

# استخراج مشخصه‌های لحظه‌ای و به‌کارگیری آنها در شناسایی پارامترهای سازه‌های متغیر با زمان با استفاده از روش‌های آنالیز ویولت و تجزیه مود تحلیلی - هیلبرت

حمید احمدیان

استاد

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران

ahmadian@iust.ac.ir

امیر گلستانه\*

کارشناسی ارشد

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران

amir\_golestaneh@alumni.iust.ac.ir

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۱۲/۱۴

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۰۹/۰۹

## چکیده

خصوصیات و مشخصه‌های دینامیکی سازه‌های مهندسی ممکن است به علل مختلف و البته اغلب با گذر زمان، در طول عمرشان تغییر کنند. در این چنین سازه‌های مهندسی که می‌توان برای آنها عبارت "سیستم‌های متغیر با زمان" را به‌کار برد، شناسایی پارامترهای دینامیکی متغیر با زمان از جمله فرکانس مودال لحظه‌ای، بسیار مهم است چراکه می‌تواند به مهندسان در زیر نظر گرفتن وضعیت عملکردی سازه‌ها کمک کند، همچنین با کمک آن آسیب‌های سازه‌ای را تشخیص داده و وضعیت سازه را با روشی مقرون به صرفه ارزیابی کنند. در واقع ابزارهایی که بتوانند در مسیر تحلیل این دست از سیستم‌ها مشخصه‌هایی همانند فرکانس لحظه‌ای را به درستی کسب کنند، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار هستند. ابزار استخراج این نوع از مشخصه‌ها از پاسخ دینامیکی، به‌عنوان روش‌های آنالیز حوزه زمان - فرکانس شناخته می‌شوند. از این مشخصه‌های لحظه‌ای می‌توان به‌منظور شناسایی پارامترهای زمان-متغیر موجود در این سازه‌ها، همانند سفتی و دمپینگ زمان-متغیر، استفاده کرد.

در این مقاله، دو گروه از قدرتمندترین روش‌های آنالیز حوزه زمان - فرکانس، یعنی آنالیز ویولت و آنالیز تجزیه مود تحلیلی - هیلبرت به‌منظور استخراج مشخصه‌های لحظه‌ای به‌کار گرفته می‌شوند. این دو دسته روش در استخراج این مشخصه‌ها در مقام مقایسه با یکدیگر قرار گرفته، برتری آنها نسبت به یکدیگر در شرایط همراه با نوفه<sup>۱</sup> و بدون نوفه مورد بررسی قرار می‌گیرد. سپس از ترکیب هر یک از این دو دسته روش با الگوریتم‌های موجود در شناسایی پارامتری سیستم‌های چند درجه آزادی متغیر با زمان، ترکیب‌های جدیدی معرفی شده که بهبود عملکرد در شناسایی پارامترهای زمان-متغیر را گزارش می‌کنند.

**واژگان کلیدی:** فرکانس لحظه‌ای، آنالیز ویولت، آنالیز تجزیه مود تحلیلی - هیلبرت، شناسایی پارامتری سازه‌های متغیر با زمان.

۱. مقدمه

مدل رفتاری سیستم نامتغیر با زمان خطی<sup>۲</sup> (LTI)، در توصیف رفتاری سیستم‌هایی به کار گرفته می‌شود که خواص ایستا دارند. در صورتی که مدل رفتاری سیستم متغیر با زمان خطی<sup>۳</sup> (LTV)، غالباً در جایی به کار گرفته می‌شود که در آن سیستم مدنظر دارای مشخصه‌های غیرایستا است. شناسایی سیستم‌های LTV براساس پاسخ‌های دینامیکی اندازه‌گیری شده، در سال‌های اخیر توجه‌های بسیاری را به خود جلب کرده است، چراکه بیشتر سازه‌های واقعی در طول عمر خود رفتار دینامیکی غیرایستا از خود نشان می‌دهند. این رفتارهای غیرایستا می‌تواند به فراخور کاربردهای در نظر گرفته شده برای سازه و یا تجربه قرارگیری تحت بارهای شدید و ناخواسته بروز نماید. برای مورد اول، می‌توان مثالی را مطرح نمود که شامل سازوکارهای اصطکاکی هستند که البته در صنعت نیز پرکاربرداند؛ به گونه‌ای که سفتی و میرایی سازه می‌تواند تحت یک عملیات روزمره و عادی متفاوت باشد. مورد دوم شامل رفتار سازه‌هایی همانند پل‌ها و ساختمان‌ها تحت زمین لرزه، طوفان و گردباد است که ممکن است سفتی و شرایط مرزی سازه‌ها در این حالت به سرعت یا به آهستگی تغییر نماید. به طور کلی مدل LTV مناسب‌تر و بهتر از مدل LTI برای توصیف رفتارهای دینامیکی لحظه‌ای سیستم‌ها عمل می‌کند و می‌توان از آن برای ارزیابی و پایش وضعیت سیستم یا تشخیص آسیب استفاده کرد.

در سیستم‌های LTV، مشخصه‌هایی تحت عنوان مشخصه‌های زمان-متغیر (لحظه‌ای) می‌توانند از پاسخ‌های دینامیکی اندازه‌گیری شده، به دست آیند. این مشخصه‌های زمان-متغیر، می‌توانند به عنوان شناساگر سیستم‌های LTV مورد استفاده قرار گیرند، همچنین این مشخصه‌ها می‌توانند در پایش وضعیت عملکردی سازه‌ها به کار گرفته شوند. فرکانس لحظه‌ای از جمله این مشخصه‌های زمان-متغیر است. استخراج مشخصه‌های

زمان-متغیر از پاسخ‌های دینامیکی با به کارگیری روش‌های آنالیز حوزه‌ی زمان-فرکانس امکان‌پذیر است. روش‌های مبتنی بر آنالیز ویولت و آنالیز هیلبرت از قدرتمندترین و پرکاربردترین روش‌های این حوزه به شمار می‌روند.

تبدیل ویولت به عنوان یک روش پیشرفته آنالیز زمان-فرکانس برای سیگنال‌های زمانی غیرایستا طراحی شده است. آنالیز ویولت می‌تواند به عنوان آنالیز طیفی فوریه با پنجره‌های زمانی قابل تنظیم برای یک سری داده‌های غیرایستا در نظر گرفته شود [۱]. با توجه به معرفی پنجره‌های قابل تنظیم، آنالیز ویولت سطوح مختلفی از جزئیات و تقریب در حوزه زمان-فرکانس را فراهم می‌کند طوری که ویژگی‌های گذرای سری داده‌ها را می‌توان در مشخصه‌های فرکانسی حفظ نمود. به همین علت، در آنالیز سیگنال‌های دینامیکی غیرایستا به طور گسترده‌ای به کار گرفته شده است [۲-۷]، به خصوص لبه‌ی ویولت<sup>۴</sup> استخراج شده در این آنالیز می‌تواند برای بازسازی سیگنال مورد استفاده قرار گیرد [۸]. در شناسایی پارامترهای سیستم‌های چند درجه آزادی متغیر با زمان با استفاده از آنالیز ویولت می‌توان به کار قائم و رمثو<sup>۵</sup>، اشاره داشت [۹].

همچنین تبدیل هیلبرت و روش‌های مبتنی بر آن از جمله روش‌های پیشرفته در تحلیل حوزه‌ی زمان-فرکانس به شمار می‌روند. در حدود دو دهه گذشته تجزیه مود تجربی<sup>۶</sup> (EMD) و آنالیز طیفی هیلبرت، با نام تبدیل هیلبرت-هوانگ<sup>۷</sup> (HHT) برای تحلیل داده‌های غیرایستا و غیرخطی توسط هوانگ<sup>۸</sup> و همکاران [۱۰] توسعه داده شد. ایده اصلی EMD آن است که سیگنال اصلی را به مجموعه‌ای از مؤلفه‌ها، که از آنها به عنوان توابع مود ذاتی<sup>۹</sup> (IMFs) یاد می‌شود، تجزیه کند. HHT به طور موفقیت‌آمیزی برای آنالیز سری داده‌های مهندسی، پزشکی، اقتصادی و ژئوفیزیک و سیگنال‌های دینامیکی سازه [۱۱-۱۳] مورد استفاده قرار می‌گیرد. شی و

در ادامه این مقاله، ابتدا مشخصه‌های لحظه‌ای معرفی گردیده و الگوریتم شناسایی پارامترهای متغیر با زمان برای یک سیستم چند درجه آزادی ارائه می‌شود. سپس مرور کوتاهی بر روش‌های آنالیز AMD-هیلبرت و ویولت، و شناسایی مشخصه‌های لحظه‌ای با استفاده از این دو روش ارائه می‌شود. در آخر و در بخش بررسی‌های عددی، ابتدا با ارائه دو مثال عددی توانایی و قابلیت هر یک از این روش‌ها در شناسایی فرکانس‌های لحظه‌ای مورد مقایسه قرار می‌گیرد. سپس با ارائه آخرین مثال عددی در همین بخش، شناسایی پارامترهای متغیر با زمان یک ساختمان برشی چهار طبقه، با استفاده از ترکیب الگوریتم ارائه شده با آنالیز-های AMD و آنالیز ویولت، صورت می‌پذیرد.

## ۲. مشخصه‌های لحظه‌ای و شناسایی پارامترهای

### متغیر با زمان

معادله حرکت یک سیستم چند درجه آزادی LTV، تحت تحریک نیروی  $f(t)$  توسط معادله ۱ بیان می‌شود:

$$M(t)\ddot{x}(t) + C(t)\dot{x}(t) + K(t)x(t) = f(t) \quad (1)$$

که در آن  $x(t)$  بردار جابه‌جایی،  $M(t)$ ،  $C(t)$  و  $K(t)$  به ترتیب ماتریس‌های متغیر با زمان جرم، دمپینگ و سفتی سازه هستند و  $f(t)$  بردار نیروی تحریک است. بردار جابه‌جایی  $x(t)$  می‌تواند توسط روش‌های حوزه زمان-فرکانس (روش آنالیز ویولت و روش آنالیز AMD-هیلبرت) تجزیه شود و به صورت برهم نهی  $n$  پاسخ تجزیه شده به صورت زیر بیان شود:

$$x(t) = \sum_{j=1}^N x_j(t) \quad (2)$$

که در آن

$$x_j(t) = \{x_{1j}(t) \quad x_{2j}(t) \quad \dots \quad x_{nj}(t)\}^T$$

همکاران<sup>۱۰</sup> در مقالات [۱۲، ۱۳]، با ارائه الگوریتمی به شناسایی پارامترهای متغیر با زمان در سیستم‌های چند درجه آزادی LTV تحت ارتعاش‌های آزاد و اجباری پرداخته‌اند که در آن برای استخراج مشخصه‌های لحظه‌ای از روش EMD استفاده کرده‌اند. در ادامه ونگ و همکاران<sup>۱۱</sup> [۱۴] با توسعه‌ی الگوریتم ارائه شده توسط شی و همکاران توانستند با دقت بیشتری، پارامترهای متغیر با زمان در سیستم‌های چند درجه آزادی LTV را شناسایی نمایند. آنها نیز در کار خود از روش EMD بهره گرفتند.

چالشی که همچنان روش EMD با آن مواجه است، به میزان قابل اطمینان بودن مؤلفه‌های استخراج شده از سری داده‌ها، به ویژه زمانی که فرکانس‌های متغیر با زمان در آن نزدیک به هم هستند، مربوط می‌شود. عموماً چالش‌هایی که در رابطه با EMD مطرح می‌شود، بیشتر به ماهیت تجربی روند تجزیه در آن، باز می‌گردد. برای غلبه بر ریشه این علت، تجزیه‌ی مود تحلیلی<sup>۱۲</sup> (AMD) اخیراً توسط چن و ونگ<sup>۱۳</sup> [۱۵] مطرح شد. در اصل، AMD می‌تواند با دقت مناسبی یک سری زمانی را به دو جزء تجزیه کند، که طیف فوریه آنها در دو محدوده‌ی فرکانسی جداسازی شده توسط فرکانس تنصیف<sup>۱۴</sup>، غیرصفر است. آنها در مقاله دیگری [۱۶] به چگونگی استخراج ویژگی‌های ارتعاشی سیگنال‌های غیرایستا و غیرخطی، همانند فرکانس و دامنه لحظه‌ای پرداخته‌اند.

در مقاله حاضر به منظور بهبود در تخمین پارامترهای یک سیستم چند درجه آزادی متغیر با زمان از الگوریتم‌های ارائه شده توسط شی و همکاران [۱۳]، و همچنین ونگ و همکاران [۱۴] استفاده گردیده با این تفاوت که به جای استخراج مشخصه‌های لحظه‌ای به کمک روش EMD از روش‌های آنالیز ویولت و آنالیز AMD-هیلبرت استفاده شده است. دلیل آن این است که هر دو روش آنالیز ویولت و آنالیز AMD-هیلبرت با دقت بیشتری می‌توانند مشخصه‌های لحظه‌ای را از پاسخ دینامیکی استخراج کنند.

$$\ddot{Z}_{ij}(t) = Z_{ij}(t) \left[ \frac{\ddot{A}_{ij}(t)}{A_{ij}(t)} - \omega_{ij}^2(t) + j \left( \frac{2\dot{A}_{ij}(t)\omega_{ij}(t)}{A_{ij}(t)} + \dot{\omega}_{ij}(t) \right) \right] \quad (8)$$

براساس تئوری بدروسیان<sup>۱۵</sup> روی تبدیل هیلبرت حاصل ضرب دو سیگنال [۱۷]، می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} H[\mathbf{M}(t)\ddot{\mathbf{x}}(t)] &= \mathbf{M}(t)H[\ddot{\mathbf{x}}(t)] \\ &= \mathbf{M}(t)\ddot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) \\ H[\mathbf{C}(t)\dot{\mathbf{x}}(t)] &= \mathbf{C}(t)H[\dot{\mathbf{x}}(t)] \\ &= \mathbf{C}(t)\dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) \\ H[\mathbf{K}(t)\mathbf{x}(t)] &= \mathbf{K}(t)H[\mathbf{x}(t)] \\ &= \mathbf{K}(t)\tilde{\mathbf{x}}(t) \end{aligned} \quad (9)$$

با استفاده از تعریف سیگنال تحلیلی، بیان شده در رابطه ۴، همچنین به‌کارگیری رابطه‌ی ۵، می‌توان معادله‌ی ۱ را به‌صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\mathbf{M}(t)\ddot{\mathbf{Z}}(t) + \mathbf{C}(t)\dot{\mathbf{Z}}(t) + \mathbf{K}(t)\mathbf{Z}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (10)$$

که در آن  $\mathbf{F}(t) = \mathbf{f}(t) + j\tilde{\mathbf{f}}(t)$

و  $\mathbf{Z}(t) = \sum_{j=1}^n \mathbf{Z}_j(t)$  و  $\tilde{\mathbf{f}}(t) = H[\mathbf{f}(t)]$  و  $\mathbf{Z}_j(t)$   $j$  امین بردار سیگنال تحلیلی است که می‌تواند به‌صورت زیر بیان شود:

$$\mathbf{Z}_j(t) = \{Z_{1j}, Z_{2j}, \dots, Z_{nj}\}^T \quad (11)$$

با جای‌گذاری روابط ۷ و ۸ برای  $\dot{\mathbf{Z}}(t)$  و  $\ddot{\mathbf{Z}}(t)$  در معادله‌ی ۱۰، در ادامه خواهیم داشت:

$$\mathbf{M}(t)[\alpha^m]\mathbf{Z}(t) + \mathbf{C}(t)[\alpha^c]\mathbf{Z}(t) + \mathbf{K}(t)\mathbf{Z}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (12)$$

درجایی که  $[\alpha^m]$  و  $[\alpha^c]$  ماتریس‌های ضرایب هستند و هر المان از آنها عبارتند از:

،  $j$  امین پاسخ تک مؤلفه دارای تبدیل هیلبرت است که از بردار جابه‌جایی با استفاده از روش‌های آنالیز ویولت و آنالیز AMD- هیلبرت، استخراج شده است.

برای سیگنال جمع‌آوری شده از  $i$  امین درجه از یک سیستم،  $x_{ij}(t)$ ،  $j$  امین پاسخ تجزیه شده تک مؤلفه‌ای است، و تبدیل هیلبرت آن با  $\tilde{x}_{ij}(t)$ ، مشخص می‌شود، یعنی:

$$\begin{aligned} \tilde{x}_{ij}(t) &= H[x_{ij}(t)] \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x_{ij}(\tau)}{t - \tau} d\tau \end{aligned} \quad (3)$$

که در آن  $H[.]$  بیانگر تبدیل هیلبرت است. سیگنال تحلیلی  $Z_{ij}(t)$  از  $x_{ij}(t)$  به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} Z_{ij}(t) &= x_{ij}(t) + j\tilde{x}_{ij}(t) \\ &= A_{ij}(t)e^{j\theta_{ij}(t)} \end{aligned} \quad (4)$$

که در آن

$$\begin{aligned} x_{ij}(t) &= A_{ij}(t) \cos \theta_{ij}(t) \\ A_{ij}(t) &= \sqrt{x_{ij}^2(t) + \tilde{x}_{ij}^2(t)} \\ \theta_{ij}(t) &= \tan^{-1}(\tilde{x}_{ij}(t)/x_{ij}(t)) \end{aligned} \quad (5)$$

درجایی که  $A_{ij}(t)$  دامنه لحظه‌ای و  $\theta_{ij}(t)$  زاویه فاز لحظه‌ای است. فرکانس لحظه‌ای  $\omega_{ij}(t)$ ، مشتق زمانی فاز لحظه‌ای است:

$$\omega_{ij}(t) = \dot{\theta}_{ij}(t) = \text{Im} \left[ \frac{\dot{Z}_{ij}(t)}{Z_{ij}(t)} \right] \quad (6)$$

برای دامنه لحظه‌ای و فرکانس لحظه‌ای، به‌طور یک‌جا از عبارت مشخصه‌های لحظه‌ای استفاده می‌شود. مشتق اول و دوم  $Z_{ij}(t)$ ، می‌تواند از با استفاده از معادلات ۴ و ۵ به‌صورت زیر به‌دست آید:

$$\dot{Z}_{ij}(t) = Z_{ij}(t) \left[ \frac{\dot{A}_{ij}(t)}{A_{ij}(t)} + j\omega_{ij}(t) \right] \quad (7)$$

در آخر براساس این فرض که ماتریس جرم معلوم باشد، معادله ۱۲، می‌تواند بعد از چند عملیات ریاضی به فرم یک ماتریس مختلط به صورت زیر بازنویسی شود:

$$P^c \beta^c + P^k \beta^k = P^m \quad (15)$$

که در آن  $\beta^c = \{c_1 \ c_2 \ \dots \ c_i \ \dots \ c_n\}^T$ ، همان  $\beta^k = \{k_1 \ k_2 \ \dots \ k_i \ \dots \ k_n\}^T$  پارامترهای مجهولی هستند که به دنبال شناسایی آنها هستیم و  $P^k$ ،  $P^c$  و  $P^m$  نیز از قرار زیر هستند:

$$P^c = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^n \alpha_{1j}^c Z_{1j} & \sum_{j=1}^n \alpha_{1j}^c Z_{1j} - \sum_{j=1}^n \alpha_{2j}^c Z_{2j} & & & \\ & \sum_{j=1}^n \alpha_{2j}^c Z_{2j} - \sum_{j=1}^n \alpha_{1j}^c Z_{1j} & \sum_{j=1}^n \alpha_{2j}^c Z_{2j} - \sum_{j=1}^n \alpha_{3j}^c Z_{3j} & & \\ & & \dots & & \\ & & & \sum_{j=1}^n \alpha_{nj}^c Z_{nj} - \sum_{j=1}^n \alpha_{(n-1)j}^c Z_{(n-1)j} & \end{bmatrix}$$

$$P^k = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^n Z_{1j} & \sum_{j=1}^n Z_{1j} - \sum_{j=1}^n Z_{2j} & & & \\ & \sum_{j=1}^n Z_{2j} - \sum_{j=1}^n Z_{1j} & \sum_{j=1}^n Z_{2j} - \sum_{j=1}^n Z_{3j} & & \\ & & \dots & & \\ & & & \sum_{j=1}^n Z_{nj} - \sum_{j=1}^n Z_{(n-1)j} & \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$P^m = F - \begin{bmatrix} m_1 \sum_{j=1}^n \alpha_{1j}^m Z_{1j} \\ m_2 \sum_{j=1}^n \alpha_{2j}^m Z_{2j} \\ \vdots \\ m_n \sum_{j=1}^n \alpha_{nj}^m Z_{nj} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Re(P^c) & Re(P^k) \\ Im(P^c) & Im(P^k) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \beta^c \\ \beta^k \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Re(P^m) \\ Im(P^m) \end{Bmatrix} \quad (17)$$

$$\alpha_{ij}^m = \frac{\dot{A}_{ij}(t)}{A_{ij}(t)} - \omega_{ij}^2(t) + j \left( \frac{2\dot{A}_{ij}(t)\omega_{ij}(t)}{A_{ij}(t)} + \dot{\omega}_{ij}(t) \right) \quad (13)$$

$$\alpha_{ij}^c = \frac{\dot{A}_{ij}(t)}{A_{ij}(t)} + j\omega_{ij}(t) \quad (14)$$

معادله مختلط ۱۵ می‌تواند به دو معادله، براساس بخش‌های حقیقی و موهومی آن جداسازی شود و به فرم زیر بیان شود:

که در آن  $\psi_{s,\tau}^*(t)$  مزدوج مختلط نسخه مقیاس شده و شیفت یافته تابع ویولت مادر  $\psi(t)$  است، یعنی  $\psi_{s,\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right)$ ,  $s > 0$ ,  $\tau \in R$ ،  $s$  پارامتر مقیاس یا تأخیر است که بیان کننده میزان کشیدگی پنجره تحلیلی است و  $\tau$  پارامتر انتقال دهنده تابع ویولت در حوزه زمان است. در واقع تبدیل ویولت بازگو کننده شباهت میان سیگنال  $x(t)$  و نسخه مقیاس شده تابع ویولت  $\psi(t)$  است و منظور از تبدیل ویولت، تجزیه سیگنال به ضرایب ویولت با استفاده از پایه‌های توابع ویولت است.

از آنجایی که تابع ویولت مورلت<sup>۱۶</sup> با شرایط مجانبی ویولت مطابقت دارد و برای استخراج فرکانس‌های لحظه‌ای مناسب است، از تابع ویولت مورلت مختلط در این مقاله استفاده می‌شود. تابع ویولت مورلت مختلط و تبدیل فوریه نسخه مقیاس شده آن به فرم زیر هستند:

$$\psi(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi f_b}} e^{j2\pi f_c t} e^{-t^2/f_b} \quad (19)$$

$$\Psi(sf) = e^{-\pi^2 f_b (sf - f_c)^2}$$

که در رابطه بالا  $f_b$  پارامتر پهنای باند<sup>۱۷</sup>،  $f_c$  فرکانس مرکزی ویولت<sup>۱۸</sup> و  $f$  واحد موهومی و  $f$  فرکانس فوریه است. رزولوشن زمانی و فرکانسی برای تبدیل ویولت سیگنال  $x(t)$  وابسته به پارامترهای  $f_c$  و  $f_b$  است، البته در صورتی که از تابع ویولت مورلت مختلط به عنوان تابع ویولت مادر استفاده شده باشد. طبق اصل عدم قطعیت هایزنبرگ [۱]، دست یافتن به رزولوشن مناسب دلخواه به‌طور هم‌زمان در هر دو حوزه زمانی و فرکانسی غیرممکن است، اما با این وجود می‌توان با انتخاب مناسب پارامترهای تابع ویولت مادر، در اینجا یعنی  $f_c$  و  $f_b$ ، به مصالحه بهینه‌ای میان رزولوشن زمانی و فرکانسی در تبدیل ویولت دست یافت. در این مقاله برای انتخاب مناسب این پارامترها

معادله ۱۷، معادله‌ی شناسایی پارامترهای وابسته به زمان، برای سیستم‌های چند درجه آزادی است. برای یک سیستم  $n$  درجه آزادی LTV، معادله ۱۷، شامل  $2n$  معادله متغیر با زمان است. بنابراین می‌توان پارامترهای مجهول سیستم را در هر لحظه زمانی  $t$  با حل این معادله تخمین زد. برای این کار کافی است فرکانس‌ها و دامنه‌های لحظه‌ای از پاسخ‌های دینامیکی سیستم را در دست داشت. در این مقاله، به‌منظور استخراج مشخصه‌های لحظه‌ای از روش‌های آنالیز ویولت و آنالیز تجزیه مود تحلیلی-هیلبرت، بهره گرفته شده است.

### ۳. آنالیز ویولت و آنالیز تجزیه مود تحلیلی-هیلبرت

در این بخش مروری کوتاه بر هر دو روش آنالیز ویولت و آنالیز AMD-هیلبرت و استخراج مشخصه‌های لحظه‌ای با استفاده از کاربرد آنها روی پاسخ‌های دینامیکی، صورت می‌پذیرد.

### ۳-۱. آنالیز ویولت و استخراج مشخصه‌های لحظه‌ای با استفاده از آن

تبدیل ویولت به‌عنوان یک تکنیک آنالیز پیشرفته‌ی زمان-فرکانس برای سیگنال‌های زمانی غیرایستا ابداع شده است. تبدیل ویولت سیگنال  $x(t)$  یک تجزیه‌ی زمان-مقیاس است که توسط مقیاس و انتقال در طول محور زمان یک تابع تحلیلی انتخاب شده به‌دست می‌آید. تبدیل ویولت پیوسته سیگنال  $x(t)$ ، از نظر ریاضی، کانولوشن میان سیگنال زمانی  $x(t)$  و مزدوج تابع ویولت مادر  $\psi_{s,\tau}(t)$  با پارامترهای مقیاس  $s < 0$  و پارامتر انتقال  $\tau$  است.

$$W_{\psi} x(s, \tau) = \langle x(t), \psi_{s,\tau} \rangle$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi_{s,\tau}^*(t) dt \quad (18)$$

نمایش داده شده است. به طور خاص  $\omega_{2t}$  در هر لحظه زمانی همواره بزرگتر از  $\omega_{1t}$  می باشد، مگر زمانی که آنها در دو لحظه متفاوت با هم مقایسه شوند. برای موفقیت در جداسازی مؤلفه های فرکانسی سیگنال های غیرایستا، می بایست از فرکانس های تنصیف متغیر با زمان استفاده کرد (به مقاله های [۱۵، ۱۶] رجوع شود). تئوری AMD در دو گام محقق می شود: تنصیف سری های زمانی و تجزیه آنها با استفاده از تکرار روند تنصیف. گام دوم چه برای سیگنال های ایستا و چه برای سیگنال های غیرایستا یکسان است. در ادامه استنتاج مختصری در ارتباط با گام اول ارائه شده است. با فرض اینکه  $x(t)$  یک سری زمانی حقیقی باشد، یک فرکانس تنصیف متغیر با زمان  $\omega_{bt}$ ، برای تجزیه سری زمانی به مؤلفه های پایین گذر و بالا گذر همانند شکل ۱ در نظر بگیرید.

$$x(t) = s_1(t) + \bar{s}_1(t) \quad (20)$$

در رابطه بالا،  $s_1(t)$  مؤلفه پایین گذر از سری زمانی  $x(t)$  و  $\bar{s}_1(t)$  مؤلفه بالا گذر از این سری زمانی است. می توان براساس فرکانس تنصیف متغیر با زمان، یک زاویه فاز در حوزه فاز تعریف کرد.

$$\theta = \int_0^t \omega_{bt}(\tau) d\tau = f(t) \quad (21)$$

در این صورت، حوزه های زمان و فاز توسط یک رابطه واحد یک به یک به یکدیگر نگاشته می شوند. اگر فرکانس تنصیف در حوزه فاز تعریف و در نظر گرفته شود می توان تئوری AMD را مستقیماً برای  $x(\theta)$  استفاده کرد. در نتیجه  $x(\theta)$  می تواند به دو مؤلفه تجزیه شده که در آن طیف فوریه برای محدوده های فرکانسی؛

$(|\omega_\theta| < \omega_{b\theta})$  و  $(\omega_{b\theta} < |\omega_\theta|)$  برابر با  $\hat{x}(\omega_{b\theta})$  است. بنابراین مؤلفه پایین گذر مطابق زیر نوشته می شود.

از معیار آنتروپی شرطی<sup>۱۹</sup> بهره گرفته می شود که در مراجع [۱۸، ۱۹] معرفی و استفاده شده است.

مربع مدول تبدیل ویولت پیوسته می تواند به عنوان چگالی توزیع انرژی در طول صفحه ی مقیاس- زمان تفسیر شود. باید اشاره کرد که انرژی سیگنال ضرورتاً در صفحه مقیاس- زمان در اطراف یک ناحیه که لبه تبدیل ویولت پیوسته نامیده می شود، متمرکز می گردد. لبه ویولت استخراج شده در آنالیز ویولت می تواند برای شناسایی فرکانس لحظه ای و همچنین دامنه لحظه ای مورد استفاده قرار گیرد [۸].

### ۲-۳. آنالیز تجزیه مود تحلیلی- هیلبرت و استخراج مشخصه های لحظه ای با استفاده از آن

از آنجایی که فرکانس لحظه ای تعریف شده در معادله ۶، برای سیگنال هایی با پهنای کم و یا تک مؤلفه ای دارای تبدیل هیلبرت، کاربردی و قابل بیان است، بنابراین لازم است در ابتدا از روش های تجزیه سیگنال همانند روش تجزیه مود تجربی (EMD) و یا روش تجزیه مود تحلیلی (AMD) در حالت کلی برای تجزیه یک سری زمانی به تعدادی سیگنال تک مؤلفه ای استفاده کرد و سپس با استفاده از آنالیز طیفی هیلبرت به شناسایی فرکانس لحظه ای از هر یک از این سیگنال های تک مؤلفه ای پرداخت. روش تجزیه مود تحلیلی (AMD)، یک روش تجزیه ی سیگنال براساس هیلبرت است که اخیراً توسط چن و ونگ [۱۵] ابداع شده است. این روش تجزیه، مناسب برای پاسخ های دینامیکی ایستا و غیرایستا است. در ادامه به ارائه ای مختصر از تئوری آن برای سیگنال های غیرایستا اکتفا شده است.

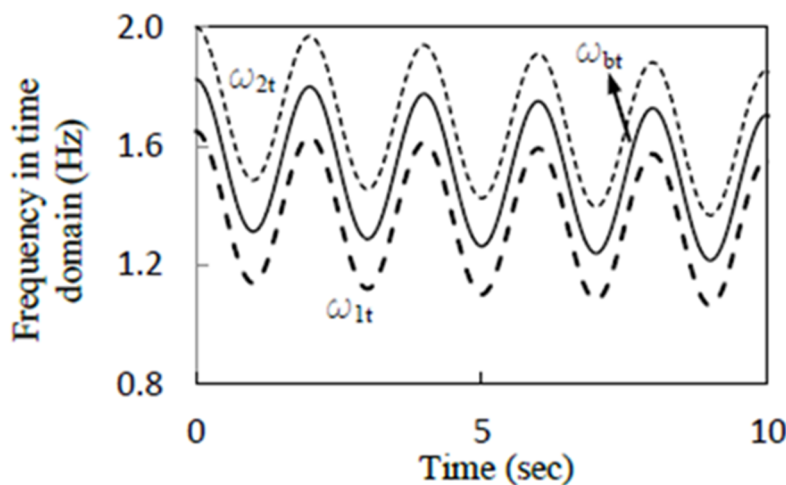
در سری های زمانی غیرایستا، فرکانس ها اغلب با زمان تغییر می کنند. بسته به مشخصه های دینامیکی یک سیستم مهندسی، آنها ممکن است در طول سیگنال همپوشانی داشته باشند، همان طور که در شکل ۱ برای  $\omega_{2t}$  و  $\omega_{1t}$

یک از این مؤلفه‌ها و همچنین دامنه لحظه‌ای را استخراج نمود.

لازم به ذکر است که برای سیگنال‌های غیرایستا، فرکانس‌های تنصیف در طول زمان تغییر می‌کنند که در این صورت می‌توان از ابزارهایی آنالیز زمان-فرکانس مانند آنالیز ویولت (روش استخراج لبه ویولت) برای استخراج فرکانس‌های تنصیف استفاده کرد.

$$s_1(\theta) = \sin(\omega_{b\theta})H[x(\theta)\cos(\omega_{b\theta}\theta)] - \cos(\omega_{b\theta}\theta)H[x(\theta)\sin(\omega_{b\theta}\theta)] \quad (22)$$

که در آن  $\omega_{b\theta} = 1$  است. با توجه معادله ۲۱، می‌توان معادله ۲۲ را به صورت تابعی از زمان بیان کرد. اکنون می‌توان با اعمال تبدیل هیلبرت روی هریک از مؤلفه‌های پایین‌گذر و یا بالا‌گذر، فرکانس لحظه‌ای متناظر با هر



شکل ۱. نمایش تغییرات فرکانس تنصیف در حوزه زمان

#### ۴-۱. مطالعه مقایسه‌ای بر شناسایی فرکانس

##### لحظه‌ای

برای مقایسه دو روش تجزیه و تحلیل زمان-فرکانسی فوق، یک سیگنال  $x(t)$  با دو جزء فرکانسی مدوله شده، در نظر گرفته می‌شود:

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) \quad (23)$$

که در آن

$$x_1(t) = \cos(2.7\pi t + 0.8 \sin(0.4\pi t))$$

$$x_2(t) = \cos(4.5\pi t + 1.0 \sin(0.5\pi t)) \quad \text{و}$$

است.

فرکانس‌های لحظه‌ای این دو مؤلفه از قرار

$$f_1(t) = 1.35 + 0.16 \cos(0.4\pi t)$$

و

$$f_2(t) = 2.25 + 0.225 \cos(0.5\pi t)$$

#### ۴. بررسی‌های عددی

در این بخش، سه نمونه عددی مورد مطالعه و بررسی قرار می‌گیرد. در دو بررسی اول، توانایی و قابلیت هر یک از روش‌های آنالیز ویولت و آنالیز تجزیه مود تحلیلی-هیلبرت، در شناسایی فرکانس‌های لحظه‌ای مورد مقایسه قرار می‌گیرد. در آخرین بررسی عددی، پارامترهای متغیر با زمان یک ساختمان برشی چهار طبقه، با استفاده از ترکیب هر یک از روش‌های آنالیز ویولت و آنالیز AMD-هیلبرت با الگوریتم شناسایی ارائه شده در بخش ۱، شناسایی می‌گردند تا بدین ترتیب عملکرد روش‌های ترکیبی معرفی شده در مقاله حاضر مورد سنجش قرار گیرد.



به دست می‌آید. در طول این شبیه‌سازی فرکانس نمونه برداری 20Hz در نظر گرفته شده است. فرکانس لحظه‌ای شناسایی شده مربوط به مؤلفه‌های اول و دوم این سیگنال زمانی با استفاده از هر دو روش آنالیز AMD-هیلبرت و آنالیز ویولت، در شکل ۲ به نمایش در آمده است. در این شکل مقایسه‌ای میان فرکانس‌های لحظه‌ای شناسایی شده با استفاده از این دو روش و آنچه که از حل تحلیلی به دست آمد، صورت پذیرفته است. برای تعیین دقت در فرکانس لحظه‌ای شناسایی شده، یک شاخص دقت  $IA$  به صورت مقدار میانگین مربعات در طول مدت زمان  $T$  از فرکانس لحظه‌ای شناسایی شده تعریف می‌شود (معادله ۲۴).

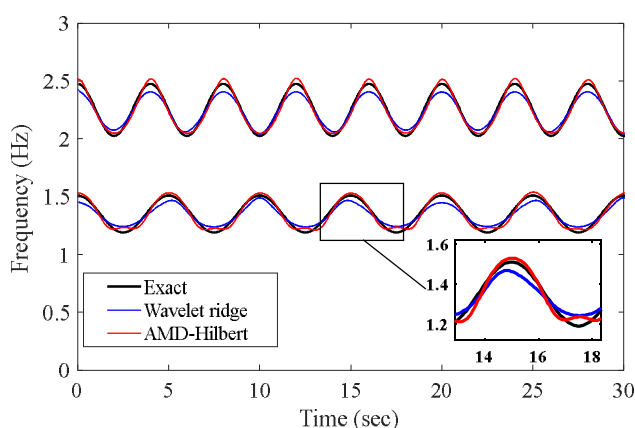
جدول ۱. شاخص دقت برای فرکانس‌های لحظه‌ای شناسایی شده (از سیگنال بدون نویز) با استفاده از روش‌های آنالیز ویولت و AMD-هیلبرت

	$IA_1(\%)$	$IA_2(\%)$
ویولت	۲/۶۳	۱/۷۶
تجزیه مود تحلیلی - هیلبرت	۱/۸۰	۱/۰۶

لازم به ذکر است در این بررسی عددی، از تکنیک لایه‌گذاری سیگنال در جهت حذف اثرات انتهایی بهره گرفته شده است [۳]. اثرات انتهایی پدیده‌ای است در آنالیزهای حوزه زمان فرکانس که منجر به خطا در تحلیل می‌گردد.

$$IA = \frac{\sqrt{\int_0^T (IF_1(t) - IF_A(t))^2 dt}}{\sqrt{\int_0^T IF_A(t)^2 dt}} \quad (24)$$

که در آن  $IF_1(t)$  و  $IF_A(t)$  به ترتیب فرکانس‌های لحظه‌ای شناسایی شده و به دست آمده از حل تحلیلی هستند. جدول ۱، ارائه دهنده شاخص دقت برای مؤلفه‌های اول و دوم برای آنچه که شناسایی شده توسط روش‌های آنالیز ویولت و آنالیز AMD-هیلبرت است.



شکل ۲. فرکانس‌های لحظه‌ای شناسایی شده از روش‌های آنالیز ویولت و آنالیز AMD-هیلبرت در مقایسه با فرکانس‌های لحظه‌ای حاصل از حل تحلیلی (دقیق)

شکل ۳ به عنوان مثالی از یک سیستم متغیر با زمان در نظر گرفته می شود که معادلات حرکت آن به فرم زیر است:

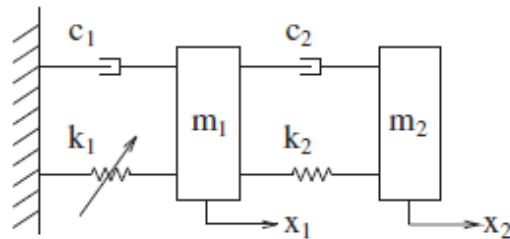
$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + (c_1 + c_2) \dot{x}_1 - c_2 \dot{x}_2 + (k_1(t) + k_2)x_1 - k_2 x_2 = 0 \\ m_2 \ddot{x}_2 - c_2 \dot{x}_1 + c_2 \dot{x}_2 - k_1(t)x_1 + k_2 x_2 = 0 \end{cases} \quad (25)$$

اعمال تبدیل ویولت پیوسته روی پاسخ جرم  $m_1$ ، می توان اسکالوگرام<sup>۲۱</sup> ویولت مربوط به این پاسخ را در شکل ۴ مشاهده کرد، که در آن پارامترهای تابع ویولت مورلت مختلط از مینیمم سازی آنتروپی شرطی به دست آمده و همچنین تبدیل ویولت روی سیگنال لایه گذاری شده اعمال شده است. با توجه به نواحی روشن در شکل ۴ می توان دریافت که از این اسکالوگرام دو لبه ویولت قابل استخراج است که این دو لبه ویولت متناظر با دو فرکانس طبیعی سیستم است. برای مقایسه می توان از روش انجاماد<sup>۲۲</sup> برای حل تئوریک استخراج فرکانس لحظه ای استفاده کرد.

فرکانس لحظه ای شناسایی شده مربوط به مود اول و مود دوم با استفاده از روش استخراج لبه ویولت در شکل ۵ با خط توپر و با استفاده از حل تئوریک با نقطه چین مشخص شده است. در ادامه فرکانس های لحظه ای شناسایی شده مربوط به مود اول و مود دوم با استفاده از روش آنالیز طیفی AMD- هیلبرت در شکل ۶ همچنین بخش آهسته- متغیر<sup>۲۳</sup> آنها در این شکل قابل مشاهده است. بخش آهسته- متغیر فرکانس های لحظه ای که از هموارسازی<sup>۲۴</sup> فرکانس های لحظه ای شناسایی شده توسط روش های تجزیه مود و تبدیل هیلبرت به دست می آید، در مراجع از آن به عنوان فرکانس های لحظه ای شناسایی شده یاد می کنند.

علت آنکه فرکانس های لحظه ای شناسایی شده (و نه بخش آهسته- متغیر آن) توسط روش های تجزیه مود و تبدیل

۲-۴. ردیابی فرکانس لحظه ای برای سیستم دو درجه آزادی متغیر با زمان  
یک سیستم دو درجه آزادی که یکی از فنرهای آن متغیر با زمان است.



شکل ۳. سیستم دو درجه آزادی متغیر با زمان

که در آن

$$m_1 = m_2 = 1.0 \text{ (kg)},$$

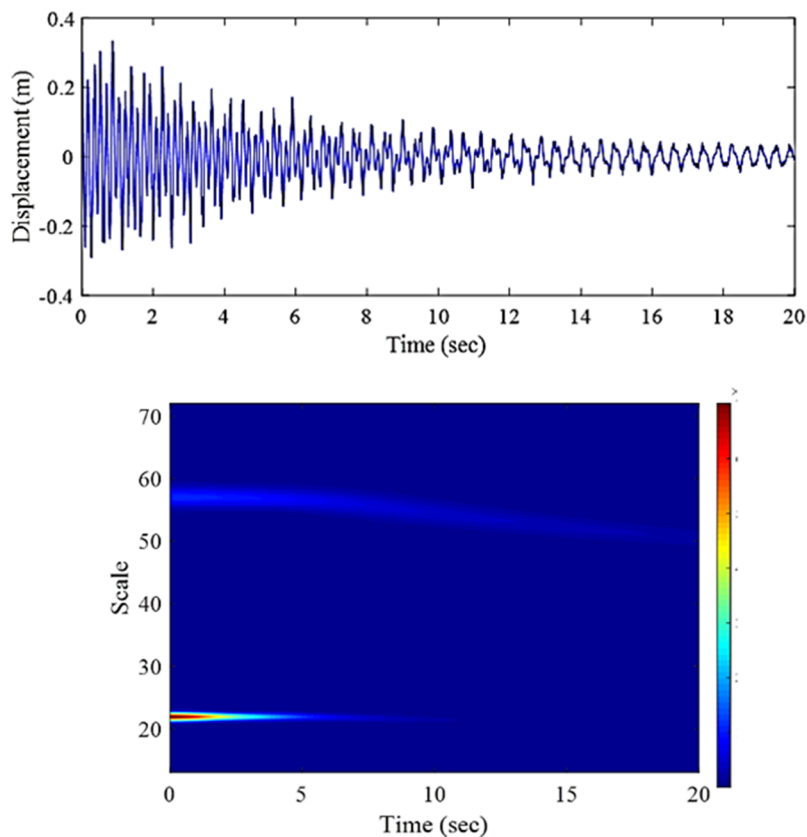
$$c_1 = c_2 = 0.15 \left(\frac{N \cdot sec}{m}\right) \text{ و } k_2 = 500 \left(\frac{N}{m}\right)$$

و همچنین ضریب سفتی  $k_1$  به صورت خطی با زمان تغییر می کند که در معادله ۲۶ بیان شده است. با فرض اینکه شرایط اولیه به صورت  $x_2(0) = x_1(0) = 0.3 \text{ (m)}$  و  $-0.06 \text{ (m)}$ ، تعریف شده باشد، پاسخ آزاد سیستم می تواند با استفاده از روش رانگ-کوتا مرتبه چهارم به دست آید. با در نظر گرفتن تأثیر ۲۰٪ نوفه سفید گوسی روی پاسخ شبیه سازی شده، پاسخ مربوط به جرم  $m_1$  در شکل ۴ نشان داده شده است.

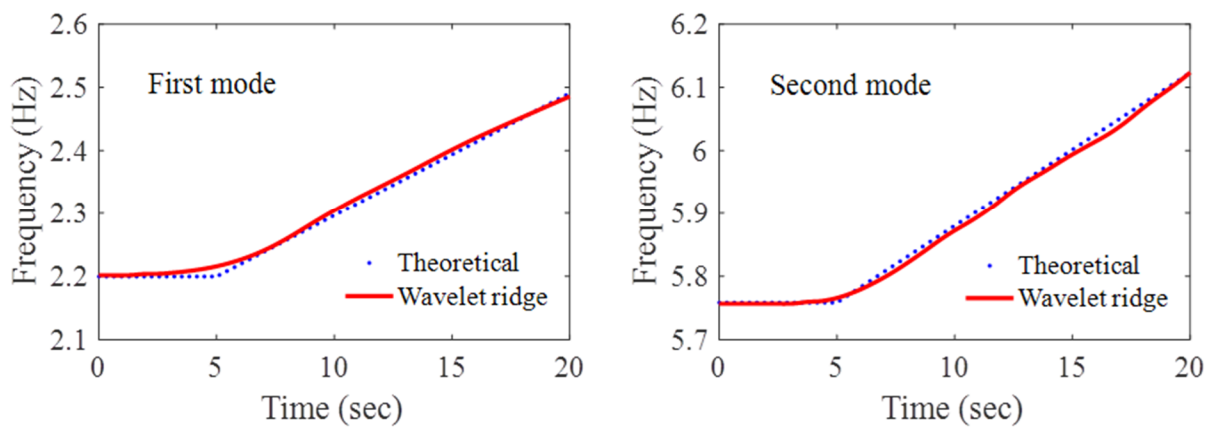
$$k_1 = \begin{cases} 500 \left(\frac{N}{m}\right) & t < 5s \\ 500 + 15(t - 5) \left(\frac{N}{m}\right) & t \geq 5s \end{cases} \quad (26)$$

در ادامه این بخش به شناسایی فرکانس های لحظه ای سیستم مد نظر با استفاده از روش های آنالیز طیفی AMD- هیلبرت و آنالیز ویولت پرداخته خواهد شد. با

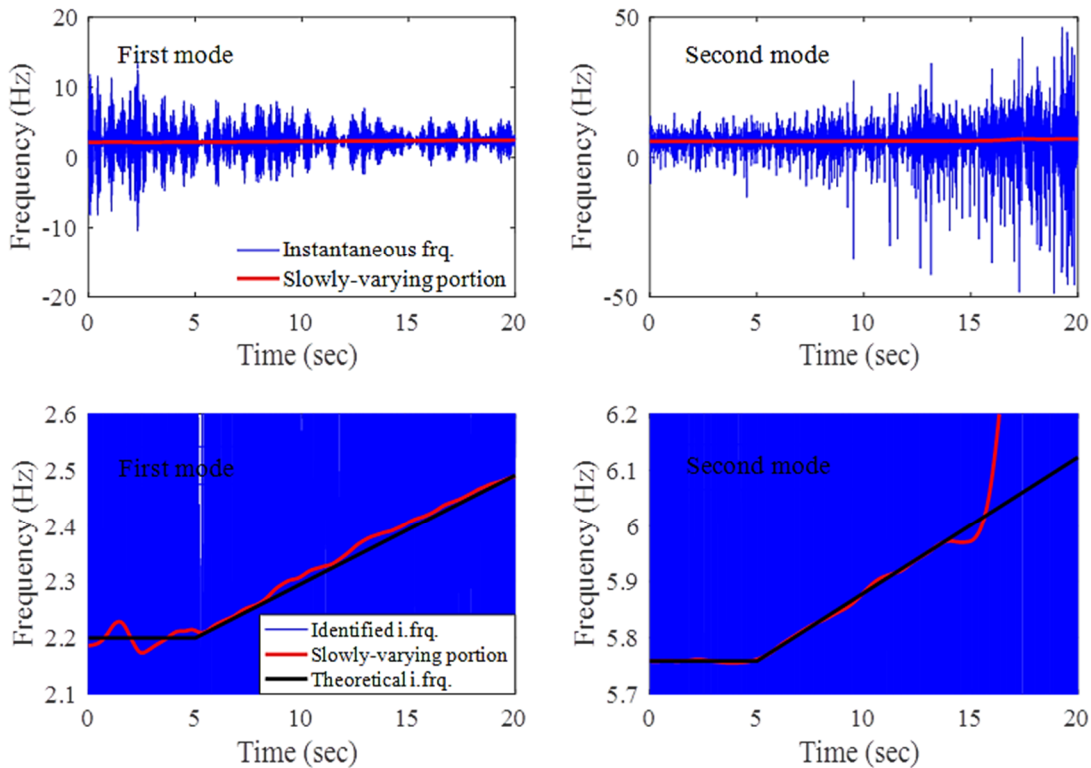
هیلبرت تا این اندازه متغیر و ناهموار است، به جز حساس بودن این روش به نوفه، در واقع به ماهیت این روش‌های تجزیه مود و خود تبدیل هیلبرت باز می‌گردد.



شکل ۴. سیگنال پاسخ آزاد جرم  $m_1$  و اسکالوگرام ویولت مربوط به آن



شکل ۵. فرکانس‌های لحظه‌ای شناسایی شده از لبه ویولت و تئوریک مربوط به مودهای اول و دوم



شکل ۶. فرکانس‌های لحظه‌ای شناسایی شده با استفاده از آنالیز AMD-هیلبرت و بخش آهسته متغیر آنها به همراه فرکانس‌های لحظه‌ای حاصل از حل تئوریک مربوط به مودهای اول و دوم

جرمی در این بررسی عددی، ثابت فرض شده و ضرایب سفتی و دمپینگ وابسته به زمان در نظر گرفته شده‌اند. ضرایب جرمی، از قرار زیر هستند:

$$m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = 10 \text{ kg}$$

و چهار ضریب اولیه سفتی و دمپینگ به ترتیب برابرند با:

$$k_1 = 116000, k_2 = 96000$$

$$k_3 = 76000, k_4 = 56000 \text{ N/m}$$

$$c_1 = 34.8, c_2 = 28.8, c_3 = 28.8$$

$$c_4 = 28.8 \text{ Ns/m}$$

به منظور صحت‌سنجی توانایی و پایداری در الگوریتم شناسایی پارامترهای متغیر با زمان، در این بررسی عددی سه نمونه متغیر با زمان، مورد مطالعه قرار گرفته است [۱۳]. این سه نمونه متغیر با زمان شامل سناریوهای به

جدول ۲. شاخص دقت برای فرکانس‌های لحظه‌ای شناسایی شده (از پاسخ نوفه‌ای) با استفاده از روش‌های آنالیز ویولت و AMD-

هیلبرت

	$IA_1(\%)$	$IA_2(\%)$
ویولت	۰/۲۸	۰/۱۲
تجزیه مود تحلیلی-هیلبرت	۰/۵۸	۱۰/۸۵

### ۳-۴. شناسایی پارامترهای یک ساختمان برشی

#### چهار طبقه متغیر با زمان

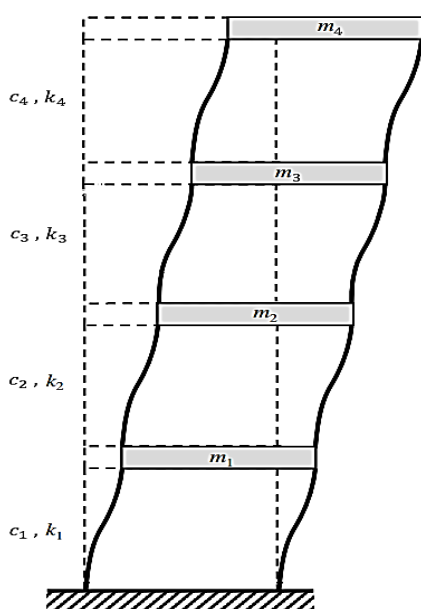
مدل یک ساختمان برشی چهار طبقه در شکل ۷ مشاهده می‌شود. هدف از این بررسی عددی، صحت‌سنجی الگوریتم معرفی شده و بررسی توانمندی آن در شناسایی پارامترهای متغیر با زمان سیستم‌های چند درجه آزادی است. ضرایب

$$k_1(t) = 116000 - 25000 \sin[2\pi(t - 2)]$$

$$k_2(t) = 96000 - 20000 \sin[2\pi(t - 2)]$$

فرض شده است که ضرایب ثابت و برابر مقادیر اولیه‌شان هستند.

در این همه این بررسی‌ها، سازه مورد مطالعه به دو صورت تحریک شده است. یکی با دادن سرعت اولیه به جرم‌های  $m_2$  و  $m_4$ ، و گرفتن پاسخ آزاد سیستم و دیگری تحریک از پایه با شتاب ثابت شده زمین در زلزله El ۱۹۴۰ Centro. پاسخ ارتعاشی سازه با استفاده از روش رانگ-کوتا مرتبه چهارم به دست آمده است. ضرایب سفتی و دمپینگ برای نمونه‌های بیان شده از پاسخ‌های سازه تحت ارتعاش آزاد و ارتعاش تصادفی (حاصل از تحریک El Centro شناسایی می‌شوند. در واقع این پارامترها با استخراج فرکانس‌ها و دامنه‌های لحظه‌ای از پاسخ ارتعاشی، با به‌کارگیری روش‌های آنالیز ویولت و آنالیز AMD-هیلبرت، سپس استفاده از این فرکانس‌ها و دامنه‌ها در الگوریتم معرفی شده در بخش ۱، شناسایی می‌شوند. در ادامه نتایج حاصل از شناسایی با مقادیر درست شان مورد مقایسه قرار گرفته است.



شکل ۷. ساختمان برشی چهار طبقه متغیر با زمان

نرمی متغیر با زمان، تغییر ناگهانی با زمان و پریودیک می‌شود.

**نمونه اول:** یک سیستم LTV، با سفتی‌های به نرمی متغیر با زمان این‌طور در نظر گرفته شده است که در آن ضرایب سفتی  $(k_1(t))$  و  $k_3(t)$  از این قرار است که برای لحظات  $t < 2$  s این سفتی‌های متغیر به صورت زیر است:

$$k_1(t) = 116000, k_3(t) = 76000 \frac{N}{m}$$

برای لحظات  $2 \text{ s} \leq t \leq 5 \text{ s}$  این سفتی‌ها برابر هستند با:

$$k_1(t) = 116000 - 7600(t - 2),$$

$$k_3(t) = 76000 - 5000(t - 2) \text{ N/m}$$

و برای لحظات  $t > 5 \text{ s}$  برابر خواهند بود با:

$$k_1(t) = 93200, k_3(t) = 61000 \text{ N/m}$$

دیگر ضرایب در مقادیر اولیه شان ثابت فرض شده‌اند.

**نمونه دوم:** یک سیستم LTV، با سفتی‌های به ناگهانی متغیر با زمان این‌طور در نظر گرفته شده است که در آن ضریب سفتی از این قرار است که برای لحظات  $t \leq 2$  s، سفتی متغیر برابر  $k_1(t) = 116000 \text{ N/m}$ ؛ و برای لحظات  $t > 2 \text{ s}$ ، سفتی متغیر برابر خواهد بود با:

$$k_1(t) = 81200 \text{ N/m}$$

فرض شده است که ضرایب سفتی ثابت و برابر مقادیر اولیه‌شان هستند.

**نمونه سوم:** یک سیستم LTV، با سفتی به‌طور پریودیک متغیر با زمان این‌طور در نظر گرفته شده است که در آن ضرایب سفتی از این قرار است که برای لحظات  $t < 2$  s سفتی‌های متغیر  $k_1(t)$  و  $k_2(t)$  به صورت زیر است:

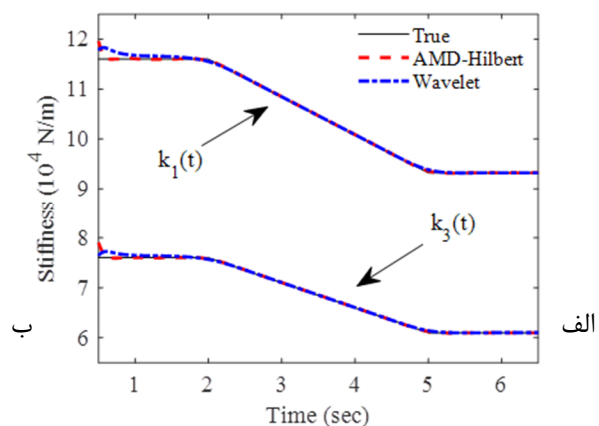
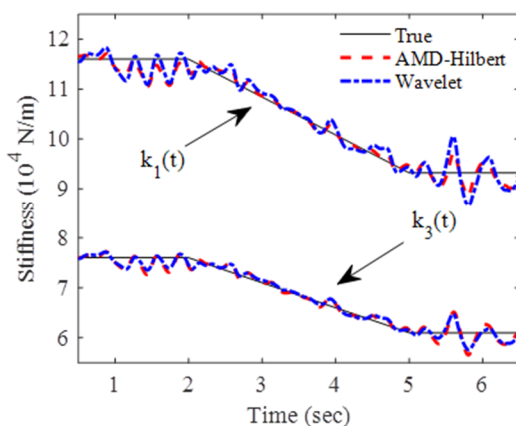
$$k_1(t) = 116000, k_2(t) = 96000 \text{ N/m}$$

و برای لحظات  $t \geq 2 \text{ s}$  سفتی‌ها برابر خواهند بود با:

صورت پذیرفته با آنالیز ویولت است که در شکل ۹ بیشتر پیدا است. این تا جایی برقرار است که پاسخ ارتعاشی آلوده به نوفه نبوده و یا نوفه اندکی روی پاسخ نشسته باشد. در این رابطه می‌توان به شکل ۱۱ و جدول ۳ مراجعه کرد. شکل ۱۱، نشان‌دهنده پارامتر تخمین زده شده  $k_2(t)$  در جایی است که داده‌های پاسخ ارتعاشی حاصل از تحریک زلزله است. شکل ۱۱-الف و شکل ۱۱-ب برای مقایسه میان نتیجه شناسایی با و بدون در نظر گرفتن اثر نوفه ارائه شده است. در اینجا نسبت سیگنال به نوفه  $(SNR)^{25}$  برابر ۳۰ دسی‌بل در نظر گرفته شده است. همان‌طور که از شکل‌های ۱۱-الف و ۱۱-ب مشخص است، آنچه که از الگوریتم شناسایی با ترکیب روش ویولت به دست آمده، نسبت به نوفه، حساسیت به مراتب کمتری در مقایسه با ترکیب صورت پذیرفته با AMD- Hilbert، از خود نشان می‌دهد. این امر در جدول ۳ نیز قابل مشاهده است. جدول ۳، از بسط رابطه ۲۲، برای تعریف شاخص دقت روی پارامترهای شناسایی شده (پارامتر  $k_2(t)$  از نمونه سوم)، ایجاد گردیده است.

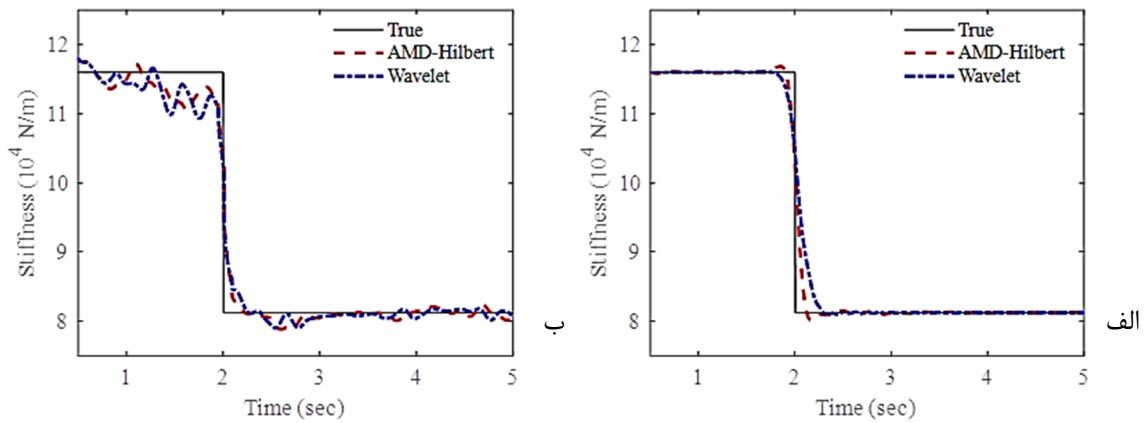
برای نمونه اول، که در آن پارامترهای  $k_1(t)$  و  $k_3(t)$  به آرامی با زمان تغییر می‌کنند، شکل ۸ نشان‌دهنده آنچه که شناسایی شده در مقایسه با مقادیر درست این پارامترها است. شکل ۸-الف، پارامترهای متغیر با زمان شناسایی شده از پاسخ ارتعاشی آزاد و شکل ۸-ب، پارامترهای شناسایی شده از پاسخ ارتعاشی تحت تحریک زلزله را نشان می‌دهد. همین‌طور برای نمونه دوم، که در آن پارامتر  $k_1(t)$  به‌طور ناگهانی تغییر می‌کند، نتایج حاصل از شناسایی در شکل ۹ آورده شده است. شکل ۱۰ با نتیجه حاصل از شناسایی پارامتر  $k_1(t)$ ، درجایی که پارامترهای  $k_1(t)$  و  $k_2(t)$  برای نمونه سوم به‌صورت پریودیک با زمان متغیر هستند مرتبط است.

از نتایج ارائه شده در شکل‌های ۸ تا ۱۰، پیدا است که ترکیب روش‌های آنالیز AMD- Hilbert و آنالیز ویولت با الگوریتم معرفی شده در بخش ۱، در شناسایی پارامترهای متغیر با زمان به خوبی عمل کرده و خبر از دقت بالا در تخمین این پارامترها می‌دهد. البته ترکیب روش آنالیز AMD- Hilbert با الگوریتم ارائه شده برای شناسایی، با اختلافی اندک دارای دقت بیشتری در مقایسه با ترکیب



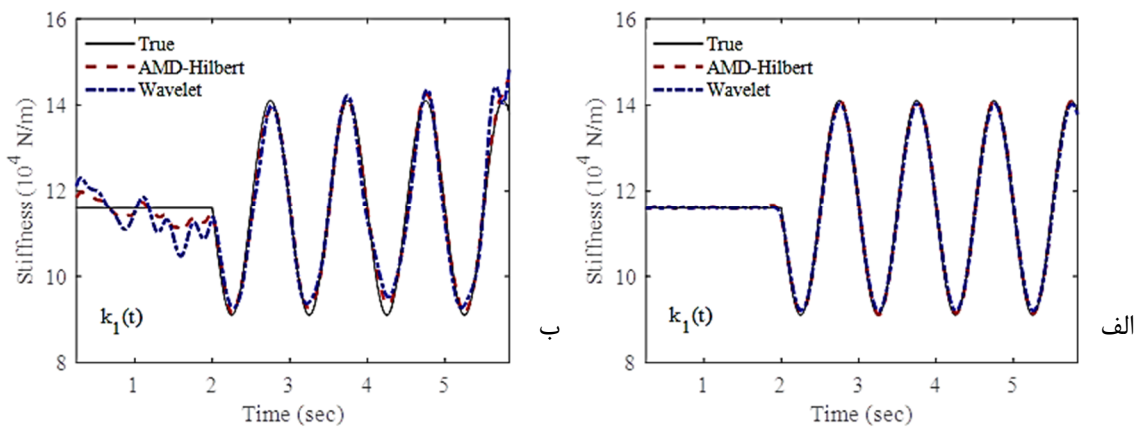
شکل ۸ ضرایب سفتی تخمین زده شده  $k_1(t)$  و  $k_3(t)$ ، در مقایسه با مقادیر درست آنها برای نمونه اول؛ الف). از پاسخ ارتعاش آزاد ب). از پاسخ

ارتعاشی تحت تحریک زلزله ۱۹۴۰ El Centro



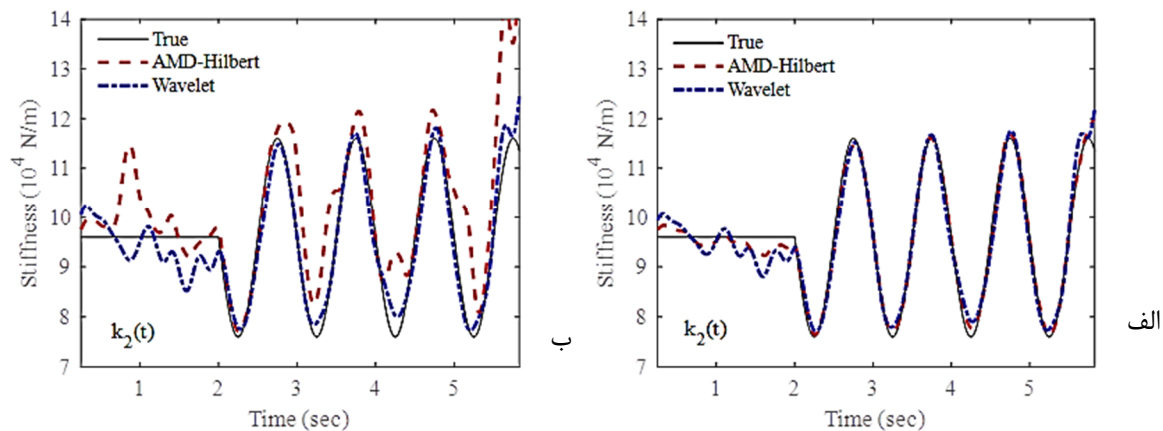
شکل ۹. ضریب سفتی تخمین زده شده  $k_1(t)$  در مقایسه با مقدار درست آن برای نمونه دوم؛ الف). از پاسخ ارتعاشی آزاد ب). از پاسخ ارتعاشی

تحت تحریک زلزله ۱۹۴۰ El Centro



شکل ۱۰. ضریب سفتی تخمین زده شده  $k_1(t)$  در مقایسه با مقدار درست آن برای نمونه سوم؛ الف). از پاسخ ارتعاش آزاد ب). از پاسخ ارتعاشی

تحت تحریک زلزله ۱۹۴۰ El Centro



شکل ۱۱. ضریب سفتی تخمین زده شده  $k_2(t)$  در مقایسه با مقدار درست آن برای نمونه سوم تحت تحریک زلزله ۱۹۴۰ El Centro؛ الف). از

پاسخ بدون نویز ب). از پاسخ آغشته به نوفه

### ۵. جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله به مفهوم و اهمیت مشخصه‌های لحظه‌ای در بررسی سازه‌های متغیر با زمان پرداخته شد. در ابتدا مشخصه‌های لحظه‌ای معرفی و چگونگی استخراج آنها از پاسخ‌های دینامیکی با استفاده از روش‌های آنالیز ویولت و آنالیز AMD-هیلبرت به‌طور مختصر بیان شد. همچنین الگوریتم شناسایی پارامتری سازه‌های متغیر با زمان ارائه شد. به‌منظور بهبود عملکردی الگوریتم شناسایی در تخمین این پارامترها، پیشنهاد ترکیب روش‌های آنالیز ویولت و آنالیز AMD-هیلبرت به‌طور جداگانه با الگوریتم شناسایی مطرح گردید. در ادامه مثال‌های عددی ارائه شد. هدف از ارائه دو مثال عددی اول، نمایش کارآمدی و توانمندی هر یک از دو روش آنالیز ویولت و آنالیز AMD-هیلبرت در شناسایی فرکانس‌های لحظه‌ای بود. در اولین مثال که سیگنال مورد بررسی متشکل از دو مؤلفه داده زمانی غیرایستا با فرکانس‌های نزدیک به هم بود و البته بدون حضور نوفه، مشخص گردید که هر دو روش به خوبی قابلیت ردیابی فرکانس لحظه‌ای را داشته که در آن روش آنالیز AMD-هیلبرت از کارایی بهتری برخوردار بود. در مثال دوم که یک سیستم دو درجه آزادی متغیر با زمان مورد بررسی قرار گرفت، نشان داده شده که در حضور نوفه، روش آنالیز ویولت در مقایسه با روش آنالیز AMD-هیلبرت از عملکرد بهتری برخوردار بوده که توانسته است حتی با وجود ۲۰٪ نوفه سفید گوسی بر روی سیگنال پاسخ مورد بررسی، با دقت بالایی فرکانس‌های لحظه‌ای را شناسایی کند. در آخرین مثال عددی، هدف بررسی عملکردی ترکیب روش‌های آنالیز ویولت و آنالیز AMD-هیلبرت با الگوریتم شناسایی پارامتری زمان-متغیر بود، که در این مقاله پیشنهاد گردید.

در مثال سوم که یک ساختمان برشی چهار طبقه متغیر با زمان، تحت ارتعاش آزاد و همچنین تحریک زلزله مورد بررسی قرار گرفت، نشان داده شد که روش‌های ترکیبی

جدول ۳. شاخص دقت برای ضریب سفتی شناسایی شده  $k_2(t)$ ، با استفاده از روش‌های آنالیز ویولت و AMD-هیلبرت، با و بدون در نظر گرفتن نوفه تحت تحریک El Centro 1940

	$IA_{No-noise}(\%)$	$IA_{noisy}(\%)$
ویولت	۲/۷۶	۳/۷۳
تجزیه مود	۱/۵۷	۱۰/۱۵
تحلیلی-هیلبرت		

در آخر، شایان ذکر است که نتیجه ترکیب روش‌های آنالیز AMD-هیلبرت و آنالیز ویولت با الگوریتم شناسایی پارامترهای متغیر با زمان، در مقایسه با آنچه که قبل‌تر توسط شی و همکاران [۱۳]، همچنین ونگ و همکاران [۱۴]، انجام گرفته است، گویای بهبود در شناسایی پارامترهای متغیر با زمان است. این درحالی است که نتایج گزارش شده توسط شی و همکاران، برای سیستم‌های چند درجه آزادی، حتی بدون در نظر گرفتن نوفه، دقت تخمین بالایی نداشته که آن را می‌توان تا حدی مرتبط دانست با فرض تعامد صورت پذیرفته میان هر دو توابع مود ذاتی<sup>۲۶</sup> (IMFs)، به‌دست آمده از روش EMD در الگوریتم ارائه شده توسط آنها. این مشکل با الگوریتم توسعه داده شده توسط ونگ و همکاران، تا میزان مناسبی برطرف گردیده است. اما درجایی که پاسخ اندازه‌گیری شده آغشته به نوفه باشد، حتی در نظر گرفتن فیلتر پایین‌گذر در الگوریتم مطرح شده توسط ایشان، نتوانسته است منجر به تخمین پارامترهای متغیر با زمان با دقت کافی گردد. این پدیده را می‌توان مرتبط با طبیعت و ذات روش EMD در استخراج مشخصه‌های لحظه‌ای از پاسخ‌های نوفه‌ای دانست. در مقاله حاضر با به‌کارگیری روش آنالیز AMD-هیلبرت و البته آنالیز ویولت در استخراج مشخصه‌های لحظه‌ای، شاهد دقت بالا حتی در شرایط نوفه‌ای هستیم به خصوص درجایی که از آنالیز ویولت بهره گرفته شده است.



قابلیت شناسایی پارامتری بالایی از خود به نمایش می‌گذارد.

معرفی شده در تخمین پارامترها دقت بالایی داشته و عملکرد مناسب‌تری را گزارش می‌کنند. مخصوصاً ترکیب صورت پذیرفته با آنالیز ویولت که در شرایط نوفه‌ای نیز،

## ۶. مأخذ

- [1] Chui, C., "An Introduction to Wavelets", Academic Press Inc. San Diego, USA, 1992.
- [2] Staszewski, W. J. "Identification of non-linear systems using multi-scale ridges and skeletons of the wavelet transform", *Journal of Sound and Vibration*, 1998, Vol.214, no.4, pp.639-658.
- [3] Kijewski, T., and A. Kareem, "Wavelet transforms for system identification in civil engineering", *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 2003, Vol.18, no.5, pp.339-355.
- [4] Ta, Minh-Nghi, and Joseph Lardiès, "Identification of weak nonlinearities on damping and stiffness by the continuous wavelet transform", *Journal of sound and vibration*, 2006, Vol.293, no.1-2, pp.16-37.
- [5] Yan, B. F., Ayaho Miyamoto, and Eugen Brühwiler, "Wavelet transform-based modal parameter identification considering uncertainty", *Journal of Sound and Vibration*, 2006, Vol.291, no.1-2, pp.285-301.
- [6] Lardies, Joseph, and Ta Minh-Ngi, "Modal parameter identification of stay cables from output-only measurements", *Mechanical systems and signal processing*, 2011, Vol.25, no.1, pp.133-150.
- [7] Wang, Chao, Wei-Xin Ren, Zuo-Cai Wang, and Hong-Ping Zhu, "Instantaneous frequency identification of time-varying structures by continuous wavelet transform", *Engineering Structures*, 2013, Vol.52, pp.17-25.
- [8] Carmona, René A., Wen L. Hwang, and Bruno Torrèsani, "Characterization of signals by the ridges of their wavelet transforms", *IEEE transactions on signal processing*, 1997, Vol.45, no.10, pp.2586-2590.
- [9] Ghanem, Roger, and Francesco Romeo, "A wavelet-based approach for the identification of linear time-varying dynamical systems", *Journal of sound and vibration*, 2000, Vol.234, no.4, pp.555-576.
- [10] Huang, Norden E., Zheng Shen, Steven R. Long, Manli C. Wu, Hsing H. Shih, Quanan Zheng, Nai-Chyuan Yen, Chi Chao Tung, and Henry H. Liu, "The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis", *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: mathematical, physical and engineering sciences*, 1998, Vol.454, no.1971, pp.903-995.
- [11] Yang, Jann N., Ying Lei, Silian Lin, and Norden Huang, "Identification of natural frequencies and dampings of in situ tall buildings using ambient wind vibration data", *Journal of engineering mechanics*, 2004, Vol.130, no.5, pp.570-577.
- [12] Shi, Z. Y., and S. S. Law, "Identification of linear time-varying dynamical systems using Hilbert transform and empirical mode decomposition method", 2007, pp.223-230.
- [13] Shi, Z. Y., S. S. Law, and X. Xu, "Identification of linear time-varying mdof dynamic systems from forced excitation using Hilbert transform and EMD method", *Journal of Sound and Vibration*, 2009, Vol.321, no.3-5, pp.572-589.
- [14] Wang, Zuocai, and Genda Chen, "Recursive Hilbert-Huang transform method for time-varying property identification of linear shear-type buildings under base excitations", *Journal of engineering mechanics*, 2012, Vol.138, no.6, pp.631-639.
- [15] Chen, Genda, and Zuocai Wang, "A signal decomposition theorem with Hilbert transform and its application to narrowband time series with closely spaced frequency components", *Mechanical systems and signal processing*, 2012, Vol.28, pp.258-279.

- [16] Wang, Zuo-Cai, and Gen-Da Chen, "Analytical mode decomposition of time series with decaying amplitudes and overlapping instantaneous frequencies", *smart materials and structures*, 2013, Vol.22, no.9, p.095003.
- [17] Bedrosian, E. "A Product Theorem for Hilbert Transforms, Memorandum RM-3439-PM." 1962.
- [18] Gao, Robert X., and Ruqiang Yan, "Wavelets: Theory and applications for manufacturing", Springer Science & Business Media, 2010.
- [19] Valikhani, Mohammad, and Davood Younesian, "Application of an optimal wavelet transformation for rail-fastening system identification in different preloads," *Measurement*, 2016, Vol.82, pp.161-175.

پی نوشت:

1. Noise
2. Linear Time Invariant
3. Linear Time Variant
4. Wavelet ridge
5. Ghanem & Romeo
6. Empirical mode decomposition
7. Hilbert-Huang transform
8. Huang
9. Intrinsic mode functions
10. Shi et al.
11. Wang et al.
12. Analytical mode decomposition
13. Chen and Wang
14. Bisecting frequency
15. Bedrosian
16. Morlet
17. Bandwidth parameter
18. Central wavelet frequency
19. Conditional entropy
20. Index of accuracy
21. Scaleogram
22. Freezing method
23. Slowly-varying portion
24. Smoothing
25. Signal to noise ratio
26. Intrinsic Mode Functions