

ارزیابی یک مدل یکپارچه مکان‌یابی - موجودی تسهیلات با رویکرد آزادسازی لاگرانژ همراه

با مطالعه موردی در صنعت کالاهای تندمصرف

غلامرضا نصیری^{۱*}، اکبر نمازی تجرق^۲، حمید داودپور^۳۱- گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه الزهراء^(س)، تهران، ایران

۲- پژوهشگاه نیرو، تهران، ایران

۳- دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌های مدیریت، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

(دریافت: ۱۴۰۰/۰۵/۱۲، پذیرش: ۱۴۰۰/۰۸/۱۵)

چکیده

مدیریت زنجیره تأمین و طراحی شبکه توزیع در سال‌های اخیر مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است. این مقاله به مطالعه سیستم چند محصولی مسئله مکان‌یابی تسهیلات در شبکه توزیع می‌پردازد که شامل تصمیم‌های مربوط به موجودی، برای هر محصول، مکان‌یابی تسهیلات و تخصیص مشتریان است. در ارزیابی مدل یکپارچه از اطلاعات یک شرکت فعال در صنعت کالاهای تندمصرف خانوار نیز استفاده شده است. به دلیل پیچیدگی در دستیابی به راه حل بهینه در مسایل با ابعاد واقعی، یک روش حل مبتنی بر الگوریتم آزادسازی لاگرانژ و روش زیر گرادیان پیشنهاد شده است. به منظور نمایش کارایی روش حل پیشنهادی، نتایج حاصله با نرم‌افزار بهینه‌سازی مقایسه شد. نتایج محاسباتی نشان می‌دهد که عملکرد الگوریتم پیشنهادی از نظر شاخص‌های مختلف شامل متوسط استفاده از ظرفیت مراکز توزیع ($88/3\%$)، متوسط شکاف دوگانگی ($0/71\%$) و بدترین شکاف گزارش شده ($1/77\%$) بسیار امیدوارکننده است. همچنین نتایج مطالعه موردی صورت گرفته نیز کاهش تعداد مراکز توزیع از ۱۷ به ۱۲ مرکز را پیشنهاد می‌دهد. در پایان به چند نکته مدیریتی نیز اشاره شده است.

واژه‌های کلیدی: مکان‌یابی تسهیلات، کنترل موجودی، آزادسازی لاگرانژ، خطر ادغام، مطالعه موردی.

۱- مقدمه

مکان‌یابی تسهیلات، می‌تواند منجر به بهینه‌سازی محلی شود و بنابراین برای دستیابی به صرفه‌جویی بزرگ در هزینه‌ها، لازم است زنجیره تأمین بطور یکپارچه بهینه شود [۴].

از آنجا که موجودی مواد و کالا بخش عمده‌ای از دارایی‌های جاری شرکت‌ها را شامل می‌شود، لذا هرگونه بهبود در این زمینه می‌تواند به ارتقاء سودآوری شرکت منجر شود. در سال‌های اخیر، مدل‌هایی توسعه یافته‌اند که ضمن یکپارچه‌سازی تصمیم‌های مکان‌یابی و تخصیص، که ماهیتاً بلندمدت تلقی می‌شوند، سایر تصمیم‌های میان‌مدت و کوتاه‌مدت مثل مدیریت موجودی و نگهداری محصولات را نیز در نظر می‌گیرند [۸-۵]. با این حال، طراحی و ارزیابی شبکه توزیع و یکپارچه‌سازی تصمیم‌ها همچنان مورد توجه محققان است [۹].

محققان بسیاری تاثیر تصمیم‌های موجودی را بر مسایل مکان‌یابی تسهیلات با در نظر گرفتن شرایط واقعی و در حالات قطعی و غیر قطعی مطالعه کرده‌اند [۱۳-۱۰]. مولفه‌هایی مثل در نظر گرفتن امکان کسری کالا، تعیین حجم ذخیره احتیاطی و نیز شرایط مختلف اعمال هزینه‌های موجودی در این مدل‌ها در نظر گرفته شده و با توجه به پیچیدگی مدل‌های توسعه یافته، روش‌های حل متنوعی شامل الگوریتم‌های ابتکاری، فرا ابتکاری،

با توجه به دنیای به شدت رقابتی فعلی، کوتاه شدن دوره عمر محصولات و تغییرات سریع بازار و سلیقه مشتریان، مسئله طراحی و برنامه‌ریزی شبکه زنجیره تأمین را به مهمترین موضوعات در مدیریت زنجیره تأمین تبدیل نموده است [۱]. طراحی شبکه تأمین نیز شامل تصمیم‌های پیکره‌بندی و مکان‌یابی تسهیلات، تخصیص مشتریان، تدوین سیاست لجستیک و تصمیمات کنترل موجودی می‌شود [۲].

طراحی مناسب شبکه توزیع و مدیریت موجودی محصولات، منجر به انعطاف‌پذیری بیشتر و پاسخگویی بهتر به تغییرات در نیاز بازار خواهد شد که متعاقباً می‌تواند با کاهش هزینه‌ها، اثرات مهمی در رسیدن به مقدار اقتصادی تأمین داشته باشد [۳].

هنگامی که پیکره‌بندی زنجیره‌ی تأمین مشخص گردید، نوبت به تصمیم‌گیری در سطوح بعدی مانند تصمیم‌های مدیریت موجودی و نحوه توزیع کالا تا تحویل به مشتریان می‌رسد. با توجه به ارتباط این تصمیم‌ها، عدم توجه به هزینه‌های عملیاتی هنگام

* رایانامه نویسنده مسئول: gmasiri@alzahra.ac.ir

جمله‌ای برای رتبه‌بندی تسهیلات بر اساس ترجیحات مشتریان استفاده کرده و یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی غیرخطی برای تخصیص تقاضای مشتریان به تسهیلات با لحاظ حداقل‌سازی هزینه‌ها توسعه داده‌اند. برای حل مدل نیز از روش‌های ابتکاری مختلفی از جمله بهینه‌سازی ازدحام ذرات و تلفیق روش جستجوی ممنوع و جستجوی همسایگی بهره‌برداری شده است. نتایج حاصله نیز صرفه‌جویی قابل ملاحظه در هزینه‌ها را بخوبی نشان داده است.

فاروقی و اشرفی فشی [۲۲] مسئله طراحی یک شبکه تأمین سه سطحی را با فرض در نظر گرفتن دو نوع مرکز توزیع مطمئن و نامطمئن در نظر گرفته‌اند. آنان به منظور برآورده نمودن تقاضای مشتریان در صورت بروز اختلال، سعی نموده‌اند واقعیات عینی بیشتری را در مدل در نظر بگیرند. مدل طراحی شده نیز با الگوریتم ژنتیک حل شده و درصد خطای ناچیزی گزارش شده است.

از جمله مطالعات انجام شده در حوزه مسئله مکان‌یابی - تخصیص، می‌توان به مقاله صفاری و همکاران [۲۳] در چارچوب شبکه‌های صف اشاره نمود. در مدل چندهدفه عدد صحیح غیرخطی، اهدافی شامل حداقل‌سازی زمان سفر، مدت انتظار در سیستم و کمینه‌سازی حداکثر احتمال بیکاری در تسهیلات مدنظر بوده که به واقعی شدن آن کمک نموده است. نتایج ارائه شده صحت رفتار مدل نسبت به شاخص‌های حساس را نشان داده است.

همچنین چاندرا و همکاران [۲۴] مسئله مکان‌یابی و تخصیص را در حوزه تصفیه فاضلاب، همراه با یک مطالعه موردی بررسی نموده‌اند. مسئله مورد بررسی آنان شامل ایجاد مراکز تصفیه فاضلاب با ظرفیت کافی و اختصاص واحدهای فرآوری به مراکز تصفیه است. مدل ریاضی توسعه داده شده از نوع غیرخطی مختلط عدد صحیح است و از یک روش فرا ابتکاری مبتنی بر جستجوی همسایگی برای حل استفاده شده است.

بررسی مقالات نشان می‌دهد تقاضا می‌تواند حالت‌های متنوعی داشته باشد. این امر باعث تفاوت بین مسایل مختلف در ادبیات تحقیق برنامه‌ریزی زنجیره تأمین می‌شود. این عامل در تعیین روش‌های مدل‌سازی و حل مسئله طراحی شبکه تأمین تأثیر فراوانی دارد. تقاضا می‌تواند از طرفی ایستا یا پویا و از طرف دیگر قطعی یا احتمالی باشد. جمع‌بندی برخی حالات مهم تقاضا در شکل (۱) ارائه شده است.

در این تحقیق بر اساس برخی مقالات قبلی (از جمله [۱۸] و [۱۹]) بر یکپارچه‌سازی مکان‌یابی تسهیلات با در نظر گرفتن تصمیم‌های موجودی در یک سیستم چندمحصولی با تقاضای احتمالی مشتریان و با در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت برای مراکز توزیع، تمرکز شده است. در بسیاری از مقالات قبلی، سیستم

تجزیه بندرز و آزادسازی لاگرانژ برای حل مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی، پیشنهاد شده است [۱۶-۱۴].

روش‌های مدیریت عملیات زنجیره تأمین که یکپارچه‌سازی تصمیم‌ها را در نظر نگرفته‌اند دارای معایب مختلفی هستند، که برخی از آنها شامل هزینه‌های بالاتر به دلیل هماهنگی ضعیف، عدم اشتراک‌گذاری داده‌ها، شکل‌گیری رقابت داخلی، دوباره‌کاری‌ها، هم‌پوشانی اقدامات و عدم نگرش جامع است. مزایای بی‌شماری برای یکپارچه‌سازی وجود دارد که می‌تواند به شرکت‌ها کمک کند تا عملکرد خود را از طریق برنامه‌ریزی مشترک بهبود بخشند [۱۷]. اما در کنار مزایای ذکر شده، یکپارچه‌سازی تصمیم‌ها و مولفه‌های مختلف در قالب مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی منجر به شکل‌گیری مدل‌های بسیار پیچیده از نظر محاسباتی شده و علاوه بر معضلات حل آنها، استفاده از نتایج تحقیقات در دنیای واقعی و صنعت را با دشواری و محدودیت جدی مواجه می‌نماید.

براساس تحقیقات صورت گرفته، یکی از حوزه‌های بارز برای بهبود وضعیت در شرکت‌های تولیدی، تمرکز بر کنترل موجودی است. مدیریت و کنترل موجودی‌ها به بهبود بهتر عملیات کل زنجیره تأمین منجر می‌شود که کاهش هزینه‌های نگهداری، کاهش میزان فضای انبار مورد نیاز، کاهش فعالیت‌های جابجایی مواد و تحویل به موقع را در پی دارد.

میراندا و گریو [۱۸] یک مسئله مکان‌یابی - توزیع - موجودی سه سطحی را بررسی نموده‌اند که خرده فروشان دارای تقاضای تصادفی تک محصول هستند. این مقاله توسعه مطالعه قبلی آنان است [۱۹] که برای حل مدل ریاضی ارائه شده، یک راه حل کارآمد مبتنی بر آزادسازی لاگرانژ ارائه داده‌اند. حدپائین راه حل بهینه با استفاده از مسئله ثانویه مدل اصلی محاسبه شده و نتیجه اجرای راه حل در مسایل نمونه مختلف، نشان‌دهنده عملکرد و دقت مناسب الگوریتم پیشنهادی دارد.

پوگا و تنسرز [۲۰] یک مسئله مکان‌یابی - موجودی را برای طراحی شبکه‌های مقیاس بزرگ زنجیره تأمین با تقاضای غیرقطعی تحلیل نموده‌اند. برای حل مدل غیرخطی نیز ابتدا مدل را با ثابت در نظر گرفتن برخی متغیرها، به یک مدل خطی تبدیل نموده و جواب‌ها را با مدل مخروطی درجه دوم مقایسه نموده‌اند. برخی پیشنهادات مدیریتی در مورد کنترل عدم قطعیت‌ها، خطر ادغام^۱ و نگهداری ذخیره اطمینان برای خرده‌فروشان نیز ارائه شده است.

کوماراساها و همکاران [۲۱] مسئله همزمان استقرار تسهیلات و موجودی را با دیدگاه وجود ریسک اختلال جزئی در تأمین نیازهای مشتریان بررسی نموده‌اند. آنها از یک روش منطقی چند

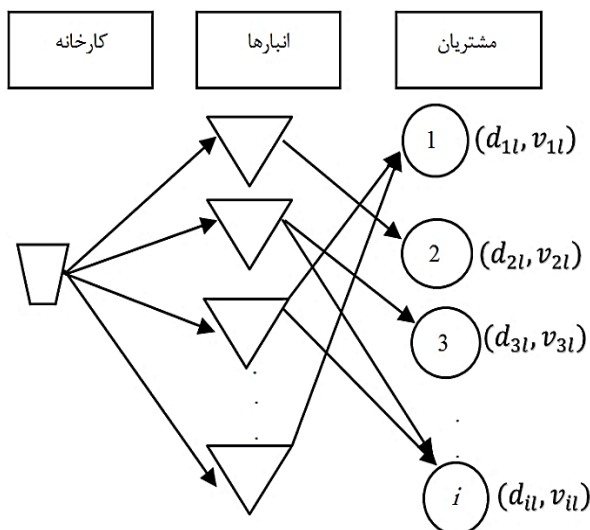
^۱ Risk pooling effect

حل پیشنهادی در بخش چهارم آمده است. همچنین در این بخش، نتایج محاسباتی توسعه مدل در شرکت مورد مطالعه و چند پیشنهاد مدیریتی نیز درج شده است. نتیجه‌گیری و پیشنهاد تحقیقات آتی برای ادامه پژوهش نیز در بخش آخر آمده است.

۲- تشریح مفروضات و ارائه مدل

در این بخش مفروضات و مدل ریاضی تشریح می‌گردد. شکل شماتیک شبکه تامین تحت بررسی در شکل (۲) نشان داده شده است.

سطح اول: شامل یک کارخانه است که محل آن مشخص بوده و برآورده کننده نیازهای شبکه توزیع است و هیچ موجودی در کارخانه نگهداری نمی‌شود.



شکل (۲): شکل شماتیک شبکه تامین تحت بررسی

در حقیقت موجودی موقتی است و به محض اینکه قابل حمل باشد، به انبار مرکزی حمل می‌شود. محل انبار مرکزی مشخص و نزدیک کارخانه تولید است.

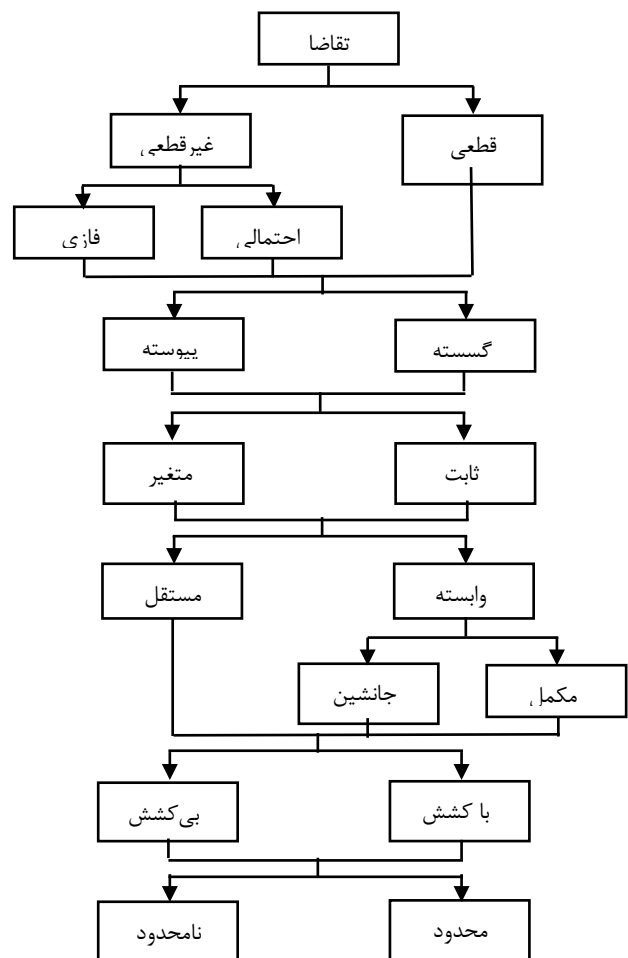
سطح دوم: شامل انبارهای کاندید برای استقرار است که دارای ظرفیت محدود هستند و موجودی‌ها در این انبارها نگهداری می‌شود. این موجودی‌ها باید پاسخگوی تقاضای تصادفی مشتریان و فروش باشند.

سطح سوم: شامل مشتریان یا خرده‌فروشان است که مکان آنها معلوم است اما تقاضای آنها غیرقطعی بصورت احتمالی است و فرض می‌شود از توزیع نرمال تبعیت می‌کند.

با توجه به تشریح سناریوی مورد بررسی طراحی شبکه توزیع یکپارچه را می‌توان شامل موارد ذیل دانست:

تصمیم‌های مکان‌یابی: چه تعداد انبار مورد نیاز است و در چه محل‌هایی مستقر (یا اجاره) شوند تا هزینه‌ها کمینه گردد؟

مدنظر تک محصولی در نظر گرفته شده بود که با توجه به شرایط دنیای واقعی، در نظر گرفتن سیستم چند محصولی و اثر متقابل آنها در تخصیص مشتریان و فضای انبارش مراکز توزیع، پیچیدگی مدل را افزایش خواهد داد. با توجه به گستردگی ادبیات موضوع و مطالعات صورت گرفته در این حوزه، در پژوهش ارائه شده جهت تحلیل مدل در فضای واقعی با وجود محدودیت‌های متعدد مدنظر است. در ارزیابی مدل ریاضی از اطلاعات یک شرکت فعال در صنعت کالاهای تندمصرف خانوار^۱ استفاده شده است. با توجه به پیچیدگی مدل ریاضی، یک روش ابتکاری مبتنی بر روش آزادسازی لاگرانژ پیشنهاد شده که برای حل زیر مسائل ناشی از اعمال روش لاگرانژ نیز از رویه‌های ابتکاری استفاده شده است.



شکل (۱): جمع‌بندی برخی ویژگی‌های مهم تقاضا

ساختار مقاله حاضر بدین شرح است: در بخش دوم مفروضات و مدل برنامه‌ریزی ریاضی غیرخطی مختلط عدد صحیح ارائه خواهد شد. در بخش سوم روش ابتکاری مبتنی بر چارچوب آزادسازی لاگرانژ و زیر گرادین همراه با رویه‌های ابتکاری پیشنهاد شده است. مسایل نمونه و نتایج محاسباتی برای آزمایش کارایی روش

^۱ Fast-moving Consumer Goods (FMCG)

مجموعه‌ها:

I	مجموعه مشتریان
J	مجموعه محل‌های بالقوه برای ایجاد مراکز توزیع
L	مجموعه محصولات

مولفه‌ها:

TC_{ij}	هزینه حمل یک واحد از تقاضای مشتری i ام برای محصول l ام از مرکز توزیع j ام
TC_{jl}	هزینه حمل یک واحد از تقاضای مرکز توزیع j ام برای محصول l ام از انبار مرکزی یا کارخانه
F_j	هزینه ثابت ایجاد (اجاره) و عملیاتی کردن انبار j ام
μ_{il}	میانگین تقاضای مشتری i ام از محصول l ام
σ_{il}^2	واریانس تقاضای مشتری i ام از محصول l ام
h_{jl}	هزینه نگهداری هر واحد محصول l ام در انبار j ام در واحد زمان
A_{jl}	هزینه سفارش‌دهی محصول l ام در انبار j ام از کارخانه
C_j	ظرفیت انبار j ام
s_l	فضای مورد نیاز انبارش یک واحد از محصول l ام در انبار
T_j	مدت زمان بهینه بین دو سفارش متوالی در انبار j ام
R_{jl}	حداکثر موجودی محصول l ام در انبار j ام
r_{jl}	نقطه سفارش مجدد محصول l ام در انبار j ام
Q_{jl}	سفارش بهینه محصول l ام در انبار j ام
TH	افق برنامه‌ریزی
TIC	مجموع هزینه‌های موجودی

متغیرهای تصمیم‌گیری:

$y_{ijl} = \begin{cases} 1, & \text{اگر مشتری } i \text{ام محصول } l \text{ام را از انبار } j \text{ام دریافت کند و } 0 \text{ در غیر اینصورت;} \end{cases}$	
$X_j = \begin{cases} 1, & \text{اگر در محل } j \text{ام مرکز توزیع تاسیس شود و } 0 \text{ در غیر اینصورت;} \end{cases}$	
D_{jl}	میانگین تقاضای انبار j ام از محصول l ام
V_{jl}	واریانس تقاضای انبار j ام از محصول l ام

چنانچه تقاضای محصول l ام از انبار j ام دارای توزیع نرمال با میانگین \bar{M}_{jl} و انحراف معیار $\sigma_{M_{jl}}$ در مدت زمان $T_{jl} + LT_{jl}$ باشد و $(1 - \alpha)$ احتمالاً باشد که به عنوان سطح خدمت برای سیستم شناخته می‌شود، محدودیت سطح خدمت در انبار j ام برای محصول l ام به صورت زیر می‌تواند بیان شود:

$$SL_{jl} = 1 - \alpha_{jl} \quad (2)$$

از طرفی همان‌طور که از شکل (۳) مشخص است، در هر بازه $T_{jl} + LT_{jl}$ ، تنها یک‌بار سفارش‌گذاری انجام پذیرفته و به سطح

تصمیم‌های تخصیص: چگونه مشتریان به انبارهای ایجاد شده تخصیص یابند؟ قابل ذکر است که در این تحقیق مدل تک منبعی است، یعنی هر مشتری هر محصول را فقط از یک مرکز توزیع استقرار یافته می‌تواند دریافت کند.

تصمیم‌های موجودی: با وجود تقاضای احتمالی مشتریان، چه مقدار موجودی در انبارهای ایجاد شده نگهداری شود تا هزینه‌ها کمینه گردد؟ در این مطالعه هزینه کسری لحاظ نشده و زمان تدارک برای هر انبار و هر محصول معلوم در نظر گرفته شده است.

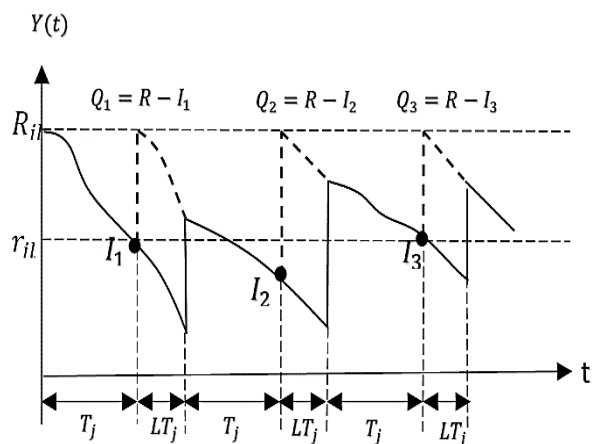
تعداد محصولات: تعداد اقلام و محصولات نهایی مورد نیاز در سیستم‌های تأمین از دیگر مولفه‌های مهم است که می‌تواند بر پیچیدگی مدل‌سازی و حل مسئله موثر باشد.

۲-۱- سیاست کنترل موجودی و محاسبه هزینه‌های سیستم

فرض می‌شود که در هر شعبه یا انبار j از مرور دوره‌ای موجودی و خط مشی (R_{jl}, r_{jl}, T_{jl}) برای برآورده کردن تقاضای احتمالی استفاده می‌شود. به عبارتی در هر مرکز توزیع، در فواصل زمانی ثابت T_{jl} ، سطح موجودی کالاها مورد بررسی قرار گرفته و اگر سطح موجودی به نقطه سفارش مجدد (r_{jl}) یا کمتر از آن رسیده باشد، سفارشی به اندازه اختلاف بین حداکثر موقعیت موجودی هر کالا در انبار (R_{jl}) و سطح موجودی فعلی کالا در انبار (Y_{jl}) صادر می‌شود و این سفارش بعد از گذشت مدت زمان LT_{jl} دریافت می‌گردد.

$$Q_{jl} = R_{jl} - I_{jl} \quad (1)$$

تغییرات سطح موجودی در شکل (۳) نشان داده شده است.



شکل (۳): روند تغییرات سطوح موجودی محصول l ام در مرکز توزیع j

مجموعه‌ها، مولفه‌ها و متغیرهای تصمیم‌گیری استفاده شده در مدل به شرح زیر است:

هزینه‌های کل عملیاتی و بهینه سیستم موجودی مرکز توزیع j برای تمامی محصولات در واحد زمان از طریق رابطه (۱۱) محاسبه می‌شود:

$$TIC^*_j = \sum_l \sqrt{2 \times A_{jl} \times h_{jl} \times D_{jl}} + \sum_l h_{jl} \times Z_{1-\alpha_{jl}} \times \sqrt{(T_{jl} + LT_{jl}) \times V_{jl}} \quad (11)$$

که در آن $Z_{1-\alpha_{jl}}$ مساحت زیر منحنی توزیع نرمال استاندارد تا احتمال $1 - \alpha$ است. از آنجا که این مولفه برای کل شبکه ثابت در نظر گرفته شده است، از این به بعد با Z نشان داده می‌شود.

۲-۲- ارائه مدل ریاضی پیشنهادی

به استناد رابطه (۱۱) مدل پیشنهادی MDNDP^۱ به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$Min Z = \sum_{j=1}^J F_j X_j + TH \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L (TC_{jl} + TC_{ijl}) \mu_{il} Y_{ijl} + \quad (12)$$

$$TH \left(\sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L \sqrt{2h_{jl}A_{jl}} \sqrt{D_{jl}} + \sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L h_{jl} Z \sqrt{T_{jl} + LT_{jl}} \sqrt{V_{jl}} \right)$$

S.TO

$$\sum_{j=1}^J Y_{ijl} = 1 \quad \forall i = 1, \dots, I, \forall l = 1, \dots, L \quad (13)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^L \mu_{il} \cdot s_l \cdot Y_{ijl} \leq C_j \cdot X_j \quad \forall j = 1, \dots, J \quad (14)$$

$$\sum_{i=1}^I \mu_{il} \cdot Y_{ijl} = D_{jl} \quad \forall j = 1, \dots, J, \forall l = 1, \dots, L \quad (15)$$

$$\sum_{i=1}^I \sigma_{il}^2 \cdot Y_{ijl} = V_{jl} \quad \forall j = 1, \dots, J, \forall l = 1, \dots, L \quad (16)$$

$$X_j, Y_{ijl} \in \{0, 1\} \quad \forall i = 1, \dots, I, \forall j = 1, \dots, J, \forall l = 1, \dots, L \quad (17)$$

$$D_{jl}, V_{jl} \geq 0 \quad \forall j = 1, \dots, J, \forall l = 1, \dots, L \quad (18)$$

عبارت (۱۲)، تابع هدف مدل را نشان می‌دهد که یک تابع غیرخطی است و شامل هزینه‌های تاسیس و عملیاتی کردن انبارها، هزینه‌های حمل و نقل از کارخانه به انبارهای ایجاد شده و سپس به مشتریان، هزینه‌های سفارش‌دهی و هزینه‌های نگهداری موجودی و ذخیره ایمنی در انبارها می‌شود.

تساوی (۱۳) تاکید می‌کند که هر مشتری، هر محصول را از یک انبار دریافت می‌کند.

موجودی اضافه می‌شود و لذا حداکثر موقعیت موجودی باید به‌گونه‌ای تعیین گردد که پاسخگوی تقاضای مدت مذکور باشد و بنابراین تنها زمانی کمبود رخ خواهد داد که تقاضا در مدت زمان $T_{jl} + LT_{jl}$ از حداکثر موقعیت موجودی تجاوز نماید، به عبارتی حداکثر موقعیت موجودی از طریق رابطه زیر محاسبه خواهد شد:

$$R_{jl} = \bar{M}_{jl} + SS_{jl} \quad (3)$$

که در آن \bar{M}_{jl} و SS_{jl} به ترتیب متوسط تقاضا و ذخیره ایمنی محصول l در انبار j است. در نتیجه خواهیم داشت:

$$R_{jl} = \bar{M}_{jl} + SS_{jl} = \bar{M}_{jl} + Z_{1-\alpha_{jl}} \times \sigma_{M_{jl}} \quad (4)$$

در صورتی که تقاضا دارای توزیع نرمال با میانگین D_{jl} و واریانس V_{jl} باشد، داریم:

$$\bar{M}_{jl} = (T_{jl} + LT_{jl}) \times D_{jl} \quad (5)$$

$$\sigma_{M_{jl}}^2 = (T_{jl} + LT_{jl}) \times V_{jl} \Rightarrow \sigma_{M_{jl}} = \sqrt{(T_{jl} + LT_{jl}) \times V_{jl}} \quad (6)$$

در نتیجه با استفاده از روابط فوق، مقادیر ذخیره احتیاطی و حداکثر موقعیت موجودی کلای l ام در انبار j ام از روابط زیر محاسبه خواهد شد:

$$SS_{jl} = Z_{1-\alpha_{jl}} \times \sqrt{(T_{jl} + LT_{jl}) \times V_{jl}} \quad (7)$$

$$R_{jl} = (T_{jl} + LT_{jl}) \times D_{jl} + Z_{1-\alpha_{jl}} \times \sqrt{(T_{jl} + LT_{jl}) \times V_{jl}} \quad (8)$$

از آنجا که سیستم از نوع (R_{jl}, r_{jl}, T_{jl}) است، در صورت رسیدن به نقطه سفارش مجدد، در فواصل زمانی ثابت، سفارش‌گذاری انجام می‌پذیرد، بنابراین کل هزینه‌های سیستم موجودی (شامل هزینه‌های سفارش‌دهی و نگهداری موجودی) مرکز توزیع j برای سفارش تمامی محصولات در واحد زمان برابر است با:

$$TIC_j = \sum_l \frac{A_{jl}}{T_{jl}} + \frac{1}{2} \times \sum_l h_{jl} \times D_{jl} + \sum_l h_{jl} \times SS_{jl} \quad (9)$$

لذا با مشتق‌گیری از تابع هزینه برحسب T_j و مساوی صفر قرار دادن آن، مدت زمان بهینه سفارش‌دهی در هر مرکز توزیع به دست می‌آید:

$$T_{jl}^* = \sqrt{\frac{2 \times A_{jl}}{h_{jl} \times D_{jl}}} \quad (10)$$

با جای‌گذاری رابطه فوق در رابطه (۹) و ساده‌سازی،

^۱ Multi-product Distribution Network Design Problem

$$TH \left(\sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L h_{jl} Z \sqrt{T_{jl} + LT_{jl}} \sqrt{V_{jl}} - \gamma_{jl} V_{jl} \right) + \sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L \alpha_{il}$$

S.TO

$$(20) - (19) - (18) - (17) - (14)$$

در ادامه روش حل مدل آزاد شده با ضرایب لاگرانژ ارائه می‌شود.

۳-۱- تولید زیر مسائل از مسئله اصلی MDNDP و روش حل آن‌ها

مدل آزاد شده MDNDP با استفاده از ضرایب لاگرانژ به سه زیر مسئله مستقل به شرح زیر تبدیل خواهد شد:

LR1^k

$$\text{Min } Z_{LR1^k} = TH \sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L \left(\sqrt{2h_{jl} A_{jl}} \cdot \sqrt{D_{jl}} - \beta_{jl}^k \cdot D_{jl} \right)$$

S.TO

$$\sum_{j=1}^J D_{jl} \leq DT_l, \quad \forall l = 1, \dots, L \quad (24)$$

$$D_{jl} \geq 0, \quad \forall j = 1, \dots, J, \forall l = 1, \dots, L$$

LR2^k

$$\text{Min } Z_{LR2^k} = TH \sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L \left(h_{jl} Z \sqrt{T_{jl} + LT_{jl}} \sqrt{V_{jl}} - \gamma_{jl}^k V_{jl} \right)$$

S.TO

$$\forall l = 1, \dots, L \quad \sum_{j=1}^J V_{jl} \leq VT_l,$$

$$V_{jl} \geq 0, \quad \forall j = 1, \dots, J, \forall l = 1, \dots, L$$

شمارنده k مربوط به تعداد تکرار بروزآوری ضریب لاگرانژ است که در ادامه توضیح داده خواهد شد.

LR3^k

$$\text{Min } Z_{LR3^k} = \sum_{j=1}^J F_j X_j + TH \cdot$$

$$\left[\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L (TC_{jl} \cdot \mu_{il} + TC_{ijl} \cdot \mu_{il} + \beta_{jl}^k \cdot \mu_{il} + \gamma_{jl}^k \cdot \sigma_{il}^2 - \alpha_{il}^k) \cdot Y_{ijl} \right]$$

S.TO

$$\sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^L s_l \cdot \mu_{il} \cdot Y_{ijl} \leq C_j \cdot X_j, \quad (26)$$

$$\forall j = 1, \dots, J$$

$$Y_{ijl}, X_j \in \{0, 1\}$$

$$\forall i = 1, \dots, I, \forall j = 1, \dots, J, \forall l = 1, \dots, L$$

برای حل زیر مسئله اول و دوم که مربوط به سیستم موجودی

محدودیت (۱۴) مجموع حجم تقاضاهای تخصیص یافته به هر انبار را محدود به ظرفیت آن انبار می‌کند. ضمناً تضمین می‌شود در صورتی مشتری به انبار تخصیص می‌یابد که آن انبار تاسیس شده باشد.

تساوی (۱۵ و ۱۶) به ترتیب میانگین و واریانس تقاضای انبارها برای محصول l را محاسبه می‌کند.

محدودیت (۱۷ و ۱۸) صفر و یک بودن متغیرهای عدد صحیح و نامنفی بودن میانگین و واریانس انبارها را نشان می‌دهد.

۳-۲ تشریح روش حل پیشنهادی برای MDNDP

با توجه به اینکه مدل ریاضی ارائه شده برنامه‌ریزی غیرخطی مختلط عدد صحیح است و از آنجا که اساساً مسائل مکان‌یابی تسهیلات جزء مسایل پیچیده برای حل در ابعاد بزرگ هستند، لذا نیاز است برای حل مدل پیشنهادی، روش حل مناسبی توسعه داده شود [۱۸ و ۲۵]. برای ارائه روش حل پیشنهادی مبتنی بر آزادسازی لاگرانژ و روش زیر گرادیان، ابتدا فرمول‌بندی قوی برای مدل اصلی ارائه می‌گردد. لذا مشابه رویکرد [۱۹] دو رابطه زیر به مدل اضافه می‌شوند:

$$\sum_{j=1}^J D_{jl} \leq DT_l = \sum_{i=1}^I \mu_{il} \quad \forall l = 1, \dots, L \quad (19)$$

$$\sum_{j=1}^J V_{jl} \leq VT_l = \sum_{i=1}^I \sigma_{il}^2 \quad \forall l = 1, \dots, L \quad (20)$$

هر چند این محدودیت‌ها برای مدل اصلی زائد هستند اما برای تولید زیر مسایل مرتبط ضروری خواهند بود. ضمناً روابط (۱۵) و (۱۶) نیز با روابط زیر جایگزین می‌گردند:

$$\sum_{i=1}^I \mu_{il} \cdot Y_{ijl} \leq D_{jl} \quad \forall j = 1, \dots, J, \forall l = 1, \dots, L \quad (21)$$

$$\sum_{i=1}^I \sigma_{il}^2 \cdot Y_{ijl} \leq V_{jl} \quad \forall j = 1, \dots, J, \forall l = 1, \dots, L \quad (22)$$

با در نظر گرفتن سه ضریب لاگرانژ α_{il} ، β_{jl} و γ_{jl} برای کلیه مقادیر i, j, l ، با آزادسازی محدودیت‌های (۱۳)، (۲۱) و (۲۲)، مدل آزاد شده از مدل اصلی به صورت زیر قابل ارائه خواهد بود:

LR Problem:

$$\text{Min } Z_{LR} = \sum_{j=1}^J F_j X_j +$$

$$TH \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L (TC_{jl} \mu_{il} + TC_{ijl} \mu_{il} + \beta_{jl} \mu_{il} + \gamma_{jl} \sigma_{il}^2 - \alpha_{il}) Y_{ijl} \quad (23)$$

$$+ TH \left(\sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L \sqrt{2h_{jl} A_{jl}} \cdot \sqrt{D_{jl}} - \beta_{jl} \cdot D_{jl} \right) +$$

مربوط به تقاضایی است که از نظر کوچکی مقدار تابع هدف در رتبه i ام لیست قرار دارد.

گام ۳: قرار دهید $C_j = \hat{C}_j$ ، که ظرفیت باقی‌مانده انبار کاندید برای استقرار در محل z ام است.

گام ۴: قرار دهید $m=1$ که m شماره گره‌های تقاضاست و گره‌های تقاضا برابر حاصل ضرب تعداد مشتری‌ها در تعداد محصولات است.

گام ۵-۱: اگر i و l از لحاظ رتبه‌بندی گام ۲ در موقعیت m قرار داشته باشند و $d_{il} \cdot s_l \leq \hat{C}_j$ ، آنگاه $Y_{ijl} = 1$ قرار داده می‌شود و در غیر این صورت $m = m + 1$.

$$\begin{aligned} \text{گام ۵-۲: در انبار } j, \hat{C}_j &= \hat{C}_j - (d_{il} \cdot s_l) \\ \text{گام ۵-۳: } m &= m + 1 \end{aligned}$$

گام ۶-۱: اگر m کوچکتر یا مساوی با تعداد گره‌های تقاضا باشد و $\hat{C}_j > 0$ به گام ۵-۱ بروید.

گام ۶-۲: اگر m کوچکتر یا مساوی با تعداد گره‌های تقاضا باشد و $\hat{C}_j = 0$ ، برای همه گره‌های باقی‌مانده قرار دهید $Y_{ijl} = 1$ و توقف کنید.

گام ۶-۳: اگر m بزرگتر از گره‌های تقاضا است، توقف کنید.

این رویه برای همه مکان‌های کاندید برای استقرار انبار اجرا شده و تقاضاها به این مکان‌ها تخصیص می‌یابد. زمانی که همه مقادیر V_j محاسبه شدند، با حل مسئله بهینه‌سازی زیر، متغیرهای استقرار (X_j) نیز محاسبه می‌شوند:

$$\begin{aligned} \text{LR3-2}^k(j) \\ \text{Min } \sum_{j=1}^J (F_j + V_j) X_j \\ \text{S.T.O} \\ \sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^L \mu_{il} \cdot s_l \leq \sum_{j=1}^J C_j X_j \\ X_j \in \{0,1\} \end{aligned} \quad (24)$$

تابع هدف مدل فوق نشان می‌دهد مقداری که مکان z ام به تابع هدف نسبت می‌دهد برابر با هزینه ثابت استقرار مرکز توزیع در مکان z به اضافه ارزشی است که در صورت استقرار انبار در این مکان با تخصیص تقاضاها به آن اضافه می‌شود که در مرحله قبل محاسبه گردید.

سرانجام با جمع مقادیر تابع هدف ناشی از زیر مسائل تولید شده از مدل اصلی، یک حد پائین برای مدل اصلی ارائه خواهد شد. بدیهی است هیچ تضمینی وجود ندارد که این جواب برای

مراکز توزیع است از رویه ارائه شده در مقاله نصیری و همکاران [۲۵] استفاده شده است. همانگونه که ملاحظه می‌گردد تابع هدف هر دو زیر مسئله غیرخطی است. در رویه مذکور، در هر تکرار k ام برای هر محصول l و انبار z ، مقادیر رابطه $(\sqrt{2h_{il}A_{il}} \cdot \sqrt{D_{il} - \beta_{il}^k \cdot D_{il}})$ را برای هر مرکز توزیع محاسبه و در ماتریسی به نام DD با ابعاد $z \times l$ درج می‌کند. سپس ماتریسی به نام D با همان ابعاد تشکیل می‌شود که در ابتدا همه درایه‌های آن صفر است. سپس برای هر محصول کمترین مقدار ماتریس DD برای تمام مراکز توزیع را محاسبه می‌نماید. اگر این مقدار منفی باشد، مجموع تقاضای آن محصول را به این مرکز توزیع، تخصیص داده و در ماتریس D درج می‌شود. اگر مقدار مذکور نامنفی باشد، مقدار صفر برای این محصول در مرکز توزیع مورد نظر در نظر گرفته می‌شود. همین رویه برای زیر مسئله دوم نیز اعمال می‌شود.

مدل سوم نیز مجدداً به J زیر مسئله به تعداد انبارهای کاندید قابل تقسیم است. اگر متغیر استقرار صفر باشد هیچ متغیر تخصیص مرتبط با آن انبار نمی‌تواند مقدار یک داشته باشد. اما در حالتیکه متغیر استقرار یک باشد، این مدل به یک مسئله کوله پشتی تبدیل می‌شود. بنابراین زیر مسئله سوم به دو زیر مسئله استقرار و تخصیص تقسیم می‌شود. ابتدا مسئله تخصیص حل خواهد شد. سپس با اضافه کردن تابع هدف مدل تخصیص به مدل استقرار، مدل استقرار نیز حل و جواب‌ها موجه خواهد شد.

$$\begin{aligned} \text{LR3-1}^k(j) \\ \text{Min } V_j = \\ \sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^L (TC_{il} \cdot \mu_{il} + TC_{ijl} \cdot \mu_{il} + \beta_{il}^k \cdot \mu_{il} + \gamma_{il}^k \cdot \sigma_{il}^2 - \alpha_{il}^k) Y_{ijl} \\ \text{S.T.O} \\ \sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^L s_l \cdot \mu_{il} \cdot Y_{ijl} \leq C_j \\ Y_{ijl} \in \{0,1\}, \quad \forall i = 1, \dots, I, \forall l = 1, \dots, L \end{aligned} \quad (27)$$

هدف این مسئله انتخاب مکان‌هایی با منفی‌ترین ضرایب لاگرانژ در تابع هدف است. به این ترتیب برای هر گره تقاضا نسبت زیر ساخته می‌شود. مقدار تابع هدف، متناسب با مقداری است که تقاضای گره i برای محصول l را به تابع هدف نسبت می‌دهد. برای حل این مسئله کوله پشتی روش‌های مختلفی تاکنون ارائه شده است. در این مقاله رویه ابتکاری زیر برای هر انبار بالقوه پیشنهاد می‌شود:

گام ۱: محاسبه مقادیر تابع هدف برای هر مشتری و هر محصول.

گام ۲: مرتب کردن مقادیر به ترتیب صعودی (شمارنده $[i]$)

انبارهایی که $\sum_{j=1}^J Y_{ij} = 1$ ، محاسبه کرده و این هزینه‌ها را به ترتیب صعودی مرتب نموده و در بردار Vec قرار داده می‌شود. اگر ظرفیت باقی‌مانده اولین درایه Vec بتواند تقاضای مشتری i ام را برای محصول l ام پاسخ دهد، تقاضای مشتری مذکور از محصول l ام به انبار مربوط به این عنصر در بردار تخصیص می‌یابد. در غیر این صورت به ترتیب عناصر بعدی در بردار Vec بررسی می‌شوند و هر کدام از عناصر که بتواند تقاضای مذکور را پاسخ دهد، تخصیص می‌یابد. چنانچه هیچ کدام از این انبارها ظرفیت کافی برای پاسخگویی به این تقاضا را نداشته باشد، آنگاه این تقاضا به انبار تاسیس شده که کمترین هزینه و ظرفیت کافی برای این تقاضا را داشته باشد، تخصیص می‌یابد.

گام (۲-۲) اگر برای i و محصول l ، $\sum_{j=1}^J Y_{ij} = 0$ باشد، آنگاه این تقاضا به انبار تاسیس شده که کمترین هزینه و ظرفیت کافی برای این تقاضا را داشته باشد، تخصیص می‌یابد و درایه مربوطه در Vec مساوی یک قرار می‌گیرد و اگر هیچ کدام از این انبارها، ظرفیت کافی برای پاسخگویی به این تقاضا را نداشته باشند، آنگاه، باید انبار بالقوه‌ای پیدا شود که از تخصیص مشتری i ام و محصول l ام به این انبار کمترین هزینه حاصل شود. به این ترتیب یک جواب موجه برای مسئله اصلی به دست خواهد آمد.

پس از یافتن جواب موجه برای مدل اصلی، ممکن است شکاف دوگانگی بین این جواب و حدپائین محاسبه شده در بخش ۳-۱ زیاد باشد. این بدان معناست که کیفیت جواب‌ها خوب نیست و لذا باید حتی المقدور این شکاف کاهش یابد. دو ساز و کار به‌منظور بهبود جواب در مطالعه نصیری و همکاران [۲۶] معرفی شده است.

۳-۳- به روز آوری ضرایب لاگرانژ

به محض اینکه زیر مسائل چهارگانه قبل در تکرار k ام حل شدند، باید مقادیر متغیرهای دوگان شامل α_{ij}^k ، β_{ij}^k و γ_{ij}^k را برای ایجاد تغییرات در بردار $\theta(\alpha, \beta, \gamma)$ به روز کرد. در اینجا از رویه‌ای به روزآوری و بهینه‌سازی زیرگردان استفاده شده است که ماتریس‌های تخلف MD^k ، MV^k و ML^k را در جهت صعودی در نظر می‌گیرد. مولفه‌های بردارهای تخلف به‌صورت زیر نوشته می‌شوند:

مدل اصلی موجه باشد اما فوق بهینه است. در بخش بعد لازم است جواب موجود به جواب موجه تبدیل شود.

۳-۲- محاسبه جواب موجه برای مدل اصلی

در حل مسایل با استفاده از رویکرد آزادسازی لاگرانژ، چند عملیات اصلی باید انجام شود:

- آزادسازی برخی محدودیت‌ها در مدل اصلی و حل زیر مسائل ایجاد شده به نحوی کارا برای دستیابی به مقادیر ضرایب لاگرانژ؛

- تبدیل حل مسئله آزاد شده به حل شدنی برای مسئله اولیه؛

- به روز آوری ضرایب لاگرانژ (با به کارگیری روش بهینه‌سازی زیرگردان)؛

- بهبود جواب موجه حاصله به منظور ارتقاء کیفیت جواب نهائی و کاهش شکاف دوگانگی؛

برای هر یک از مقادیر ضرایب لاگرانژ، با استفاده از متغیرهای استقرار و تخصیص تعیین شده تاکنون، یک حد پایین برای تابع هدف مسئله اصلی به دست خواهد آمد. سپس با استفاده از روش بهینه‌سازی زیرگردان مقادیر ضرایب لاگرانژی که این حد را بهبود بخشیده و به مقدار بهینه نزدیک سازند، محاسبه می‌شود. رویکرد آزادسازی لاگرانژ لزوماً جواب بهینه به دست نمی‌دهد، ولی تضمین می‌کند که با هر بار استفاده از رویکرد زیرگردان و به روزآوری ضرایب لاگرانژ، جواب بدتری به دست نیاید.

با کمی دقت در جواب به دست آمده از زیرمسئله سوم، می‌توان نتیجه گرفت که ممکن است برخی از محدودیت‌های آزاد شده شامل تخصیص تک منبعی، نقض شود. یعنی ممکن است برخی از گره‌های تقاضا به هیچ انباری تخصیص نیافته باشد $\sum_{j=1}^J Y_{ij} = 0$ و برخی دیگر ممکن است برای هر محصول به بیش

از یک انبار تخصیص یابند یعنی $\sum_{j=1}^J Y_{ij} \geq 2$. برای حل این مشکل، رویه زیر برای اصلاح پاسخ‌ها ارائه می‌شود:

گام (۱) تقاضاهای هر مشتری برای هر محصول در فضای مورد نیاز آن محصول ضرب شده و حاصل به ترتیب نزولی مرتب می‌شود.

گام (۲) تقاضاها براساس ترتیب اعمال شده مجدداً تخصیص می‌یابند.

گام (۲-۱) اگر برای مشتری i و محصول l ، $\sum_{j=1}^J Y_{ij} \geq 2$ ، آنگاه مقدار هزینه (شامل هزینه حمل و نقل محصول l از انبار z ام به مشتری i ام، هزینه نگهداری و هزینه سفارش‌دهی) را برای همه

¹ Violation-Matrix

نشده است. در ستون دوم تعداد دفعاتی که از هر ۱۰ بار اجرای هر مسئله، جواب حاصل از روش پیشنهادی لاگرانژ بهتر از لینگو بوده، درج شده است. متوسط بهبود در تابع هدف، ناشی از روش لاگرانژ نسبت به روش بهینه‌سازی نرم افزار لینگو در ستون بعد درج شده است که بین ۲/۲۵٪ تا ۶/۰۵٪ گزارش شده است. میانگین شکاف دوگانگی در ۱۰ بار اجرای هر مسئله و بدترین آن در جدول نمایش داده شده که از رابطه (۳۳) محاسبه شده است.

$$Duality\ Gap = \frac{Upper\ bound - Lower\ bound}{Lower\ Bound} \times 100 \quad (33)$$

حد بالا بهترین جواب موجه محاسبه شده برای مسئله اصلی است که در بخش ۳-۲ با استفاده از رویه‌های ابتکاری بهبود یافته است. حد پائین نیز جمع جبری تابع هدف زیرمسائل تولید شده از روش لاگرانژ است که با آزادسازی محدودیت‌های یاد شده در بخش ۳-۱ محاسبه شده است. همانگونه که ذکر گردید این مقدار حدپائینی برای مسئله اصلی ارائه می‌دهد اما هیچ تضمینی برای موجه بودن آن وجود ندارد. بدیهی است مقدار بهینه تابع هدف در این محدوده قرار دارد و کوچک بودن این بازه نشان‌دهنده کارایی بیشتر الگوریتم و کیفیت بالاتر جواب‌های محاسباتی است که در مورد روش پیشنهادی در بدترین شرایط ۱/۷۷٪ بوده است. از نظر زمان محاسباتی نیز روش پیشنهادی شرایط به مراتب بهتری داشته و این زمان برای بزرگترین مسئله ۱۸۹ ثانیه محاسبه شده است.

برای یکی از مسائل حل شده توسط روش پیشنهادی آزادسازی لاگرانژ، سرعت و کیفیت حرکت همگرایی این روش بین حد بالا و پائین در شکل (۴) نشان داده شده است.

در هر حال نتایج محاسباتی بسیار امیدوار کننده بوده و بیانگر کارایی بالای روش پیشنهادی در حل مسائل با ابعاد مختلف است. البته این امکان نیز وجود دارد که با انجام آزمایشات بیشتر از طریق تغییر مقادیر مولفه‌های آزادسازی لاگرانژ به نتایج بهتری دست یافت.

بررسی نتایج جدول (۲) نشان می‌دهد که زمان محاسبه نتایج در هر دو روش (الگوریتم پیشنهادی و لینگو) به شدت به تعداد محصولات حساس است. با توجه به مدل ارائه شده، دلیل این مهم تاثیر شمارنده l است که با افزایش تعداد محصولات، کل محاسبات مربوط به هزینه‌های عملیاتی، افزایش می‌یابد.

$$MS_{il}^k = \sum_{j=1}^J Y_{ijl}^k - 1, \quad \forall i=1, \dots, I, \forall l=1, \dots, L \quad (29)$$

$$MD_{jl}^k = \sum_{i=1}^I Y_{ijl}^k \cdot \mu_{il} - D_{jl}^k, \quad \forall j=1, \dots, J, \forall l=1, \dots, L \quad (30)$$

$$MV_{jl}^k = \sum_{i=1}^I Y_{ijl}^k \cdot \sigma_{il}^2 - V_{jl}^k, \quad \forall j=1, \dots, J, \forall l=1, \dots, L \quad (31)$$

اندازه گام برای تکرار k ام به صورت زیر مشخص می‌گردد:

$$s^k = \psi^k \frac{(\bar{Z}_k - Z_k)}{\|MD^k\|^2 + \|MV^k\|^2 + \|MS^k\|^2} \quad (32)$$

که در آن \bar{Z}_k بهترین جواب موجه به دست آمده تاکنون است و Z_k نیز جواب حاصله برای مسئله آزاد شده در تکرار k ام است. بعلاوه ψ^k یک شاخص کنترلی است که معمولاً $0 < \psi^k < 2$ می‌باشد و می‌توان در حین اجرای الگوریتم مقدار آن را تغییر داد. یعنی اگر برای تعداد تکرار معینی، کران پائین بهبود نیابد، در این موقع ψ کاهش یافته تا همگرایی حاصل شود.

۴- تشریح نتایج محاسباتی و بحث درباره آنها

۴-۱- ارائه نتایج الگوریتم حل مبتنی بر آزادسازی لاگرانژ

در این بخش به منظور ارزیابی و مقایسه کارایی روش حل پیشنهادی، این روش با نتایج پیاده سازی مدل در نرم افزار لینگو مقایسه شده است. بدین منظور از ۱۲ دسته مسئله با ابعاد مختلف استفاده شده است که به منظور حذف اثر تولید داده تصادفی در نتایج، هر یک از این مسائل، ۱۰ نمونه به شکل تصادفی با داده‌های مختلف تولید شده است. بنابراین در مجموع ۱۲۰ مسئله حل شده است. ساختار این دوازده دسته مسائل نمونه در جدول (۱) نشان داده شده است.

برای پیاده‌سازی روش حل لاگرانژ از زبان برنامه‌نویسی MATLAB استفاده شده است. هر یک از ۱۲۰ نمونه مسئله طراحی شده در مدت ۱۸۰ دقیقه اجرا شده و بهترین جواب محاسبه شده در این مدت در جدول (۲) نشان داده شده است. همانگونه که قابل مشاهده است، نرم افزار لینگو طی ۱۸۰ دقیقه موفق به محاسبه جواب بهینه و نیز موجه برای مسائل ۹ و ۱۱-۱۲

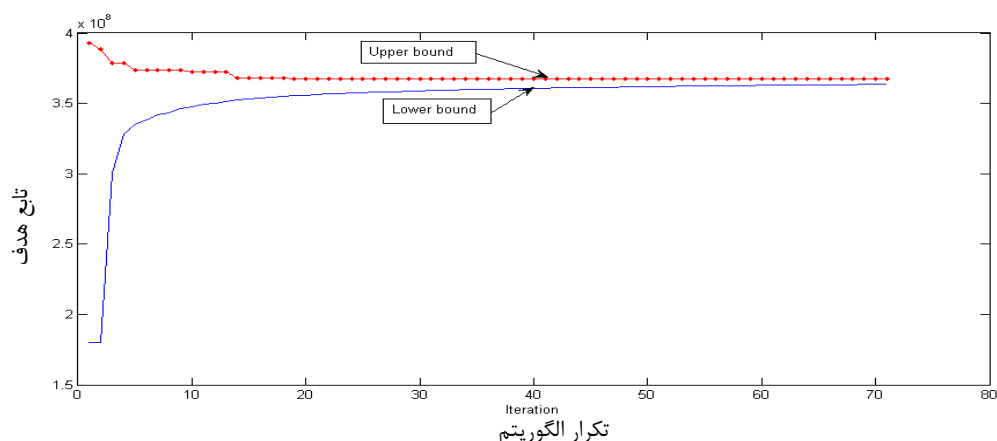
جدول (۱): ساختار و ابعاد مسائل نمونه

شماره مسئله	تعداد مشتریان	تعداد محصولات	تعداد انبارهای بالقوه	ابعاد مسئله	
				تعداد متغیرهای صحیح	تعداد متغیرهای غیرخطی
۱	۴۰	۲	۱۰	۸۱۰	۴۰
۲	۴۰	۳	۱۰	۱۲۱۰	۶۰
۳	۴۰	۵	۱۰	۲۰۱۰	۱۰۰
۴	۵۰	۲	۱۵	۱۵۱۵	۶۰

۵	۵۰	۳	۱۵	۲۲۶۵	۹۰
۶	۵۰	۵	۱۵	۳۷۶۵	۱۵۰
۷	۷۵	۲	۲۰	۳۰۲۰	۸۰
۸	۷۵	۳	۲۰	۴۵۲۰	۱۲۰
۹	۷۵	۵	۲۰	۷۵۲۰	۲۰۰
۱۰	۱۰۰	۲	۲۰	۴۰۲۰	۸۰
۱۱	۱۰۰	۳	۲۰	۶۰۲۰	۱۲۰
۱۲	۱۰۰	۵	۲۰	۱۰,۰۲۰	۲۰۰

جدول (۲): نتایج محاسباتی پیاده‌سازی روش حل پیشنهادی

شماره مسئله	تعداد دفعاتی که جواب لاگرانژ نسبت به لینگو بهتر بوده است	متوسط بهبود در هزینه روش لاگرانژ نسبت به لینگو (%)	متوسط استفاده از ظرفیت انبارها (%)	شکاف دوگانگی (%)		زمان حل لینگو (ثانیه)	زمان حل لاگرانژ (ثانیه)
				متوسط	بدترین		
۱	۶	۲/۲۵	۸۷/۳	۰/۳۱	۰/۶۳	۱,۰۰۷	۳۲
۲	۷	۲/۸۹	۸۹/۸	۰/۴۱	۰/۵۹	۱,۸۵۱	۴۲
۳	۷	۳/۵۵	۹۰/۱	۰/۵۱	۰/۷۳	۲,۴۴۲	۵۲
۴	۵	۳/۷۹	۸۸/۳	۰/۵۲	۰/۶۹	۱,۹۲۳	۴۸
۵	۸	۳/۹۴	۹۰/۳	۰/۵۱	۰/۷۷	۳,۹۸۰	۶۶
۶	۹	۵/۰۳	۸۵/۲	۰/۶۱	۰/۸۳	۷,۴۵۱	۷۹
۷	۱۰	۴/۴۷	۸۷/۴	۰/۶۴	۰/۸۲	۴,۹۵۱	۷۲
۸	۱۰	۶/۰۵	۹۱/۲	۰/۷۴	۰/۸۹	۸,۱۰۱	۸۳
۹	-	-	۸۵/۲	۱/۱۸	۱/۳۲	-	۱۴۵
۱۰	۱۰	۵/۵۱	۸۸/۸	۰/۸۸	۱/۰۴	۷,۰۱۲	۱۰۶
۱۱	-	-	۸۵/۰	۰/۹۵	۱/۱۵	-	۱۴۱
۱۲	-	-	۹۱/۰	۱/۲۶	۱/۷۷	-	۱۸۹
میانگین	-	-	۸۸/۳	۰/۷۱	۰/۹۴	-	۸۸



شکل (۴): روند همگرایی بین حد بالا و پائین الگوریتم پیشنهادی

آنها مقایسه شده است. نتایج جدول (۳) نشان می‌دهد که اثر تغییرات هر دو عامل در زمان حل الگوریتم پیشنهادی در سطح ۵٪ معنادار بوده اما اثر تغییر محصولات بیشتر است. موضوعی که در یکپارچه‌سازی تصمیم‌های موجودی و استقرار مراکز توزیع باید مدنظر قرار گیرد، وقوع خطر ادغام مراکز توزیع است. با توجه به تابع هدف مسئله اصلی مندرج در رابطه (۱۲)، ادغام نمودن مراکز

جهت تحلیل بیشتر، حساسیت زمان حل الگوریتم لاگرانژ به تغییرات دو شاخص مهم ورودی شامل تعداد مشتریان و تعداد محصولات بررسی شده است. با توجه به اطلاعات جدول (۲) از ابزار طرح‌های عاملی طراحی آزمایش‌ها استفاده شده است و تغییرات عامل تعداد مشتریان در دو سطح ۷۵ و ۱۰۰ در برابر عامل تعداد محصولات در سه سطح ۲، ۳ و ۵ بدون در نظر گرفتن اثر متقابل

استانی بود که محصولات را در سراسر کشور توزیع می‌نمودند. کانال‌های توزیع و فروش شرکت نیز شامل خرده‌فروشی، عمده‌فروشی و فروشگاه‌های زنجیره‌ای است که تنوع مشتریان شرکت را نشان دهد. دلیل جداسازی کانال خرده‌فروشی از زنجیره‌ای نیز متنوع بوده که از آن جمله می‌توان به تفاوت روش فروش و متعاقباً شیوه توزیع در این دو کانال اشاره نمود زیرا فروش در کانال خرده‌فروشی به روش ویزیتوری انجام شده در حالیکه در کانال زنجیره‌ای عموماً توافقات بر اساس قرارداد فیما بین ملاک عمل است. پیرو تعریف پروژه مبنی بر باز طراحی شبکه توزیع در شرکت مذکور، جدول (۴) شعب فعلی، مراکز کاندید و تخصیص تقاضا را نشان می‌دهد. شبکه مراکز توزیع و پخش پیشنهادی بر اساس مدل ارائه شده در شکل (۵) نشان داده شده است.

۴-۳- برخی یافته‌ها و نکات مدیریتی

در این بخش بر اساس نتایج حاصل از الگوریتم لاگرانژ و مطالعه موردی مطرح شده در مقاله، چند پیشنهاد مدیریتی و کاربردی ارائه می‌گردد:

- بر اساس یک نگرش مدیریتی در شرکت‌های تولیدی مخصوصاً کالاهای تند مصرف، فرض بر این است که وجود مرکز توزیع در هر منطقه، به بهبود فروش کمک خواهد نمود. دلیل آن نیز بعضاً تمرکز بیشتر نیروهای فروش شرکت و عدم دغدغه در مورد تامین به موقع کالا است. هر چند به نظر می‌رسد این موضوع از منظر سازمان فروش شرکت تا حدودی درست است، اما کاهش تعداد انبارها و مکان‌یابی علمی آنها منجر به کاهش هزینه‌های تاسیس یا اجاره و نیز عملیات اجرائی مراکز توزیع شده و به کاهش موجودی‌های شبکه منجر خواهد شد. جهت ایجاد موازنه بین دیدگاه‌های مختلف، لازم است برنامه‌ریزی تامین و توزیع کالا ارتقاء یافته تا بتوان زمان توزیع و تدارک راه، با توجه به کاهش انبارها، به نحو مطلوبی مدیریت نمود.

جدول (۴): مشخصات مراکز توزیع فعلی و پیشنهادی

شعب کاندید	شعب موجود	شعب مطلوب	تخصیص نقاط تقاضا
اراک	اراک	---	---
اصفهان	اصفهان	اصفهان	اصفهان - چارمحال و بختیاری
اهواز	اهواز	اهواز	خوزستان
بایلسر	بایلسر	بایلسر یا گرگان	گلستان - مازندران
بندرعباس	بندرعباس	بندرعباس	هرمزگان
بوشهر	بوشهر	---	---
تبریز	تبریز	تبریز	آذربایجان شرقی و غربی
تهران	تهران	تهران	تهران - البرز - قم - سمنان - قزوین - زنجان - مرکزی
رفسنجان	---	یزد یا رفسنجان	یزد - کرمان

توزیع و به تبع آن تغییر تخصیص مشتریان، به کاهش حجم ذخیره احتیاطی منجر خواهد شد.

جدول (۳): تحلیل تاثیر تعداد مشتریان و محصولات در زمان حل الگوریتم

منبع	MS	F-Value	P-Value
مشتری	۳۰۸۲/۶۷	۴۲/۴۲	۰/۰۲۳
محصول	۳۲۱۲/۶۷	۴۴/۲۱	۰/۰۲۲
خطا	۷۲/۶۷		

به‌عنوان مثال با توجه به ارتباط ذخیره احتیاطی به نوسان تقاضا (واریانس)، ادغام تقاضای مشتریان دو انبار جداگانه به یک انبار برای هر محصول، منجر به کاهش واریانس تقاضای تجمعی بر اساس روابط زیر خواهد شد:

$$SS_{1l} = Z_{1-\alpha_{1l}} \times \sqrt{(T_{1l} + LT_{1l}) \times V_{1l}} \quad (34)$$

$$SS_{2l} = Z_{1-\alpha_{2l}} \times \sqrt{(T_{2l} + LT_{2l}) \times V_{2l}} \quad (35)$$

$$SS_{(1,2)l} = Z_{1-\alpha_{(1,2)l}} \times \sqrt{(T_{(1,2)l} + LT_{(1,2)l}) \times V_{(1,2)l}} \quad (36)$$

از آنجا که:

$$\sqrt{V_{(1,2)l}} \leq \sqrt{V_{1l}} + \sqrt{V_{2l}} \quad (37)$$

لذا حجم ذخیره احتیاطی در صورت ادغام مراکز توزیع، کاهش خواهد یافت:

$$SS_{(1,2)l} \leq SS_{1l} + SS_{2l} \quad (38)$$

این امر هر چند از نظر هزینه‌های تاسیس و عملیاتی نمودن انبارها و نیز کاهش حجم ذخیره ایمنی، مقرون به صرفه است، اما در عمل منجر به دوری مراکز توزیع از بازار شده که در صورت عدم برنامه‌ریزی مناسب و کاهش سطح سرویس به مشتریان، ممکن است باعث کاهش حجم فروش و جایگزین شدن محصولات سازمان با رقبا توسط مشتریان شود. در انتهای بخش بعد چند پیشنهاد در این خصوص ارائه شده است.

۴-۲- بررسی مدل در یک شرکت فعال در حوزه

کالاهای تند مصرف

شرکت مورد مطالعه در این بخش، یک شرکت فعال در زمینه تولید و بسته‌بندی کالاهای تند مصرف خانوار می‌باشد که مدل ارائه شده در این مطالعه بر اساس اطلاعات این شرکت و چند شرکت موجود در زنجیره تامین آن تحلیل می‌شود. محصولات این زنجیره تامین متنوع بوده و در قالب ۵۸ زیرگروه، ۱۲ گروه و ۱۳ خانواده محصول تقسیم‌بندی گردیده است. ضمناً زنجیره تامین آن شامل تعداد زیادی تامین کننده مواد اولیه و لوازم بسته‌بندی، سه کارخانه تولیدی محصول نهائی، یک انبار مرکزی و ۱۷ شعبه توزیع

ارائه نماید. برخی شاخص‌ها شامل دسترسی مناسب به راه‌های ارتباطی، نزدیکی به مراکز تقاضا به منظور بهبود کیفیت خدمات، است. تجمیع امور فروش منطقه‌ای و مرکز توزیع کالا در یک محل جغرافیایی، می‌تواند به کاهش هزینه‌های بالاسری منجر شود که می‌تواند در ملاحظات مکان‌یابی لحاظ گردد.

بدیهی است که پیاده‌سازی مدل‌های یکپارچه (از جمله مدل این مطالعه) در شرکت‌ها، نیازمند داشتن اطلاعات پایه^۱ مورد نیاز است که عموماً در ابتدای پروژه در اختیار نیست و محدودیت‌هایی را ایجاد می‌نماید. در مطالعه موردی این مقاله نیز برخی محدودیت‌ها در تخمین هزینه‌های موجودی وجود داشت. داشتن سیستم اطلاعاتی مناسب و نقشه کامل جهت نحوه جمع‌آوری اطلاعات، بروزآوری و فراخوانی آنها به صرف هزینه و زمان مناسب نیازمند است.

۵- نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

در این مطالعه بر اساس بررسی مقالات مختلف حوزه برنامه‌ریزی و پیکره‌بندی زنجیره تأمین، یک مدل یکپارچه برنامه‌ریزی ریاضی غیر خطی مختلط عدد صحیح برای طراحی شبکه توزیع در زنجیره تأمین تحلیل شد. تصمیم‌های استقرار و تخصیص مشتریان با تقاضای غیر قطعی و نیز سیاست سفارش‌دهی و کنترل موجودی در مراکز توزیع در مدل مذکور مدنظر قرار گرفته و با توجه به پیچیدگی مدل، یک چارچوب حل مبتنی بر روش آزادسازی لاگرانژ و بهینه‌سازی زیر گرادیان پیشنهاد گردید. برای اعتبار سنجی روش حل پیشنهادی، مسائل نمونه متعددی تولید گردید. نتیجه پیاده‌سازی الگوریتم ابتکاری نشان می‌دهد که چارچوب مذکور دارای عملکرد مناسبی در یافتن پاسخ مطلوب با لحاظ شاخص شکاف دوگانگی و زمان حل بوده است بطوریکه متوسط زمان حل الگوریتم پیشنهادی ۸۸ ثانیه بوده در حالیکه نرم‌افزار بهینه‌سازی لینگو برای سه مسئله نمونه قادر به ارائه جواب موجه در مدت زمان ۱۸۰ دقیقه نبوده است. شاخص شکاف دوگانگی نیز برای مسائل مختلف در بدترین حالت از ۱/۷۷٪ تجاوز ننموده است. متوسط ضریب اشغال انبارها نیز ۸۸/۳٪ محاسبه گردید. جهت بررسی نحوه بکارگیری مدل یکپارچه، از اطلاعات یک شرکت فعال در حوزه کالاهای تندمصرف استفاده شده است. نتایج نشان دهنده امکان کاهش تعداد مراکز توزیع از ۱۷ به ۱۲ مرکز توزیع است که با توجه به خطر اثر ادغام مراکز توزیع، نیاز است برخی تدابیر مدیریتی از جمله بهبود برنامه‌ریزی توزیع در نظر گرفته شود.

زاهدان	زاهدان	زاهدان	زاهدان
زنجان	---	---	---
ساری	---	---	---
سنندج	سنندج	---	---
سمنان	---	---	---
شیراز	شیراز	شیراز	شیراز - بوشهر - کهگیلویه و بویر احمد
کرمان	---	کرمان	---
کرمانشاه	---	کرمانشاه	---
گرگان	گرگان	بایلسر یا گرگان	گلستان - مازندران
رشت	رشت	رشت	گیلان - اردبیل
مشهد	مشهد	مشهد	خراسان شمالی - جنوبی - رضوی
همدان	---	همدان	همدان - کردستان - لرستان - کرمانشاه - ایلام
یزد	یزد	یزد یا رفسنجان	یزد - کرمان



شکل (۵): شبکه توزیع پیشنهادی روی نقشه ایران

با توجه به تفاوت مشتریان و شیوه فروش، شرکت‌ها معمولاً دارای چندین کانال مختلف فروش و توزیع هستند. مدیریت موجودی بین این کانال‌ها، مخصوصاً در مواقع بروز کسری کالا و نیز اجتناب از نشتی و جابجایی تقاضا از کانالی به کانال دیگر از مهمترین موضوعات مدیریت توزیع است تا تعادل بین کانال‌ها حفظ گردد.

تأمین تقاضای نواحی و استان‌هایی که شرکت در آنها فاقد مرکز توزیع است (جدول ۴)، به استان‌های همجوار واگذار می‌گردد. در مدیریت این شبکه می‌توان از مزایای ایجاد انبار یا بارانداز موقت استفاده نمود.

با توجه به تنوع مولفه‌ها و شاخص‌های دخیل در تعیین نقاط کاندید جهت ایجاد مرکز توزیع، این مهم در شرکت‌ها نیازمند داشتن دستورالعملی است که شاخص‌ها را به‌صورت مدون

¹ Master Data

- [12] S. M. Mousavi, P. M. Pardalos, S. T. Akhavan Niaki, A. Fügenschuh, and M. Fathi, "Solving a continuous periodic review inventory-location allocation problem in vendor-buyer supply chain under uncertainty," *Comput. Ind. Eng.*, vol. 128, pp. 541-552, 2019.
- [13] Z. Dai, F. Aqlan, F. X. Zheng, and K. Gao, "A location-inventory supply chain network model using two heuristic algorithms for perishable products with fuzzy constraints," *Comput. Ind. Eng.*, vol. 119, pp. 338-352, 2018.
- [14] F. J. Tapia-Ubeda, P. A. Miranda, and M. Macchi, "A Generalized Benders Decomposition based algorithm for an inventory location problem with stochastic inventory capacity constraints," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 267, no. 3, pp. 806-817, 2018.
- [15] F. Rayat, M. M. Musavi, and A. Bozorgi-Amiri, "Bi-objective reliable location-inventory-routing problem with partial backordering under disruption risks: A modified AMOSA approach," *Appl. Soft Comput.*, vol. 59, pp. 622-643, 2017.
- [16] A. Hiassat, A. Diabat, and I. Rahwan, "A genetic algorithm approach for location-inventory-routing problem with perishable products," *J. Manuf. Syst.*, vol. 42, pp. 93-103, 2017.
- [17] N. A. Pujaria, T. S. Hale, and F. Haq, "A continuous approximation procedure for determining inventory distribution schemas within supply chains," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 186, no. 1, pp. 405-422, 2008.
- [18] P. A. Miranda, and R. A. Garrido, "Valid inequalities for Lagrangian relaxation in an inventory location problem with stochastic capacity," *Transp. Res. E: Logist. Transp. Rev.*, vol. 44, no. 1, pp. 47-65, 2008.
- [19] P. A. Miranda, R. A. Garrido, "Incorporating inventory control decisions into a strategic distribution network design model with stochastic demand," *Transp. Res. E: Logist. Transp. Rev.*, vol. 40, no. 3, pp. 183-207, 2004.
- [20] M.S. Puga, and J-S., Tancrez, "A heuristic algorithm for solving large location-inventory problems with demand uncertainty," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 259, no. 2, pp. 413-423, 2017.
- [21] A. Kumar Saha, A., Paul, A. Azeem and S. Kumar Paul, "Mitigating partial-disruption risk: A joint facility location and inventory model considering customers' preferences and the role of substitute products and backorder offers," *Comput. Oper. Res.*, vol. 117, p. 104884, 2020.
- [22] H. Farughi, and M. Ashrafi Fashi, "The multi-echelon supply chain network design subject to multiple reliable strategies in distribution centers level," *J. Ind. Eng. Res. Prod. Syst.*, vol. 5, no. 10, pp. 53-67, 2017 (in Persian).
- [23] D. Saffari, A. aghaie, E. roghanian, "Multi-layer location-allocation model within queuing networks framework," *J. Ind. Eng. Res. Prod. Syst.*, vol. 6, no. 12, pp. 49-61, 2018. (in Persian).
- [24] S. Chandra, M. Sarkhel, and A.K. Vatsa, "Capacitated facility location-allocation problem for wastewater treatment in an industrial cluster," *Comput. Oper. Res.*, p. 105338, 2021.
- [25] G. R. Nasiri, R. Zolfaghari, and H. Davoudpour, "An integrated supply chain production-distribution planning with stochastic demands," *Comput. Ind. Eng.*, vol. 77, pp. 35-45, 2014.
- [26] G. R. Nasiri, H. Davoudpour, and B. Karimi, "The impact of integrated analysis on supply chain management: a coordinated approach for inventory control policy," *Int. J. Supply Chain Manag.*, vol. 15, no. 4, pp. 277-289, 2010.

برای ادامه تحقیق حاضر پیشنهاد می‌گردد فرضیات دیگری که مسئله را به دنیای واقعی نزدیک نماید شامل عدم قطعیت در زمان‌های تدارک و چند دوره‌ای فرض شدن سیستم تحت بررسی جهت استقرار-تخصیص-موجودی در نظر گرفته شود. همچنین بررسی تاثیر متقابل تصمیم‌های مهمی همچون قیمت‌گذاری بر تقاضا نیز هر چند منجر به پیچیده‌تر شدن مدل می‌شود، اما به تامین نیاز صنایع مرتبط در بهره‌برداری از نتایج تحقیقات علمی و واقعی‌تر شدن مدل، کمک خواهد نمود.

۶- مراجع

- [1] M. Najjartabar-Bisheh, G.R. Nasiri, and H. Davoudpour, "Multi Echelon Supply Chain Model with A New Rationing Policy," *Proceedings of the 2019 IISE Conference, Orlando, Florida, USA*, pp. 18-21, 2019.
- [2] G. R. Nasiri, N. Ghaffari, and H. Davoudpour, "Location-inventory and shipment decisions in an integrated distribution system: an efficient heuristic solution," *Eur. J. Ind. Eng.*, vol. 9, no. 5, pp. 613-637, 2015.
- [3] G. R. Nasiri and F. Jolaie, "Supply Chain Network Design in Uncertain Environment: A review and classification of related models," *Optimization Techniques for Problem Solving in Uncertainty*, first edition, book series in IGI Global publisher, 2018.
- [4] E. Ahmadzadeh, and B. Vahdani, "A location-inventory-pricing model in a closed loop supply chain network with correlated demands and shortages under a periodic review system," *Comput. Chem. Eng.*, vol. 101, pp. 148-166, 2017.
- [5] O. Kaya and B. Urek, "A mixed integer nonlinear programming model and heuristic solutions for location, inventory and pricing decisions in a closed loop supply chain," *Comput. Oper. Res.*, vol. 65, pp. 93-103, 2016.
- [6] I. Correia, and T. Melo, "A multi-period facility location problem with modular capacity adjustments and flexible demand fulfillment," *Comput. Ind. Eng.*, vol. 110, pp. 307-321, 2017.
- [7] M. S. Puga, and J. S. Tancrez, "A heuristic algorithm for solving large location-inventory problems with demand uncertainty," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 259, no. 2, pp. 413-423, 2017.
- [8] M. Seifbarghy and S. Malekpour Kolbadinejhad, "Development of a closed loop supply chain network considering environmental factors and location-inventory decisions under uncertainty," *Iran. J. Supply Chain Manag.*, vol. 22, no. 67, pp. 4-22, 2020 (in Persian).
- [9] M. Biuki, A. Kazemi, and A. Alinezhad, "An integrated location-routing-inventory model for sustainable design of a perishable products supply chain network," *J. Clean. Prod.*, vol. 260, p. 120842, 2020.
- [10] H. Golpîra, "Optimal integration of the facility location problem into the multi-project multi-supplier multi-resource Construction Supply Chain network design under the vendor managed inventory strategy," *Expert Syst. Appl.*, vol. 139, p. 112841, 2020.
- [11] Y. Liu, E. Dehghani, M.S. Jabalameli, A. Diabat, and C-C. Lu, "A coordinated location-inventory problem with supply disruptions: A two-phase queuing theory-optimization model approach," *Comput. Ind. Eng.*, vol. 142, p. 106326, 2020.

Evaluation of an Integrated Facility Location-Inventory Model Using Lagrangian Relaxation Approach with a FMCG Case Study

Gh. Nasiri*, A. Namazi Tejrigh, H. Davoudpour

* Industrial Engineering Department- Engineering Faculty- Alzahra University, Iran.

(Received: 03/08/2021; Accepted: 28/11/2021)

Abstract

Supply chain management and distribution network design have attracted the attention of many researchers during recent years. This paper addresses a multi-product system of location problem in distribution network that incorporates inventory decisions for each product into capacitated facility location models. In the development of the mathematical model, the data of real case study of fast moving consumer goods company is used. Due to difficulty of obtaining the optimal solution in real-scaled problems, a heuristic solution approach based on Lagrangian relaxation algorithm and sub-gradient method is presented. The proposed solution method is compared with the optimization software on randomly generated test problems with different size. Computational results show that the performance of proposed solution algorithm is very promising in terms of various indexes including 88.3% of DCs capacity, duality gap average and the worst case 0.71% and 1.77% respectively. The results of considered case study also proposed to reduce the number of distribution centers from 17 to 12 centers. Finally, some managerial insights are mentioned.

Keywords: Facility Location, Inventory Control, Lagrangian Relaxation, Risk Pooling Effect, Case Study

* Corresponding Author E-mail: gmnasiri@alzahra.ac.ir