



## Isochrones Delineation in Converging Flows for Using in Time-Area Method

A. Shokoohi<sup>1</sup> and B. Saghafian<sup>2</sup>

### Abstract

This paper studies available methods for isochrone delineation in converging flow and compare those with kinematic wave approach. This paper also tries to introduce a method based on wave motion theory instead of empirical methods. Authors in their pervious research on parallel flow showed that many of the available methods give travel time with supposition of proportionality of time to equilibrium with an exponent of distance of points to outlet. Investigation on a large range of exponents shown that using the exponent derived from Kinematic wave theory, is the best one and gives the closest answer to analytical solution for rising limb of hydrograph. The obtained results for converging flow approve the results achieved in parallel flow analysis. The equations governing on Converging flow is so complicated that there are only a few solutions for rising limb of hydrograph. The time-Area method is one of the most suitable and the simplest techniques of watershed routing, and can be potentially used as a distributed model. Linking this model with GIS software is easily performed. Results of the present research, by omitting the limitation of empirical delineation of isochrones, make Time Area method capable of solving overland flow on watersheds of any type, easily and perfectly.

**Keywords:** Time-Area, Converging Flow, Kinematic wave, Time to equilibrium, Isochrone.

## تولید خطوط همزمان پیمایش جریانهای همگرا به منظور استفاده در روش زمان - مساحت

علیرضا شکوهی<sup>۱</sup> و بهرام ثقفیان<sup>۲</sup>

### چکیده

این مقاله به بررسی روش‌های موجود برای تعیین موقعیت خطوط همزمان پیمایش در جریانهای همگرا در مقایسه با روش تحلیلی موج سینماتیک اختصاص یافته است و سعی دارد تا به جای استفاده از روش‌های تجربی مرسوم، روشی بر مبنای تئوری حرکت امواج را مطرح نماید. مؤلفین در تحقیقات قبلی خود در بررسی جریانهای موازی نشان داده‌اند که بسیاری از روش‌های موجود، با فرض تناسب زمان تعادل با توانی از فاصله نقاط تا خروجی حوضه، زمان پیمایش را بدست می‌دهند. در تحقیق حاضر با بررسی طیفی از توانها نشان داده شده است که استفاده از توان مورد استفاده در معادله موج سینماتیک نزدیکترین جواب به حل تحلیلی را برای تعیین شاخه صعودی هیدروگراف سیل بدست خواهد داد. نتایج حاصل از این تحقیق برای جریانهای همگرا مؤید نتایج بدست آمده در مورد جریانهای موازی می‌باشد. پیچیدگی معادلات حاکم بر جریانهای همگرا در آن حد است که روشهای حل ارائه شده برای بخصوص شاخه صعودی هیدروگراف بسیار محدود می‌باشد. روش زمان - مساحت یکی از مناسب ترین و ساده ترین تکنیک‌های روندیابی حوضه‌ها می‌باشد و بالقوه می‌تواند به عنوان یک مدل توزیعی مورد استفاده قرار گیرد. کاربرد روش زمان - مساحت با نرم افزارهای GIS به سهولت امکان پذیر است. نتایج حاصل از تحقیق حاضر امکان استفاده گسترده از این روش را با حذف محدودیت تعیین تجربی موقعیت خطوط همزمان پیمایش فراهم می‌نماید.

**کلمات کلیدی:** زمان - مساحت، جریانهای همگرا، موج سینماتیک، زمان تعادل، خطوط همزمان پیمایش

1- Assistant Professor of International University Of Imam Khomeini, Faculty of Engineering, water Engineering Dept., Ghazvin, Iran, shokoohi@ikiu.ac.ir  
2- Associated Professor of Soil Conservation and Watershed management Center, Tehran, Iran, saghafian@acwmri.ac.ir

۱- استادیار دانشگاه بین المللی امام خمینی (ره) دانشکده فنی و مهندسی، گروه مهندسی آب، قزوین، ایران  
۲- دانشیار مرکز تحقیقات حفاظت خاک و آبخیزداری، تهران، ایران

برای کلیه پارامترهای مدل یک مقدار متوسط در نظر گرفته می‌شود تلاش بر آن است که در روش توزیعی تغییرات مکانی فرایندهای هیدرولوژیکی بوضوح تشریح شوند. تقریباً در همه موارد چنین کاری با شکستن میدان حل به تعدادی مربع<sup>۷</sup> و یا تعدادی مثلث<sup>۸</sup> انجام می‌شود (Maidment, 1992). برای دقت بالا باید مدل بارش - رواناب یک مدل توزیعی باشد که این امر به علت استفاده از پارامترهای معرف خصوصیات ژئومورفولوژیکی حوضه آبریز نظیر شیب، پوشش گیاهی، نحوه توزیع آبراهه‌ها، تراکم زهکشی، نفوذ و... که دارای طبیعتی متغیر از نظر مکان می‌باشند از یکطرف و سپس بهره‌گیری از بارش‌های متغیر و متحرک، می‌تواند با سادگی مدل در تعارض قرار گیرد. سادگی مدل سبب می‌شود که بتوان به سرعت به امر پیش‌بینی پرداخت و از نظر اقتصادی نیز مدل را توجیه نمود. سادگی مدل بخصوص زمانی که در چارچوب پروژه‌های هشدار سیل مورد استفاده قرار می‌گیرند از اهمیت زیادی برخوردار می‌باشد. وجود مزایا و معایب یاد شده برای هر دو دسته مدل، مهندسی را تشویق استفاده از مدلی بینابین می‌نماید. در این ارتباط Kite<sup>۹</sup> چنین می‌گوید: "زمانی که بخواهیم از مدل برای شبیه‌سازی حوضه‌های بزرگتر استفاده نماییم، روش فله‌ای غیرموجه و روش توزیعی به علت نیاز شدید به تهیه داده، غیرعملی خواهد بود. فواید عملی زیادی برای استفاده از یک مدل بینابینی جود دارد. چنین مدلی می‌تواند از مهمترین قوانین فیزیکی تبعیت نموده و درعین حال از نظر عملکرد ساده باقی بماند. مدل‌های مزبور قادر به شبیه‌سازی رفتار حوضه در هر نقطه از آن بوده و درعین حال از حجم وسیع اطلاعات و محاسبات پیچیده مدل‌های توزیعی بی‌نیاز باشند" (Kite et al., 1996). روش زمان - مساحت عملاً تنها مدل نیمه توزیعی شناخته شده از سالیان دور است.

(Maidment (1992, 1993 روشی را معرفی می‌کند که از سامانه اطلاعات جغرافیایی<sup>۹</sup> و روش زمان - مساحت برای استخراج یک هیدروگراف واحد با قابلیت توزیع مکانی استفاده می‌نماید. Ajward و Muzik مدلی را برای شبیه‌سازی هیدروگراف سیلاب، بر اساس ایده هیدروگراف واحد توزیعی در مقابل هیدروگراف واحد لحظه‌ای ژئومورفولوژیکی ارائه نمودند. روش شبیه‌سازی مورد استفاده در این مدل، به تعبیر دو محقق نامبرده، یک روش مستقیم و تعیینی هیدرولیکی<sup>۱۰</sup> است که اساس آن روش زمان - مساحت می‌باشد (Ajward and Muzik, 2000). Melesse و همکاران توسعه یک مدل رونمایی را برای تولید هیدروگراف رواناب مستقیم بر اساس زمان حرکت و بدون استفاده از تئوری هیدروگراف واحد گزارش نموده‌اند (Melesse et al., 2003).

روش زمان - مساحت یکی از مؤثرترین روشهای رونمایی جریانهای سطح‌الارضی<sup>۱</sup> می‌باشد (Ponce, 1989, Maidment, 1993, Singh, 1996). در این روش، با صرفنظر کردن از اثرات ذخیره، حوضه آبریز به کمک خطوط همزمان پیمایش یا ایزوکرون<sup>۲</sup> تا خروجی حوضه به تعدادی زیرمساحت تقسیم می‌شود. یک ایزوکرون در واقع کنوری است که نقاط دارای زمان حرکت مساوی تا خروجی حوضه را بهم می‌پیوندد. از هیستوگرام زیرمساحت‌های بدست آمده به عنوان هیستوگرام زمان - مساحت<sup>۳</sup> یاد شده و اساس و پایه روش زمان - مساحت برای تبدیل بارش مؤثر به رواناب را تشکیل می‌دهد. به منظور تشکیل هیستوگرام TAH، زمان تعادل حوضه که در صورت طولانی بودن زمان تداوم رگبار معادل زمان تمرکز حوضه می‌باشد، باید به چند قسمت مساوی تقسیم گردد. فاصله زمانی حاصل از شکست زمان تعادل همان فاصله زمانی خطوط همزمان پیمایش خواهد بود (Chow et al., 1988).

عملاً می‌توان گفت که روش زمان - مساحت در ارتباط با اهمیت تأثیر توزیع زمانی رگبار بر روی رواناب توسعه یافت (Singh, 1992). روش مزبور پس از ابداع و استفاده از آن در مدل مفهومی کلارک به علت انتزاعی بودن و در عین حال مشکل بودن استخراج منحنی‌های همزمان پیمایش (ایزوکرون) متروک ماند. در سالهای اخیر یک رجعت همگانی به سمت روش زمان - مساحت ملاحظه می‌گردد. به عنوان مثال براساس گزارش‌های موجود بین ۴۰ تا ۶۰ درصد از پروژه‌های اجرایی اداره مهندسی ارتش آمریکا<sup>۴</sup> با استفاده از مدل زمان - مساحت (هیدروگراف واحد کلارک) صورت می‌پذیرد (Kull and Feldman, 1998). امکان پردازش اطلاعات مکانی در تکنیک زمان - مساحت به عنوان یک مدل ریاضی نیمه توزیعی و استفاده از تواناییهای GIS می‌باشد می‌تواند یکی از علل اصلی گرایش متخصصین به این روش رونمایی باشد.

متخصصین هیدرولوژی فرایندهای متغیر مکانی را به دو روش بررسی می‌نمایند: روش فله‌ای<sup>۵</sup> و روش توزیعی<sup>۶</sup>. در روش فله‌ای حوضه همچون جعبه سیاهی عمل می‌کند که بارندگی را به عنوان ورودی پذیرفته و رواناب را در انتهای حوضه بعنوان خروجی بدست می‌دهد. در این روش، بارش و رواناب با یک مدل ورودی - خروجی مثلاً هیدروگراف واحد که فرض می‌کند بارش بطور یکنواخت در سراسر حوضه توزیع شده است، بهم مرتبط می‌شوند. در این روش بدون توجه به نحوه توزیع خصوصیات مهم حوضه در نقاط مختلف،

چون هدف این مقاله بررسی خطاهای هر یک از روش‌ها و رسیدن به یک روش با مبنای هیدرولیکی به جای استفاده از روش‌های تجربی می‌باشد، بعد از بررسی روش‌های تجربی موجود به چگونگی استفاده از روش تحلیلی موج سینماتیک برای جریان‌های همگرا پرداخته می‌شود. همانطوری که قبلاً اشاره شد برای استخراج موقعیت خطوط همزمان پیمایش، روش‌های تجربی متعددی ابداع شده است که تعدادی از آنها کاربردهای وسیعی یافته‌اند. در بخش‌های بعد برای روش‌های مختلف یاد شده، به استناد کارهای شکوهی و ثقفیان (۱۳۸۶)، زمان پیمایش بر حسب تناسب با توانی از طول پیمایش بدست آورده شده و سپس روابط بدون بعد مورد نیاز در جریان‌های همگرا برای تولید هیدروگراف بروش زمان - مساحت تعریف شده و نهایتاً با حل تحلیلی یک مثال، نتایج حاصل از روش‌های مختلف با آن مقایسه خواهند شد.

### تعیین روابط میان زمان پیمایش و طول پیمایش روش سرعت‌های مساوی

روش سرعت‌های مساوی برای اولین بار توسط Pilgrim (1977) مطرح گردید که در آن هیستوگرام زمان - مساحت بر اساس فرض یکنواخت بودن سرعت در سراسر حوضه بدست می‌آید لذا می‌توان نوشت:

$$t_w \approx l \quad (2)$$

که در آن  $t_w$  زمان پیمایش از هر نقطه تا خروجی حوضه به طول  $l$  می‌باشد. کلیه روش‌هایی که (Maidment 1992, 1993) داده‌اند، همچنین روشی که در حال حاضر به عنوان یک برنامه الحاقی در محیط GIS (ILWIS) فعال می‌باشد (Donker, 1993) از این روش استفاده به عمل می‌آورند.

### روش لاورنسن

فرض اساسی این روش آن است که زمان پیمایش برای هر نقطه در حوضه، با نسبت طول پیمایش به جذر شیب مسیر  $(\frac{L}{S^{1/2}})$  تناسب دارد. از طرف دیگر شیب متوسط مسیر پیمایش برابر است با طول مسیر تقسیم بر اختلاف ارتفاع. بر این اساس می‌توان نوشت:

$$t_w \approx \frac{l}{\sqrt{S}} \rightarrow t_w \approx l^{1.5} \quad (3)$$

این روش عملاً برای رسم خطوط همزمان پیمایش تعدادی نقطه روی خطوط توپوگرافی تعیین نموده و طول زمان حرکت تا خروجی

مهمترین مزایای روش زمان - مساحت آن است که اثر دو ویژگی مهم ژئومورفولوژی حوضه، یعنی شکل حوضه و الگوی زهکشی آن، در تعیین شکل هیدروگراف سیل و دبی اوج آن عملاً در این روش خود را آشکار می‌سازند (USGS, 2000). البته این امر وابسته به میزان دقت روش تعیین موقعیت خطوط همزمان پیمایش می‌باشد. تحقیقات در خصوص الگوریتم‌های مورد استفاده برای تعیین موقعیت خطوط همزمان پیمایش بسیار محدود می‌باشد. بر این اساس در حال حاضر، عموم الگوریتم‌های مورد استفاده برای استخراج خطوط همزمان پیمایش تقریبی بوده و مبنای هیدرولیکی مشخصی ندارند. این مسئله به نوبه خود می‌تواند به شکل‌گیری خطاهای نامعلوم از نظر منشأ و بزرگی در محاسبات مربوط به تعیین هیدروگراف منتهی گردد. این مقاله به این جنبه از محدودیت‌های روش زمان - مساحت توجه ویژه‌ای مبذول نموده است. مؤلفین در تحقیقاتی که پیشتر از این بر روی میزان دقت روش‌های مختلف تولید خطوط همزمان پیمایش در جریان‌های یک بعدی<sup>۱۱</sup> داشتند، نشان دادند که تمامی روش‌های یاد شده در واقع زمان پیمایش را متناسب با توانی از طول پیمایش بدست می‌دهند؛  $t_e \approx L^\beta$  (شکوهی و ثقفیان، ۱۳۸۶). مقدار  $\beta$  برای موج سینماتیک ۰/۶ و برای کل روش‌های تجربی موجود از ۰/۵ تا ۱/۵ می‌باشد. مؤلفین در تحقیقات یاد شده برای جریان‌های موازی، به آزمون طیفی از توان‌های فوق‌الذکر پرداختند. نتیجه این تحقیقات آن بود که در صورت چیدمان مناسب هیستوگرام زمان - مساحت و به تبعیت از هیدرولیک جریان، با استفاده از روابطی که در آنها  $\beta$  معادل ۵/۳ می‌باشد، روش زمان - مساحت می‌تواند جوابی بسیار نزدیک به جواب تحلیلی بدست دهد. مؤلفین با همان متدولوژی در ادامه پژوهش در همین زمینه به مطالعه جریان‌های همگرا و به عبارتی جریان‌های دوبعدی پرداختند. مقاله حاضر به انعکاس نتایج این تحقیقات اختصاص دارد.

### ۲- مواد و روشها

بطور کلی رابطه زیر بازای بارش مؤثر متغیر در زمان، برای محاسبه هیدروگراف زمان - مساحت بکار گرفته می‌شود:

$$Q_j = \sum_{k=l}^j I_k A_{j-k+l} \quad (1)$$

که در آن  $z$  معرف گام زمانی،  $Q$  دبی جریان خروجی،  $I$  شدت بارش مؤثر و  $A$  مساحت محدود به دو خط همزمان پیمایش متوالی است. برای کار با روش زمان - مساحت می‌بایست در مرحله اول به استخراج موقعیت مکانی خطوط همزمان پیمایش در سطح حوضه پرداخت. در این ارتباط معمولاً از روش‌های تجربی استفاده می‌شود.

دارای ترم‌های اضافی است که عملاً باعث شده است حل تحلیلی معادله موج در شاخه صعودی غیر ممکن بنظر برسد.

Woolhiser (1967) توانست با استفاده از روش مشخصه‌ها<sup>۱۲</sup> معادلات ارائه شده توسط Veal را حل نموده و برای شاخه نزولی راه حلی تحلیلی بدست آورد. وی نتوانست برای شاخه صعودی هیدروگراف راه‌حل تحلیلی بدست آورد و لذا با روش‌های عددی به حل این بخش از معادله Veal پرداخت. وی با معرفی عبارات بدون بعد زیر و برای حالت موج سینماتیک ( $S_0 = S_f$ ) معادلات ۷ و ۸ را بشرح ذیل اصلاح نمود:

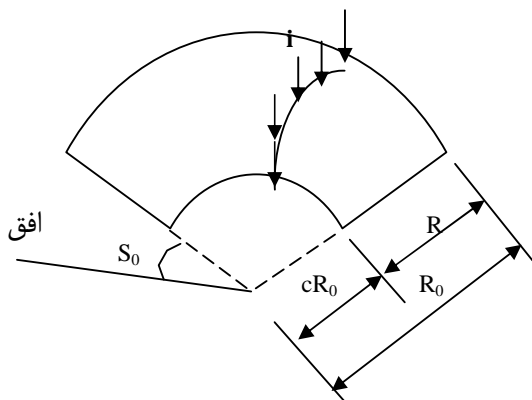
$$r^* = \frac{r}{R_0(1-c)}, h^* = \frac{h}{H_*}, t^* = \frac{V_0 t}{R_0(1-c)}, q^* = \frac{q}{q_0} \quad (9)$$

$$u^* = \alpha(h^*)^{\beta-1} \quad (10)$$

$$\frac{\partial h^*}{\partial t^*} + \alpha h^{*\beta-1} \frac{\partial h^*}{\partial r^*} = q^* + \frac{(1-c)h^{*n}}{[1-x(1-c)]} \quad (11)$$

در معادلات فوق داریم:

$c$  ضریب همگرایی،  $R = R_0(1-c)$  طول صفحه متقارب (شکل ۱)،  $H_0$  عمق نرمال در  $R$  در شرایط جریان ماندگار،  $V_0$  سرعت جریان در خروجی در حالت ماندگار و  $q_0$  دبی جانبی نرمالیزه شده بصورت  $q_0 = \frac{H_0 V_0}{R_0(1-c)}$  می‌باشد. Woolhiser معادله (۱۱) را بصورت دو معادله دیفرانسیل معمولی که معادلات خطوط مشخصه موج سینماتیک می‌باشند تبدیل نموده و به کمک آنها به تحلیل موج سینماتیک در جریانهای همگرا پرداخت (Woolhiser, 1967).



شکل ۱ - نمایش اجزای صفحه همگرا و پارامترهای مورد استفاده در تحلیل ( $S_0 =$  شیب،  $c =$  ضریب همگرایی،  $R =$  طول صفحه،  $i =$  شدت بارش مؤثر)

حوضه را با نسبت  $l^{0.5}$  رده بندی می‌نماید. بر اساس این زمان نسبی می‌توان خطوط همزمان پیمایش را ترسیم نمود.

### روش تجربی مدل HEC-1

HEC-1 دارای یک پیش فرض برای منحنی زمان - مساحت به صورت یک سهموی می‌باشد که در صورت عدم ورود اطلاعات می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد (Hec-1). معادله منحنی مزبور به صورت زیر است:

$$A = 1.414t^{1.5} \quad \dots (0 \leq t < 0.5) \quad (4)$$

$$A = 1 - 1.414(1-t)^{1.5} \quad \dots (0.5 \leq t < 1) \quad (5)$$

که در آن  $A$  مساحت بدون بعد یعنی نسبت مساحت مورد نظر به مساحت کل حوضه و  $t$  زمان بدون بعد یعنی نسبت زمان تجمعی مربوط به مساحت مشارکت کننده در تأمین دبی در خروجی حوضه به زمان تمرکز حوضه می‌باشد. اگر معادلات فوق برای  $l$  در صفحه مستطیلی حل شوند می‌توان نوشت:

$$t_w \approx l^{0.67} \quad (6)$$

### ایجاد روابط بدون بعد برای جریان همگرا

Woolhiser (1967) یک صفحه  $V$  شکل را که بصورت مخروطی ناقص می‌باشد برای شبیه‌سازی جریان‌های همگرا پیشنهاد می‌کند. در شکل ۱ ضریب  $c$  ضریب همگرایی خوانده می‌شود. بسیاری از زیر حوضه‌های بالادست حوضه‌های بزرگ را میتوان به چنین صفحه‌ای تشبیه کرد (Singh, 1996). (Woolhiser, 1967, 1975) استفاده از معادلات یک بعدی موج سینماتیک را برای شبیه‌سازی جریان روی سطح‌الارض و صفحات همگرا کافی میدانند. معادلات اندازه حرکت و مداومت جریان برای چنین مدلی بدست آمده است که بصورت زیر است (Singh, 1996):

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial r} + h \frac{\partial u}{\partial r} = i + \frac{uh}{(R-r)} \quad \text{معادله پیوستگی جریان} \quad (7)$$

(۸) معادله اندازه حرکت

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + g \frac{\partial h}{\partial r} = g(S_0 - S_f) - \frac{i}{h}(u-v)$$

معادلات فوق  $h$  عمق جریان،  $u$  سرعت متوسط،  $i$  دبی جانبی ورودی که می‌تواند نسبت به زمان و مکان متغیر باشد،  $R$  طول مقطع همگرا  $r$  فاصله شعاعی از لبه صفحه می‌باشد. معادله اندازه حرکت موج سینماتیک در جریان‌های همگرا به علت تقارب جریان

برای آنکه بتوان مقادیر  $\frac{q_{tk}}{q_{te}}$  را در مقابل  $\frac{t_k}{t_e}$  بدست آورد باید معادله‌ای اضافی بین  $\frac{r}{R}$  و  $\frac{t_k}{t_e}$  ایجاد نمود. در صفحات مستطیلی با طول  $L$  رابطه‌ای مستقیم میان  $x$  (طول پیمایش موج) و  $t_e$  (زمان تعادل یا پیمایش) قابل برقراری است؛  $x_0 = \alpha(t_0)^\beta i^{\beta-1}$  (Ponce, 1989)، ولی در مورد صفحات همگرا چنین رابطه مستقیمی وجود نداشته و باید استخراج گردد. در این تحقیق به منظور ارائه معادله‌ای اضافی، از مفروضات و راه حل پیشنهادی Agiralioglu (1984, 1998) مبنی بر برقراری رابطه‌ای میان پارامترهای هیدرولیکی و هندسی حوضه‌های همگرا و مستطیلی استفاده شده است. اساس روش مزبور بدست آوردن نسبت میان زمان تمرکز صفحه مستطیلی (جریان موازی) و صفحه همگرا (جریان همگرا) است. براین اساس با محاسبه زمان تمرکز صفحه مستطیلی زمان تمرکز حوضه همگرا بدست خواهد آمد (شکوهی و همکاران، ۱۳۸۱).

با توجه به اینکه مفهوم ارائه شده در این تحقیق برای ایزوکرون‌ها، آنها را خطوطی تعریف می‌کند که موج سینماتیک در زمانی مشخص به تمام نقاط واقع بر روی آن رسیده است، لذا می‌توان نوشت:

$$\frac{x}{L} = \frac{r}{R} = \frac{\alpha(t_k)^\beta i^{\beta-1}}{\alpha(t_e)^\beta i^{\beta-1}} \rightarrow \quad (18)$$

$$\frac{r}{R} = \left(\frac{t_k}{t_e}\right)^\beta$$

برای استفاده از معادله موج سینماتیک مقدار  $\beta$  بسته به نوع معادله مقاومت مورد استفاده می‌تواند  $\frac{3}{2}$ ،  $\frac{5}{3}$  و یا  $\frac{1}{3}$  (بترتیب برای معادلات شزی، مانینگ و داریسی و یسیاخ) باشد. برای استفاده از روش‌های تقریبی، مقدار  $\beta$  برای محدوده  $0.5$  تا  $1.5$  مطابق ذیل بدست آورده شده است.

$$t_c \sim L^{1.5} \rightarrow \frac{t_k}{t_e} = \left(\frac{r}{R}\right)^{1.5} \rightarrow \quad (19)$$

$$\frac{r}{R} = \left(\frac{t_k}{t_e}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{k}{N}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$t_c \sim L \rightarrow \frac{t_k}{t_e} = \frac{r}{R} \rightarrow \quad (20)$$

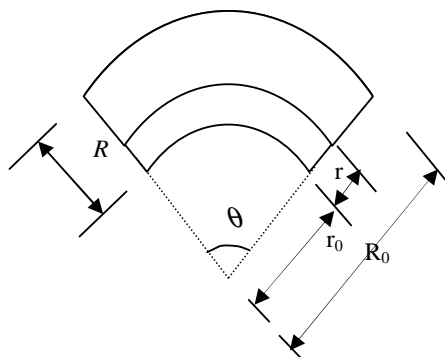
$$\frac{r}{R} = \frac{t_k}{t_e} = \frac{k}{N}$$

$$t_c \sim L^{1.5} \rightarrow \frac{t_k}{t_e} = \left(\frac{r}{R}\right)^{1.5} \rightarrow \quad (21)$$

$$\frac{r}{R} = \left(\frac{t_k}{t_e}\right)^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{k}{N}\right)^{\frac{3}{2}}$$

در این تحقیق، هدف رسیدن به جوابی در حد جواب حاصل از راه‌حل عددی Woolhiser (1967)، با استفاده از روش زمان - مساحت می‌باشد. نظیر آنچه که در مورد صفحات مستطیلی انجام شد (شکوهی و تقیان، ۱۳۸۶) می‌توان با رسم  $\frac{q_k}{q_e}$  در مقابل  $\frac{t_k}{t_e}$  به مقایسه روشهای مختلف پرداخت. بدیهی است که روابط مورد استفاده در صفحات همگرا بسادگی صفحات مستطیلی نبوده و معادلات بدست آمده در هر حالت وابسته به ضریب همگرایی (c) خواهند بود.

با توجه به شکل ۲، اگر  $\theta$  بر حسب رادیان باشد خواهیم داشت:



شکل ۲ - صفحه همگرا با یک ایزوکرون به فاصله r از پایین دست

$$A(r) = \frac{\theta}{2} [(r_0 + r)^2 - r_0^2] \quad (12)$$

$$w(r) = \theta r_0 \quad (13)$$

$$r_0 = cR_0 \quad (14)$$

میدانیم که؛  $Q = iA$  ،  $q = \frac{Q}{w} = \frac{iA}{w}$  ، ولذا:

$$\frac{q_{tk}}{q_{te}} = \frac{\left(\frac{A}{w}\right)_k}{\left(\frac{A}{w}\right)_{te}} = \frac{A_{tk}}{A_{te}} \quad (15)$$

نهایتاً با انجام یک سری عملیات که از ذکرشان خودداری می‌شود خواهیم داشت:

$$\frac{q_{tk}}{q_{te}} = \left(\frac{r}{R}\right)^2 \cdot \frac{1 + 2\frac{r_0}{r}}{1 + 2\frac{c}{1-c}} \quad (16)$$

$$\frac{q_{tk}}{q_{te}} = \left(\frac{r}{R}\right) \times \frac{1-c}{1-c+2c} \left(\frac{r}{R} + \frac{2c}{1-c}\right) \quad (17)$$

### ۳- نتایج و تحلیل نتایج

که در آن:  $EFF =$  ضریب برازش ناش و ساتکلیف،  $q_{kwi} =$  دبی محاسبه شده به روش تحلیلی در لحظه  $t$ ،  $\bar{q}_{kw}$  متوسط دبی محاسبه شده به روش تحلیلی،  $q_i$  دبی محاسبه شده در لحظه  $t$  با استفاده از روش مورد نظر و  $n =$  تعداد عرضهای هیدروگراف محاسبه شده می‌باشد.

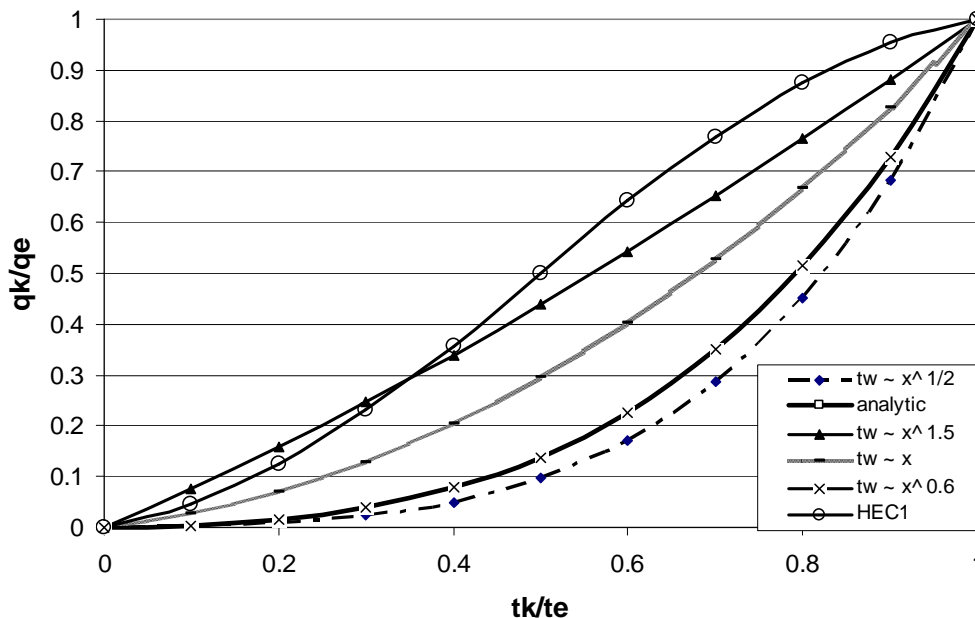
نتایج حاصل از دو روش به ترتیب در شکل‌های ۴ و ۵ آورده شده است. از روی نتایج منعکس شده در شکل ۴ مشخص است که خطای نسبی روشهای مختلف در ابتدای بارندگی زیاد بوده و بتدریج کاهش یافته و نهایتاً در لحظه  $t_r = t_e$  به صفر می‌رسد. در این شکل و شکل ۵ مشخص است که بهترین نتیجه به ازای توان  $0.6$  بدست آمده است که ناشی از اعمال تئوری موج سینماتیک در تعیین موقعیت ایزوکرونها حاصل گشته است. در شکل‌های ۳، ۵ و ۶ موقعیت نامناسب روش پیشنهادی  $HEC1$  مشخص است. نتایج حاصله از این تحقیق مؤید نتایجی است که مؤلفین پیش از این برای جریانهای موازی بدست آورده‌اند. واضح است که الگوریتم پیشنهادی  $HEC1$  برخلاف جریانهای موازی در شبیه‌سازی جریانهای همگرا موفقیت چندانی نداشته است و موقعیت روش سرعت‌های مساوی در این مورد بهتر می‌باشد. این مهم در واقع به مفهوم برتر بودن روش سرعت‌های مساوی به علت ساده‌تر بودن معادلات مورد استفاده در این روش می‌باشد (اصل خست<sup>۱۴</sup> در مدلسازی).

اکنون با استفاده از معادله ۱۷ می‌توان شاخه صعودی هیدروگراف بدون بعد را شبیه‌سازی نمود. برای  $c = 0.1$  نتیجه حاصله در شکل ۳ آورده شده است. همانطوری که ملاحظه می‌گردد میان هیدروگراف حاصل از روش حل Woolhiser که در اینجا به عنوان تحلیلی خوانده شده است، و روش زمان-مساحت با استفاده از الگوریتم‌های مختلف تولید ایزوکرون اختلافاتی دیده می‌شود. به منظور برآورد دقت روش‌های مختلف در مقایسه با روش تحلیلی، از دو روش استفاده شده است. خطای نسبی<sup>۱۳</sup> و ضریب ناش و ساتکلیف (Nash and Sutcliffe, 1970) دو معیار مورد استفاده در این تحقیق می‌باشند. خطای نسبی برآورد از معادله زیر محاسبه می‌شود:

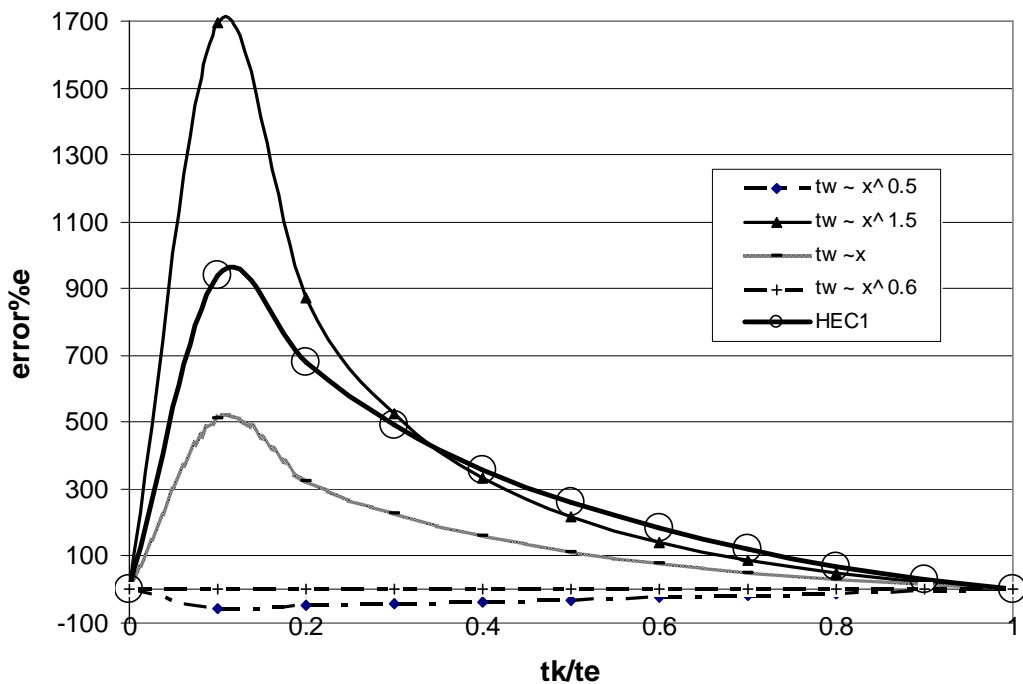
$$RE(t_k) = \frac{q(t_k) - q_{kw}(t_k)}{q_{kw}(t_k)} \quad (22)$$

که در آن:  $RE =$  خطای نسبی،  $q =$  دبی محاسبه شده با روش مورد نظر و  $q_{kw} =$  دبی محاسبه شده به روش تحلیلی می‌باشد. ضریب ناش و ساتکلیف نیز از رابطه زیر بدست می‌آید:

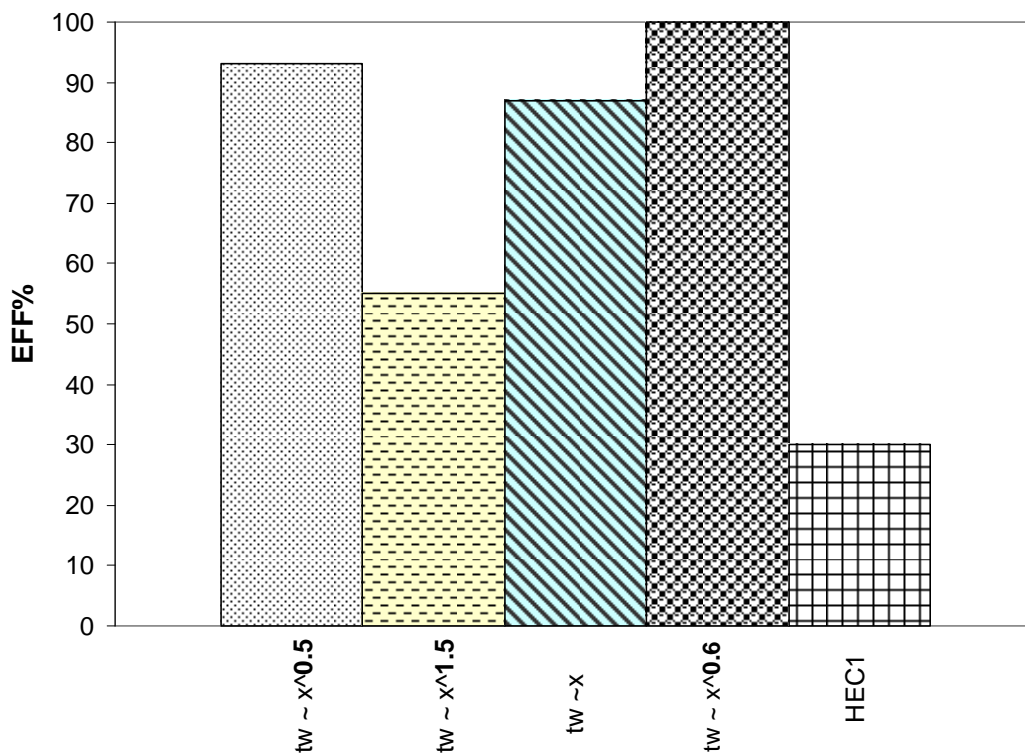
$$EFF = \frac{\sum_{i=1}^n (q_{kwi} - \bar{q}_{kw})^2 - \sum_{i=1}^n (q_{kwi} - q_i)^2}{\sum_{i=1}^n (q_{kwi} - \bar{q}_{kw})^2} \quad (23)$$



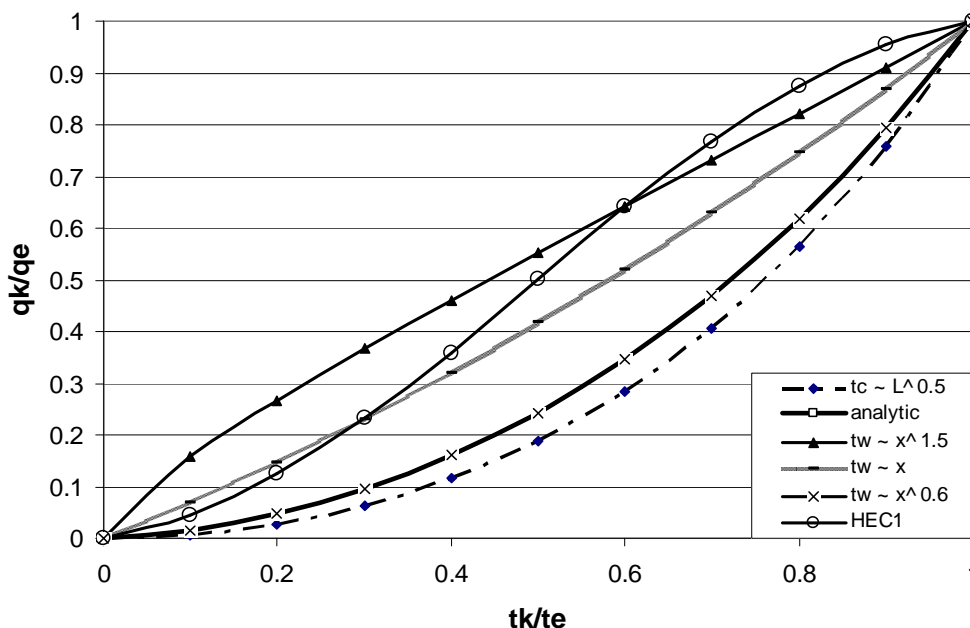
شکل ۳- شاخه صعودی هیدروگراف بدون بعد برای جریان همگرا - ضریب همگرایی ۰/۱



شکل ۴ - خطای نسبی روش‌های مختلف تعیین موقعیت ایزوکرون در مقایسه با روش تحلیلی در جریانهای همگرا - ضریب همگرایی ۰/۱



شکل ۵ - ضریب برازش ناش و ساتکلیف روش‌های مختلف تعیین موقعیت ایزوکرون در مقایسه با روش تحلیلی در جریانهای همگرا - ضریب همگرایی ۰/۱



شکل ۶- شاخه صعودی هیدروگراف بدون بعد برای جریان همگرا - ضریب همگرایی ۰/۵

ونان در چنین میدانی به آسانی امکان پذیر نیست. تا کنون راه حل تحلیلی برای شاخه صعودی هیدروگراف گزارش نشده است. یکی از بهترین راه‌حل‌های عددی برای این کار توسط Woolhiser در دهه ۷۰ میلادی ارائه شده است که آن نیز به نوبه خود از نوعی پیچیدگی در حد حل معادلات دیفرانسیل با استفاده از روش خطوط مشخصه برخوردار است. روش زمان - مساحت به عنوان یک روش روندیابی حوضه‌ای که علاوه بر سادگی، به علت توانایی ویژه در استفاده از مشخصات زمانی بارندگی و مکانی حوضه آبریز، مورد توجه خاص محققین و مهندسين قرار دارد. این توجه در سالهای اخیر به علت امکان اتصال این مدل به نرم‌افزارهای GIS بیشتر شده است. در این تحقیق از روش زمان - مساحت برای تحلیل جریان‌های همگرا استفاده به عمل آمده است. به نظر می‌رسد که بزرگترین محدودیت این تکنیک عدم وجود یک روش علمی برای تعیین موقعیت ایزوکرونها باشد. در تحقیق حاضر با توجه به جمیع روشهای مورد استفاده برای تعیین موقعیت ایزوکرونها سعی شده است تا با استفاده از تئوری موج سینماتیک بنای یک روش علمی برای انجام این مهم و حذف در واقع بزرگترین محدودیت روش زمان - مساحت ریخته شود. یکی از موارد مهم این تحقیق استفاده از زمان تعادل موج به جای زمان تمرکز برای تعیین موقعیت ایزوکرونها می‌باشد. نکته مهم دیگری که در این تحقیق بدان عمل شد شبیه‌سازی کلیه روش‌های تعیین موقعیت ایزوکرونها، بر اساس تناسب زمان پیمایش با توانی از طول پیمایش می‌باشد. بر این اساس با بررسی طیفی از توانها نشان

برای بررسی حساسیت الگوریتم‌ها به ضریب همگرایی، ضریب مزبور از ۰/۱ تا ۰/۹ آزمون گردید. مطالعه هیدروگرافهای بدست آمده نشان می‌دهد که با صرفنظر از تغییرات جزئی، روند عمومی منحنی‌ها در همه موارد یکسان می‌باشد. به عنوان مثال وضعیت هیدروگراف در شاخه صعودی برای ضریب همگرایی ۰/۵ در شکل ۶ آورده شده است. مورد مهم دیگری که از مقایسه شکل‌های ۳ و ۶ بدست می‌آید آن است که با افزایش ضریب همگرایی تفاوت جواب تحلیلی و حالت  $t_e \approx L^{0.5}$  کمتر می‌شود. علت این امر را می‌توان در کوتاه شدن طول جریان و لذا کاهش همگرایی و گرایش به موازی شدن رشته‌های جریان دانست.

نتیجه تحقیق نشان می‌دهد که استفاده از روشهای تجربی می‌تواند در مورد الگوهای پیچیده موجود در طبیعت منجر به خطاهای عمده گردد. بر اساس نتایج بدست آمده از این مطالعه اعمال الگوریتم حاصل از روش موج سینماتیک می‌تواند به سادگی اعمال روشهای تجربی باشد. در هر حال در صورت استفاده از روشهای تجربی، روش سرعت‌های مساوی که پیش از این در بخش‌های دیگر مقاله موارد کاربرد آن آورده شده است، توصیه می‌گردد.

#### ۴- خلاصه و جمع بندی

تحلیل جریان‌های سطح‌الارضی و دستیابی به هیدروگراف جریان در جریانهای همگرا به علت پیچیدگی معادلات تبدیل شده سنت



- Ajward, M.H., Muzik, I., (2000), "A spatially varied Unit Hydrograph Model", *J. of Environmental Hydrology*, vol. 8, paper 7, pp. 1-28.
- Agiralioglu, N., (1984), "Effect of catchments geometry on time of concentration", *Proc. 3rd Int. Conf. on Urban Storm Drainage*, Gutenberg, Sweden, Vol.1, pp. 177-184
- Agiralioglu, N., (1998), "Estimation of the time of concentration for diverging surfaces", *Journal of Hydro. Sc.*, 33(2), pp. 173-179
- Chow, V.T., Maidment, D.R., May, L.W., (1988), *Applied Hydrology*, McGraw Hill, International editions
- HEC-1, (1991), *flood hydrograph package*, User's Manual, U.S. Army Corp of Engineers, Hydrologic Eng. Davis, Calif.
- Kite, G.W., Ellehoj, E., Dalton, A., (1996), *GIS for Large Scale Watershed Modeling*, Geographical Information System In hydrology, Chap. 13, Kluwer Academic publishers, Netherlands
- Kull, D.W., Feldman, A.D. (1998), "Evaluation of Clark s Unit Graph Method to Spatially Distributed Runoff", *ASCE, Journal of Hydrologic Engineering*, Vol. 3, No. 1.
- Maidment, D.R., (1992), "Grid-based Computation of Runoff: A preliminary Assessment", *Report to U.S Army Corp of Engineers, HEC*, Under Contract DACW05-92-P-1983
- Maidment, D.R., 1993, "Developing a spatially distributed unit hydrology using GIS", *Proc. HydroGIS 93*, Vienna, pp. 181-192
- Melesse, A.M., Graham, W.D., and Jordan, J.D. (2003), "Spatially Distributed Watershed Mapping and Modeling: GIS-Based Storm Runoff Response and Hydrograph Analysis: Part2", *J. of Spatial Hydrology*, 3(2), pp. 1-28.
- Nash, J.F., Sutcliffe, J.V., (1970), "River flow forecasting through conceptual models, Part 1-A discussion of principles", *Journal of Hydrology*, 10, pp. 282-290.
- Pilgrim, D.H., (1997), "Isochrones of travel time and distribution of flood storage from a tracer study on a small watershed", *Water Resource Res.*, 13(3) pp. 587-595
- Ponce, V.M., (1989), *Engineering Hydrology, Principle and Practice*, Prentice Hall
- داده شد که اولاً با تعیین درست موقعیت ایزوکرونها می توان مورد پیچیده‌ای نظیر جریانهای همگرا را به سادگی با روش زمان - مساحت تحلیل نمود و به جوابی نسبتاً دقیق دست یافت. ثانیاً روش سرعت‌های مساوی که مورد استفاده بسیاری از مدلسازان معاصر برای تولید ایزوکرون و کار با روش زمان - مساحت در محیط GIS قرار گرفته است نتایج بهتری نسبت به روش پیشنهادی اداره مهندسی ارتش امریکا برای مورد جریانهای همگرا بدست داده است. ثالثاً بهترین روش تعیین موقعیت ایزوکرونها روشی است که بر مبنای حرکت موج سینماتیک از توان مورد استفاده در این تئوری بهره می‌گیرد.
- نتایج حاصل از این تحقیق، مؤید نتایج کار مؤلفین بر روی جریانهای موازی بوده و نهایتاً این مهم را بدست می‌دهد که اکنون با حذف مهمترین محدودیت روش زمان - مساحت، تکنیک مزبور به عنوان یکی از پر قدرت‌ترین و در عین حال ساده‌ترین ابزارهای تحلیل جریان‌های سطح‌الارضی مطرح می‌باشد.

#### پی‌نوشت‌ها

- 1- Overland flow
- 2- Isochrones
- 3- Time - Area Histogram; TAH
- 4- U.S. Army Corp of Engineers
- 5- Lumped
- 6- Distributed
- 7- Raster System
- 8- TIN System
- 9- GIS
- 10- Deterministic direct hydraulic simulation
- 11- Parallel flow
- 12- Characteristic method
- 13- Relative Error
- 14- Parsimony

#### ۵- مراجع

- شکوهی، علیرضا، ثقفیان، بهرام، (۱۳۸۶)، "مقایسه روش‌های تولید نقشه خطوط همزمان پیمایش برای استفاده در روش روندیابی زمان - مساحت"، *مجله تحقیقات منابع آب ایران*، جلد اول، شماره ۶
- شکوهی، علیرضا، ثقفیان، بهرام و کوچک زاده، صلاح، (۱۳۸۱)، "روش جدید حل معادلات امواج سینماتیک برای جریانهای همگرا"، *مجله پژوهش و سازندگی*، جلد ۱۵، شماره ۲.

- Woolhiser, D.A., (1967), "Overland flow on converging surface", *Transaction of the ASCE*, Vol. 12, No.3, pp. 285-308.
- Woolhiser, D.A., (1975), *Simulation of unsteady overland flow*, in K. Mahmood and V. Yevjevich, *Unsteady flow in open channels*, Vol. II, Water Resource Pub. Fort Collins, Co.
- Singh, V.P., (1992), *Elementary Hydrology*, Chapter 16, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, U.S.A.
- Singh, V.P., (1996), *Kinematic Wave Modeling In Water Resources Engineering*, JHON WILEY & SONS, INC, New York

تاریخ دریافت مقاله: ۱۵ اسفند ۱۳۸۵

تاریخ اصلاح مقاله: ۹ آذر ۱۳۸۶

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۹ آذر ۱۳۸۶