین بار، مدل‌های رگرسیونی چند متغیره برای برآورد و پیش‌بینی مقدار پخش‌شدن نانو قطره بر روی سطح آرایه و مقایسه گردیده‌اند. با مقایسه نتایج و نمودارهای مربوطه، بهترین گزینه از ترکیب پارامترهای ورودی به مدل برای پیش‌بینی مقدار پخش‌شدن نانو قطره آرایه شده است. با استفاده از مدل انتخابی و بدون نیاز به شبیه‌سازی‌های بسیار زمان‌بر دینامیک مولکولی، می‌توان مقدار پخش‌شدن قطره را برآورد کرد. داده‌های استفاده شده در این مدل بر اساس نتایج به دست آمده در مقاله قبلی نویسندگان است [۶] که از روش دینامیک مولکولی نتایج را به دست آورده بودند. با داشتن این مدل جدید رگرسیونی، دیگر نیازی به شبیه‌سازی دینامیک مولکولی که در بیشتر مواقع، جواب‌گیری از کد کامپیوتری آن، چندین ساعت طول می‌کشد، نمی‌باشد. در ادامه تحقیق حاضر در بخش ۲ ابتدا عوامل موثر بر پخش نانو قطره به اختصار توضیح داده شده است و سپس مدل‌های مختلف رگرسیونی مطالعه و مقایسه شده‌اند. در بخش ۳ نتیجه‌گیری از این تحقیق آورده شده است.

۲) مدل‌سازی و نتایج

۲.۱) پخش‌شدن نانو قطره روی سطح جامد مورب

برخورد یک نانو قطره به سطح مورب بستگی به زاویه سطح نسبت به مسیر حرکت قطره دارد که از لحاظ هندسی میتوان آنرا به صورت برخورد مایل یک قطره با سطح افقی نشان داد [۶]. شکل ۱ برخورد یک قطره به صورت عمودی یا با زوایای ۱۵، ۳۰، ۴۵، ۶۰ و ۷۵ را نشان می‌دهد.

همچنین برخورد مایل یک قطره به سطح افقی که از روش شبیه‌سازی دینامیک مولکولی به دست آمده است در شکل ۲ نشان داده شده است.

گردیده است. قطر نانو قطره پخش شده D_n به زاویه برخورد و سرعت بستگی دارد که باید به صورت سه بعدی نشان داده شود (شکل ۳). بنابراین برای بررسی و تعیین بهترین مدل، مدل‌های رگرسیون چند متغیره مجانبی پیشرفته (Model 1)، مجانبی-توانی (Model 2)، توانی-مجموع (Model 3)، مجانبی-توانی پیشرفته (Model 4) - پیشنهادی و توانی- حاصلضرب (Model 5) برای برآورد پارامترها در نظر گرفته شده است. این مدل‌ها به ترتیب عبارتند از:

$$\text{Model 1 } D_n = a \times \exp(b(\text{velocity}) + c(\text{angle})) \quad (2)$$

$$\text{Model 2 } D_n = a \times \exp(\text{velocity}^b + \text{angle}^c) \quad (3)$$

$$\text{Model 3 } D_n = a(\text{velocity}^b) + c(\text{angle}^d) \quad (4)$$

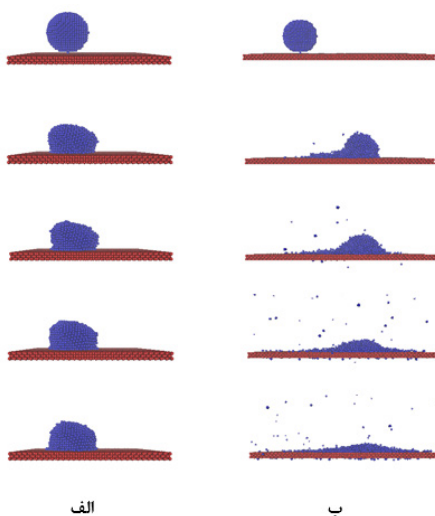
$$\text{Model 4 } D_n = a(\text{velocity}^b) \times \exp(\text{angle}^c) \quad (5)$$

$$\text{Model 5 } D_n = a(\text{velocity}^b) \times (\text{angle}^c) \quad (6)$$

که a, b, c, d پارامترهای مدل‌های رگرسیونی هستند. نتایج با استفاده از نرم افزار R بدست آمده است. ابتدا ضریب همبستگی مربوط به متغیرهای مستقل و وابسته در شکل ۴ آورده شده است. مشاهده می‌شود که بین پخش نانو قطره و سرعت برخورد همبستگی شدید مثبتی وجود دارد.

سپس پارامترهای مدل‌های رگرسیونی با استفاده از روش حداقل مربعات (تابع nls در R) برآورد شده و معنی داری این پارامترهای برازش شده از طریق آزمون t مورد ارزیابی قرار گرفته است. مقادیر مربوط به برآورد پارامترها و p-مقدارهای متناظر با آزمون t مربوط به هر کدام از پارامترها در جدول ۱ آورده شده است.

بر اساس جدول ۱ مشاهده شده است که تمامی پارامترها در مدل‌های مجانبی پیشرفته، مجانبی-توانی، توانی، توانی-مجموع، مجانبی-توانی پیشرفته و توانی- حاصلضرب (مدل‌های ۱ تا ۵) به غیر از پارامتر c در مدل توانی-مجموع در سطح خطای ۵% معنی دار هستند. بنابراین مدل‌های مربوطه به صورت زیر بازنویسی



شکل ۲: نتایج حاصل از شبیه‌سازی دینامیک مولکولی الف- برخورد نانو قطره به سطح جامد با سرعت ۱ متربرثانیه و زاویه ۱۵ درجه ب- برخورد نانو قطره به سطح جامد با سرعت ۲ متربرثانیه و زاویه ۷۵ درجه [۶].

پخش شدن قطره بر روی سطح به ماهیت برهمکنش بین سطح و قطره وابسته می‌باشد که تابعی از جنس سطح و یا به عبارتی رطوبت پذیری سطح است. سطوح به سه سطح رطوبت پذیر، نیمه رطوبت پذیر و رطوبت ناپذیر تقسیم می‌گردند. در شبیه‌سازی انجام شده در شکل ۲ از سطح نیمه رطوبت پذیر استفاده گردیده است. در این شکل نانو قطره با سرعت ۱ متربرثانیه و زاویه ۱۵ درجه و همچنین با سرعت ۲ متربرثانیه و زاویه ۷۵ درجه به سطح برخورد می‌کند. این شبیه‌سازی با استفاده از یک کامپیوتر با سی پی یو هفت هسته‌ای، در حدود دو ساعت طول کشیده است.

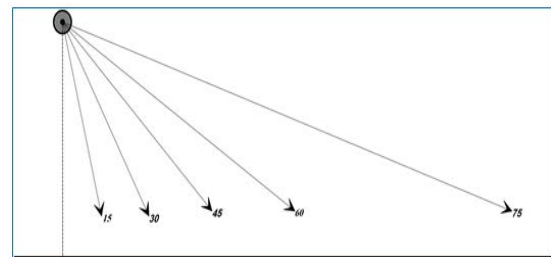
همانگونه که در شکل مشاهده می‌شود، پس از برخورد نانو قطره به سطح، قطره بر روی سطح پخش شده و سطح را با قطری بیشتر از قطر اولیه خیس می‌کند. در حین برخورد، از ضخامت قطره کم شده و به قطر پیرامونی آن افزوده می‌گردد. حداکثر قطر پیرامونی را قطر پخش شدن قطره می‌نامند که در واقع قطری است که معادل قطر سطح پوشیده شده توسط قطره می‌باشد. برای استفاده راحت تر از مقادیر قطر پخش شدن قطره، آن را بدون بعد می‌کنند. با تقسیم حداکثر قطر پخش شدن قطره بر قطر اولیه، مقدار قطر پخش شدن بدون بعد قطره به دست می‌آید که با D_n نشان داده می‌شود:

$$D_n = D_m / D_0 \quad (1)$$

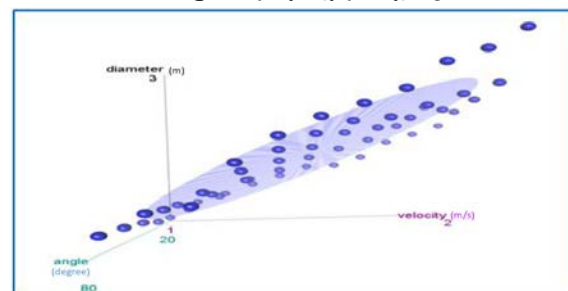
در رابطه بالا، D_0 قطر اولیه قطره و D_m حداکثر قطر پخش شدن پس از برخورد می‌باشد. مقدار D_n بستگی به سرعت برخورد قطره و زاویه برخورد آن با سطح دارد. این وابستگی در شکل ۳ نشان داده شده است.

۲(۲) تحلیل داده‌ها و استخراج مدل‌ها

در این بخش مدل‌سازی داده‌های برخورد قطره به سطح مورب که با استفاده از روش دینامیک مولکولی به دست آمده است [۶]، مطالعه



شکل ۳: زاویای برخورد نانو قطره به سطح جامد [۶].



شکل ۴: نمودار سه بعدی مربوط به داده‌های سرعت، زاویه و قطر پخش شدن نانو قطره

می‌شوند:

• میانگین درصد خطای مطلق وزنی: $MAPE = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|y_i - \hat{y}_i|}{|y_i|} \right) \times 100$

• معیار اطلاع آکائیک: $AIC = 2k - 2\ln(\hat{L})$

• معیار اطلاع بی‌زی: $BIC = 2k \ln(n) - 2\ln(\hat{L})$

• معیار لگاریتم درست‌نمایی ماکزیمم: $Log - likelihood = \ln(\hat{L})$
 که k و \hat{L} به ترتیب تعداد پارامترهای مدل و تابع درست‌نمایی برآورد شده مدل است. نتایج مربوط به MAPE, MAE, RMSE در جدول ۲ آورده شده است. همچنین نتایج معیارهای AIC, BIC و Log-likelihood برای مدل‌های ۱-۵ در جدول ۳ آورده شده است.

بر اساس معیارهای انتخاب مدل مشاهده می‌شود که RMSE, MAE, MAPE, AIC, BIC مدل‌های مختلف به صورت زیر مرتب می‌شوند:

$Model\ 4 < Model\ 5 < Model\ 3 < Model\ 2 < Model\ 1$

Model 1 $D_n = 0.517953 \times \exp(0.726336 \text{velocity} + 0.003240 \text{angle})$ (۷)

Model 2 $D_n = 0.112975 \times \exp(\text{velocity}^{0.789334} + \text{angle}^{0.088822})$ (۸)

Model 3 $D_n = 0.992024 \text{velocity}^{1.232871} + \text{angle}^{1.449596}$ (۹)

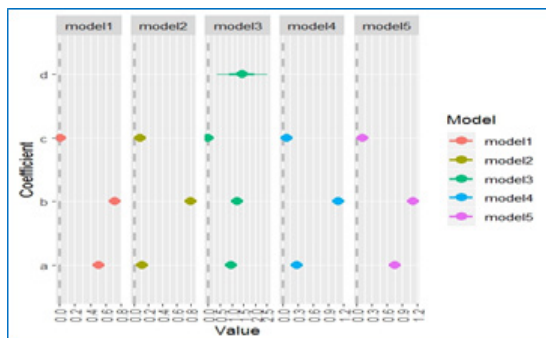
Model 4 $D_n = 0.290255(\text{velocity}^{1.110134}) * \exp(\text{angle}^{0.089006})$ (۱۰)

Model 5 $D_n = 0.746180(\text{velocity}^{1.110060}) \times (\text{angle}^{0.120961})$ (۱۱)

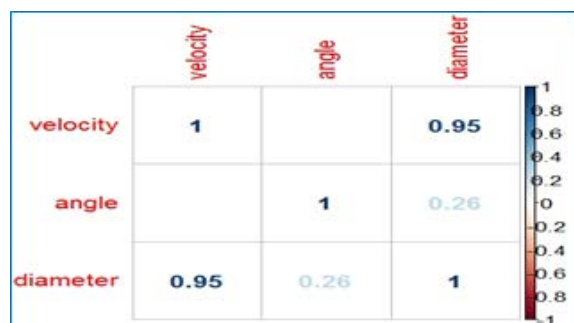
در رابطه (۹) به دلیل بزرگتر بودن p - مقدار پارامتر c (۰/۶۸۵۲) از سطح خطای تعیین شده (۵%) این پارامتر معنی دار نبوده و از مدل حذف گردیده است. برای بررسی بیشتر نمودار مربوط به پارامترهای مدل‌های رگرسیونی ۱-۵ در شکل ۵ آورده شده است. برای مقایسه و بررسی عملکرد مدل‌ها از معیارهای انتخاب مدل استفاده شده است [۱۳, ۱۴, ۱۵]. این معیارها عبارتند از:

• جذر میانگین مربع خطا: $RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}$

• میانگین خطای مطلق: $MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|$



شکل ۵: نمودار مربوط به برآورد ضرایب رگرسیونی در مدل‌های ۱ تا ۵.



شکل ۴: همبستگی بین پخش نانو قطره با زاویه و سرعت برخورد.

جدول ۱: برآورد ضرایب، انحراف معیار و p -مقدارهای متناظر برای مدل‌های مختلف.

مدل‌ها	ضرایب	انحراف استاندارد	p -مقدارها
Model 1	$a=0.517953$ $b=0.726336$ $c=0.003240$	0.0229031 0.0245963 0.0003467	$< 2e-16$ $< 2e-16$ $9.82e-13$
Model 2	$a= 0.112975$ $b= 0.789334$ $c= 0.088822$	0.0047340 0.0198460 0.0073360	$<2e-16$ $<2e-16$ $<2e-16$
Model 3	$a= 0.992024$ $b= 1.232871$ $c= 0.000700$ $d= 1.449596$	0.0558599 0.0585033 0.0017179 0.5434991	$<2e-16$ $<2e-16$ 0.6852 0.0102
Model 4	$a= 0.290255$ $b= 1.110134$ $c= 0.089006$	0.0101280 0.0302530 0.0059360	$<2e-16$ $<2e-16$ $<2e-16$
Model 5	$a= 0.746180$ $b= 1.110060$ $c= 0.120961$	0.0324400 0.0305900 0.0108300	$< 2e-16$ $< 2e-16$ $2.01e-15$

نزدیک خط و بین دو خط پوشش قرار دارند. بنابراین نشان دهنده نرمال بودن باقیمانده‌ها می‌باشد.

۳ نتیجه‌گیری

با توجه به زمان بر بودن شبیه‌سازی‌های دینامیک مولکولی در برخورد نانو قطره با سطح، تعیین مدلی برای بررسی تاثیر عوامل موثر و پیش‌بینی پخش نانو قطره حائز اهمیت است. بنابراین هدف این تحقیق ارائه مدل رگرسیونی مناسب برای تعیین تاثیر زاویه و سرعت برخورد نانو قطره به سطح جامد مورب می‌باشد. تعیین این مدل علاوه بر صرفه‌جویی در زمان، موجب صرفه‌جویی در هزینه انجام بسیاری از آزمایشات تجربی و یا شبیه‌سازی‌ها می‌گردد.

همچنین معیار Log-likelihood در مدل‌های مختلف عبارت است از:

$$Model\ 1 < Model\ 2 < Model\ 3 < Model\ 5 < Model\ 4$$

بنابراین براساس نتایج فوق، مدل مجانبی-توانی پیشرفته دارای کمترین مقادیر RMSE, MAE, MAPE, AIC, BIC و بیشترین مقدار Log-likelihood است. پس بهترین مدل برای پیش‌بینی داده‌های پخش نانو قطره با زاویه و سرعت برخورد قطره می‌باشد. همچنین به منظور بررسی نرمال بودن خطاها در مدل‌های ۱ تا ۵، از نمودار چندک-چندک استفاده شده است. نمودارهای مربوط به مدل‌های بیان شده در شکل ۶ آورده شده است. مشاهده می‌شود که در مدل مجانبی-توانی پیشرفته، نقاط

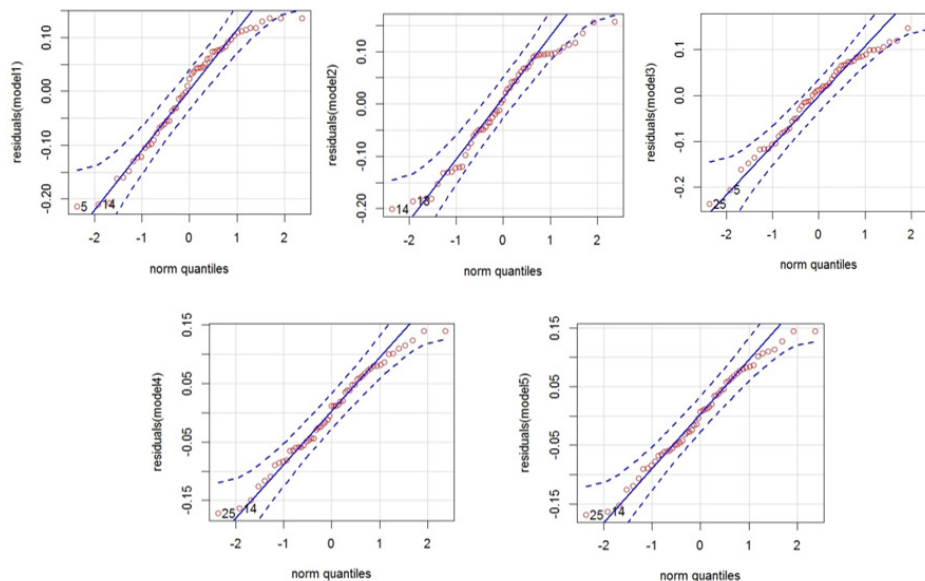
جدول ۲: مقادیر RMSE, MAE, MAPE برای مدل‌های مختلف.

مدل‌ها	RMSE	MAE	MAPE
Model 1	0.0994	0.0853	0.0505
Model 2	0.0976	0.0841	0.0493
Model 3	0.0912	0.0754	0.0430
Model 4	0.0791	0.0671	0.0378
Model 5	0.0800	0.0678	0.0381

جدول ۳: مقادیر (LL, AIC, BIC, Log-likelihood) برای مدل‌های مختلف.

مدل‌ها	AIC	BIC	LL
Model 1	-89.89643	-81.86709	48.94821
Model 2	-91.87174	-83.84241	49.93587
Model 3	-97.29741	-87.26074	53.64871
Model 4	-115.0097	-106.9803	61.50483
Model 5	-113.7778	-105.7485	60.88891

شکل ۶: نمودار چندک-چندک باقیمانده‌ها به ترتیب از بالا سمت چپ برای مدل‌های ۱-۵.



۵ مراجع

- [1] S. C. Maroo, J. N. Chung, Nano-droplet impact on a homogeneous surface using molecular dynamics. ASME Energy Nanotech. Int. Conf. I(2008), 113-121.
- [2] N. Sedighi, S. Murad, S. Aggarwal, K. Molecular dynamics simulations of spontaneous spreading of a nanodroplet on solid surfaces. Fluid Dyn. Res. 43(2011), 1-23.
- [3] N. Sedighi, S. Murad, S. K. Aggarwal, Molecular dynamics simulations of nanodroplet spreading on solid surfaces, effect of droplet size. Fluid Dyn. Res. 42(2010), 32-45.
- [4] H. Hai-Bao, C. Li-Bin, B. Lu-Yao, H. Su-He, Molecular dynamics simulations of the nano-droplet impact process on hydrophobic surfaces. Chinese Phys. B. 23(2014), 1-6.
- [5] S. Asadi, Simulation of nanodroplet impact on a solid surface. Inter. J. Nano Dim. 3(2012), 19-26.
- [۶] س. اسدی، شبیه سازی برخورد نانو قطره به سطح مورب در فرآیند ایجاد پوشش های نانویی توسط دینامیک مولکولی، نشریه علوم و مهندسی سطح، ۱۱۳(۱۳۹۶)، ۵۰-۴۱.
- [7] H. Panahi, S. Asadi, Statistical modeling for oblique collision of nano and micro droplets in plasma spray processes. Int. J. Nanosci. Nanotech. 14(2018), 71-83.
- [8] M. H. Esfe, M. Afrand, W.M. Yan, M. Akbari, Applicability of artificial neural network and nonlinear regression to predict thermal conductivity modeling of al_2o_3 -water nanofluids using experimental data. Int. J. Heat Mass Transf. 66(2015), 246-249.
- [9] D. Jarušková, A. Kučerová, Estimation of thermophysical parameters revisited from the point of view of nonlinear regression with random parameters. Int. J. Heat Mass Transf. 106(2017), 135-141.
- [10] S. Kim, J. Lee, S. Kim, K. S. Cho, Applications of monte carlo method to nonlinear regression of rheological data. Korea. Aust. Rheol. J. 30(2018), 21-28.
- [11] Y. Kemari, A. Mekhaldi, M. Tegar, G. Teyssède, Nonlinear regression modeling to predict thermal endurance of xlpe material under thermal aging. Int. Conf. Dielectr. (ICD), IEEE, 2018, 1-4.
- [12] M. R. Malik, B. J. Isaac, A. Coussement, P. J. Smith, A. Parente, Principal component analysis coupled with nonlinear regression for chemistry reduction. Combust. Flame. 187(2018), 30-41.
- [13] C. Li, R. Zhang, J. Li, P. Stoica, Bayesian information criterion for signed measurements with application to sinusoidal signals. IEEE Signal Proc. Let. 25(2018), 1251-1255.
- [14] A. Charkhi, G. Claeskens, Asymptotic post-selection inference for the akaike information criterion. Biometrika 105 (2018), 645-664.
- [15] H. Panahi, Estimation for the parameters of the burr type xii distribution under doubly censored sample with application to microfluidics data. Int. J. Syst. Assur. Eng. Manage., 1-9.

برای این منظور مدل‌های رگرسیونی غیرخطی چند متغیره مختلف مطالعه و مقایسه شدند و بر اساس p -مقادیرهای بدست آمده از آزمون‌ها، پنج مدل انتخاب شدند. با مشخص کردن مقادیر اولیه، پارامترهای مدل‌های پیشنهادی برآورد شدند و مورد تحلیل قرار گرفتند. سپس با استفاده از معیارهای مختلف انتخاب مدل مانند جذر میانگین مربع خطا، میانگین خطای مطلق، میانگین درصد خطای مطلق وزنی، معیار اطلاع آکائیک، معیار اطلاع بیزی و معیار لگاریتم درست‌نمایی ماکزیمم، پنج مدل پیشنهادی مقایسه گردیده و مشاهده شده است که مدل مجانبی-توانی پیشرفته، بهترین مدل برای پیش‌بینی پخش نانو قطرات است. همچنین با بررسی نمودار چندک-چندک مربوط به نرمال بودن باقیمانده‌ها که از فرضیات مدل‌های رگرسیونی است، مشاهده گردید که در مدل انتخابی نقاط نزدیک خط و بین دو خط پوشش قرار دارند. همچنین بر اساس همبستگی و ضرایب مدل‌ها، می‌توان نتیجه گرفت که سرعت برخورد تاثیر بسیاری بر پخش نانو قطرات دارد.