



Support Domain Effects on Shape Parameter C in Mapping by Radial Basis Functions (RBFs)

H. Derakhshan^{1*} and N. Talebbeydokhti²

Abstract

In many water engineering studies, there is a need to fill lost rain data using mapping tools. In this research this has been done by 5 types of RBFs; the data used were extracted by 3 test functions in which the support domain varied from 0.1 by 0.1 meter net to 0.5 by 0.5 meter net with different numbers of stations in a unit area domain. The c parameter was optimized by cross validation method and the Normalized Mean Square Error (NMSE), Percent Average Estimation Error (PAEE) and Coefficient of determination (R^2) were the statistical controlling tools for choosing suitable RBF function type. Compared to other works in literature, this work had a better performance in mapping. It is also shown that the c parameter that optimizes the RBF function is highly dependent on the support domain size; the finer the resolutions of support domain, the better the results achieved. The attribute was also found for an arbitrary station point, Z (0.25, 0.35) to show the model capability for an irregular domain. This work may be compared with meshless methods for further research.

Keywords: RBFs, Mapping, Shape parameter, Support domain, Resolution.

Received: December 8, 2007

Accepted: January 18, 2012

بررسی تاثیر شبکه‌بندی روی ضریب شکل توابع پایه شعاعی در نگاشت داده‌های ناقص بارندگی

حسن درخشان^{۱*} و ناصر طالب بیدختی^۲

چکیده

از طریق نگاشت داده‌های موجود بارندگی می‌توان به درون‌یابی و نگاشت داده‌های ناقص بارندگی که اطلاعات بارندگی بدلیلی در آنها ثبت نشده است پرداخت. در این مقاله برای تکمیل داده‌های ناقص از پنج روش درون‌یابی مبتنی بر توابع پایه شعاعی در یک محدوده سطح واحد استفاده شده است. برای یافتن روش مناسب درون‌یابی، مقدار ضریب ثابت کمینه کننده خطا (ضریب شکل C) طی یک روش اعتبار سنجی بهینه‌یابی از سه نمونه از توابع آزمون که در آن محدوده مورد مطالعه بصورت شبکه‌های مربعی ۰/۱ متری تا ۰/۵ متری در مربع با ابعاد واحد انتخاب شده‌اند و در اینجا حکم مشاهدات را دارند، استفاده شده است. با داشتن این ضریب شکل خاص میزان بدست آمده برای تداوم بارندگی محاسبه شده و با کارهای دیگر که در این زمینه انجام شده مقایسه به عمل آمده و به منظور بررسی دقت روش تخمین و انتخاب روش نهائی از روشهای کنترل آماری شامل خطای متوسط مربعی نرمال (NMSE)، درصد متوسط خطای تخمین (PAEE) و یا مربع ضریب همبستگی (R^2)، استفاده شده است. به صورت عددی نشان داده شده است که میزان بهینه ضریب شکل بستگی به توزیع تعداد ایستگاهها بر روی سطح واحد و نحوه شبکه بندی دارد. نتایج تحقیق نشان می‌دهد که با افزایش تعداد ایستگاه مشاهده‌ای در دامنه مورد نظر اختلاف محاسبات با مشاهدات (توابع آزمون) بسیار کمتر می‌شود در ادامه مقدار بارندگی در یک ایستگاه خاص کاملاً انتخابی در درون دامنه بغیر از ایستگاههای منظم موجود، یعنی ایستگاه واقع در نقطه (۰/۲۵، ۰/۳۵) Z نیز از دو طریق توابع آزمون و محاسبات بدست آمد و نتایج بسیار رضایت بخشی حاصل گردید و پیشنهاداتی برای ادامه تحقیق داده شد.

کلمات کلیدی: توابع پایه شعاعی، نگاشت بارندگی، ضریب شکل، شبکه‌بندی، نقاط همسایگی.

تاریخ دریافت مقاله: ۱۷ آذر ۱۳۸۶

تاریخ پذیرش مقاله: ۲۸ دی ۱۳۹۰

1- Assistant Professor of Civil Engineering Department, Faculty of Engineering, Zabol University, Zabol, Iran. Email: derakhsh@gmail.com
2 Professor of Civil Engineering Department, Faculty of Engineering, Shiraz University, Shiraz, Iran
*- Corresponding Author

۱- استادیار بخش راه و ساختمان، دانشکده مهندسی دانشگاه زابل- زابل- ایران
۲- استاد دانشکده مهندسی بخش راه و ساختمان دانشگاه شیراز- شیراز- ایران
*- نویسنده مسئول

جانبی متفاوت مقایسه گردیده‌اند و روشی که کمترین میزان خطای محاسباتی را دارا بوده به عنوان روش مناسب برای بررسی تاثیر ضریب شکل انتخاب شده است.

۲- معرفی محدوده مورد مطالعه

از ۹ دسته توابع زیر (Rippa, 1999) برای تولید داده‌های مشاهداتی استفاده شده است. به منظور سهولت کار همه داده‌ها در محدوده واحد (مربع واحد) توزیع شده‌اند. اولین مجموعه داده‌ها در رئوس شبکه 0.1 در 0.1 پخش گردیده که مجموعاً ۱۲۱ داده را بدست می‌دهد که به منزله ۱۲۱ ایستگاه بارندگی خواهد بود و شبکه بعدی از مربع‌های به ابعاد 0.2 درست شده است که متشکل از ۳۶ نقطه (۳۶ ایستگاه) بوده و شبکه سوم از مربع‌های به ابعاد 0.25 درست شده که متشکل از ۲۵ نقطه (۲۵ ایستگاه) است. نهایتاً شبکه چهارم از مربع‌های به ابعاد 0.5 درست شده که متشکل از ۹ نقطه (۹ ایستگاه) است. بنابراین در این روش محدودیتی برای تعداد ایستگاه انتخابی نیست. درکد کامپیوتری نوشته شده در محیط MATLAB جهت این موضوع امکان انتخاب هریک از ۹ تابع زیر وجود دارد ولی به منظور خلاصه سازی تنها نتایج سه مورد تابع F_1 , F_3 , و F_6 انتخاب و در قسمت نتایج ارائه شدند.

$$F_1 = 0.75 \exp\left(-\frac{(9x-2)^2 + (9y-2)^2}{4}\right) + 0.75 \exp\left(-\frac{(9x+1)^2}{49} - \frac{9y+1}{10}\right) + \quad (1)$$

$$0.5 \exp\left(-\frac{(9x-7)^2 + (9y-3)^2}{4}\right) - 0.2 \exp\left(-\frac{(9x-4)^2 - (9y-7)^2}{4}\right) \\ F_2 = \frac{\tanh(9y-9x)+1}{9} \quad (2)$$

$$F_3 = \frac{1.25 + \cos(5.4y)}{6(1+(3x-1)^2)} \quad (3)$$

$$F_4 = \frac{\exp\left(-\frac{81}{16}((x-0.5)^2 + (y-0.5)^2)\right)}{3} \quad (4)$$

$$F_5 = \frac{\exp\left(-\frac{81}{4}((x-0.5)^2 + (y-0.5)^2)\right)}{3} \quad (5)$$

$$F_6 = \frac{\sqrt{64-81((x-0.5)^2 + (y-0.5)^2)}}{9} - 0.5 \quad (6)$$

داشتن آمار پیوسته بارندگی جهت برنامه‌ریزی در مهندسی منابع آب از ضروریات اولیه است. در برخی از ایستگاهها مقدار بارندگی ثبت نشده است که از جمله دلایل آن می‌توان به خراب شدن مقطعی باران‌سنج، یا کمبود باران‌سنج در ایستگاه مورد نظر، تفاوت زمانی نصب باران‌سنج‌های مختلف در ایستگاههای مختلف یک حوضه آبریز و غیره اشاره کرد.

داده‌های ناقص بارندگی را می‌توان از طریق میانگین‌گیری (Magness and McCuen, 2004) و یا روش معکوس فاصله و یا روش‌های وزنی (Shams et al., 2003) که کاربر مشخص می‌کند پیدا کرد. Vizzaccaro, Borga (1997) در تحقیقی در روش درونیابی به روش سطوح مالتی کوادراتیک و کریجینگ به این نتیجه رسیده‌اند که در شرایط دانسیته کم ایستگاههای بارندگی، روش کریجینگ جواب بهتری می‌دهد ولی در شرایط ایستگاههای با دانسیته زیاد، هر دو روش مساوی هستند. (Myers (1994) روشهای مختلف درونیابی را به روشهای متعین و غیرمتعین تقسیم‌بندی کرده است. از روشهای دیگر یافتن داده‌های ناقص بارندگی استفاده از روشهای زمین آماری و یا روشهای توابع پایه شعاعی است. عملکرد روش توابع پایه شعاعی بهتر از روش معکوس فاصله بوده است و نیز بدلیل عدم نیاز به فرض ثبات که در روش کریجینگ لازم است، روش توابع پایه شعاعی برترین روش شناخته شده در این زمینه است. در ادامه در این زمینه می‌توان به کارهای Carlson R.E. and Foley, T.A. (1991), Foley T.A. (1987, 1991), Franke R. (1982), Hardy R.L. (1971, 1990), Lyche T. and Morken K. (1987), Poggio T. and Girosi F. (1990), Powell M.J.D. (1990) اشاره نمود.

که در بین روشهای یاد شده در این مقاله از روش آخر یعنی روش توابع پایه شعاعی استفاده شده است. هدف نهائی که در این مقاله دنبال می‌شود، بررسی تاثیر نوع شبکه‌بندی محدوده مورد مطالعه بر روی نگاشت داده‌های ناقص بارندگی است. این تاثیر را نهایتاً می‌توان از طریق ضریب شکل c که مقدار آن برای هر مدل متفاوت است، دید. لذا در این مقاله وظیفه توابع آزمون معرفی شده، ایجاد داده‌های تداوم بارندگی در محدوده واحد و در نقاط مختلف است که به عنوان داده‌های مشاهده‌ای از آنها یاد می‌شود و داده‌های محاسبه‌ای نیز از طریق توابع پایه شعاعی بهینه‌یابی شده بدست می‌آیند (بمنظور سهولت انتخاب تعداد دلخواه از ایستگاهها، محدوده مربع واحد در نظر گرفته شده است). در انتهای مقاله نیز در هر روش، مقادیر مشاهداتی با مقادیر محاسبه شده با معیارهای کنترل

$$\phi(r) = (r^2 + c^2)^{1/2} \quad (10)$$

که در آن $\phi(r)$ تابع پایه شعاعی، r فاصله اقلیدسی بین نقطه مورد نظر و هر یک از نقاط موجود و ضریب c ضریب تاثیر شکل تابع می‌باشد.

- **روش معکوس مالتی کوادریک** از مرکز به طرفین تغییر می‌یابد و به شکل زیر است:

$$\phi(r) = (r^2 + c^2)^{-1/2} \quad (11)$$

که در آن $\phi(r)$ تابع پایه شعاعی، r فاصله اقلیدسی بین نقطه مورد نظر و هر یک از نقاط موجود و ضریب c ضریب تاثیر شکل تابع می‌باشد. در واقع اختلاف دو تابع ذکر شده فوق تنها در علامت توان دو تابع است.

- **روش گوسی** از مرکز به طرفین تغییر می‌یابد و به شکل زیر است:

$$\phi(r) = \exp(-r^2 / c^2) \quad (12)$$

که در آن $\phi(r)$ تابع پایه شعاعی، r فاصله اقلیدسی بین نقطه مورد نظر و هر یک از نقاط موجود و ضریب c ضریب تاثیر شکل تابع می‌باشد.

- **روش کوشی**

$$\phi(r) = (r^2 + c^2)^{-1} \quad (13)$$

که در آن $\phi(r)$ تابع پایه شعاعی، r فاصله اقلیدسی بین نقطه مورد نظر و هر یک از نقاط موجود و ضریب c ضریب تاثیر شکل تابع می‌باشد.

- **روش صفحات نازک**

$$\phi(r) = (cr)^2 \ln(cr) \quad (14)$$

که در آن $\phi(r)$ تابع پایه شعاعی، r فاصله اقلیدسی بین نقطه مورد نظر و هر یک از نقاط موجود و ضریب c ضریب تاثیر شکل تابع می‌باشد.

۴ - **روش کار**

یک تابع خاص از توابع پنجگانه فوق را به همراه یک مقدار مشخص ضریب تاثیر شکل c انتخاب کرده و برای آن تفاوت میزان بدست آمده برای کمیت از طریق اعتبار سنجی جانبی و میزان مشاهده شده آن (توابع آزمون نه گانه) محاسبه می‌شود.

$$F_7 = \begin{cases} 1, & y - \xi \geq 1/2, \\ 2(y - \xi), & 0 \leq y - \xi \leq 1/2, \\ (\cos(4\pi r(\xi, y)) + 1)/2, & r(\xi, y) \leq 1/4, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (7)$$

where

$$r(\xi, y) = \sqrt{(\xi - 3/2)^2 + (y - 1/2)^2}$$

$$\xi = 2.1x - 0.1$$

$$F_8 = 0.595576(y + 3.79762)^2 - x - 10 \quad (8)$$

$$F_9 = (1 - x/2)^6 (1 - y/2)^6 +$$

$$1000(1 - x)^3 x^3 (1 - y)^3 y^3 + y^6 (1 - x/2)^6 + \quad (9)$$

$$x^6 (1 - y/2)^6$$

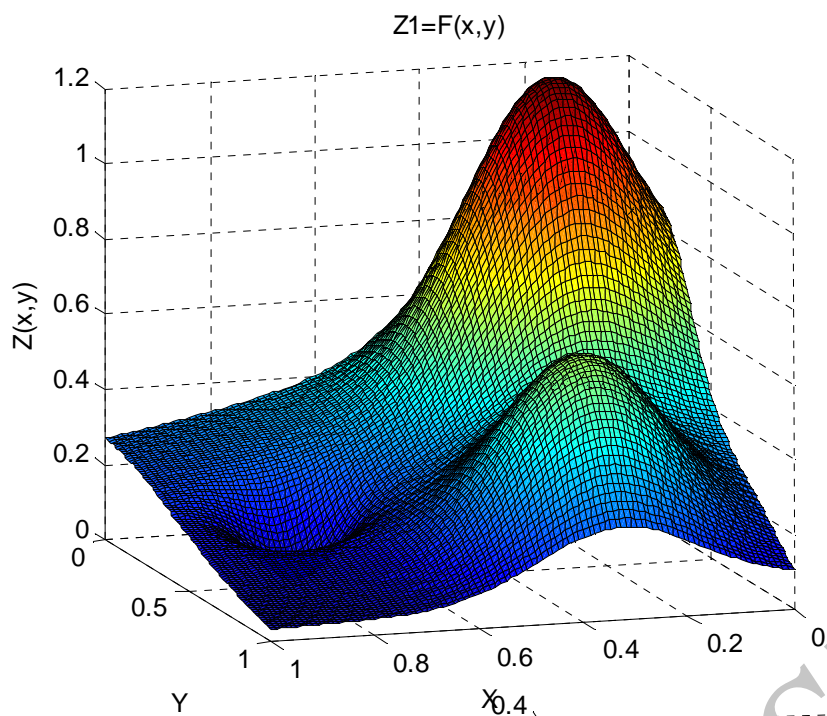
توابع فوق در واقع محدوده مورد مطالعه را نشان می‌دهند که از طریق آنها می‌توان داده‌های مشاهداتی را بدست آورد و x و y نشان دهنده مختصات این محدوده هستند. (درواقع x و y هرکدام بین صفر و یک تغییر می‌کنند و روش تغییر آنها نیز اختیاری است). به عنوان نمونه شکل‌های ۱ الی ۳ نیز توابع آزمون انتخابی F_1 ، F_3 و F_6 را نشان می‌دهند و تغییرات آنها نمایش داده شده است. از این توابع برای تولید داده‌های مشاهداتی در محدوده بین صفر و یک در بخش روش کار استفاده شده است.

۳- **روش درونیابی مبتنی بر توابع پایه شعاعی**

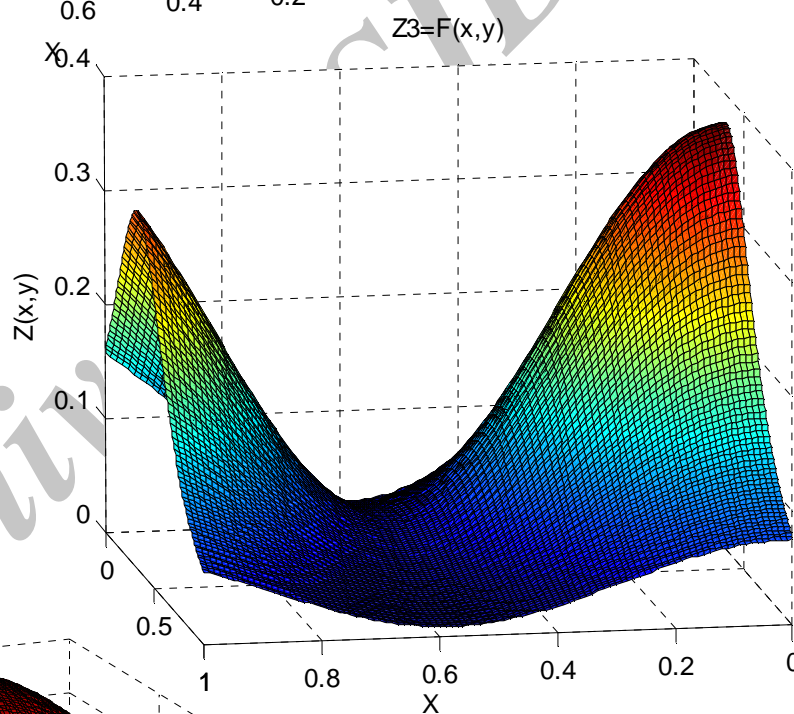
در روش درونیابی توابع پایه شعاعی مطابق شکل ۱ ایستگاه‌های مختلف (با بارندگی) موجود منطقه مورد نظر با ایستگاه مورد نظر (بدون داده‌های بارندگی) بطور کلی توسط مختصات مکانی مرتبط هستند. بدین صورت که بین هر یک از ایستگاه‌های با اطلاعات معلوم و ایستگاه با اطلاعات مجهول و مورد نظر، این ارتباط فاصله‌ای که طبق تعریف روش توابع پایه شعاعی نسبت به نقاط مختلف رویه‌های کلاه مانند تغییر می‌نماید برقرار می‌شود (در این روش میزان همبستگی و تاثیر پذیری یک ایستگاه از ایستگاه‌های مجاور، از روی رویه کلاه مانند پیدا می‌شود). در واقع سهم هر یک از ایستگاه‌های جانبی در تشخیص مقدار مورد نظر برای یک ایستگاه تابعی از مختصات مکانی بین تک تک این ایستگاه‌های جانبی و ایستگاه مورد نظر می‌باشد. که تابع عملکرد مورد بحث به شکل‌های گوناگون ظاهر می‌شود.

این توابع عملکرد به ۵ نوع مختلف زیر تقسیم می‌شوند:

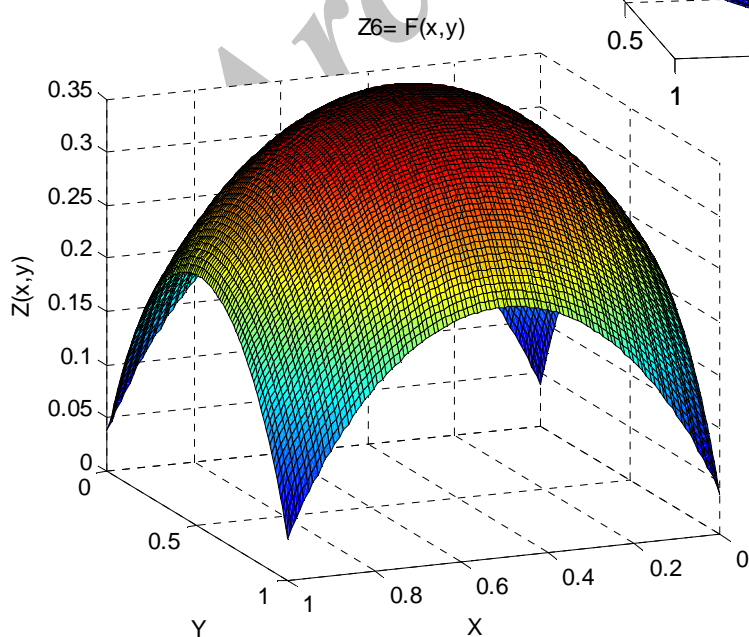
- **روش مالتی کوادریک** از مرکز به طرفین تغییر می‌یابد و به شکل زیر است:



شکل ۱- نمایش تابع آزمون F_1



شکل ۲- نمایش تابع آزمون F_3



شکل ۳- نمایش تابع آزمون F_6

براساس تابعی از توابع عملکرد پنجگانه (معادله‌های ۱۰ الی ۱۴) که خطای کمتری داشته است، انجام شود.

$$PAEE = \frac{100\%}{Dn} \sum_{k=1}^n [\hat{D}(X_k) - D(X_k)] \quad (17)$$

این میزان باید در حد صفر باشد که در آن $\hat{D}(X_k)$ مقدار بارندگی محاسبه شده (توابع پایه شعاعی) در نقطه X_k و $D(X_k)$ زمان بارندگی مشاهده شده (توابع ریپا) در نقطه مورد سوال X_k است و n تعداد ایستگاههای موجود و \bar{D} متوسط زمان بارش است.

$$NMSE = \frac{1}{s^2 n} \sum_{k=1}^n [\hat{D}(X_k) - D(X_k)]^2 \quad (18)$$

این میزان باید در حد صفر باشد که در آن S^2 واریانس داده‌ها و R^2 مربع ضریب همبستگی بین مشاهدات و محاسبات است. فرمولهای ارائه شده ۱۷ و ۱۸ کلی بوده و برای هر کمیته قابل اعمالند ولی کمیته مورد نظر در این تحقیق، تداوم بارندگی است. دقت شود که تاکنون تعداد ایستگاهها ۱۲۱ عدد بود، به منظور بررسی تاثیر شبکه‌بندی کارهای فوق برای شبکه‌های ۳۶ ایستگاهی، ۲۵ ایستگاهی و ۹ ایستگاهی نیز تکرار گردیدند. قابل ذکر است که هر چه شبکه ریزتر (با تعداد ایستگاههای بیشتر در مربع واحد) انتخاب گردد میزان محاسبات و زمان کار برنامه بالاتر می‌رود بطوری که اجرای برنامه برای شبکه ۱۲۱ ایستگاهی زمان بسیار بیشتری نسبت به شبکه ۹ ایستگاهی می‌طلبد.

۵- نتایج و تحلیل نتایج

شکلهای ۴ الی ۱۵ کاربرد روش‌های مختلف درونیابی به روش تابع شعاعی پایه مالتی کوادریک می‌پردازند. شکلهای قسمت الف مربوط به بهینه‌سازی ضریب شکل C در شبکه بندی‌های مختلف ۰/۱ و ۰/۲ و ۰/۲۵ و ۰/۵ بوده و شکلهای قسمت ب مربوط به نمودار پراکندگی محاسبات در مقایسه با مشاهدات در این شبکه‌ها است. همانگونه که از این شکلها و نیز جدول خلاصه شده ۱ دیده می‌شود، بهترین روش درونیابی برای روش تابع شعاعی پایه مالتی کوادریک در شبکه با نقاط بیشتر یعنی شبکه ۱۲۱ ایستگاهی است که به کمترین خطای آماری و بیشترین R^2 منجر شده است و نیز به عنوان نمونه، نقطه $Z(0.25, 0.35)$ در داخل دامنه با این روش، و البته با ضریب شکل بهینه‌یابی شده، درون یابی شده است که نتایج درونیابی با مقدار مشاهداتی همخوانی دارد. در اینجا به منظور کم کردن حجم عملیات تنها نتایج روش مالتی کوادریک در نتایج مقاله آورده شده اند. لازم است اشاره شود که مقادیر نقاطی که از طریق معادلات پیشنهادی ریپا بدست می‌آیند در اینجا حکم مشاهدات را دارند و

این مقدار در یک حالت ایده‌آل بایستی صفر باشد و هر چه جواب بدست آمده به صفر نزدیک‌تر باشد، نشان از دقت روش تخمین دارد. از روشهای کنترل آماری دیگر محاسبه درصد متوسط خطای تخمین است که آنهم بایستی صفر باشد و یا به عنوان سومین ابزار کنترل، مربع ضریب همبستگی که میزان درجه همبستگی بین مقدار محاسبه شده با مقدار مشاهده شده را نشان می‌دهد و این مقایسه نسبت به خط ۴۵ درجه که از قبل رسم شده است، صورت می‌پذیرد. بدیهی است این مقدار بایستی هر چه بیشتر به عدد یک نزدیک‌تر باشد. معادله ۱۵ یک معادله کلی درون یابی است:

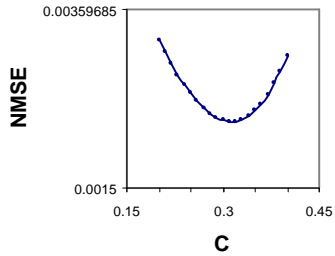
$$\hat{D}(X_0) = \sum_{i=1}^n c_i \phi(\|X_i - X_0\|) \quad (15)$$

بعنوان مثال هر گاه در یک زمان خاص و در یک ایستگاه خاص X_0 از میان ۱۲۱ ایستگاه، درونیابی مقدار زمان بارندگی $\hat{D}(X_0)$ از طریق مقدار سایر ایستگاهها در حالت شبکه ۱۲۱ نقطه‌ای مورد نظر باشد، c_i ضریب وزنی است که مربوط به داده مشاهده شده X_i بوده و $\phi(\|X_i - X_0\|)$ یک تابع مناسب فاصله بین X_i و X_0 از توابع پنج گانه است. برای تشخیص c_i بایستی از روش اعتبار سنجی جانبی استفاده شود. به این صورت که با حذف موقت هر یک از ۱۲۱ ایستگاه، معادله ۱۵ را برای هر یک از ایستگاهها مطابق معادله ۱۶ نوشته و مقدار مورد نظر آن ایستگاه ($D(x_s)$) را که یک مقدار مشاهده شده هم برای آن از طریق توابع آزمون موجود است، با استفاده از ۱۲۰ ایستگاه دیگر پیدا کرده، سپس مقدار محاسبه شده با مقدار مشاهده شده مقایسه می‌شود.

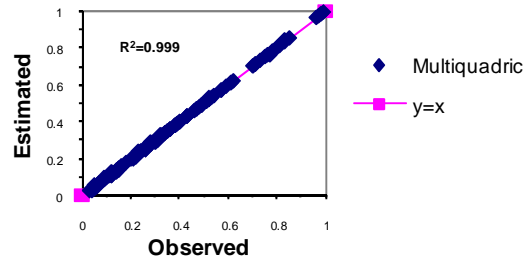
$$D(x_s) = \sum_{i=1}^{121} c_i \phi(\|X_i - X_s\|) \quad \forall s = 1, 2, 3, \dots, 121 \quad (16)$$

این روش برای هر یک از توابع عملکرد پنجگانه تکرار می‌شود، سپس همین کار برای یک مقدار ضریب تاثیر شکل بزرگتر انجام می‌شود. با داشتن مقادیر مختلف ضریب تاثیر شکل به عنوان محور افقی و تفاوت‌های مقادیر مشاهده‌ای و محاسبه شده از کمیته ارزیابی جانبی مورد نظر و رسم نقاط مختلف می‌توان به C بهینه (ضریب تاثیر شکلی که کمترین میزان نرمالیزه شده جذر مربع اختلاف بین مشاهده و محاسبه را داراست) برای هر کدام از توابع عملکرد پنجگانه دست یافت. تا این مرحله برای هر روش از توابع پایه شعاعی و شبکه ۱۲۱ ایستگاهی مقادیر C_{opt} ، $NMSE$ ، $PAEE$ و R^2 محاسبه شده‌اند و هر روشی که بیشترین ضریب R^2 و کمترین میزان خطا را بدست بدهد به عنوان بهترین روش برای درونیابی شناخته می‌شود. بدیهی است با تشخیص آن ضریب شکل بایستی کل محاسبات درونیابی بر اساس همان ضریب شکل ثابت و

مقادیر محاسبه‌ای این نقاط نیز از طریق توابع پایه شعاعی حاصل می‌شوند.

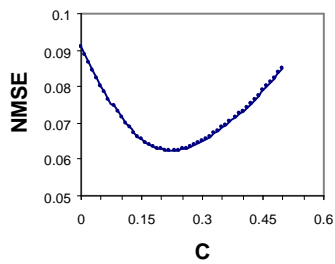


(الف)

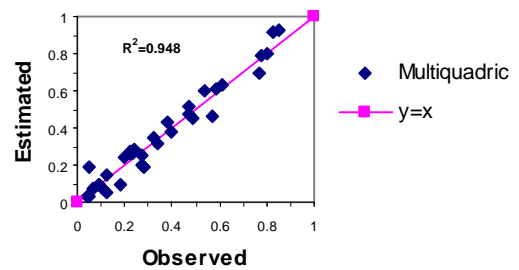


(ب)

شکل ۴ - الف: دیاگرام C-NMSE برای بهینه‌سازی C با شبکه ۱/۱. متری و تابع F_1
ب: نمودار پراکندگی طول دوره رگبار محاسبه‌ای بر حسب مشاهده‌ای.

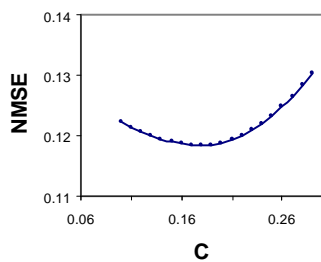


(الف)

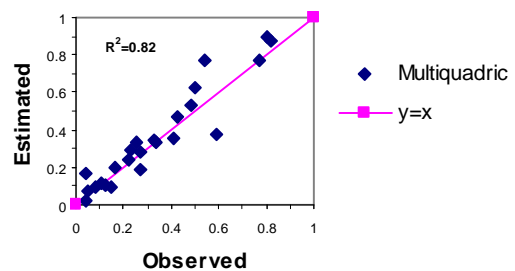


(ب)

شکل ۵ - الف: دیاگرام C-NMSE برای بهینه‌سازی C با شبکه ۲/۲. متری و تابع F_1
ب: نمودار پراکندگی طول دوره رگبار محاسبه‌ای بر حسب مشاهده‌ای.

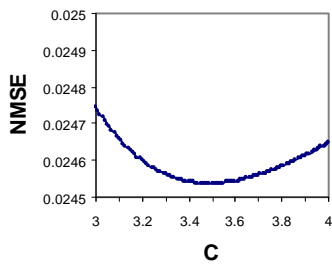


(الف)

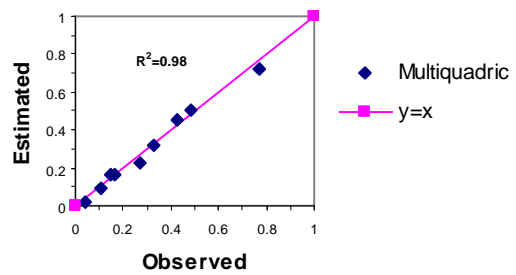


(ب)

شکل ۶ - الف: دیاگرام C-NMSE برای بهینه‌سازی C با شبکه ۵/۵. متری و تابع F_1
ب: نمودار پراکندگی طول دوره رگبار محاسبه‌ای بر حسب مشاهده‌ای.

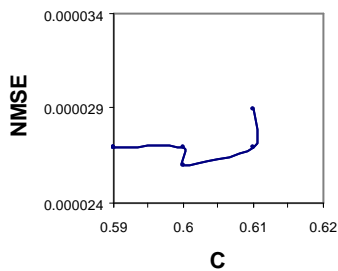


(الف)

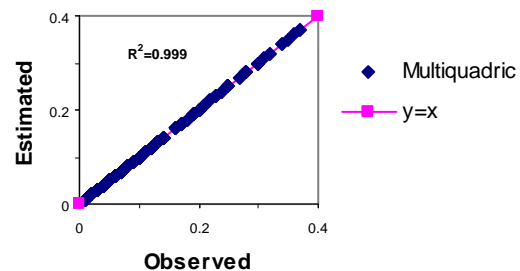


(ب)

شکل ۷ - الف: دیاگرام C-NMSE برای بهینه‌سازی C با شبکه ۵/۵. متری و تابع F1
ب: نمودار پراکندگی طول دوره رگبار محاسبه‌ای بر حسب مشاهده‌ای.

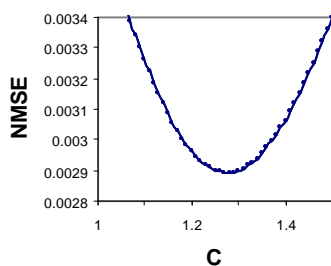


(الف)

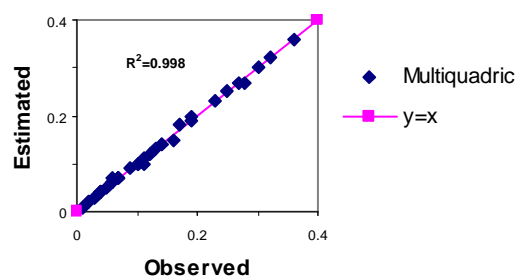


(ب)

شکل ۸ - الف: دیاگرام C-NMSE برای بهینه‌سازی C با شبکه ۱/۱. متری و تابع F3
ب: نمودار پراکندگی طول دوره رگبار محاسبه‌ای بر حسب مشاهده‌ای.

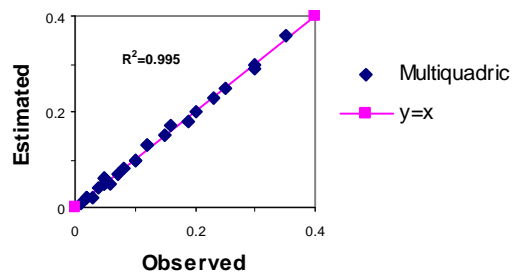
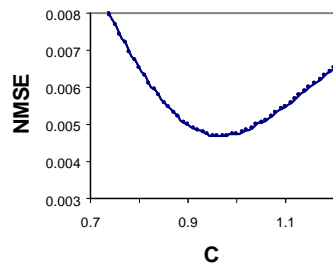


(الف)



(ب)

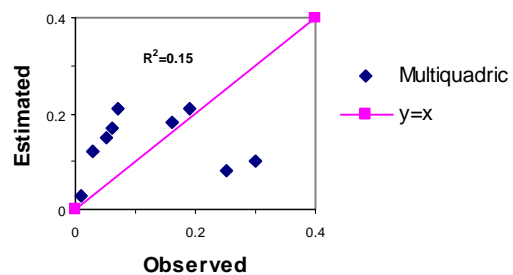
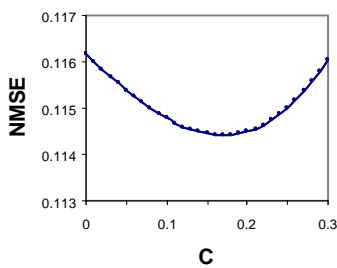
شکل ۹ - الف: دیاگرام C-NMSE برای بهینه‌سازی C با شبکه ۲/۲. متری و تابع F3
ب: نمودار پراکندگی طول دوره رگبار محاسبه‌ای بر حسب مشاهده‌ای.



(الف)

(ب)

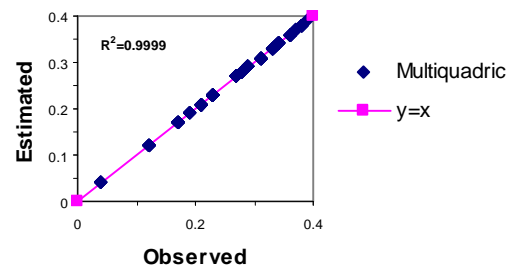
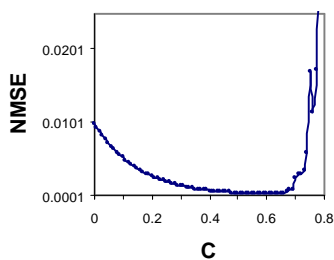
شکل ۱۰- الف: دیاگرام C-NMSE برای بهینه‌سازی C با شبکه ۲۵/۰ متری و تابع F3
ب: نمودار پراکندگی طول دوره رگبار محاسبه‌ای بر حسب مشاهده‌ای.



(الف)

(ب)

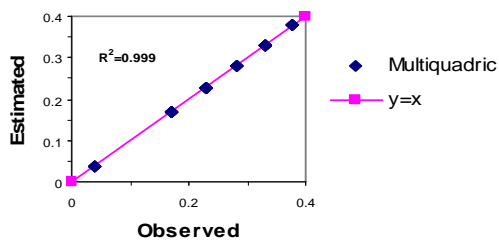
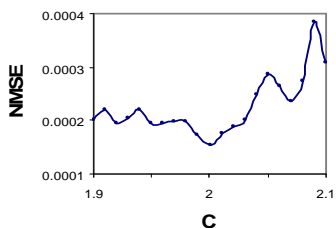
شکل ۱۱- الف: دیاگرام C-NMSE برای بهینه‌سازی C با شبکه ۵/۰ متری و تابع F3
ب: نمودار پراکندگی طول دوره رگبار محاسبه‌ای بر حسب مشاهده‌ای.



(الف)

(ب)

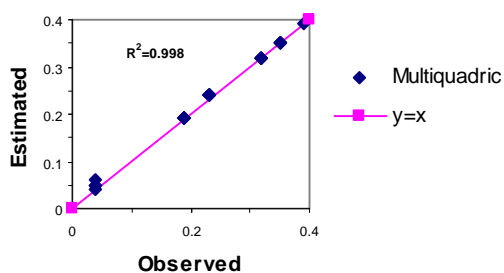
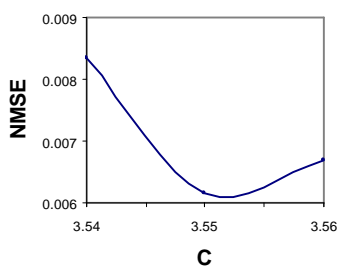
شکل ۱۲- الف: دیاگرام C-NMSE برای بهینه‌سازی C با شبکه ۱/۰ متری و تابع F6
ب: نمودار پراکندگی طول دوره رگبار محاسبه‌ای بر حسب مشاهده‌ای.



(الف)

(ب)

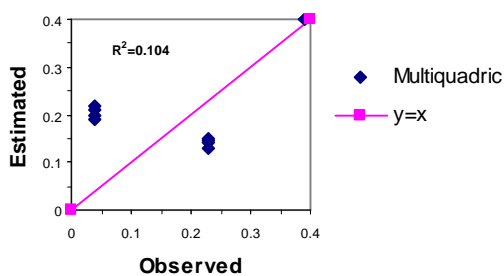
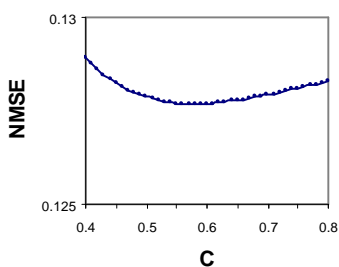
شکل ۱۳ - الف: دیاگرام C-NMSE برای بهینه‌سازی c با شبکه ۲/۲ متری و تابع F6
ب: نمودار پراکندگی طول دوره رگبار محاسبه‌ای بر حسب مشاهده‌ای.



(الف)

(ب)

شکل ۱۴ - الف: دیاگرام C-NMSE برای بهینه‌سازی C با شبکه ۲۵/۲ متری و تابع F6
ب: نمودار پراکندگی طول دوره رگبار محاسبه‌ای بر حسب مشاهده‌ای.



(الف)

(ب)

شکل ۱۵ - الف: دیاگرام C-NMSE برای بهینه‌سازی C با شبکه ۵/۵ متری و تابع F6
ب: نمودار پراکندگی طول دوره رگبار محاسبه‌ای بر حسب مشاهده‌ای.

جدول ۱- مقایسه نتایج پارامتر c بهینه در مطالعه حاضر و کار Rippa (۱۹۹۹)

تابع آزمون مدل مشترک مالتی کوادریک در دو مقاله	NMSE		پارامتر C بهینه	
	مطالعه حاضر	کار Rippa	مطالعه حاضر	کار Rippa
F_1 and 0.1 by 0.1 mesh	0.00227	0.00229	0.31	0.35
F_3 and 0.1 by 0.1 mesh	0.000025	0.000058	0.60	0.55
F_6 and 0.1 by 0.1 mesh	0.00024	0.000021	0.61	1.25

حاصله را می‌توان با روشهای بدون شبکه در مقاله‌ای مستقل بررسی و مقایسه کرد.

۶- نتیجه گیری

با کوچک و ریزکردن شبکه و در واقع با افزودن تعداد ایستگاهها نتایج بسیار بهتری برای نگاشت داده‌های بارندگی بدست می‌آید و در این صورت اطلاعات بارندگی نقاط دیگری را به غیر از نقاط ایستگاهی موجود نیز می‌توان در مقیاس مورد نظر بدست آورد. این موضوع در نتایج تمامی پنج مدل کلی مورد استفاده جهت نگاشت داده‌های ناقص تایید شده است. با توجه به اینکه هر نقطه انتخابی برای تخمین بر روی خود تابع پایه شعاعی می‌افتد، این تابع یک تابع تخمین دقیق محسوب می‌شود و بنابراین استفاده از این نوع تابع در مقایسه با سایر توابع اعم از خطی و غیرخطی و حتی توابعی که فاصله را برای تخمین مد نظر قرار می‌دهند، ارجحیت دارد. لازم به توضیح است که مقدار تخمین علاوه بر این که درست بر روی ایستگاههای مشخص انجام گردیده است برای یک نقطه (ایستگاه) خاص با مختصات کاملا انتخابی غیر از مختصات شبکه تعریف شده اولیه مثل نقطه اختیاری $Z(0.25, 0.35)$ نیز در ستون آخر جداول ۲ الی ۶ نشان داده شده است، بنابراین برای هر نقطه‌ای در داخل محدوده می‌توان کمیت موردنظر را تخمین زد و این موضوع هیچ محدودیتی ندارد بنابراین مدل معرفی شده برای شبکه‌های نامنظم هم کاملا کاربرد دارد. توصیه می‌شود اثر حاضر به کمک روشهای بدون شبکه نیز انجام پذیرفته و با این روش مقایسه گردد.

پی‌نوشت‌ها

- 1- Normalized Mean Square Error.
- 2- Percent Average Estimation Error.
- 3- Correlation Coefficient

برای انتخاب ضریب شکل بهینه C_{opt} ، هر سه NMSE، PAEE و R^2 ملاک انتخاب قرار گرفتند و دیده می‌شود که در روش مالتی کوادریک ۱۲۱ نقطه‌ای هر سه این کمیت‌های آماری بهتر از بقیه روشها بدست آمده‌اند و با کم شدن تعداد ایستگاهها بتدریج از دقت روش کاسته می‌شود. بنابر این در اینجا تاثیر تعداد نقاط همسایگی بر روی نحوه تخمین کمیت کاملا مشهود است و هر چه اندازه نقاط همسایگی بیشتر باشد تخمین‌ها به واقعیت نزدیکترند. این نتایج را نمی‌توان به مکانهای دیگر تعمیم داد و برای هر محدوده‌ای بایستی با توجه به وضعیت توپوگرافی آن محدوده، جداگانه انجام شود. برای مقادیر ضریب شکل مقادیر محدودی را باید در نظر گرفت و مقادیر آن در دامنه بزرگی عمل نمی‌نماید و نیز برای بهتر دیده شدن نتایج بهینه کردن مقادیر ضریب شکل و تاثیر آن و بهتر پیدا کردن نقطه بهینه، بایستی محدوده مقادیر آنرا مرتبا کوچک و کوچکتر نمود. جدول ۱ نتایج تحقیق حاضر را با نتایج پارامتر C بهینه حاصل از روش ریا (البته در حد آنچه در هر دو تحقیق مشترک است درحالی که تحقیق حاضر بسیار گسترده‌تر از تحقیق ریا است) مقایسه می‌نماید که حاکی از نتایج نسبتا بهتر این روش می‌باشد. از جدول ۲ الی جدول ۶ ملاحظه می‌شود که در این تحقیق از ابزارهای سه گانه ارزیابی جانبی استفاده شده است که این را می‌توان از تفاوت‌های این کار با کار ریا دانست و نیز در کار ریا به روش عملکرد مستقیما اشاره نشده است و تنها از نتایج آن می‌توان مقایسه را انجام داد.

از جمله تفاوت‌های دیگر این کار با کار ریا می‌توان به استفاده از سایر روشهای توابع پایه شعاعی (بکارگیری پنج مدل مختلف بر خلاف ریا که تنها یک مدل را بررسی می‌نماید) یعنی مدل‌های مالتی کوادریک معکوس، گوسی، کوشی و صفحات نازک نام برد. نتایج

جدول ۲- آمار ارزشیابی جانبی به روش درونیابی تابع مالتی کوادریک

Z(0.25,0.35) نقطه اختیاری شبکه		تابع آزمون	شبکه	R^2	PAEE	NMSE	C_{opt}	مدل
تخمین	مشاهده							
۰.۹۳۱۵	۰.۹۳۱۴	F_1	۰.۱*۰.۱	۰.۹۹۹	-۰.۰۰۸۴۸	۰.۰۰۲۲۷	۰.۳۱	مالتی کوادریک
۰.۹۰۵۲			۰.۲*۰.۲	۰.۹۴۸	-۰.۰۰۰۹۱	۰.۰۰۶۲۴	۰.۲۲	
۰.۹۵۷۲			۰.۲۵*۰.۲۵	۰.۸۲۰۴	۰.۷۹۵۶۱	۰.۱۱۸۴	۰.۱۸	
۰.۴۵۹			۰.۵*۰.۵	۰.۹۸۵۷	-۲.۲۸۹۴	۰.۰۲۴۵۳	۳.۴۹	
۰.۱۴۶۸	۰.۱۴۶۸	F_3	۰.۱*۰.۱	۱	-۰.۰۰۰۵۶	۰.۰۰۰۰۲۵	۰.۶	
۰.۱۴۶۶			۰.۲*۰.۲	۰.۹۹۸۱	-۰.۰۰۲۶۹	۰.۰۰۲۸۹	۱.۲۸	
۰.۱۴۷۳			۰.۲۵*۰.۲۵	۰.۹۹۵	-۰.۱۳۶۲۱	۰.۰۰۴۶۸	۰.۹۷	
۰.۰۸۵			۰.۵*۰.۵	۰.۱۵	۱۳.۵۰۳	۰.۱۱۴۴۲	۰.۱۷	
۰.۳۳۹۷	۰.۳۳۹۷	F_6	۰.۱*۰.۱	۱	۰.۰۰۰۸۶۷	۰.۰۰۰۰۲۴	۰.۶۱	
۰.۳۳۹			۰.۲*۰.۲	۰.۹۹۹	۰.۰۰۱۱۶	۰.۰۰۰۰۱	۲	
۰.۳۳۲۴			۰.۲۵*۰.۲۵	۰.۹۹۸	۰.۷۳۲۶۷	۰.۰۰۰۶۱۵	۳.۵۵	
۰.۳۳۱۳			۰.۵*۰.۵	۰.۱۰۴۲	۲۰.۶۸۹	۰.۱۲۷۶۸	۰.۵۸	

جدول ۳- آمار ارزشیابی جانبی به روش درونیابی تابع مالتی کوادریک معکوس

Z(0.25,0.35) نقطه اختیاری شبکه		تابع آزمون	شبکه	R^2	PAEE	NMSE	C_{opt}	مدل
تخمین	مشاهده							
۰.۹۳۱۵	۰.۹۳۱۴	F_1	۰.۱*۰.۱	۰.۹۹۹۷	-۰.۰۰۰۸۸۸	۰.۰۰۲۳۵	۰.۳۷	مالتی کوادریک معکوس
۰.۹۰۶۸			۰.۲*۰.۲	۰.۹۵۲۷	-۰.۰۰۰۸۸۸	۰.۰۰۶۰۹۳	۰.۳۴	
۰.۹۵۸۱			۰.۲۵*۰.۲۵	۰.۸۲۵۷	-۰.۸۲۵۷۳	۰.۱۱۷۲۸	۰.۲۸	
۰.۴۶۲۵			۰.۵*۰.۵	۰.۹۸۷۴	-۲.۱۵۰۸	۰.۰۲۳۶۴	۳.۹۹	
۰.۱۴۶۹	۰.۱۴۶۸	F_3	۰.۱*۰.۱	۱	۰.۰۰۱۸۵	۲.۲۸E-۰۵	۰.۷۲	
۰.۱۴۶۶			۰.۲*۰.۲	۰.۹۹۸۴	-۰.۰۱۵۰۵	۰.۰۰۲۶۲	۱.۴۶	
۰.۱۴۷۳			۰.۲۵*۰.۲۵	۰.۹۹۷	۰.۰۰۵۲۱	۰.۰۰۳۵۲	۱.۱۸	
۰.۰۸۴۵			۰.۵*۰.۵	۰.۰۱۸۲	-۳.۱۰۵۵	۰.۱۰۳۹۳	۰.۵۵	
۰.۳۳۹۶	۰.۳۳۹۷	F_6	۰.۱*۰.۱	۱	۰.۰۰۶۱۳	۰.۰۰۰۰۲۸	۰.۷۲	
۰.۳۳۹۶			۰.۲*۰.۲	۱	۰.۰۱۴۲۱	۰.۰۰۰۰۱۳	۲.۲۳	
۰.۳۳۶۲			۰.۲۵*۰.۲۵	۰.۹۹۴۹	۰.۲۷۸۴۳	۰.۰۰۰۶۴۵	۴.۲۱	
۰.۲۶۹۸			۰.۵*۰.۵	۰.۰۱۰۶	-۹.۰۵۱۷	۰.۱۲۶۶۶	۰.۲۴	

جدول ۴- آمار ارزشیابی جانبی به روش درونیابی تابع گوسی

Z(0.25,0.35) نقطه اختیاری شبکه		تابع آزمون	شبکه	R^2	PAEE	NMSE	C_{opt}	مدل
تخمین	مشاهده							
۰.۹۳۱۷	۰.۹۳۱۴	F_1	۰.۱*۰.۱	۰.۹۹۹۶	-۰.۰۰۶۹۴۱	۰.۰۰۳۹۱	۰.۲	گوسی
۰.۸۹۸۹			۰.۲*۰.۲	۰.۹۴۱۸	-۳.۷۱۹۸	۰.۰۶۸۰۳	۰.۲۷	
۰.۹۵۳۶			۰.۲۵*۰.۲۵	۰.۷۶۱۸	-۱۵.۶۷۷	۰.۱۴۸۳۳	۰.۲۷	
۰.۴۶۹۲			۰.۵*۰.۵	۰.۹۸۹	-۲.۲۵۰۴	۰.۰۲۳۴۶	۲.۴۳	
۰.۱۴۶۹	۰.۱۴۶۸	F_3	۰.۱*۰.۱	۱	-۰.۰۰۱۱۸	۱.۹۹E-۰۵	۰.۳۳	
۰.۱۴۶۴			۰.۲*۰.۲	۰.۹۹۹۷	۰.۰۰۱۱۵	۱.۹۹E-۰۵	۰.۶۴	
۰.۱۴۷۶			۰.۲۵*۰.۲۵	۰.۹۹۸	۰.۰۶۳۸۶	۰.۰۰۱۷۲	۰.۶	
۰.۰۸۶۵			۰.۵*۰.۵	۰.۰۵۳۷	-۱۹.۰۹۶	۰.۱۰۳۷۸	۰.۵۸	
۰.۳۳۹۸	۰.۳۳۹۷	F_6	۰.۱*۰.۱	۰.۹۹۹۶	۰.۰۰۴۶۶	۰.۰۰۰۰۲۱	۰.۳۳	
۰.۳۳۹۵			۰.۲*۰.۲	۱	۰.۰۰۲۱۷	۴.۰۳E-۰۵	۱.۵	
۰.۳۴			۰.۲۵*۰.۲۵	۰.۹۹۷۶	۰.۷۴۱۸۶	۰.۰۰۷۳۱	۲.۱۶	
۰.۳۱۶۲			۰.۵*۰.۵	۰.۱۴۴۹	-۲۲.۹۱۸	۰.۱۱۹۵۸	۰.۴۷	

جدول ۵- آمار ارزشیابی جانبی به روش درونیابی تابع کوشی

Z(0.25,0.35) نقطه اختیاری شبکه		تابع آزمون	شبکه	R^2	PAEE	NMSE	C_{opt}	مدل
تخمین	مشاهده							
۰.۹۳۱۵	۰.۹۳۱۴	F_1	۰.۱*۰.۱	۰.۹۹۹۹	-۰.۱۶۵۱	۰.۰۰۲۴۳	۰.۴	کوشی
۰.۹۰۶۷			۰.۲*۰.۲	۰.۹۵۲۱	-۰.۵۸۹۵۱	۰.۰۰۶۱۴۶	۰.۳۸	
۰.۹۶۰۴			۰.۲۵*۰.۲۵	۰.۸۳۰۲	-۳.۳۷۶۷	۰.۱۱۸۰۴	۰.۳۳	
۰.۴۶۲۱			۰.۵*۰.۵	۰.۹۸۹۴	-۲.۱۵۱۳	۰.۰۲۳۵۳	۴.۳۲	
۰.۱۴۶۷	۰.۱۴۶۸	F_3	۰.۱*۰.۱	۰.۹۹۹۹	۰.۰۰۳۴۴	۲.۲۷E-۰۵	۰.۷۸	
۰.۱۴۶۶			۰.۲*۰.۲	۰.۹۹۹۳	-۰.۱۱۸۵	۰.۰۰۲۵۳	۱.۵۴	
۰.۱۴۷۱			۰.۲۵*۰.۲۵	۰.۹۹۸۷	۰.۰۳۷۹۸	۰.۰۰۳۲۶	۱.۲۶	
۰.۰۸۱۶			۰.۵*۰.۵	۰.۰۲۴۳	-۶.۹۰۳۵	۰.۱۰۲۹۷	۰.۶۹	
۰.۳۴۰۲	۰.۳۳۹۷	F_6	۰.۱*۰.۱	۰.۹۹۹۹	۰.۰۱۰۷۳	۰.۰۰۰۲۸	۰.۷۸	
۰.۳۳۹۶			۰.۲*۰.۲	۱	۰.۰۰۴۴۳	۰.۰۰۰۱۱	۲.۴۵	
۰.۱۶۶۳			۰.۲۵*۰.۲۵	۰.۹۹۶۸	۰.۵۷۷۷۱	۰.۰۰۷۲۴	۴.۲۷	
۰.۳۰۴۲			۰.۵*۰.۵	۰.۰۴۱۸	-۱۱.۲۵۱	۰.۱۲۰۹۲	۰.۴۱	

جدول ۶- آمار ارزشیابی جانبی به روش درونیابی تابع صفحات نازک

Z(0.25,0.35) نقطه اختیاری شبکه		تابع آزمون	شبکه	R^2	PAEE	NMSE	C_{opt}	مدل
تخمین	مشاهده							
۰.۹۲۹۷	0.9314	F_1	۰.۱*۰.۱	۰.۹۹۸۸	-۰.۰۰۵۰۹	۰.۰۰۹۶۷	۰.۴۴	صفحات نازک
۰.۸۸۹۴			۰.۲*۰.۲	۰.۹۳۸	۰.۴۴۷۴۶	۰.۰۰۶۹۹۸	۰.۴۷	
۰.۹۳۴۸			۰.۲۵*۰.۲۵	۰.۸۳۱۹	-۰.۶۱۸۴۱	۰.۱۱۹۵۴	۰.۲۸	
۰.۴۶۸			۰.۵*۰.۵	۰.۸۳۰۱	۱.۴۵۱۱	۰.۰۹۰۵۹	۰.۰۰۱	
۰.۱۴۶۸	0.1468	F_3	۰.۱*۰.۱	۰.۹۹۹۵	۰.۱۰۳۱۵	۰.۰۰۲۱۱	۰.۴۷	
۰.۱۴۴۸			۰.۲*۰.۲	۰.۹۸۰۷	-۰.۱۴۱۵۸	۰.۰۱۳۸۳	۲.۳۳	
۰.۱۴۹۶			۰.۲۵*۰.۲۵	۰.۹۲۹۵	۱.۶۸۹۲	۰.۰۲۶۰۲	۱.۰۳	
۰.۱۱۵۹			۰.۵*۰.۵	۰.۰۱۳۳	۵.۰۶۶۸	۰.۱۰۵۹	۰.۶۲	
۰.۳۳۹۷	0.3397	F_6	۰.۱*۰.۱	۰.۹۹۹۹	۰.۰۶۱۶۲	۰.۰۰۰۳۱	۱	
۰.۳۳۹۸			۰.۲*۰.۲	۰.۹۸۹	۱.۰۰۹۰۲	۰.۰۰۳۰۱	۰.۹۸	
۰.۳۳۹۹			۰.۲۵*۰.۲۵	۰.۹۸۰۴	۲.۷۳۴۹	۰.۰۰۶۸۵	۰.۹۸	
۰.۳۲۱۲			۰.۵*۰.۵	۰.۹۹۰۷	-۱۰.۶۴۴	۰.۰۲۸۶	۰.۷	

Franke, R. (1982). Scattered data interpolation: tests of some methods, *Math. Comp.* 38, pp. 181-200.

Hardy, R.L. (1971). Multiquadric equations of topography and other irregular surfaces, *J. Geophys. Res.* 76, pp.1905-1915.

Hardy, R.L. (1990), Theory and applications of the multiquadric-biharmonic method, *Comput. Math. Appl.* 19, pp. 163-208.

Lyche, T. and Morken, K. (1987). Knot removal for parametric B-spline curves and surfaces, *Comput. Aided Geom. Design* 4, pp. 217-230.

Magness, A. L. G. and McCuen, R. H. (2004), "Accuracy evaluation of rainfall disaggregation methods", *Journal of Hydrologic Engineering*, 9(2), pp.71-77.

۷- مراجع

Borga, M. and Vizzaccaro A. (1997), "On the interpolation of hydrologic variables: formal equivalence of multiquadric surface fitting and kriging", *Journal of Hydrology*, 195, pp.160-171.

Carlson, R.E. and Foley, (1991). T.A. The parameter R^2 in multiquadric interpolation, *Comput. Math. Appl.* 21, pp. 29-42.

Foley, T.A. (1987). Interpolation and approximation of 3-D and 4-D scattered data, *Comput. Math. Appl.* 13, pp. 711-740.

Foley, T.A. (1991). Near optimal parameter selection for multiquadric interpolation, *J. Appl. Sci. Comput.* 1, pp. 54-69.

- Rippa, S. (1999), "An algorithm for selecting a good value for the parameter C in radial basis function interpolation", *Advances in Computational Mathematics*, 11, pp.193-210.
- Shams, S., Abedini M. J. and Asghari K. (2003), "Rainfall disaggregation via artificial neural networks", *Fourth Iranian hydraulic conference, Shiraz University, Iran*, pp.1-8.
- Myers, D. E. (1994), " Spatial interpolation: an overview", *Geoderma*, 62, pp. 17-28.
- Poggio, T. and Girosi, F. (1990), Networks for approximation and learning, *Proceedings of the IEEE* 78, pp. 1481-1497.
- Powell, M.J.D. (1990), The theory of radial basis function approximation, *Advances in Numerical Analysis*, Vol. 2: *Wavelets, Subdivision Algorithms and Radial Functions*, ed. W. Light pp. 105-210.

Archive of SID