

A Comparative Study for Determination of PMP by Some Statistical Methods in Atrak Watershed, Iran

B. Ghahraman^{1*}, M. Hossein-Poor Tehrani²,
G. Farahi³ and K. Davari⁴

Abstract

Probable maximum precipitation (PMP) is the maximum amount of rainfall which theoretically is supposed to fall on a specified point or region. In this paper two statistical methods of Hershfield (in two different approaches of standard and revised, as a point prediction) and multi-station (as a regional method) is compared for 33 raingage stations located in the Atrak watershed in north-eastern Iran. Extreme value type 1 and its two alternatives of transformed and cut-off distribution functions, which can handle a finite limit for rainfall as the return period increases without bound, was adopted for the multi-station approach. There were unrealistic results for the standard approach of the Hershfield method. Variations of dimensionless ratio of PMP for revised approach of Hershfield to the maximum amount of daily rainfall was in good harmony with other studies conducted in vast different climatological regions. The regional PMP by multi-station method were smaller than point PMPs for just 7 stations. This result may not be uncorrect, yet we proceeded for the first time in a reverse algorithm and calibrated the behaviour of the limited reduced variate parameter for the region. The resulting PMP was smaller than just one station. So it seems that the regional PMP may be equal to the maximum of the point PMPs of revised Hershfield method. This result is just drawn for only one region and should be confirmed by other researches.

Keywords: Probable Maximum Precipitation, Hershfield method, Multi-station method, Homogeniety, Atrak.

Received: July 13, 2009
Accepted: January 30, 2011

بررسی تطبیقی چند روش آماری جهت برآورد حداکثر بارندگی محتمل ۲۴ ساعته در حوضه آبریز اترک

بیژن قهرمان^{۱*}، مینا حسین پور تهرانی^۲،
گلاره فراهی^۳ و کامران داوری^۴

چکیده

حداکثر بارش محتمل (PMP) برابر بیشترین ارتفاع بارندگی است که از دیدگاه نظری در مدت معینی امکان وقوع دارد. در این مقاله دو روش آماری هرشفیلد (در دو نگرش استاندارد و تجدید نظر شده به عنوان برآورد نقطه‌ای) و روش چند ایستگاهی (به عنوان یک روش ناحیه‌ای) برای ۳۳ ایستگاه باران‌سنجی با متوسط طول دوره‌ی آماری ۲۶ سال در حوضه‌ی آبریز اترک واقع در شمال شرق و شمال ایران به کار برده شد. در روش چند ایستگاهی از توزیع حدی نوع ۱ و دو شکل تبدیل یافته و بریده شده که بتوانند با افزایش بدون حد دوره‌ی بازگشت یک حد منطقی را برای بارندگی نشان دهند، استفاده شد. در روش استاندارد هرشفیلد، مقادیر PMP بسیار زیاد و غیر منطقی به دست آمد. PMPهای نقطه‌ای در روش تجدید نظر شده‌ی هرشفیلد منطقی‌تر بود و محدوده‌ی نسبت بدون بعد PMP به حداکثر مشاهده شده‌ی بارندگی روزانه در راستای مطالعات مختلف با اقلیم‌های متفاوت بود. PMP به دست آمده به روش چند ایستگاهی برای حوضه‌ی اترک از مقادیر PMP نقطه‌ای در ۷ ایستگاه کم‌تر بود. گرچه نمی‌توان این نتیجه را اشتباه دانست ولی برای اولین بار در یک روش معکوس متغیر حدی کاهش یافته از روی PMPهای نقطه‌ای برای شرایط منطقه واسنجی شد و نتیجه‌ی به دست آمده از کلیه‌ی PMPها (به جز یک ایستگاه) بیش‌تر به دست آمد. بنابراین به نظر می‌رسد که PMP بر مبنای نگرش چند ایستگاهی در یک منطقه‌ی همگن با حداکثر PMPهای نقطه‌ای به روش تجدید نظر شده‌ی هرشفیلد برابر باشد. این نتیجه تنها بر اساس یک منطقه به دست آمده است و می‌بایست با بررسی‌های دیگر واسنجی شود.

کلمات کلیدی: حداکثر بارندگی محتمل، روش هرشفیلد، روش چند ایستگاهی، همگنی، اترک.

تاریخ دریافت مقاله: ۲۲ تیر ۱۳۸۸

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۰ بهمن ۱۳۸۹

1- Professor, College of Agriculture, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran, Email: bijangh@um.ac.ir
2 Former Graduate student of Water Structures, College of Agriculture, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran, Email: mihptehrani@gmail.com
3- Former Graduate student of Water Structures, College of Agriculture, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran, Email: gfarahi2003@gmail.com
4- Associate Professor, College of Agriculture, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran, Email: k.davari@gmail.com
*- Corresponding Author

۱- استاد دانشکده‌ی کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران
۲- دانشجوی سابق کارشناسی ارشد سازه‌های آبی، دانشکده‌ی کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران
۳- دانشجوی سابق کارشناسی ارشد سازه‌های آبی، دانشکده‌ی کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران
۴- دانشیار دانشکده‌ی کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران
*- نویسنده مسئول

۱- مقدمه

برده‌اند که منتج به کاهش شدیدی در ضریب فراوانی گردید. این ضریب در غرب مالزی ۸/۷ (Desa et al., 2001)، در جنوب مالزی ۸/۰ (Desa and Rakhecha, 2007)، در حوضه‌ی آبریز اترک، که موضوع این مقاله است، ۹/۶۳ (Ghahraman, 2008)، در شمال شرق ایران ۶/۱۸ (تاج‌بخش و قهرمان، ۱۳۸۸)، در حوضه‌ی آبریز قره‌قوم واقع در استان خراسان رضوی ۷/۶۳ (شفیعی و قهرمان، ۱۳۸۸)، در شرق هرمزگان ۶/۳۸ (پایمزد و همکاران، ۱۳۸۴) و در حوضه آبریز نیشابور ۸/۰ (شفیعی و همکاران، ۱۳۸۷) گزارش شده است.

از ضعف‌های عمده این دو روش می‌توان به پراکندگی ایستگاه‌های مشاهده‌ی باران‌سنجی و کوتاه بودن طول دوره‌های آماری مشاهده‌ی آن‌ها اشاره کرد. در سال ۱۹۷۵ سازمان تحقیقات ملی انگلستان (NERC, 1975) به‌عنوان یک جای‌گزین، روش منحنی پوش را برای محاسبه‌ی PMP معرفی کرد که بر مبنای دُم (دنباله-ی) توابع توزیع P₂₄ ایستگاه‌های مختلف استوار است. در ادامه‌ی این نگرش، الیاسون (Eliason, 1994, 1997) روش چند ایستگاهی را معرفی نمود و این مفهوم را عنوان کرد که در یک منطقه PMP₂₄ به نقطه مشخصی بستگی ندارد و می‌تواند در هر نقطه از یک منطقه‌ی هم اقلیم رخ دهد. وی آمار مشاهده‌ی ایستگاه‌های منطقه (در سال ۱۹۹۴ در کشور ایسلند و در سال ۱۹۹۷ در سه اقلیم متفاوت خشک، مرطوب و ساحلی در ایالت واشنگتن در کشور آمریکا) را ادغام کرد و به‌جای در نظر گرفتن مشاهدات کوتاه مدت یک ایستگاه، از حجم عظیم داده‌های ادغام شده‌ی منطقه استفاده کرد. اخیراً رضایی پزند و قهرمان (۱۳۸۵) این روش را برای منطقه‌ی شمال شرق ایران به‌کار برده‌اند. با این حال هنوز هیچ مقایسه‌ی تطبیقی که این روش را با روش متداول هرشفیلد (نوع استاندارد و نوع تجدیدنظر شده‌ی آن) مقایسه کند انجام نشده است.

هدف از این مطالعه برآورد PMP₂₄ برای ۳۳ ایستگاه باران‌سنجی حوضه آبریز اترک واقع در استان خراسان شمالی و بخشی از استان گلستان به روش چند ایستگاهی و روش هرشفیلد و مقایسه‌ی تطبیقی آن‌ها می‌باشد.

۲- مواد و روش‌ها

۲-۱- منطقه‌ی مورد مطالعه

حوضه آبریز اترک با مساحت بیش از ۲۷۲۵۶ km² بین دو استان گلستان و خراسان شمالی در شمال شرق ایران واقع شده است. این حوضه در سمت شمال، غرب، شرق و جنوب به‌ترتیب با کشور

در طراحی عمده سازه‌های هیدرولیکی نظیر سرریزهای سدهای بلند، مهندسين هیدرولیک و هیدرولوژی تا حد امکان تمایل به کاهش خطرات ممکن تا حد صفر دارند. چرا که شکست چنین سازه‌هایی، زیان‌های جبران‌ناپذیر جانی، مالی و بین‌المللی سنگینی را در پی دارد. در طراحی و تحلیل چنین سازه‌هایی محاسبه حداکثر بارندگی محتمل منطقه مورد نظر به‌طور منطقی قابل انتظار است. این نظریه بر این مبنا استوار است که بالاترین مقدار حدی بارندگی در یک منطقه‌ی مشخص بوده و در یک زمان معین قابل انتظار است. حداکثر بارش محتمل (PMP) به‌عنوان بزرگترین مقدار حدی بارش در یک دوره معین در یک ایستگاه یا حوضه تعریف می‌شود. از نقطه نظر بهره‌برداری، PMP به بارندگی اطلاق می‌شود که در یک حوضه بدون هیچ‌گونه خطری ایجاد سیلاب می‌کند. توسعه PMP در یک ناحیه معین نیازمند اطلاعات هواشناسی و هیدرولوژی است. به‌طور اساسی دو راه حل (الف) روش‌های هواشناسی و (ب) روش‌های آماری بارندگی وجود دارد. در روش اول نیاز به اطلاعات هواشناسی از توده‌های هوای بالای جو مانند رطوبت نسبی، دما، نقطه‌ی شبنم و غیره می‌باشد. این روش به علت فراهم نبودن کامل اطلاعات مورد نیاز در نقاط مختلف چندان مورد توجه نیست. در روش آماری برای محاسبه PMP از بارندگی حداکثر یک روزه مشاهده‌ی ایستگاه باران‌سنجی استفاده می‌شود. از میان توابع توزیع مختلف، تابع توزیع گامبل، که یکی از توابع توزیع‌های مقادیر حدی است، به‌عنوان رایج‌ترین مدل تابع توزیع جهت تحلیل رویدادهای حداکثر هیدرولوژیکی به‌طور اعم (Koutsoyiannis, 1999) و در مدل‌های برآورد حداکثر بارش محتمل به‌طور اخص (Keim and Faiers, 1993; Knappenberger and Michaels, 2000; Porras and Porras, 2001; Rohli et al., 2002) مورد استفاده‌ی فراوانی قرار گرفته است.

مبتکر محاسبه حداکثر بارش محتمل با استفاده از روش‌های آماری، هرشفیلد است. نامبرده ابتدا ضریب فراوانی را بین ۱۴/۵ تا ۳ به‌دست آورد و لذا مقدار ۱۵ را پیشنهاد کرد (Hershfield, 1961) ولی بعداً (Hershfield, 1965) چندین تصحیح بر روی میانگین، انحراف استاندارد و طول دوره‌ی آماری انجام داد که منجر به متفاوت بودن این ضریب گردید؛ گرچه مقدار آن به‌ندرت از ۱۵ کم‌تر می‌شود. این روش توسط سازمان جهانی هواشناسی (WMO, 1986) استاندارد گردید.

اخیراً (Desa et al., 2001) و (Desa and Rakhecha (2007) روش هرشفیلد را تنها بر اساس حداکثر بارندگی مشاهده شده به‌کار

PMP₂₄ پیچیده می‌کند. Eliason (1994) تابع اصلی EVI (رابطه (1) (BDF^2) را در نظر گرفت و با کمک توزیع‌های تبدیل یافته (TDF^3) و بریده شده (ODF^4) (به ترتیب روابط ۲ و ۳)، این مشکل را برطرف کرد.

$$F(x) = \exp[-\exp(-z)] \quad (1)$$

$$F(z) = \exp\left[-\exp\left(-z + \frac{k}{y_{lim} - z}\right)\right] \quad (2)$$

$$\begin{cases} F(z) = \exp[-\exp(-z)] & z < y_{lim} \\ F(z) = 1 & z \geq y_{lim} \end{cases} \quad (3)$$

که در آن‌ها $z = (x/\alpha) + m$ متغیر استاندارد شده و $y_{lim} = (x_{PMP}/\alpha) + m$ متغیر کاهش یافته‌ی حدی و k عدد ثابت کوچکتر از صفر و X_{PMP} حداکثر بارش محتمل است. اگر

ترکمستان، دریای خزر، حوضه‌های آبریز کشف‌رود و گرگان‌رود هم‌مرز است. تعداد ۳۳ ایستگاه باران‌سنج حوضه آبریز در این منطقه (جدول ۱) جهت برآورد PMP₂₄ در نظر گرفته شده‌اند. آمار این ایستگاه‌ها به نسبت طولانی‌اند و مورد تایید سازمان مدیریت منابع آب ایران می‌باشد. متوسط طول دوره‌ی آماری ایستگاه‌ها ۲۶ سال، کم‌ترین طول دوره آماری ۱۶ سال و بیش‌ترین آن ۳۶ سال می‌باشد. اخیراً قهرمان (Ghahraman, 2008) از این ایستگاه‌ها به منظور تحلیل روش تجدیدنظر شده‌ی هرشفیلد استفاده کرده است. همگنی داده‌ها با استفاده از روش گشتاورهای خطی (Hosking and Wallis, 1997) بررسی شد.

۲-۲- روش هرشفیلد

اساس روش هرشفیلد (Hershfield, 1961, 1965; WMO, 1986) در تخمین PMP₂₄ بر اساس معادله چاو (Chow, 1951) در تحلیل فراوانی بارش $X_t = \bar{X}_n + K_t \sigma_n$ ، که در آن X_t حداکثر بارش سالانه با دوره بازگشت t سال، \bar{X}_n متوسط حداکثر بارش‌های سالانه، σ_n انحراف معیار بارش‌های سالانه و K_t عامل فراوانی متناظر با دوره بازگشت t سال می‌باشد. این معادله در روش استاندارد هرشفیلد (WMO, 1986) به صورت $X_{pmp} = \bar{X} + K_m \sigma_n$ حداکثر بارندگی محتمل و K_m یک ضریب می‌باشد) درمی‌آید. در دستورالعمل سازمان جهانی هواشناسی (WMO, 1986) در ابتدا K_m از روی \bar{X}_n به دست می‌آید سپس تاثیر حداکثر مقدار مشاهده شده در سری داده‌ها و همچنین طول دوره‌ی آماری بر روی میانگین و انحراف معیار کمی شده و برای آن‌ها ضرایب تصحیحی به دست می‌آید، و سرانجام حداکثر بارندگی محتمل محاسبه می‌شود. در این مفهوم ضریب K_m مفهوم گسترده‌ی جهانی دارد. (Desa et al. 2001) از مفهوم منطقه‌ای استفاده کردند و ضریب K_m را تنها براساس بزرگ‌ترین مشاهده (X_1) و به صورت $K_m = (X_1 - \bar{X}_{n-1})/\sigma_{n-1}$ پیشنهاد کردند. سپس بین ایستگاه‌های یک منطقه حداکثر مقدار K_m استخراج شده و از آن برای محاسبه PMP₂₄ کلیه‌ی ایستگاه‌ها استفاده می‌شود.

۲-۳- روش چند ایستگاهی

تابع توزیع حدی نوع ۱ برای برآزش پارامترهای حدی، از جمله حداکثر باران روزانه، مناسب است ولی در دُم‌ها (دوره‌های بازگشت کوچک و بزرگ)، انحراف از آن افزایش می‌یابد. لذا وجود این انحراف‌ها و نبودن یک حد بالا برای آن، کاربرد آن‌را در برآورد

جدول ۱- ایستگاه‌های انتخابی در حوضه آبریز اترک

ردیف	شماره ایستگاه*	نام	ردیف	شماره ایستگاه	نام
۱	۱۱۰۰۱	اترک	۱۸	۱۱۰۳۱	درکش
۲	۱۱۰۰۳	فرخان	۱۹	۱۱۰۳۳	شیرآباد
۳	۱۱۰۰۶	سه‌یک-آب	۲۰	۱۱۰۳۵	دربند سملقان
۴	۱۱۰۰۷	فاروج	۲۱	۱۱۰۳۹	آغمزار
۵	۱۱۰۰۸	علی محمد	۲۲	۱۱۰۴۴	اسدلی
۶	۱۱۰۱۱	بارزو	۲۳	۱۱۰۴۵	قازان‌قاپه
۷	۱۱۰۱۳	رضاآباد	۲۴	۱۱۰۴۷	مراوه‌تپه
۸	۱۱۰۱۴	بربرقلعه	۲۵	۱۱۰۵۱	داشلی-برون
۹	۱۱۰۱۶	رسالت	۲۶	۱۱۰۵۳	قره‌قائلو
۱۰	۱۱۰۱۸	اینچه‌علیا	۲۷	۱۱۰۵۴	بش‌قارداش
۱۱	۱۱۰۲۰	خرتوت	۲۸	۱۱۰۵۷	ترشکی
۱۲	۱۱۰۲۱	بابامان	۲۹	۱۱۰۶۷	آیر قاپه
۱۳	۱۱۰۲۳	قزلقان	۳۰	۱۱۰۶۹	نامانلو
۱۴	۱۱۰۲۶	اینچه-برون	۳۱	۱۱۰۷۳	هوتن
۱۵	۱۱۰۲۷	قتلیش	۳۲	۱۱۰۸۶	بجنورد
۱۶	۱۱۰۲۸	قلعه‌جیق	۳۳	۱۱۲۰۴	گرمخان
۱۷	۱۱۰۲۹	حصه‌گاه			

* شماره ایستگاه‌ها بر مبنای کدگذاری وزارت نیرو می‌باشد.

با در نظر گرفتن فرض $y_{lim} > 9$ (Eliason, 1994, 1997)، گشتاور اول و دوم هر دو تابع ODF و BDF با هم برابرند. بنابراین پارامترهای مکان و مقیاس بدون در نظر گرفتن متغیر کاهش یافته حدی قابل تخمین است و لذا بدون تخمین منطقه‌ای متغیر کاهش یافته حدی، می‌توان از این مدل استفاده کرد. مزیت استفاده از ODF به جای BDF این است که ODF دارای حد فوقانی است در حالی که BDF فاقد آن است. چنانچه $k > -1$ باشد، تفاوت میان ODF و TDF به اندازه‌ای کم می‌شود که تخمین پارامترهای موقعیت و مقیاس در TDF بدون دانستن مقدار واقعی k قابل انجام می‌گردد (Eliason, 1997).

برآورد y_{lim} و k از یک ایستگاه تا ایستگاه بعدی تغییر می‌کنند اما داده‌های ادغام شده با توجه به تخمین پارامترهای موقعیت و مقیاس تابع توزیع همگن می‌باشند. با دانستن مقادیر پارامترهای y_{lim} و k می‌توان از TDF به‌عنوان تابع توزیع تعمیم یافته استفاده کرد. در مواقعی که دوره بازگشت کوچک باشد، اثر این دو پارامتر کم و قابل چشم‌پوشی است. اما در دوره‌های بازگشت بزرگ این دو اثر مهمی دارند. لذا جهت تخمین صحیح آن‌ها به حجم زیادی از داده‌های بارندگی ۲۴ ساعته مشاهده‌ای نیاز است. تا زمانی که تخمین درستی از y_{lim} و k در TDF به‌دست نیامده است، یک راه حل استفاده از توزیع ODF همراه با مقدار y_{lim} به‌دست آمده از منحنی پوش جهت تعیین فاکتور رشد مطابق گزارش NERC (1975) می‌باشد. (Eliason (1994) رابطه زیر را پیشنهاد کرد:

$$y_{lim} = 10.7 - 0.0071 M_5 \quad (10)$$

که در آن M_5 ($25 < M_5 < 200 \text{ mm day}^{-1}$) مقدار بارندگی دوره‌ی بازگشت ۵ سال است (x برای احتمال وقوع $P=0.8$ یا $y=1.5$). با دوبرار لگاریتم‌گیری از ODF می‌توان نشان داد:

$$\begin{cases} x = x_{PM} & y \geq y_{lim} \\ x = M_5 [1 + C_i (y - 1.5)] & y \leq y_{lim} \end{cases} \quad (11)$$

تا مادامی که y_{lim} یک پارامتر منطقه‌ای باشد، هر دو پارامتر C_i و M_5 به‌عنوان پارامترهای محلی نقشی مشابه میانگین و ضریب تغییرات را در روش پیشنهادی WMO و محققان دیگر ایفا می‌کنند. این روش برای مناطق جغرافیایی استفاده می‌شود که تغییرات ضریب تغییرات در ایستگاه‌ها شدید نباشد (منطقه تقریباً همگن باشد). (Schaefer (1990) خاطر نشان کرد که استفاده از مناطق به تصویر کشیده شده جغرافیایی در صورتی که غیر قابل اجرا باشد بسیار مشکل است. او پیشنهاد کرد که این مشکل با استفاده از M_5 به‌عنوان تابعی از یک متغیر محلی با تغییرات جغرافیایی و C_i به‌عنوان یک متغیر

در یک تحلیل نظری تابع توزیع احتمال گامبل به‌صورت $y = (x - u) / \alpha$ نوشته شود (x مقدار واقعه، y متغیر کاهش یافته و u و α پارامتر هستند) می‌توان نشان داد (Chow et al., 1988) که پارامترهای u و α از روابط زیر به‌دست می‌آیند:

$$u = \bar{x} - 0.5772 \alpha \quad (4)$$

$$\alpha = \sqrt{6} s / \pi \quad (5)$$

که در آن \bar{x} و s به‌ترتیب میانگین و انحراف استاندارد داده‌ها می‌باشد. در نتیجه برای هر ایستگاه، یک رابطه‌ی خطی بین متغیر کاهش یافته و مقدار واقعه مطابق زیر به‌دست می‌آید:

$$y = \left[\frac{0.5772 \sqrt{6} s / \pi - \bar{x}}{\sqrt{6} s / \pi} \right] + \left[\frac{\pi}{\sqrt{6} s} \right] x = a + b x \quad (6)$$

که در آن ضرایب a و b به \bar{x} و s بستگی داشته و لذا در ایستگاه‌های مختلف یکسان نخواهد بود. در حالت حدی که $k \rightarrow 0$ میل می‌کند، توزیع تبدیل یافته (TDF) به سمت توزیع بریده شده (ODF) میل می‌کند. برآورد پارامترها به روش‌های مختلفی می‌تواند صورت پذیرد. (Eliason (1994) از روش گشتاورها استفاده کرد ولی رضایی‌پژند و قهرمان (۱۳۸۵) ناکارآمدی آن‌را نشان داده و از روش حداکثر درست‌نمایی استفاده کردند. در این‌جا نیز از این روش استفاده شده است. از آزمون نکویی برازش کولموگروف-اسمیرنوف جهت ارزیابی برازش استفاده گردید. متعاقب (NERC (1975) Eliason (1994, 1997) از نقطه‌ی محوری M_5 متناظر با دوره‌ی بازگشت ۵ سال استفاده کرد. به‌طوری‌که نشان داد رابطه بین x و y را می‌توان به‌صورت زیر نیز نوشت ($y \leq y_{lim}$):

$$x = M_5 + C_i M_5 (y - 1.5) \quad (7)$$

که در آن C_i یک فاکتور رشد است که به ویژگی‌های آماری ایستگاه بستگی دارد. (Eliason (1997) به‌طور نظری مقدار آن را از روی رابطه زیر پیشنهاد کرده است:

$$C_i = \frac{0.78 s_i}{\bar{x}_i + 0.72 s_i} \quad (8)$$

(Eliason (1994) نشان داد که مقادیر حداکثر سالانه مطابق با رابطه TDF توزیع می‌شوند ولی در نمودار EVI مقادیر بارندگی تا نقطه مشخصی که به y_{lim} و k (در رابطه‌ی ۲) بستگی دارد دنبال می‌شوند و با مقادیر بزرگ‌تر y از خط EVI منحرف می‌شوند. لازمه این بحث استاندارد کردن مقادیر بارندگی با میانگین و انحراف استاندارد هر ایستگاه می‌باشد:

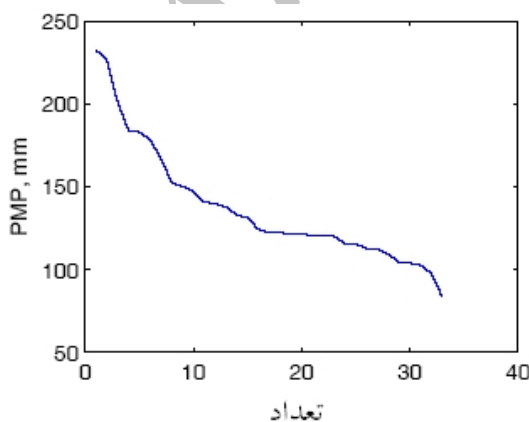
$$\xi_j = \frac{X_j - \bar{X}_j}{S_j} \quad (9)$$

ایستگاه‌ها (میانگین ۰/۳۷۵۹ با ضریب تغییرات ۰/۲۰۳۳) به مراتب بیش‌تر بود. در ادامه بررسی از این ایستگاه استفاده نشد.

۳-۱- روش هرشفیلد

در روش استاندارد شده هرشفیلد حداکثر بارندگی روزانه بین ۱۵۶ میلی‌متر در ایستگاه ۱۱۰۱۸ (اینچه علیا) تا ۴۱۶ میلی‌متر در ایستگاه ۱۱۰۲۸ (قلعه جیق) متغیر بود. در حالی که مقادیر متناظر حداکثر و حداقل در روش تجدید نظر شده به ترتیب ۸۳/۴ (در ایستگاه ۱۱۰۶۹-فاروج) و ۲۳۶/۴ (در ایستگاه ۱۱۰۲۸-قلعه جیق) (Ghahraman, 2008) بود (شکل ۱ توزیع کامل PMP را به صورت توزیع تجمعی و هیستوگرام نشان می‌دهد). PMP پدیده‌ای است که به مختصات محلی بستگی دارد و بنابراین نمی‌تواند به طور مستقیم بین نواحی مختلف جغرافیایی مورد مقایسه قرار گیرد. با این وجود ممکن است بتوان نسبت بدون بعد "حداکثر بارندگی محتمل به حداکثر بارندگی روزانه مشاهده شده" را در نواحی مختلف با هم مقایسه کرد (جدول ۲). این شکل نشان می‌دهد که در نگرش دوم هرشفیلد محدوده تغییرات برای شرایط کاملاً متفاوتی از اقلیم کاملاً کوچک است. این نکته مشخص می‌سازد که نگرش دوم هرشفیلد خوش-رفتار^۵ (در مقابل بد-رفتار^۶ برای نگرش اول) می‌باشد. تمایز بین دو روش اول و دوم هرشفیلد و هم‌چنین تمایز روش تجدید نظر شده با حداکثر بارندگی محتمل سینوپتیکی در تاج‌بخش و قهرمان (۱۳۸۸) بحث شده است.

ردیف اول بر اساس روش استاندارد هرشفیلد، ردیف ششم بر اساس روش چند ایستگاهی و سایر موارد بر اساس روش تجدید نظر شده هرشفیلد می‌باشد.



شکل ۱- توزیع تجمعی و هیستوگرام PMP برای ایستگاه‌های حوضه آبریز اترک.

محلی با تغییرات تصادفی مرتفع می‌گردد. لذا مقدار بارندگی با دوره بازگشت ۵ ساله می‌تواند در محاسبات مورد استفاده قرار گیرد. رابطه (۱۱) به عنوان تخمین عمومی از چندک‌های بارش در هر نقطه به شرط آن که مقادیر C_i و M_5 معلوم باشند مورد استفاده قرار می‌گیرد. به دلیل آن که تنها ODF شامل x_{PMP} و y_{lim} است می‌توان با جای‌گذاری y_{lim} در معادله‌ی فوق مقدار حداکثر بارندگی محتمل را به دست آورد (Eliason, 1997). نامبرده با فرض این که M_5 در منطقه یکسان باشد، PMP را در منطقه به صورت زیر ارائه کرد:

$$PMP = \text{Max}\{x_i\} = \text{Max}\{M_5 [1 + C_i (y_{lim} - 1.5)]\} = \text{Max}(M_5) [1 + \text{Max}(C_i) (y_{lim} - 1.5)] \quad (12)$$

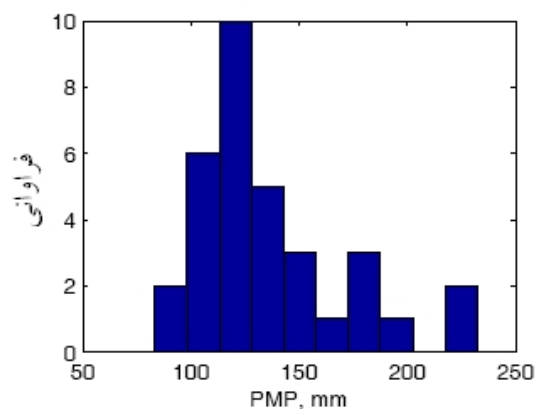
که در آن:

$$\text{Max}\{C_i\} = -0.2492 + \bar{C}_i + \ln(N_s) + \ln[(SC_i)] \quad (13)$$

در رابطه اخیر، \bar{C}_i میانگین کلیه‌ی C_i های ایستگاه‌های منطقه، N_s تعداد ایستگاه‌ها و $S(C_i)$ انحراف معیار C_i ها است. این محاسبات با فرض مستقل بودن P_{24} هر ایستگاه از ایستگاه‌های دیگر انجام شده است و از آنجایی که در مناطق خشک، فاصله‌ی متوسط دو ایستگاه حدود ۳۰ کیلومتر پیشنهاد شده است، PMP₂₄ محاسبه شده به روش چند ایستگاهی نقطه‌ای است و برای هر نقطه از منطقه و تنها برای مساحت ۲۵ کیلومتر مربع اطراف آن نقطه صادق است.

۳- نتایج

آزمون ناهمگنی گشتاورهای خطی (Hosking and Wallis, 1997) نشان داد که ایستگاه شماره ۱۱۰۰۱ (اترک) نسبت به بقیه ایستگاه‌ها ناهمگن است. ضریب تغییرات این ایستگاه (۰/۷۱) نسبت به سایر



۲-۳- روش چند ایستگاهی

کرد (برای توضیحات بیش تر الیاسون، ۱۹۹۴ را ببینید). تفاوت‌های شیب و عرض از مبدا برای ایستگاه‌های تحت مطالعه قابل توجه بود (نتایج نشان داده نشد). پارامترهای C_i و M_5 از روی شیب و عرض از مبدا هر خط (رابطه‌ی ۱۵) محاسبه می‌شود.

تساوی دو رابطه (۱۴) و (۱۵) منجر می‌شود به:

$$C_i = \frac{1}{1.5 - a} = \frac{1}{bM_5} \quad (16)$$

که اگر در این رابطه به جای a و b از روابط معادل آن‌ها با پارامترهای \bar{x} و s (رابطه‌ی ۶) استفاده شود خواهیم داشت (CV) ضریب تغییرات، s/\bar{x} ، می‌باشد:

$$C_i = \frac{1}{1.5 - \gamma + \pi / (\sqrt{6} CV)} = \frac{1}{CV} \quad (17)$$

در نتیجه M_5 را نیز می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$M_5 = \bar{x} + \frac{\sqrt{6}(1.5 - \gamma)}{\pi} s \quad (18)$$

روابط (۱۷) و (۱۸) به‌طور مشخص نشان می‌دهند که هر دو پارامتر C_i و M_5 کاملاً به اطلاعات محلی بستگی دارند و تابعی از میانگین، انحراف معیار و ضریب تغییرات داده‌های بارندگی هستند. (NERC (1975) برای داده‌های انگلستان، Eliason (1994) برای داده‌های ایسلند و Eliason (1997) برای داده‌های واشنگتن نشان دادند که یک رابطه تجربی هذلولی به شکل

$$C_i = a' + \frac{b'}{M_5} \quad (19)$$

بین پارامترهای C_i و M_5 برقرار است. ضرایب a' و b' کاملاً به شرایط محلی بستگی دارند و برای یک منطقه مشخص برای آن‌ها مقادیر ثابتی گزارش شده است. با این حال چنین رابطه‌ای برای ایستگاه‌های حوضه اترک به‌دست نیامد (شکل ۲). پراکنش نقاط نه تنها نزولی نبود، بلکه به‌طور مشخص صعودی بود. برای تحلیل این نتیجه و این‌که چرا با نتایج ارائه شده در منابع (Eliason, 1997) متضاد است، در ابتدا به آسانی بین روابط (۱۷) و (۱۸)، CV را حذف می‌کنیم. رابطه‌ای به شکل زیر بین C_i و M_5 به‌دست می‌آید:

$$C_i = \frac{1}{1.5 - \gamma} - \frac{1}{1.5 - \gamma} \frac{1}{M_5} \quad (20)$$

تمامی ایستگاه‌ها برآزش خوبی با تابع توزیع احتمال EV1 داشتند (به‌دلیل محدودیت جا نشان داده نشد). پارامترهای موقعیت m و مقیاس α برای هر ایستگاه با روش حداکثر درست‌نمایی (رضایی پزند و قهرمان، ۱۳۸۵ را ببینید) به‌دست آمد. عامل‌های M_5 (رابطه‌ی ۶ با $y=1.5$) و C_i (رابطه ۸) محاسبه شدند. مقادیر C_i بین دو مقدار ۰/۱۷ و ۰/۳۳ متغیر بود. آماره‌های اصلی C_i شامل میانگین، انحراف معیار، ضرایب تغییرات، چولگی و کشیدگی به‌ترتیب ۰/۲۳، ۰/۰۴، ۰/۱۶، ۰/۸ و ۰/۷۲ به‌دست آمدند.

جدول ۲- محدوده نسبت حداکثر بارندگی محتمل به حداکثر باران روزانه در مطالعات مختلف.

محدوده	مرجع
۲/۲ تا ۶/۴	مطالعه‌ی حاضر- نگرش اول هرشفیلد
۳/۲ تا ۲/۰	مطالعه‌ی حاضر- نگرش دوم هرشفیلد
۲/۸ تا ۱/۵	تاج‌بخش و قهرمان (۱۳۸۸)- شمال شرق ایران
۳/۰ تا ۲/۱	قهرمان (۲۰۰۸) - اترک
۲/۹ تا ۱/۶	دسا و راجچا (۲۰۰۷)- جنوب مالزی
۳/۲	رضایی پزند و قهرمان (۲۰۰۷)- شمال شرق ایران
۲/۸ تا ۱/۰	پایمزد و همکاران (۱۳۸۴)- شرق هرمزگان
۲/۸ تا ۱/۵	دسا و همکاران (۲۰۰۵)- غرب مالزی

با توجه به کوچک بودن انحراف معیار C_i ممکن است بتوان ایستگاه‌های انتخابی را همگن محسوب کرد و آن‌ها را در محاسبه PMP_{24} چند ایستگاهی وارد کرد (بحث تکمیلی متعاقباً ارائه می‌شود).

اعمال رابطه (۶) برای دوره‌ی بازگشت ۵ سال ($y=1.5$) و تقسیم رابطه (۶) بر آن منجر می‌شود به:

$$\frac{x}{M_5} = \frac{y - a}{1.5 - a} \quad (14)$$

که در آن عدد ۱/۵ مقدار متغیر کاهش یافته متناظر با دوره بازگشت ۵ سال است.

معکوس رابطه (۷) مطابق زیر است:

$$y = \frac{1.5C_i - 1}{C_i} + \frac{1}{C_i M_5} x \quad (15)$$

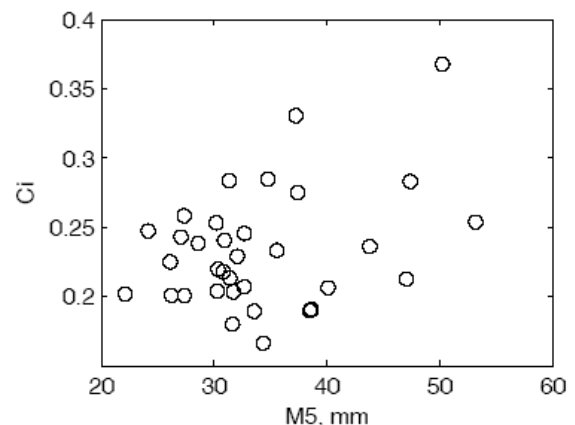
این رابطه نشان می‌دهد که هر دو پارامتر M_5 و C_i را می‌توان از روی ترکیبی از شیب و عرض از مبدا در یک نمودار $x:y$ محاسبه

است. از طرف دیگر این نکته تأیید می‌شود که تعداد ایستگاه‌ها برای تحلیل کافی است زیرا تعداد ۳۳ ایستگاه در حوضه اترک معادل با متوسط فاصله‌ای در حدود ۳۰ km می‌شود و لذا داده‌ها از هم مستقل فرض می‌شوند (Buishand, 1984).

Eliason (1997) PMP را با فرض یکسان بودن M_5 در N_s ایستگاه مستقل از هم محاسبه کرد. ما نشان دادیم که ایستگاه‌ها از هم مستقل اند (پراش ناگت برای کلیه پارامترها - من جمله M_5 - قابل ملاحظه است) لیکن نمی‌توان فرض ثابت بودن M_5 را در منطقه پذیرفت. شکل ۴ هیستوگرام M_5 را نشان می‌دهد که بیانگر یک توزیع چوله به راست است. M_5 با میانگین ۳۳/۵۲ و ضریب تغییرات ۰/۲۰۶ بین حداقل ۲۲/۱۲ و حداکثر ۵۳/۱۸ میلی‌متر نوسان می‌کند. در محاسبه y_{lim} از روی M_5 (رابطه ۱۰) نیز ابهام وجود دارد. ولو که فرض یکسان بودن M_5 در منطقه پذیرفته شود مسلم است که مابین M_5 ها تفاوت وجود خواهد داشت. در این صورت از کدام معیار از M_5 ها (مثلاً میانگین/حداکثر/...) می‌توان استفاده کرد؟ ما رابطه (۱۲) را به صورت زیر بسط می‌دهیم:

که در آن برای y_{lim} از رابطه‌ی (۱۰) استفاده شده است و آخرین تساوی نیز بر اساس مستقل بودن M_5 و C_i از یکدیگر (شکل ۲) می‌باشد. برای محاسبه $\max\{M_5\}$ می‌توان در رابطه (۱۳) C_i را با M_5 تعویض کرد. جدول (۳) مقداری از محاسبات را خلاصه کرده است. PMP به دو پارامتر مستقل از هم بستگی دارد. می‌توان نشان داد که علیرغم منفی بودن یکی از جملات، افزایش توأم هر دو پارامتر منجر به افزایش x_j (در ایستگاه فرضی ژام - حداکثر x_j منجر به PMP می‌شود) می‌شود (شکل ۵). در نتیجه با استفاده از رابطه (۲۱) مقدار PMP در حدود ۱۶۲/۷ میلی‌متر محاسبه می‌شود. PMP در هفت ایستگاه (حداکثر ۲۳۲/۴۵، حداقل ۱۵۲/۱۱ و متوسط ۱۹۰/۵۸ میلی‌متر) از این مقدار بیشتر بود.

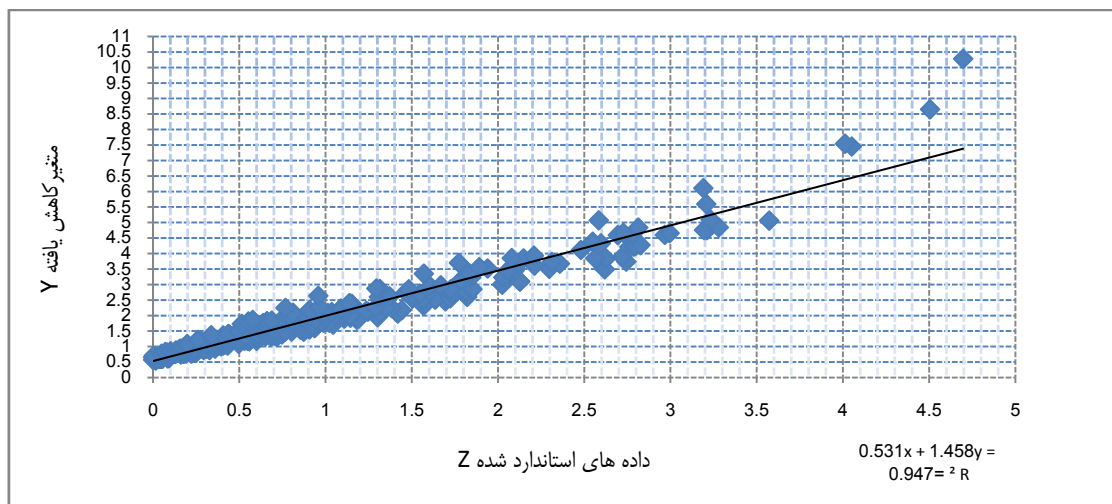
$$\begin{aligned} PMP &= \max\{x_j\} = \max\{M_5[1 + C_i(y_{lim} - 1.5)]\} \\ &= \max\{M_5\} + \max\{M_5 C_i (y_{lim} - 1.5)\} \\ &= \max\{M_5\} + \max\{M_5 C_i [10.7 - 0.0071 M_5] - 1.5\} \\ &= \max\{M_5\} + 9.2 \max\{M_5 C_i\} - 0.0071 \max\{M_5^2 C_i\} \\ &= \max\{M_5\} + 9.2 \max\{M_5\} \max\{C_i\} - 0.0071 (\max\{M_5\})^2 \max\{C_i\} \end{aligned} \quad (21)$$



شکل ۲- تغییرات توأم دو پارامتر M_5 و C_i برای ایستگاه‌های حوضه آبریز اترک

تحلیل‌های Eliason (1997) در مورد توابع EVI، TDF و ODF در روابط (۱)، (۲) و (۳) با اطلاعات ما در شکل ۳ تأیید می‌شود. این شکل در راستای نتایج Koutsoyiannis (1999) مبنی بر اینکه داده‌های باران حداکثر روزانه نه از EVI بلکه از GEV که بر روی کاغذ گامبل به شکل منحنی (و نه یک خط مستقیم) است پیروی می‌کند، نیز می‌باشد. در شکل ۳ با توجه به حجم بسیار زیاد داده‌ها، تنها داده‌های بزرگ‌تر انتخاب شده (۳۸۳ داده) و به صورت ادغام شده در کاغذ احتمالات گامبل رسم شده‌اند. این نمودار نشان می‌دهد که داده‌ها تا حدود $y=4$ برازش خوبی بر تابع توزیع گامبل نوع ۱ دارند، اما از این نقطه به بعد به سمت y های بزرگ‌تر تمایل پیدا کرده‌اند.

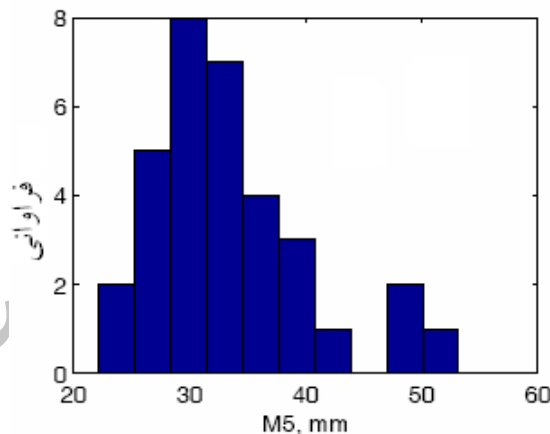
هیچ‌کدام پارامترهای دخیل در محاسبه‌ی PMP وابستگی مکانی نداشتند. برای نشان دادن این نکته ما از مفهوم نیم‌تغییرنما (Kitanidis, 1993) استفاده کردیم. پراش ناگت (مولفه تصادفی) در تمامی نیم‌تغییرنماهای پارامترها غلبه داشت (نتایج نشان داده نشد) و لذا هیچ‌گونه وابستگی مکانی بین پارامترها در ایستگاه‌های مختلف وجود ندارد. در نتیجه شرایط نمونه‌گیری تصادفی مکانی حکم‌فرما



شکل ۳- پراکنش متغیر کاهش یافته و تعدادی از داده های استاندارد شده برای ایستگاه های حوضه آبریز اترک

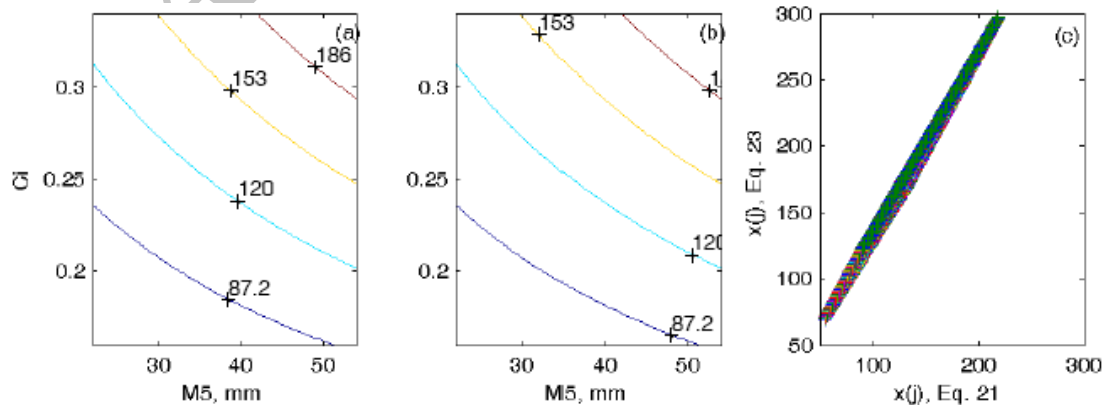
جدول ۳- مراحل محاسبات $\max\{C_i\}$ و $\max\{M_5\}$.

پارامتر	بزرگترین مقدار	انحراف استاندارد	$\max\{\bullet\}$	$\max\{\bullet\}/x_1$	$\max\{\bullet\}/\bar{x}$
C_i	۰/۲۳۳۳	۰/۰۴۲۵	۰/۳۵۲۲	۰/۹۶	۱/۵۱
M_5	۳۴/۰۱۳۳	۷/۳۸۷۹	۳۹/۲۹۰۳	۰/۷۴	۱/۱۶



شکل ۴- هیستوگرام (pdf) توزیع فراوانی پارامتر M_5 برای ایستگاه های حوضه آبریز اترک.

آیا اصولاً مقایسه ی دو روش هرشفیلد و چند ایستگاهی مجاز است؟ (الیاسون-۱۹۹۷) چنین مقایسه ای را انجام نداده است. با این حال ممکن است بتوان قبول کرد که نتیجه اشتباه نباشد، زیرا مقادیر نقطه ای PMP شدیداً به آمار و اطلاعات وابسته است و تغییر هر عدد (مثلاً با تغییر طول دوره ی آماری) ممکن است مقدار PMP را تغییر دهد در حالی که با توجه به این نکته که در نگرش چند



شکل ۵- (a) خطوط هم مقدار x_j در ایستگاه فرضی زام بر اساس رابطه ۲۱؛ (b) هم چون (a) ولی بر اساس رابطه ۲۳؛ (c) رابطه بین PMP محاسبه شده بر اساس روابط ۲۱ و ۲۳.

($<3\%$ تفاوت) از این مقدار بیش‌تر بود. با این حال هم M_5 و هم میانگین داده‌ها در این ایستگاه نسبت به سایر ایستگاه‌ها حداکثر بود. در نتیجه به نظر می‌رسد که PMP بر مبنای نگرش چند ایستگاهی در یک منطقه همگن با حداکثر PMP‌های نقطه‌ای به روش تجدید نظر شده هرشفیلد برابر باشد. این نتیجه تنها بر اساس یک منطقه به‌دست آمده است و می‌بایست با بررسی‌های دیگر واسنجی شود.^۷

۴- نتیجه گیری

سه روش متداول تعیین PMP به روش آماری مقایسه شد. در روش استاندارد هرشفیلد مقادیر PMP بسیار زیاد و غیرمنطقی به‌دست آمد. PMP‌های نقطه‌ای در روش تجدیدنظر شده هرشفیلد منطقی‌تر بود و محدوده نسبت بدون بعد PMP به حداکثر مشاهده شده بارندگی روزانه در راستای مطالعات مختلف با اقلیم‌های متفاوت بود. PMP به‌دست آمده به روش چند ایستگاهی برای حوضه اترک از مقادیر PMP نقطه‌ای در ۷ ایستگاه کم‌تر بود. گرچه نمی‌توان این نتیجه را اشتباه دانست ولی برای اولین بار در یک روش معکوس متغیر حدی کاهش یافته از روی PMP‌های نقطه‌ای برای شرایط منطقه واسنجی شد و نتیجه به‌دست آمده از کلیه PMP‌ها (به‌جز یک ایستگاه) بیش‌تر به‌دست آمد. بنابراین به‌نظر می‌رسد که PMP بر مبنای نگرش چند ایستگاهی در یک منطقه همگن با حداکثر PMP‌های نقطه‌ای به روش تجدید نظر شده هرشفیلد برابر باشد. این نتیجه تنها بر اساس یک منطقه به‌دست آمده است و می‌بایست با بررسی‌های دیگر واسنجی شود.

۵- تشکر

بدین‌وسیله از خانم مهندس سیاری دانشجوی دکتری آبیاری و زهکشی دانشگاه فردوسی مشهد بابت کمک در انجام بخشی از تحلیل‌های نیم‌تغییرنما و هم‌چنین از معاونت پژوهشی این دانشگاه بابت تأمین بخشی از هزینه‌های این تحقیق تشکر می‌گردد.

پی‌نوشت‌ها

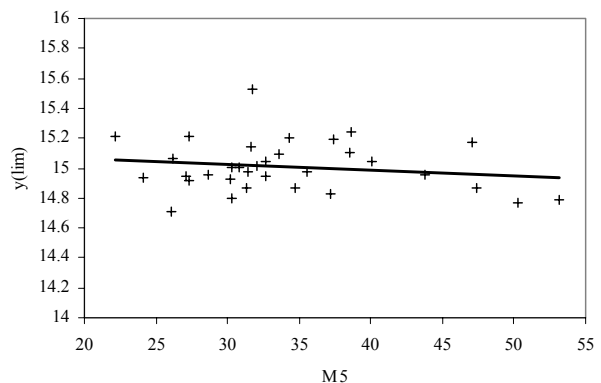
- 1- Probable Maximum Precipitation
- 2- Basic Distribution Function
- 3- Transformed Distribution Function
- 4- Cut-off Distribution Function
- 5- Well-behaved
- 6- III-bahaved

۷- مطالعه‌ای برای کلیه‌ی ایستگاه‌های ایران در حال انجام است.

ایستگاهی تمامی آمار و اطلاعات بدون بعد شده و یک‌جا درنظر گرفته شده‌اند، تغییر در یکی از داده‌ها قادر به تغییر چشم‌گیر نتیجه نهایی نخواهد بود. با این حال ممکن است رابطه تجربی بین M_5 و C_i که از روی داده‌های انگلستان به‌دست آمده است (Eliason, 1994) برای شرایط اقلیمی حوضه آبریز اترک مناسب نباشد. ما PMP‌های نقطه‌ای به روش تجدید نظر شده هرشفیلد را تأیید می‌کنیم و ابتدا با توجه به رابطه (۱۱) مقادیر نقطه‌ای y_{lim} را محاسبه می‌کنیم. y_{lim} ‌ها با میانگین $15/01$ (معادل دوره بازگشت $y_T = 3/3 \times 10^6$) در یک بازه کوچک بین $14/94$ ($TR = 3/3 \times 10^6$) و $15/05$ ($TR = 3/4 \times 10^6$) تغییر می‌کند ($CV = 0/0113$). با چنین تغییرات اندکی احتمال وابستگی به هر پارامتر دیگری (مانند M_5) از بین می‌رود (شکل ۶). رابطه ریاضی غیرمعنی‌دار ($R^2 = 0/0257$) بین M_5 و y_{lim} به‌صورت زیر است:

$$y_{lim} = 15.133 - 0.0036 M_5 \quad (22)$$

تفاوت این رابطه با رابطه (۱۰) (الیاسون سطح معنی‌داری این رابطه را گزارش نکرده است) را ممکن است به تفاوت ماهوی بارندگی‌ها در دو اقلیم متفاوت انگلستان و اترک منتسب نمود.



شکل ۶- وابستگی متغیر حدی کاهش یافته به M_5 در ایستگاه‌های حوضه آبریز اترک.

با استفاده از اطلاعات محلی (رابطه ۲۲)، شکل تصحیح شده رابطه (۲۱) به‌صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$PMP = \max\{M_5\} + 13.633 \max\{M_5\} \max\{C_i\} - 0.0036 (\max\{M_5\})^2 \max\{C_i\} \quad (23)$$

پراکنش x_i در این حالت نیز در شکل ۵ و مقایسه‌ای با حالت قبل در آن ارایه شده است. در نتیجه با استفاده از اعداد جدول (۳)، PMP هر نقطه فرضی در حوضه آبریز اترک ۲۲۶ میلی‌متر به‌دست می‌آید. PMP در تنها در ایستگاه ۱۱۰۲۸ (قلعه جیق) (قلعه جیق) (۲۳۲/۴۵ میلی‌متر)

- Ghahraman, B. (2008), "The estimation of one day duration probable maximum precipitation over Atrak watershed in Iran", *Iran. J. Sci. Tech.* 32(B2), pp. 175-179.
- Hershfield, D.M. (1961), "Estimating the probable maximum precipitation", *J. Hydraul. Div., ASCE*, 887(HY5), pp. 99-116.
- Hershfield, D.M. (1965), "Method for estimating the probable maximum precipitation", *J. Am. Water Works Assoc.* 10, pp. 965-972.
- Hosking, J. R. M. and Wallis, J. R. (1997), *Regional frequency analysis: An approach based on L-Moments*, Cambridge University Press, New York, USA.
- Keim, B.D., and Faiers, G.E. (2000), "A comparison of techniques to produce quantile estimates of heavy rainfall in arid and mountain environments: a test case in western Texas", *J. Arid Environ.* 44, pp. 267-275.
- Kitanidis, P.K., (1993), *Geostatistics*. In: D.R. Maidment (ed.), *Handbook of Hydrology*, McGraw-Hill Book Co., Chaptan 20.
- Knappenberger, C. and Michaels, P. (1993), *Return Intervals for 2,3,5,7 and 10-day precipitation amounts for Virginia*, Technical Paper No. 050193.Clumbia,South Carolina:Southeast Regional Climate Center.
- Koutsoyiannis, D. (1999), "A probabilistic view of Hershfields method for estimating probable maximum precipitation", *Water Resour. Res.* 35(4), pp 1313-1322
- National Environment Research Council (NERC), (1975), *Flood Studies Report (FSR)*, vol II, Oxon, U.K.
- Porras, P.J. and Porras, Jr. P.J. (2001), "New perspective on rainfall frequency curves" *J. Hydrol. Eng., ASCE*, 6(1), pp 82-85.
- Rohli, R.V., Grymes, J. M. and Russo, M. M. (2002), "A really-weighted design estimates for extreme event stormwater in East Baton Rouge Parish, Louisiana", *Papers and Proceedings of the Applied Geography Conferences*, Eds. Montz, B.E. and Tobin, G.A., 25:245-253.
- Schaefer, M.G. (1990), "Regional asnalysis of precipitation annual maxima in Washington State", *Water Resour. Res.* 26(1), pp 119-131.
- World Meteorological Organization (WMO), (1986), *Manual for Estimation of Probable Maximum Precipitation*, WMO, No. 168, TP-82.
- پایمزد، ش.، مرید، س. و قائمی، ه. (۱۳۸۴)، "برآورد حداکثر بارندگی محتمل در شرایط کمبود آمار و اطلاعات: مطالعه موردی، شرق استان هرمزگان". *مجله علوم کشاورزی و منابع طبیعی*، جلد ۱۲ شماره ۱ صفحه ۸۳-۹۲.
- تاجبخش، م. و قهرمان، ب. (۱۳۸۸)، "برآورد حداکثر بارش محتمل ۲۴ ساعته به روش‌های آماری در شمال شرق ایران". *مجله پژوهش‌های حفاظت آب و خاک (مجله علوم کشاورزی و منابع طبیعی)*، جلد ۱۶ شماره ۱ صفحه ۱۲۳-۱۴۱.
- رضایی‌پژند، ح. و قهرمان، ب. (۱۳۸۵)، "برآورد بارندگی حداکثر ۲۴ ساعته به روش چند ایستگاهی". *مجله تحقیقات منابع آب ایران*، جلد ۲ شماره ۱ صفحه ۴۵-۵۳.
- شفیعی، م. و قهرمان، ب. (۱۳۸۸)، "بررسی تغییرات مکانی حداکثر بارش محتمل ۲۴ ساعته در حوضه آبریز قره‌قوم". *مجله آبیاری و زهکشی ایران*، جلد ۲ شماره ۳ صفحه ۵۰-۵۹.
- شفیعی، م.، قهرمان، ب.، داوری، ک. و انصاری، ح. (۱۳۸۷)، "برآورد آماری حداکثر بارش محتمل ۲۴ ساعته بر اساس تصحیح ضریب فراوانی هرشفیلد (مطالعه موردی حوضه آبریز نیشابور)". *چکیده مقالات سومین کنفرانس مدیریت منابع آب ایران*، ۲۳-۲۵ مهر ماه ۱۳۸۷، دانشگاه تبریز، دانشکده مهندسی عمران، ص ۴۹۵ (چاپ شده در لوح فشرده، کد مقاله: ۱۰۲۴۳).
- Buishand, T.A. (1984), "Bivariate extreme value data and the station-year method", *J. Hydrol.* 69, pp. 77-95.
- Chow, V.T. (1951), "A general formula for hydrologic frequency analysis", *Trans. Am. Geophys. Union*, 32, pp. 231-237.
- Chow, V.T., Maidment, D.R. and Mays, L.W. (1988), *Applied Hydrology*, McGraw-Hill Book Company, 572 pp.
- Desa, M. N. M., Noriah, A. B. and Rakhecha, P.R. (2001), "Probable maximum precipitation for 24 h duration over Southeast Asia monsoon region-Selangor. Malaysia", *Atmos. Res.* 8, pp. 41-54.
- Desa, M. N. M. and Rakhecha, P.R. (2007), "Probable maximum precipitation for 24-h duration over an equatorial region: Part 2-Johor, Malaysia", *Atmos. Res.* 84, pp. 84-90.
- Eliason, J. (1994), "Statistical estimation of PMP value", *Nordic Hydrol.* 25(4), pp. 301-312.
- Eliason, J. (1997), "A statistical model for extreme precipitation", *Water Resour. Res.* 33(3), pp. 449-455.